

# भौतिकशास्त्र

ओळख विद्युतचुंबकीय सिद्धांताची

(प्रयोगशाळा नियमपुस्तिकेसह)

लेखक:

ए.बी. भट्टाचार्य

अतानू नाग

अनुवादक:

डॉ. विजय मनोहर देशमुख

डॉ. संगिता जी. दाहोत्रे

पुनरावलोकनकर्ता:

अनिकेत अ. जंगम



**KHANNA BOOK PUBLISHING CO. (P) LTD.**

PUBLISHER OF ENGINEERING AND COMPUTER BOOKS

4C/4344, Ansari Road, Darya Ganj, New Delhi-110002

Phone: 011-23244447-48

Mobile: +91-99109 09320

E-mail: [contact@khannabooks.com](mailto:contact@khannabooks.com)

Website: [www.khannabooks.com](http://www.khannabooks.com)

Dear Readers,

To prevent the piracy, this book is secured with HIGH SECURITY HOLOGRAM on the front title cover. In case you don't find the hologram on the front cover title, please write us to at [contact@khannabooks.com](mailto:contact@khannabooks.com) or whatsapp us at +91-99109 09320 and avail special gift voucher for yourself.

Specimen of Hologram on front Cover title:



Moreover, there is a SPECIAL DISCOUNT COUPON for you with EVERY HOLOGRAM.

How to avail this SPECIAL DISCOUNT:

Step 1: Scratch the hologram

Step 2: Under the scratch area, your "coupon code" is available

Step 3: Logon to [www.khannabooks.com](http://www.khannabooks.com)

Step 4: Use your "coupon code" in the shopping cart and get your copy at a special discount

Step 5: Enjoy your reading!

**ISBN:** 978-93-5538-029-6

**Book Code:** UG059MA

## **Physics (Introduction to Electromagnetic Theory)**

*by* A. B. Bhattacharya, Atanu Nag

**[Marathi Edition]**

**First Edition:** 2021

*Published by:*

**Khanna Book Publishing Co. (P) Ltd.**

Visit us at: [www.khannabooks.com](http://www.khannabooks.com)

Write us at: [contact@khannabooks.com](mailto:contact@khannabooks.com)

CIN: U22110DL1998PTC095547

To view complete list of books,  
Please scan the QR Code:



*Printed in India.*

### **Copyright © Reserved**

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior permission of the publisher.

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade, be lent, re-sold, hired out or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.

**Disclaimer:** The website links provided by the author in this book are placed for informational, educational & reference purpose only. The Publisher do not endorse these website links or the views of the speaker/ content of the said weblinks. In case of any dispute, all legal matters to be settled under Delhi Jurisdiction only.



प्रो. अनिल डी. सहस्रबुद्धे  
अध्यक्ष  
Prof. Anil D. Sahasrabudhe  
Chairman



सत्यमेव जयते

अखिल भारतीय तकनीकी शिक्षा परिषद्

(भारत सरकार का एक सांविधिक निकाय)

(शिक्षा मंत्रालय, भारत सरकार)

नेल्सन मंडेला मार्ग, वसंत कुंज, नई दिल्ली-110070

दूरभाष : 011-26131498

ई-मेल : chairman@aicte-india.org

ALL INDIA COUNCIL FOR TECHNICAL EDUCATION

(A STATUTORY BODY OF THE GOVT. OF INDIA)

(Ministry of Education, Govt. of India)

Nelson Mandela Marg, Vasant Kunj, New Delhi-110070

Phone : 011-26131498

E-mail : chairman@aicte-india.org

## प्रास्ताविक

शतकानुशतके भारतीय समाजाच्या प्रगती आणि विस्तारामध्ये अभियांत्रिकीने अत्यंत महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावली आहे. भारतीय उपखंडात उगम पावलेल्या अभियांत्रिकी संकल्पनांचा जगावर प्रभाव पडला आहे.

ऑल इंडिया कौन्सिल फॉर टेक्निकल एज्युकेशन (एआयसीटीई) 1987 मध्ये स्थापनेपासून तंत्रशास्त्राच्या विद्यार्थ्यांना शक्य त्या सर्व प्रकारे मदत करण्यात नेहमीच आघाडीवर असते. एआयसीटीईचे ध्येय तांत्रिक शिक्षणाला प्रोत्साहन देणे आणि त्याद्वारे उद्योगाला अधिक उंचीवर नेणे आणि शेवटी आपल्या प्रिय मातृभूमी भारताला आधुनिक विकसित राष्ट्र बनण्याचे आहे. येथे हे नमूद करणे योग्य ठरेल की अभियंते आधुनिक समाजाचा कणा आहेत – चांगले अभियंते, म्हणजे चांगले उद्योग आणि चांगले उद्योग म्हणजे चांगला देश.

NEP 2020 मध्ये प्रादेशिक भाषांमध्ये सर्वांना शिक्षणाची कल्पना मांडण्यात आली आहे, ज्यामुळे प्रत्येक विद्यार्थी पुरेसा सक्षम होईल आणि राष्ट्रीय विकासासाठी योगदान देण्याच्या स्थितीत येईल याची खात्री होईल.

एआयसीटीई गेल्या काही वर्षांपासून अविरतपणे काम करत असलेल्या क्षेत्रांपैकी एक म्हणजे सर्व अभियांत्रिकी विद्यार्थ्यांना विविध प्रादेशिक भाषांमध्ये तयार केलेल्या आंतरराष्ट्रीय दर्जाची पुस्तके माफक किमतीमध्ये उपलब्ध करून देणे. ही पुस्तके सोप्या भाषेत, वास्तविक जीवनातील उदाहरणे, समृद्ध सामग्री आणि बदलत्या जगाच्या उद्योगाच्या गरजा लक्षात घेऊनच तयार केलेली आहेत. ही पुस्तके अभियांत्रिकी आणि तंत्रज्ञानासाठी एआयसीटीई मॉडेल अभ्यासक्रम – 2018 नुसार आहेत.

संपूर्ण भारतातील प्रख्यात, उत्तम ज्ञान आणि अनुभव संपन्न प्राध्यापकांनी शैक्षणिक क्षेत्राच्या सोईसाठी ही पुस्तके लिहिली आहेत. एआयसीटीईला विश्वास आहे की ही पुस्तके त्यांच्या समृद्ध सामग्रीसह तांत्रिक विद्यार्थ्यांना अधिक सहजतेने आणि गुणवत्तेसह विषयांवर प्रभुत्व मिळविण्यात मदत करतील.

या अभियांत्रिकी विषयांना अधिक सुबक बनविण्याच्या प्रयत्नांसाठी एआयसीटीई मूळ लेखक, समन्वयक आणि अनुवादकांच्या मेहनतीचे कौतुक करते.

(Anil D. Sahasrabudhe)



---

## ऋणनिर्देश

---

लेखक एआयसीटीईचे आभारी आहोत, ज्यांच्या काटेकोर नियोजनामुळे आणि अंमलबजावणीमुळे अभियांत्रिकी आणि तंत्रज्ञान क्षेत्रातील विद्यार्थ्यांसाठी हे तांत्रिक पुस्तक प्रकाशित केले आहे.

या पुस्तकाचे समीक्षक प्रा. आर.पी. दहिया यांनी हे पुस्तक विद्यार्थ्यांनुकूल आणि कलात्मक पद्धतीने उत्तम बनवण्यासाठी मोलाचे योगदान दिल्याबद्दल आम्ही त्यांचे आभारी आहोत.

आम्ही अत्यंत अभिमानाने सांगू इच्छितो की हे पुस्तक एआयसीटीईच्या आदर्श अभ्यासक्रमानुसार असून राष्ट्रीय शिक्षण धोरण (NEP) -2020 च्या मार्गदर्शक तत्वांनुसार आहे. प्रादेशिक भाषांमध्ये शिक्षणाचा प्रसार करण्यासाठी हे पुस्तक अनुसूचित भारतीय प्रादेशिक भाषांमध्ये अनुवादित केले जात आहे.

आम्ही मराठी भाषेतील अनुवाद कार्यासाठी डॉ. विजय मनोहर देशमुख आणि डॉ. संगिता दाहोले यांचे आणि या पुस्तकाच्या पुनरावलोकनासाठी अनिकेत जंगम यांचे आभार मानू इच्छितो.

आम्ही श्री बुद्धा चंद्रशेखर (CCO NEAT AICTE) यांचेही आभार मानू इच्छितो ज्यांच्या AI आधारित भाषांतर साधनाचा मराठी भाषेत पुस्तक भाषांतरित करण्यात उपयोग झाला.

शेवटी, आम्हाला मे. खन्ना बुक पब्लिशिंग कंपनी प्रायव्हेट लिमिटेड, नवी दिल्ली या प्रकाशन संस्थेचे प्रामाणिकपणे आभार व्यक्त करायला आवडतील, ज्यांची संपूर्ण टीम प्रकाशनच्या सर्व बाबींवर एक अप्रतिम अनुभव देण्यासाठी नेहमी सहकार्य करण्यास तयार होती.

ए. बी. भट्टाचार्य

अतानू नाग



## प्रस्तावना

“भौतिकशास्त्र – ओळख विद्युतचुंबकीय सिद्धांताची” हे पुस्तक आमच्या भौतिकशास्त्राच्या मूलभूत अभ्यासक्रमांच्या समृद्ध शैक्षणिक अनुभवाचा परिपाक आहे. अभियांत्रिकीच्या विद्यार्थ्यांना मूलभूत विज्ञान भौतिकशास्त्राच्या मूलभूत गोष्टींसह स्पष्ट करणे तसेच त्यांना विषयाची ज्ञाप्ती प्राप्त करण्यासाठी सक्षम करणे हे या पुस्तक लिहिण्यामागचे प्रयोजन आहे. विस्तृत अभ्यासक्षेत्र आणि आवश्यक पूरक माहिती प्रदान करण्याच्या हेतूने, आम्ही या संपूर्ण पुस्तकात एआयसीटीईने शिफारस केलेले विषय अत्यंत पद्धतशीर आणि व्यवस्थित पद्धतीने समाविष्ट केले आहेत. या विषयातील मूलभूत संकल्पना शक्य तितक्या सोप्या शब्दांत समजावून सांगण्याचा प्रयत्न करण्यात आला आहे.

हस्तलिखित तयार करण्याच्या प्रक्रियेदरम्यान, आम्ही विविध मानक पाठ्यपुस्तकांचा विचार केला आणि त्यानुसार आम्ही कूटप्रश्न, सोडवलेली उदाहरणे आणि पूरक संख्यात्मक प्रश्न/उदाहरणे, इत्यादी विभाग विकसित केले आहेत. विविध विभाग तयार करताना व्याख्या आणि नियमांवर आणि मूलभूत तत्वांच्या त्वरित पुनरावलोकनासाठी गणिती सूत्रांच्या व्यापक सारांशावर देखील भर देण्यात आला आहे. पुस्तकात मूलभूत तत्वांच्या त्वरित पुनरावलोकनासाठी सर्व गणिती सूत्रांचे सारांश, सर्व प्रकारच्या मध्यम आणि उच्च स्तरावरील प्रश्नांचा समावेश आहे आणि ते अतिशय तर्कशुद्ध आणि पद्धतशीरपणे सादर केले आहेत. अनेक वर्षांपासून विविध स्तरावरील विद्यार्थ्यांना शिकवताना त्या प्रश्नांचे श्रेणीकरण तपासले गेले आहे.

आवश्यकतेनुसार दाखले आणि उदाहरणे यासोबतच संबंधित विषय योग्य पद्धतीने समजण्याकरिता आम्ही प्रत्येक घटकातील असंख्य सोडवलेल्या उदाहरणांनी पुस्तक समृद्ध केले आहे. “भौतिकशास्त्र” या एकाच शीर्षकाखाली अभियांत्रिकीमधील भौतिकशास्त्राचे वेगवेगळे पैलू आणि अनुप्रयोग समाविष्ट असलेल्या चार पुस्तकांचा संच आहे. त्यापैकी पहिल्या पुस्तकामध्ये विद्युतचुंबकीय सिद्धांताचा परिचय समाविष्ट आहे, दुसरा मेकॅनिक्सच्या परिचयावर आधारित आहे, तिसरा इंजिनिअर्ससाठी क्वांटम मेकॅनिक्सशी संबंधित आहे आणि चौथा ऑसिलेशन्स, वेव्हज आणि ऑप्टिक्सवर आधारित आहे. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की सर्व पुस्तकांमध्ये आपण संबंधित प्रात्यक्षिकाचा समावेश केला आहे. याशिवाय, “अधिक जाणून घ्या” या मथळ्याखालील वाचकासाठी काही आवश्यक माहिती व्यतिरिक्त आम्ही परिशिष्ट आणि अनुलग्नक विभागात काही पूरक मूलभूत माहिती स्पष्ट केली आहे.

सध्याच्या पुस्तकाचा विचार केला तर “भौतिकशास्त्र - ओळख विद्युतचुंबकीय सिद्धांताची” म्हणजे समाविष्ट विषयांवर उपयोजित भौतिकशास्त्रात सखोल ज्ञानाचा पाया तयार करणे होय. भौतिकशास्त्राच्या पुस्तकाचा हा भाग अभियांत्रिकी विद्यार्थ्यांना एकविसाव्या शतकाचा सामना करण्यासाठी आणि पुढे अभियांत्रिकी आव्हाने पेलण्यासाठी आणि भविष्यात उत्पन्न होणाऱ्या संबंधित प्रश्नांचा सामना करण्यासाठी विद्युतचुंबकीय सिद्धांताचे ज्ञान लागू करण्यासाठी तयार करेल. विषयाचे ज्ञान अश्या विधायक पद्धतीने सादर केले आहे जेणेकरून अभियांत्रिकी पदवी विद्यार्थ्यांना वेगवेगळ्या क्षेत्रात किंवा राष्ट्रीय प्रयोगशाळांमध्ये तंत्रज्ञानाच्या अगदी अग्रभागी काम करण्यास तयार करेल.

आम्हाला पूर्ण आशा आहे की हे पुस्तक विद्यार्थ्यांना अभियांत्रिकी भौतिकशास्त्राच्या मूलभूत तत्वांमागील कल्पना शिकण्यासाठी आणि चर्चा करण्यास प्रेरित करेल आणि या विषयाचा पाया भक्कम करण्यात नक्कीच योगदान देईल. पुस्तकाच्या भविष्यातील आवृत्त्यांच्या सुधारणेस हातभार लावणाऱ्या सर्व टिप्पण्या आणि सूचनांचे आम्ही आभारी राहू. हे पुस्तक शिक्षक आणि विद्यार्थ्यांच्या हातात ठेवण्याचा आम्हाला खूप आनंद होतोय. पुस्तकात समाविष्ट असलेल्या वेगवेगळ्या पैलूंवर काम करणे खरोखरच अतिशय आनंददायक होते.

ए. बी. भट्टाचार्य

अतानू नाग





## आऊटकम बेस्ड एज्युकेशन

आऊटकम बेस्ड एज्युकेशनच्या अंमलबजावणीसाठी सर्वप्रथम आऊटकम बेस्ड अभ्यासक्रम विकसित करून आऊटकम बेस्ड अससेसमेंट पद्धतीचा शिक्षण पद्धतीत अंतर्भाव होणे गरजेचे आहे. आऊटकम बेस्ड अससेसमेंट पद्धतीच्या वापरामुळे विद्यार्थ्यांनी निर्धारित निष्पत्ती साध्य केल्याचे मूल्यमापन निश्चित निकषांद्वारे मोजता येईल. आऊटकम बेस्ड एज्युकेशनच्या सुयोग्य अंमलबजावणीमुळे सर्व विद्यार्थी एकसमान किमान कौशल्ये साध्य करू शकतील अशी मानके निर्धारित करता येतील. आऊटकम बेस्ड एज्युकेशनवर आधारित अभ्यासक्रम पूर्ण केल्यानांतर विद्यार्थी खालील निष्पत्ती साध्य करू शकतील.

### प्रोग्राम आऊटकम्स (ग्रॅज्युएट अट्रिब्युट्स)

- PO-1: अभियांत्रिकी ज्ञान:** गणित, विज्ञान, अभियांत्रिकीचे मुलभूत आणि शाखा विशिष्ट ज्ञानाचा उपयोग अभियांत्रिकीच्या गुंतागुंतीच्या समस्यांच्या निराकरणासाठी करणे.
- PO-2: समस्यांचे विश्लेषण:** गणित, नैसर्गिक विज्ञान आणि अभियांत्रिकी ज्ञानाचा आणि तत्त्वांचा वापर करून गुंतागुंतीच्या अभियांत्रिकी समस्यांची माडणी, पुनरावलोकन, संशोधनाचा आढावा, आणि विश्लेषण करून निष्कर्षापर्यंत पोहोचणे.
- PO-3: उपाय विकसित करणे:** गुंतागुंतीच्या अभियांत्रिकी समस्यासाठी उपाय विकसित करणे आणि सामाजिक आरोग्य आणि सुरक्षितता, संस्कृतिक, सामाजिक आणि पर्यावरणाचा विचार करून प्रणालीचा एखादा भाग किंवा प्रक्रीयेचे डिझाईन करणे.
- PO-4: किचकट समस्यांचे अन्वेषण करणे:** संशोधनावर आधारित ज्ञानाचा वापर आणि संशोधनाच्या पद्धती जसे की, डिझाईन ऑफ एक्स्पेरिमेंट, माहितीचे विश्लेषण, वैध निष्कर्ष प्रदान करण्यासाठी माहितीचे संश्लेषण यासह संशोधन पद्धती.
- PO-5: आधुनिक साधनांचा वापर:** गुंतागुंतीच्या अभियांत्रिकी समस्यासाठी आधुनिक अभियांत्रिकी आणि माहिती तंत्रज्ञान साधने तयार करणे, निवड करणे आणि योग्य तंत्रज्ञानाचा उपयोग करून मर्यादांचे पालन करीत मॉडेलिंग आणि प्रेडिक्शन करणे.
- PO-6: अभियंता आणि समाज:** सामाजिक, आरोग्य, सुरक्षा, कायदेशीर आणि सांस्कृतिक समस्या आणि परिणामी व्यावसायिक अभियांत्रिकी पद्धतीशी संबंधित जबाबदाऱ्यांचे मूल्यांकन करण्यासाठी संदर्भित ज्ञानाद्वारे माहितीच्या आधारे तर्क लागू करणे.
- PO-7: पर्यावरण आणि शाश्वत विकास:** सामाजिक आणि पर्यावरणीय संदर्भात व्यावसायिक अभियांत्रिकी उपायांचा परिणाम समजून घेऊन शाश्वत विकासासाठी गरज ओळखणे.
- PO-8: नीतिमत्ता:** नैतिकतेचा अवलंब करणे आणि व्यावसायिक नीतिमत्ता आणि जबाबदाऱ्या आणि अभियांत्रिकी पद्धतीच्या नियमांना वचनबद्ध राहणे.
- PO-9: वैयक्तिक आणि सांघिक कार्य:** एक व्यक्ती म्हणून, आणि वैविध्यपूर्ण संघामध्ये सदस्य किंवा नेता म्हणून आणि बहुविध रचनांमध्ये प्रभावीपणे कार्य करणे.
- PO-10: संभाषण:** अभियांत्रिकी समुदायाशी आणि समाजाबरोबर गुंतागुंतीच्या अभियांत्रिकी उपक्रमांवर प्रभावीपणे संवाद साधणे, जसे की, प्रभावी अहवाल आणि डिझाईन दस्तऐवज समजून घेण्यास आणि लिहिण्यास सक्षम असणे, प्रभावी सादरीकरण करणे आणि स्पष्ट सूचना देणे आणि प्राप्त करणे.
- PO-11: प्रकल्प व्यवस्थापन आणि वित्त:** अभियांत्रिकी आणि व्यवस्थापन तत्त्वांचे ज्ञान आणि समज दर्शवणे आणि प्रकल्पांचे व्यवस्थापन करण्यासाठी आणि बहुविध वातावरणात सदस्य आणि नेता म्हणून स्वतःच्या कामामध्ये हे लागू करणे.
- PO-12: आयुष्यभर शिकत राहणे:** तंत्रज्ञानातील बदलांच्या व्यापक संदर्भात आयुष्यभर स्वतंत्रपणे शिकण्याची/स्वयं अध्ययनाची तयारी आणि क्षमता निर्माण करणे.

## कोर्स आउटकम

हा विषय शिकल्यानंतर विद्यार्थ्यांना:

CO-1: स्थिर इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डच्या वेगवेगळ्या भौतिक संकल्पनांचे वर्णन करणे.

CO-2: इलेक्ट्रिक फील्ड्स आणि पोटेंशियलसाठी बाऊंडरी कंडिशनचे वर्णन करण्यासाठी इलेक्ट्रोस्टॅटिक आणि मॅग्नेटोस्टॅटिकची तत्वे स्पष्ट करणे.

CO-3: फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इन्डक्शनच्या नियमाशी संबंधित संकल्पनांवर चर्चा करणे.

CO-4: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्ड सिद्धांतातील वेव्ह प्रपोगेशनशी संबंधित समस्या सोडविण्यासाठी मॅक्सवेलची समीकरणे लागू करणे.

CO-5: मॅग्नेटिक पदार्थांच्या वेगवेगळ्या गुणधर्मांचे विश्लेषण करा.

CO-6: वेगवेगळ्या माध्यमांमध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या प्रपोगेशनचे विश्लेषण करणे.

खाली दिलेल्या मॅट्रिक्सनुसार प्रोग्राम आउटकम्स आणि कोर्स आउटकम्सचे मॅपिंग करावे:

कोर्स परिणाम	अपेक्षित मॅपिंगसह प्रोग्राम परिणाम (1- अशक्त परस्परसंबंध; 2- मध्यम परस्परसंबंध; 3- जोरदार परस्परसंबंध)											
	PO-1	PO-2	PO-3	PO-4	PO-5	PO-6	PO-7	PO-8	PO-9	PO-10	PO-11	PO-12
CO-1	3	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CO-2	3	1	2	1	1	-	-	-	-	-	-	-
CO-3	3	2	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-
CO-4	3	3	2	1	1	-	-	-	-	-	-	-
CO-5	3	1	3	1	2	-	-	-	-	-	-	-
CO-6	3	3	3	1	1	-	-	-	-	-	-	-

## संक्षिप्तरूपे आणि चिन्हे

### संक्षिप्त रूपांची यादी

संक्षिप्त रूप	पूर्ण रूप	संक्षिप्त रूप	पूर्ण रूप
A	अॅम्पीअर	mH	मिली हेनरी
AC	अल्टरनेटींग करंट	mmf	मॅग्नेटोमोटिव्ह फोर्स
BW	बँड वीड्थ	nA	नॅनो अॅम्पीअर
C	कूलंब	nC	नॅनो कूलंब
CO	कोर्स आऊटकम	Oe	ओरस्टेड
CRO	कॅथोड रे ओसिलोस्कोप	PO	प्रोग्राम आऊटकम
CRT	कॅथोड रे ट्यूब	Q – फॅक्टर	क्वालिटी-फॅक्टर
DC	डायरेक्ट करंट	T	टेस्ला
EM	इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक	UO	युनिट आऊटकम
emf	इलेक्ट्रो मोटिव्ह फोर्स	V	व्होल्ट
G	गॉस	W	वॅट
Ge	जर्मेनियम	Wb	वेबर
GHz	गिगाहर्ट्झ	$\mu A$	मायक्रो अॅम्पीअर
Hz	हर्ट्झ	$\mu C$	मायक्रो कूलंब
kHz	किलोहर्ट्झ	$\mu F$	मायक्रोफॅराड
LCR	इन्डक्टर-कॅपॅसिटर-रेझिस्टर		

### चिन्हांची यादी

चिन्हे	वर्णन	चिन्हे	वर्णन
A	मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल	L	सेल्फ इंडक्टन्स
B	मॅग्नेटिक इंडक्शन	M	मूच्युअल इंडक्टन्स
C	कॅपॅसिटरचे कॅपॅसिटन्स	$M_s$	सॅच्युरेटेड मॅग्नेटायझेशन
D	इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट	P	पॉइंटिंग व्हेक्टर
E	इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी	$p_{eff}$	बोहर मॅग्नेटॉनची प्रभावी संख्या
e	इलेक्ट्रॉनिक चार्ज	r	रिफ्लेक्शन को-इफीशिएंट
$f_{res}$	रेसोनंट फ्रीक्वेन्सी	$R_H$	हॉल कोइफिशिएंट
g	गायरोमॅग्नेटिक गुणोत्तर	S	रीलक्टन्स
H	मॅग्नेटिक इन्टेन्सिटी	t	ट्रान्समिशन को-इफीशिएंट
$I_d$	डिसप्लेसमेंट करंट	$T_N$	नील तापमान
J	करंट डेन्सिटी	U	इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक एनर्जी डेन्सिटी

चिन्हे	वर्णन	चिन्हे	वर्णन
$J_d$	डिसप्लेसमेंट करंट डेन्सिटी	$V_H$	हॉल व्होल्टेज
K	कपलिंगचा को-इफीशिएंट	Z	माध्यमाचे इंपेडन्स
$\alpha$	अॅटॅन्यूएशन कॉन्स्टंट	$\beta$	फेज कॉन्स्टंट
$\gamma$	प्रपोगेशन कॉन्स्टंट	$\delta$	स्कीन डेप्ट
$\epsilon_0$	फ्री स्पेसची परमिटीव्हिटी	$\epsilon_r, k$	रिलेटीव्ह परमिटीव्हिटी
$\lambda$	लिनीअर चार्ज डेन्सिटी	$\mu_0$	फ्री स्पेस परमॅबिलिटी
$\rho$	व्हॉल्युम चार्ज डेन्सिटी	$\Sigma$	सरफेस चार्ज डेन्सिटी
$\phi_m$	मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल	$\psi$	वेव्ह फंक्शन
$\omega_L$	लार्मर फ्रीक्वेन्सी	$\varphi$	इलेक्ट्रिक फ्लक्स
$\chi$	इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक संवेदनशीलता		

---

## आकृत्यांची सूची

---

### युनिट 1: व्हॅक्यूममधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक

आकृती 1.1: कूलंबचा नियम	3
आकृती 1.2: कूलंबच्या नियमाचे व्हेक्टर उदाहरण	6
आकृती 1.3: डिस्ट्रिब्यूटेड चार्जेससाठी कूलंबचा नियम	7
आकृती 1.4: सुपर पोज़िशन प्रिन्सिपल	8
आकृती 1.5: एका पॉइंटवर इलेक्ट्रिक फील्डची इन्टेन्सिटी	10
आकृती 1.6: इलेक्ट्रिक फील्डसाठी इलेक्ट्रिक फ्लक्स	16
आकृती 1.7: गॉसच्या नियमाचे उदाहरण	17
आकृती 1.8: चार्ज सिलिंडरभोवती गॉसियन फील्ड	19
आकृती 1.9: $r$ नुसार $E$ मध्ये होणारे बदल (a) पोकळ आणि (b) घन सिलिंडरच्या बाहेर	20
आकृती 1.10: गॉसियन पृष्ठभाग (a) आत आणि (b) चार्ज केलेल्या सॉलिड स्फीअरच्या बाहेर	20
आकृती 1.11: चार्जड सॉलिड स्फीअरसाठी $r$ नुसार $E$ मध्ये होणारे बदल	21
आकृती 1.12: इनफायनाइटली चार्जड शीट	23
आकृती 1.13: गॉस नियमावरून कूलंबचा नियम	24
आकृती 1.14: इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी	25
आकृती 1.15: पोटेंशियल फरक	26
आकृती 1.16: ओरिजिनवर नसलेल्या चार्जमुळे पोटेंशियल	27
आकृती 1.17: (a) दोन चार्ज सिस्टम आणि (b) तीन चार्ज सिस्टमसाठी इलेक्ट्रिक पोटेंशियल एनर्जी	31
आकृती 1.18: इलेक्ट्रिक डायपोल	31
आकृती 1.19: समांतर प्लेट कॅपॅसिटर	37
आकृती 1.20: दोन डायइलेक्ट्रिक थर असणारा समांतर प्लेट कॅपॅसिटर	38
आकृती 1.21: स्फेरिकल कॅपॅसिटर	39
आकृती 1.22: सिलेंड्रीकल कॅपॅसिटर	40
आकृती 1.23: युनिकनेस थिअरम	43
आकृती 1.24: कण्डक्टिंग प्लेनसमोरील पॉइंट चार्जेस	43
आकृती 1.25: ग्राउंडेड कण्डक्टिंग स्फियर समोरील पॉइंट चार्ज	44

## युनिट 2: लिनीयर डायइलेक्ट्रिक माध्यमात इलेक्ट्रोस्टॅटिक

आकृती 2.1: (a) पोलर आणि (b) नॉन पोलर डायइलेक्ट्रिक्स	62
आकृती 2.2: इलेक्ट्रिक फील्डच्या उपस्थितीत (a) पोलर आणि (b) नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक	63
आकृती 2.3: इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक	66
आकृती 2.4: V-I फेज संबंध (a) आदर्श (b) वास्तविक डायइलेक्ट्रिक	67
आकृती 2.5: समांतर प्लेट कॅपॅसिटर सह (a) डायइलेक्ट्रिक नसताना आणि (b) दिलेले डायइलेक्ट्रिक	68
आकृती 2.6: (a) तटस्थ अणू ( $E = 0$ ) आणि (b) इंड्यूस पोलरायझेशन फील्ड $E$ च्या उपस्थितीत	73
आकृती 2.7: (a) कोणतेही फील्ड नसलेले आयनिक पोलरायझेशन ( $E = 0$ ), (b) लागू फील्ड ( $E \neq 0$ )	75
आकृती 2.8: विद्युत क्षेत्राच्या उपस्थितीत डायपोलर ओरीएन्टेशन	75
आकृती 2.9: आयनिक पोलरायझेशन (a) कोणतेही फील्ड ( $E = 0$ ), (b) लागू फील्ड ( $E \neq 0$ )	76
आकृती 2.10: फ्रिक्वेन्सीसह डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंटचे भिन्नता	77
आकृती 2.11: गोलाकार पोकळी	78
आकृती 2.12: ध्रुवीय निर्देशांकांची संकल्पना	79
आकृती 2.13: एकसमान इलेक्ट्रिक फील्ड मध्ये ठेवलेला डायइलेक्ट्रिक स्फीअर	81

## युनिट 3: मॅग्नेटोस्टॅटिक्स

आकृती 3.1: कंडक्टर मधील इलेक्ट्रॉनची ड्रीफ्ट	102
आकृती 3.2: बायोट-सावर्टच्या नियमाचे उदाहरण	105
आकृती 3.3: लांब सरळ करंट कॅरिंग कंडक्टर	106
आकृती 3.4: गोलाकार करंट कॅरिंग कंडक्टर	108
आकृती 3.5: लांब सोलेनाईड	110
आकृती 3.6: हेक्सागॉनल लूप	112
आकृती 3.7: करंट कॅरिंग कंडक्टरवर फोर्स	114
आकृती 3.8: अँपेरियन लूप: लांब सरळ कंडक्टर	116
आकृती 3.9: लांब सरळ करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे B मध्ये होणारे बदल	117
आकृती 3.10: काही अंतरावर दूर ठेवलेले दोन लांब करंट कॅरिंग कंडक्टर	118
आकृती 3.11: कोअॅक्सियल केबल	119
आकृती 3.12: अँपेरियन लूप: लांब सोलेनाईड लूप: लांब सोलेनाईड	120
आकृती 3.13: टोरोइड	121
आकृती 3.14: करंट कॅरिंग कंडक्टर	123
आकृती 3.15: मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल	124

#### युनिट 4: लिनीअर डायइलेक्ट्रिक माध्यमात मॅग्नेटोस्टॅटिक्स

आकृती 4.1: (a) M-H आणि (b) $\chi$ -T डायमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कव्ह	152
आकृती 4.2: (a) M-H आणि (b) $\chi$ -T पॅरामॅग्नेटिक पदार्थासाठी कव्ह	152
आकृती 4.3: (a) M-H आणि (b) $\chi$ -T फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कव्ह	153
आकृती 4.5: लार्मर फ्रीक्वेन्सीने L चे H भोवती प्रीसेशन	157
आकृती 4.4: इलेक्ट्रॉनिक लिज्याची कक्षा r	157
आकृती 4.6: BJ (y) - y कव्ह	162
आकृती 4.7: $\mu$ -फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी एच (हिस्टेरेसिस) कव्ह	165
आकृती 4.8: फेरोमॅग्नेटिक डोमेन	165
आकृती 4.9: M - y कव्ह (a) $T < \theta_f$ , (b) $T = \theta_f$ and (c) $T > \theta_f$	167
आकृती 4.10: J च्या वेगवेगळ्या मूल्यांसाठी $\frac{M_s}{M_m}$ आणि $\frac{T}{\theta_f}$ कव्हरेषा	168
आकृती 4.11: फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचा बी-एच कव्ह	170
आकृती 4.12: (a) लोह पट्टी मॅग्नेटायझेशन चक्र आणि (b) त्याच्या B-H कव्ह च्या अधीन आहे	171
आकृती 4.13: हिस्टेरेसिस लॉस	172
आकृती 4.14: (a) सिलिकॉनस्टील, (b) हार्डस्टील आणि (c) तयार केलेल्या लोहासाठी हिस्टेरेसिस कव्ह	173
आकृती 4.15: $\chi$ -T अ‍ॅन्टी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कव्ह	174
आकृती 4.16: दोन सबलॅटिस मॉडेल: नीलचा सिद्धांत	175
आकृती 4.17: $1/\chi$ -T कव्ह (a) अ‍ॅन्टी -फेरोमॅग्नेटिक, (b) पॅरामॅग्नेटिक आणि (c) फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ	177
आकृती 4.18: (a) पॅरामॅग्नेटिक, (b) फेरोमॅग्नेटिक, (c) फेरीमॅग्नेटिक आणि (d) अ‍ॅन्टी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी स्पिन अलाइनमेंट	177
आकृती 4.19: M-H कव्ह (a) डायमॅग्नेटिक, (b) पॅरामॅग्नेटिक, (c) फेरोमॅग्नेटिक, (d) अ‍ॅंटीफेरोमॅग्नेटिक, (e) फेरीमॅग्नेटिक	177

#### युनिट 5: फॅरेडेचे नियम

आकृती 5.1: फॅराडेच्या e.m.f. इंडक्शन नियमाचे उदाहरण	196
आकृती 5.2: लेन्झच्या नियमाची पडताळणी	197
आकृती 5.3: फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताच्या नियमाची पडताळणी	198
आकृती 5.4: डायनॅमिकली इंड्यूस्ड e.m.f.	199
आकृती 5.5: सेल्फ-इंडक्शन	203
आकृती 5.6: म्युच्युअल इंडक्शन	203
आकृती 5.7: सोलेनॉईडचा एक भाग	207

आकृती 5.8: A आणि B या दोन कॉइल एकमेकांना लागून ठेवल्या आहेत	209
आकृती 5.9: A आणि B दोन मॅग्नेटीकली जोडलेल्या कॉइल	210
आकृती 5.10: (a) डीसी सोर्सशी जोडलेला इन्डक्टर, (b) मॅग्नेटीक फील्ड कॉइलमध्ये साठवलेली एनर्जी	214
आकृती 5.11: (a) उच्च एडी प्रवाह असलेला एक कंडक्टर ब्लॉक आणि (b) कमी एडी करंटस् सह लॅमिनेटेड ब्लॉक	216
<b>युनिट 6: मॅक्सवेलची समीकरणे</b>	
आकृती 6.1: डिसप्लेसमेन्ट करंटची संकल्पना	234
आकृती 6.2: पॉइंटिंगच्या प्रमेयाचे उदाहरण	245
<b>युनिट 7: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज</b>	
आकृती 7.1: ईएम वेव्हचे ट्रान्सवर्स नेचर	263
आकृती 7.2: EM वेव्हचे अ‍ॅटॅन्यूएशन	270
आकृती 7.3: स्कीन डेप्थची संकल्पना	270
आकृती 7.4: D आणि B बाऊंड्रीज	272
आकृती 7.5: E आणि H बाऊंड्रीज	273



## शिक्षकांसाठी मार्गदर्शक सूचना

आउटकम बेस्ड एज्युकेशन (OBE) लागू करण्यासाठी विद्यार्थ्यांचे ज्ञान स्तर आणि कौशल्य संच वाढवले पाहिजे. OBE च्या योग्य अंमलबजावणीसाठी शिक्षकांनी मोठी जबाबदारी स्वीकारली पाहिजे. OBE प्रणालीतील शिक्षकांसाठी काही जबाबदाऱ्या (मर्यादित नाहीत) खालीलप्रमाणे असू शकतात:

- वाजवी मर्यादित, त्यांनी सर्व विद्यार्थ्यांच्या सर्वोत्तम फायद्यासाठी वेळ हाताळला पाहिजे.
- त्यांनी विद्यार्थ्यांशी भेदभाव करण्याच्या इतर कोणत्याही संभाव्य अपात्रतेचा विचार न करता केवळ काही परिभाषित निकषावर मूल्यांकन केले पाहिजे.
- त्यांनी संस्था सोडण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांच्या शिकण्याची क्षमता एका विशिष्ट स्तरावर वाढविण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे.
- त्यांनी हे सुनिश्चित करण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे की सर्व विद्यार्थी त्यांचे शिक्षण संपल्यानंतर दर्जेदार ज्ञान तसेच सक्षमतेने सुसज्ज आहेत.
- त्यांनी नेहमीच विद्यार्थ्यांना त्यांची अंतिम कामगिरी क्षमता विकसित करण्यास प्रोत्साहित केले पाहिजे.
- नवीन दृष्टीकोन मजबूत करण्यासाठी त्यांनी समूह कार्य आणि संघ कार्य यांना सुलभ आणि प्रोत्साहित केले पाहिजे.
- त्यांनी मूल्यांकनाच्या प्रत्येक भागात ब्लूमस टॅक्सोनोमीचे अनुसरण केले पाहिजे.

### ब्लूम वर्गीकरण

स्तर	शिक्षकांनी तपासावे	विद्यार्थी सक्षम असावा	मूल्यांकनाची संभाव्य पद्धत
निर्माण करणे	विद्यार्थी तयार करण्याची क्षमता	डिझाइन करा किंवा तयार करा	सूक्ष्म प्रकल्प
मूल्यमापन	विद्यार्थ्यांचे औचित्य सिद्ध करण्याची क्षमता	वाद घालणे किंवा बचाव करणे	असाइनमेंट
विश्लेषण करणे	विद्यार्थ्यांमध्ये फरक करण्याची क्षमता	फरक किंवा भेद करा	प्रकल्प/प्रयोगशाळा पद्धती
अर्ज करणे	विद्यार्थ्यांची माहिती वापरण्याची क्षमता	चालवा किंवा प्रात्यक्षिक करा	तांत्रिक सादरीकरण/ प्रात्यक्षिक
समजून घेणे	विद्यार्थ्यांची कल्पना स्पष्ट करण्याची क्षमता	स्पष्ट करा किंवा वर्गीकृत करा	सादरीकरण / परिसंवाद
आठवणे	विद्यार्थ्यांची आठवण करण्याची क्षमता (किंवा लक्षात ठेवणे)	व्याख्या करा किंवा आठवा	प्रश्नमंजुषा

---

## विद्यार्थ्यांसाठी मार्गदर्शक सूचना

---

OBE लागू करण्यासाठी विद्यार्थ्यांनी समान जबाबदारी घ्यावी. OBE प्रणालीतील विद्यार्थ्यांसाठी काही जबाबदाऱ्या (मर्यादित नाहीत) खालीलप्रमाणे आहेत:

- प्रत्येक कोर्समध्ये युनिट सुरू होण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना प्रत्येक UO ची चांगली माहिती असावी.
- अभ्यासक्रम सुरू होण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना प्रत्येक CO ची चांगली माहिती असावी
- अभ्यासक्रम सुरू होण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना प्रत्येक PO ची चांगली माहिती असावी
- विद्यार्थ्यांनी योग्य चिंतन आणि कृतीसह गंभीर आणि वाजवी विचार केला पाहिजे.
- विद्यार्थ्यांचे शिक्षण व्यावहारिक आणि वास्तविक जीवनातील परिणामांशी जोडलेले आणि समाकलित केले पाहिजे.
- विद्यार्थी OBE च्या प्रत्येक स्तरावर त्यांची क्षमता जाणून घ्या.

---

## अनुक्रमणिका

---

प्रास्ताविक	iii
ऋणनिर्देश	v
प्रस्तावना	vii
आऊटकम बेस्ड एज्युकेशन	ix
कोर्स आउटकम	x
संक्षिप्तरूपे आणि चिन्हे	xi
आकृत्यांची सूची	xiii
शिक्षकांसाठी मार्गदर्शक सूचना	xvii
विद्यार्थ्यांसाठी मार्गदर्शक सूचना	xviii
<b>1. व्हॅक्यूममधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक .....</b>	<b>1-58</b>
युनिट वैशिष्ट्ये	1
भूमिका	2
आवश्यक पूर्वज्ञान	2
युनिट आउटकम	2
1.1 परिचय (Introduction)	3
1.2 चार्जेसचे क्वांटायझेशन (Quantization of Charges)	3
1.3 चार्जेसचे कंजर्वेशन (Conservation of Charges)	3
1.4 कुलंबचा नियम (Coulomb's Law)	4
1.4.1 कुलंबचा व्हेक्टर नियम (Vector Form of Coulomb's Law)	6
1.5 सुपर पोजिशन प्रिन्सिपल (Superposition Principle)	7
1.6 चार्ज डेन्सिटी (Charge Densities)	9
1.7 इलेक्ट्रिक फील्ड आणि फील्ड-इंटेंसिटी (Electric Field And Field Intensity)	9
1.8 इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्डचे कंजर्वेशन (Conservation of Electrostatic Field)	14
1.9 इलेक्ट्रिक फ्लक्स (Electric Flux)	16
1.10 गॉसचा नियम (Gauss Law)	16
1.10.1 गॉसचा सरफेस (Gaussian Surface)	17
1.10.2 डायइलेक्ट्रिक माध्यमातील गॉसचा नियम (Gauss's Law in Dielectric Medium)	17
1.10.3 गॉसच्या नियमाचा डीफरेन्शियल फॉर्म (Differential form of Gauss's Law)	18

1.11	गॉसच्या नियमाचे उपयोग (Application of Gauss's Law)	19
1.11.1	चार्जड सिलेंडरवरील इलेक्ट्रिक-फील्ड (Electric Field for a Charged Cylinder)	19
1.11.2	चार्जड सॉलिड स्फिअरचे इलेक्ट्रिक फील्ड (Electric Field Due to a Charged Solid Sphere)	20
1.11.3	इनफाईनाइट चार्जड शीटमुळे असणारे इलेक्ट्रिक फील्ड (Electric Field Due to an Infinite Charged Sheet)	23
1.12	गॉसच्या नियमावरून कुलंबचा नियम (Coulomb's Law from Gauss's Law)	24
1.13	इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल (Electrostatic Potential)	25
1.14	इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल डीफरन्स (Electric Potential Difference)	26
1.15	इलेक्ट्रिक पोटेंशियल कॅल्क्युलेशन (Electric Potential Calculations)	27
1.15.1	पॉइंट चार्ज करिता (For a Point Charge)	27
1.16	फील्ड इंटेंसिटी आणि पोटेंशियल मधील संबंध (Relation between Field Intensity and Potential)	28
1.17	इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल एनर्जी (Electrostatic Potential Energy)	31
1.18	इलेक्ट्रिक डायपोल (Electric Dipole)	31
1.19	पॉयझन आणि लाप्लास चे समीकरण	33
1.19.1	लाप्लाशियन ऑपरेटर (Laplacian Operator)	35
1.20	युनिकनेस थिअरम (Uniqueness Theorem)	35
1.21	कार्टेशियन कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये लाप्लासचे समीकरण (Laplace's Equation in Cartesian Coordinate)	36
1.22	लाप्लासच्या समीकरणाचे एप्लिकेशन्स (Application of Laplace's Equation)	37
1.22.1	समांतर प्लेट कॅपॅसिटर (Parallel Plate Capacitor)	37
1.22.2	स्फेरीकल कॅपॅसिटर (Spherical Capacitor)	39
1.23	फॅरॅडेचा केज (faraday cage)	41
1.24	कॉफी रिंग इफेक्ट (Coffee Ring Effect)	42
1.25	मेथड ऑफ इमेजेस (Method Of Images)	43
1.25.1	कण्डक्टिंग प्लेनसमोरील पॉइंट चार्जेस (Point Charge in Front of a Conducting Plane)	43
1.25.2	ग्राउंडेड कण्डक्टिंग स्फियर समोरील पॉइंट चार्ज (Point Charge In Front of a Grounded Conducting Sphere)	45
	युनिट सारांश	46
	स्वाध्याय	48

प्रात्यक्षिक	53
अधिक जाणून घ्या	55
संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन	58
<b>2. लिनीयर डायइलेक्ट्रिक माध्यमात इलेक्ट्रोस्टॅटिक.....</b>	<b>59-98</b>
युनिट वैशिष्ट्ये	59
भूमिका	60
आवश्यक पूर्वज्ञान	60
युनिट आउटकम	60
2.1 परिचय (Introduction)	61
2.2 डायइलेक्ट्रिक्स (Dielectrics)	61
2.2.1 वर्गीकरण (Classifications)	62
2.3 डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन (Dielectric Polarization)	63
2.4 इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट (Electric Dipole Moment)	64
2.5 पोलरायझेशन व्हेक्टर (Polarization Vector)	64
2.6 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता (Electric Susceptibility)	64
2.7 अॅटोमिक पोलरायझॅबीलीटी (Atomic Polarizability)	65
2.8 इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक पदार्थ (Dielectric Substance in Dielectric field)	66
2.9 अल्टरनेटिंग इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक (Dielectric under Alternating Field)	67
2.10 एकजिनसीपणा, लिनीअरिटी आणि आयसोट्रॉपी (Homogeneity, Linearity and Isotropy)	68
2.11 फ्लक्स डेन्सिटी, इंटेन्सिटी आणि पोलरायझेशनचा संबंध (Relation of Flux Density, Intensity and Polarization)	68
2.12 फ्लक्स डेन्सिटी आणि इलेक्ट्रिक फ्लक्स (Flux Density and Electric Flux)	69
2.13 डायइलेक्ट्रिक्समध्ये गॉसचा नियम (Gauss's Law in Dielectrics)	70
2.14 रचनात्मक संबंध (Constitutive Relations)	70
2.14.1 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट (Electric Susceptibility and Dielectric constant)	70
2.14.2 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि अॅटोमिक पोलरायझेशन (Electric Susceptibility and Atomic Polarizability)	71
2.14.3 इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन आणि डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट (Electric polarization and Dielectric Constant)	71
2.15 पोलरायझेशनचे प्रकार (Types of Polarization)	72

2.15.1	इंड्यूस (इलेक्ट्रॉनिक) पोलरायझेशन [Induced (Electronic) Polarization]	72
2.15.2	अॅटोमिक पोलरायझेशन (Atomic Polarization)	74
2.15.3	डायपोलर पोलरायझेशन (Dipolar Polarization)	75
2.15.4	इंटरफेसियल पोलरायझेशन (Interfacial Polarization)	76
2.16	मोनोअॅटॉमिक गॅसचे पोलरायझेशन (Polarization of Monoatomic Gas)	77
2.17	पॉलिअॅटॉमिक गॅसचे पोलरायझेशन (Polarization of Polyatomic gas)	77
2.18	क्लॉसियस मोसोटी संबंध (Clausius Mossotti Relation)	78
2.19	एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक स्फीअर (Dielectric Sphere in Uniform Electric Field)	81
2.20	डायलेक्ट्रिक स्ट्रेंथ आणि ब्रेकडाउन (Dielectric Strength and Breakdown)	84
2.21	डायइलेक्ट्रिक्सचे अनुप्रयोग (Applications of Dielectrics)	85
	युनिट सारांश	85
	स्वाध्याय	87
	प्रात्यक्षिक	92
	अधिक जाणून घ्या	95
	संदर्भ आणि सुचविलेले वाचन	98
<b>3.</b>	<b>मॅग्नेटोस्टॅटिक्स .....99-144</b>	
	युनिट वैशिष्ट्ये	99
	भूमिका	100
	आवश्यक पूर्वज्ञान	100
	युनिट आउटकम	100
3.1	परिचय (Introduction)	101
3.2	करंट आणि करंट डेन्सिटी (Current and Current Density)	101
3.3	इलेक्ट्रिकल कंडक्टिविटी (Electrical Conductivity)	102
3.4	कंटीन्युइटी इक्वेशन (Continuity Equation)	102
3.5	स्टेडी करंट (Steady Current)	103
3.6	लॉरेंट्झ फोर्स (Lorentz Force)	104
3.7	बायोट-साव्हर्ट नियम (Biot-Savart Law)	105
3.7.1	अनुप्रयोग (Applications)	106
3.8	करंट कॅरिंग कंडक्टर (Current Carrying Conductor)	113
3.9	मॅग्नेटिक फील्डमध्ये फिरणारा चार्ज (Moving Charge in a Magnetic Field)	114

3.10	अँपिअर सर्किटल नियम (Ampere's Circuital Law)	115
3.10.1	डीफरेन्शियल फॉर्ममधील अँपिअरचा सर्किटल नियम (Ampere's Circuital Law in Differential Form)	116
3.10.2	अँपिअरच्या नियमाचे अनुप्रयोग (Applications of Ampere's Law)	116
3.11	मॅग्नेटिक फील्डचे कर्ल (Curl of Magnetic Field)	122
3.12	मॅग्नेटोस्टॅटिक्समध्ये गॉसचा नियम (Gauss's Law in Magnetostatics)	122
3.13	मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल (Magnetic Scalar Potential)	124
3.14	मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल (Magnetic Vector Potential)	125
3.15	इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्डची तुलना (Comparison of Electric and Magnetic Fields)	128
	युनिट सारांश	128
	स्वाध्याय	130
	प्रात्यक्षिक	136
	अधिक जाणून घ्या	142
	संदर्भ आणि सुचविलेले वाचन	144
<b>4.</b>	<b>लिनीअर डायइलेक्ट्रिक माध्यमात मॅग्नेटोस्टॅटिक्स .....145-190</b>	
	युनिट वैशिष्ट्ये	145
	भूमिका	146
	आवश्यक पूर्वज्ञान	146
	युनिट आउटकम	146
4.1	इंट्रोडक्शन (Introduction)	147
4.2	मॅग्नेटिक इंडक्शन अँड इंटेंसिटी (Magnetic induction and intensity)	147
4.3	मॅग्नेटायझेशन (Magnetization)	147
4.4	मॅग्नेटिक संवेदनशीलता (Magnetic Susceptibility)	148
4.5	B, H आणि M मध्ये संबंध (Relation among B, H and M)	150
4.6	मॅग्नेटिक पदार्थांचे वर्गीकरण (Classifications of magnetic materials )	151
4.6.1	डायमॅग्नेटिझम (Diamagnetism)	152
4.6.2	पॅरामॅग्नेटिझम (Paramagnetism)	152
4.6.3	फेरोमॅग्नेटिझम (Ferromagnetism)	153
4.6.4	फेरिमॅग्नेटिझम (Ferrimagnetism)	153
4.6.5	अँटी-फेरोमॅग्नेटिझम (Anti-ferromagnetism)	154

4.7	कायमस्वरूपी मॅग्नेटिक डायपोल्स (Permanent Magnetic Dipoles)	155
4.8	हुंडचा नियम (Hund's Rule)	156
4.9	लॅन्जेविनचा डायमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत (Langevin's Diamagnetism)	156
4.10	पॅरामॅग्नेटिझमची लॅन्जेव्हिन्स थेअरी (Langevin's Theory of Paramagnetism)	159
4.11	क्युरी-वीस लॉ (Curie-Weiss Law)	164
4.12	फेरोमॅग्नेटिक मटेरियल्स (Ferromagnetic Materials)	165
4.12.1	डोमेन थेअरी (Domain Theory)	165
4.13	वीस मोलेक्युलर फील्ड थेअरी (Weiss Molecular Field Theory)	166
4.14	तीन मॅग्नेटिक पदार्थांचे फरक	170
4.15	B-H कर्व्ह (B-H Curve)	170
4.15.1	B-H कर्व्ह पासून मॅग्नेटिक कॅल्क्युलेशन्स (Magnetic calculations from B-H curves)	170
4.16	मॅग्नेटिक हिस्टरेसिस (Magnetic Hysteresis)	170
4.16.1	हिस्टरेसिस लूप (Hysteresis Loop)	171
4.16.2	हिस्टरेसिस लॉस (Hysteresis Loss)	171
4.17	अँटीफेरोमॅग्नेटिझम (Antiferromagnetism)	174
4.18	नीलची मॉलेक्युलर फील्ड थेअरी (Neel's Molecular Field Theory)	174
4.19	फेरिमॅग्नेटिक पदार्थ	177
4.20	फेराइट्स (Ferrites)	178
4.20.1	सॉफ्ट मॅग्नेटिक मटेरिअल्स (Soft Magnetic Materials)	178
4.20.2	हार्ड मॅग्नेटिक मटेरिअल्स (Hard Magnetic Materials)	179
	युनिट सारांश	179
	स्वाध्याय	181
	प्रात्यक्षिक	186
	अधिक जाणून घ्या	188
	संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन	190
<b>5.</b>	<b>फॅरेडेचे नियम .....</b>	<b>191-230</b>
	युनिट वैशिष्ट्ये	191
	भूमिका	192
	आवश्यक पूर्वज्ञान	192
	युनिट आउटकम	192
5.1	परिचय (Introduction)	193



5.2	मॅग्नेटिक फ्लक्स (Magnetic Flux)	193
5.3	मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी (Magnetic Flux Density)	193
5.3.1	एकके आणि परिमाण (Unit and dimension)	193
5.4	फॅरेडेचे नियम (Faraday's Laws)	194
5.4.1	फॅरेडेच्या नियमाचा इन्टीग्रल आणि डीफरेंशियल फॉर्म (Integral and differential form of Faraday's law)	195
5.4.2	इन्ड्यूस e.m.f. आणि करंट (Induced e.m.f. and current)	197
5.5	लेन्झचा नियम (Lenz's law)	197
5.5.1	लेन्झचा नियम आणि एनर्जी कॉन्झर्वेशन (Lenz's law and conservation of energy)	197
5.6	फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम (Fleming's Right Hand Rule)	198
5.7	इन्ड्यूस E.M.F. (Induced E.M.F.)	198
5.8	सेल्फ इंडक्टन्स (Self Inductance)	204
5.8.1	सेल्फ इंडक्शनचा कोइफीशंट (Coefficient of Self Induction)	204
5.9	म्युच्युअल इंडक्टन्स (Mutual Inductance)	209
5.9.1	म्युच्युअल इंडक्शनचा कोइफीशंट (Coefficient of Mutual Induction)	209
5.10	कपलिंगचा कोइफीशंट (Coefficient of Coupling)	213
5.11	मॅग्नेटिक फील्डमधील कॉइलमध्ये साठवलेली एनर्जी (Energy Stored in a Coil in a Magnetic Field)	214
5.12	एडी करंटस् (Eddy Currents)	216
5.13	इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक ब्रेकिंग (Electromagnetic Braking)	217
	युनिट सारांश	217
	स्वाध्याय	219
	प्रात्यक्षिक	223
	अधिक जाणून घ्या	227
	संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन	229
6.	मॅक्सवेलची समीकरणे .....	231-258
	युनिट वैशिष्ट्ये	231
	भूमिका	232
	आवश्यक पूर्वज्ञान	232
	युनिट आउटकम	232
6.1	ओळख (Introduction)	233

6.2	डिसप्लेसमेन्ट करंट (Displacement Current)	233
6.2.1	कंडक्शन करंट विरुद्ध डिसप्लेसमेन्ट करंट	237
6.3	मॅक्सवेलचे समीकरण (Maxwell's Equations)	237
6.3.1	इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स आणि डायलेक्ट्रिक्स मधील गॉसचा नियम	237
6.3.2	मॅग्नेटोस्टॅटिक्समधील गॉसचा नियम	238
6.3.3	फॅराडेचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचा नियम	238
6.3.4	अँपेअरचा सुधारित सर्किटल नियम	239
6.4	मॅक्सवेलच्या समीकरणाचे महत्व (Significance of Maxwell's Equations)	241
6.4.1	पहिले समीकरण $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ किंवा $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,	241
6.4.2	दुसरे समीकरण $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	241
6.4.3	तिसरे समीकरण $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	241
6.4.4	चौथे समीकरण $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	242
6.5	इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एनर्जी डेंसिटी (EM Energy Density)	242
6.6	पॉइंटिंग व्हेक्टर (Poynting Vector)	242
6.7	पॉइंटिंग सिद्धांत (Poynting Theorem)	244
6.8	इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पोटेन्शियल (Electromagnetic Potential)	245
6.9	EM वेव्हेचे मोमेंटम आणि दाब (Momentum and pressure of EM waves)	247
	युनिट सारांश	248
	स्वाध्याय	250
	अधिक जाणून घ्या	254
	संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन	257
<b>7.</b>	<b>इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज .....</b>	<b>259-285</b>
	युनिट वैशिष्ट्ये	259
	भूमिका	260
	आवश्यक पूर्वज्ञान	260
	युनिट आउटकम	260
7.1	परिचय (Introduction)	261
7.2	फ्री स्पेससाठी वेव्हचे समीकरण (Wave Equation for Free Space)	261
7.3	EM वेव्हचे ट्रान्सवर्स नेचर (Transverse Nature of EM Wave)	263

7.4	नॉन-कंडक्टिंग (डायइलेक्ट्रिक) माध्यमात ईएम वेव्ह [EM Wave in Non-Conducting (Dielectric) Media]	265
7.5	कंडक्टिंग माध्यमात ईएम वेव्ह (EM Wave in Conducting Media)	267
7.6	EM वेव्हचे कंडक्टिंग माध्यमात अटेन्च्यूएशन (Attenuation of EM Wave in Conducting Media)	268
7.6.1	स्कीन डेप्थ (Skin Depth)	270
7.7	ईएम वेव्हसाठी बॉउंड्री कंडिशन (Boundary Conditions for EM Waves)	271
7.8	EM वेव्हचे रिफ्लेक्शन आणि ट्रान्समिशन (Reflection and Transmission of EM Waves)	274
	युनिट सारांश	277
	स्वाध्याय	279
	अधिक जाणून घ्या	282
	संदर्भ आणि सुचविलेले वाचन	284
<b>भौतिक स्थिरतेचे तक्ता .....</b>		<b>287-288</b>
<b>परिशिष्ट .....</b>		<b>289-291</b>
	परिशिष्ट-अ: सूचक प्रॅक्टिकल्ससाठी साचा	289
	परिशिष्ट-ब: समूहातील प्रॅक्टिकल्स / प्रोजेक्ट्स / ऑक्टिव्हिटीजसाठी सूचक मूल्यमापन मार्गदर्शक तत्त्वे	290
	परिशिष्ट-क: ब्लूमच्या पातळीशी संरेखित मूल्यांकन	291
	परिशिष्ट-ड: प्रात्यक्षिक नोंदी	291
<b>अनुलग्नके .....</b>		<b>292-304</b>
	अनुलग्नक-1: काही महत्त्वाची सेकंड ऑर्डर डीफरेंशियल समीकरणे	292
	अनुलग्नक-2: लाप्लेसच्या समीकरणाचे सोल्यूशन	293
	अनुलग्नक-3: सिरिज आरएलसी सर्किट फेज अँगल	294
	अनुलग्नक-4: लिजेंडरे पॉलिनोमियल्स	295
	अनुलग्नक-5: मोजमापात वेगवेगळ्या प्रकारच्या चुका	297
	अनुलग्नक-6: काही सामान्य आणि विशिष्ट सूचना प्रयोगशाळेत काम करताना	303
<b>पुढील शिक्षणासाठी संदर्भ .....</b>		<b>305-306</b>
<b>CO आणि PO अटेन्मेन्ट तक्ता .....</b>		<b>307</b>
<b>सूची .....</b>		<b>308-312</b>



# 1

## व्हॅक्यूममधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक

### युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट खालील विषयांवर विस्तृतपणे चर्चा करते:

- चार्जसचे क्वान्टायझेशन आणि कंजर्वेशन;
- कुलंबचा नियम आणि त्याचे व्हेक्टर रूप;
- सुपरपोजिशन तत्त्व;
- इलेक्ट्रोस्टॅटिकमध्ये गॉसचा नियम, त्याचे डिफरेंशियल आणि भिन्न स्वरूप;
- इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड आणि त्याचे कर्ल;
- इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटी आणि इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल ;
- पॉयसन आणि लाप्लासची समीकरणे;

इलेक्ट्रोस्टॅटिकसमस्या सोडविण्यासाठी कार्टेसियन, स्फेरिकल आणि सिलिंड्रिकल कोऑर्डिनेट सिस्टममध्ये पॉयसन आणि लाप्लासची समीकरणे लागू करणे.

पुढील कुतूहल आणि सर्जनशीलता निर्माण करण्यासाठी तसेच समस्या सोडविण्याची क्षमता सुधारण्यासाठी विषयांच्या व्यावहारिक अनुप्रयोगांवर चर्चा केली आहे.

ब्लूमच्या खालच्या आणि उच्च क्रमानंतर दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित केलेल्या अनेक निवड प्रश्न तसेच लघु आणि लांब उत्तर प्रकारांचे प्रश्न मोठ्या संख्येने देण्याबरोबरच, अनेक संख्यात्मक उदाहरणांद्वारे असाइनमेंट्स, संदर्भांची यादी आणि सुचवलेले वाचन युनिटमध्ये दिले आहे, जेणेकरून एखाद्याला सरावासाठी त्यांच्यामधून जाता येईल. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की आवडीच्या विविध विषयांवर अधिक माहिती मिळविण्यासाठी काही क्यूआर कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये प्रदान केले गेले आहेत जे संबंधित समर्थनात्मक ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

संबंधित प्रात्यक्षिक, मजकूराच्या आधारे, "अधिक जाणून घ्या" विभाग आहे. या भागात दिलेली पूरक माहिती पुस्तकाच्या वाचकासाठी फायदेशीर ठरेल म्हणून हा विभाग विवेकाने डिझाइन केला गेला आहे. हा विभाग प्रामुख्याने सुरुवातीच्या क्रियाकलापांवर प्रकाश टाकतो, काही मनोरंजक तथ्ये, उपमा, विषयाच्या विकासाचा इतिहास, ठळक निरीक्षणे आणि शोधणे यावर लक्ष केंद्रित करणे, संबंधित विषयांच्या विकासापासून अलीकडील काळापर्यंत सुरू होणारी कालमर्यादा, आपल्या दैनंदिन वास्तविक जीवनासाठी

विषयाचे अनुप्रयोग किंवा/आणि विविध पैलूंवर औद्योगिक अनुप्रयोग, पर्यावरण, टिकाऊपणा, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी जे लागू होतात, आणि शेवटी युनिटच्या जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलाचे विषय.

## भूमिका

इलेक्ट्रोस्टॅटिकवरील हे मूलभूत युनिट विद्यार्थ्यांना चार्जसचे क्वान्टायझेशन आणि कंजर्वेशनबद्दल प्राथमिक कल्पना मिळविण्यात मदत करते आणि इलेक्ट्रिक फील्ड आणि पोटेंशियलच्या संकल्पना सादर करते आणि व्हॅक्युममध्ये इलेक्ट्रोस्टॅटिकची मूलभूत समीकरणे प्राप्त करण्यास प्राधान्य दिले आहे. याशिवाय कुलंबचा नियम, गॉसचा नियम तसेच पॉयसन आणि लाप्लासची समीकरणे आणि विविध इलेक्ट्रोस्टॅटिक समस्या सोडविण्यासाठी त्यांचे अनुप्रयोग, विशेषतः कार्टेशियन, स्फेरिकल आणि सिलिंड्रिकल सीमेट्रिकल प्रणालींमध्ये इलेक्ट्रोस्टॅटिकचे काही मूलभूत नियम, प्रात्यक्षिक भाग भौतिक संकल्पना आणि प्रक्रिया दर्शवितो. इलेक्ट्रोस्टॅटिक घटनांची अनेक उदाहरणे आहेत. या घटकासाठी भौतिक तत्वांच्या संकुचित संचापेक्षा एकात्मिक संकल्पना समाविष्ट सराव सामान्य परिस्थितीवर लागू केल्यावर सर्वात मनोरंजक मानले जाऊ शकतात. उदाहरणार्थ, इलेक्ट्रिक फील्ड चार्जवर जोर देते, म्हणून गतिशीलतेची प्रासंगिकता येते.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

- गणित: को-ऑर्डिनेट सिस्टिम्स, व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता 12वी)
- भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोस्टॅटिक (इयत्ता 12वी)

## युनिट आउटकम

या युनिटच्या परिणामांची यादी खालीलप्रमाणे आहे:

- U1-O1: चार्जसचे क्वान्टायझेशन आणि कंजर्वेशन वर्णन करणे
- U1-O2: कुलंबचा नियम आणि त्याचे व्हेक्टर रूप, सुपरपोजिशन तत्त्व समजावून सांगा
- U1-O3: इलेक्ट्रोस्टॅटिकमध्ये गॉसचा नियम, त्याचे डिफरेंशियल आणि भिन्न रूप समजावून सांगा
- U1-O4: इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड आणि त्याचे कर्ल, इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी आणि इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल वर्णन करणे
- U1-O5: समजावून सांगा पॉयसन आणि लॅप्लासची समीकरणे
- U1-O6: लाप्लासची समीकरणे इलेक्ट्रोस्टॅटिकसमस्या सोडविण्यासाठी कार्टेशियन, स्फेरिकली आणि सिलिंड्रिकली सममित प्रणालींना लागू करणे.

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U1-O1	3	-	1	-	-	-
U1-O2	3	1	-	-	-	-
U1-O3	3	2	-	2	-	-
U1-O4	3	2	1	-	-	1

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ठ परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U1-O5	2	2	-	1	-	1
U1-O6	1	1	-	-	-	-

### 1.1 परिचय (Introduction)

ॲव्होगॅड्रो स्थिरांक ॲटममधील इलेक्ट्रॉनिक कॉन्फिगरेशन अबाधित राहण्यासाठी त्यातील इलेक्ट्रिक चार्ज मध्ये असलेला इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स कारणीभूत असतो. इलेक्ट्रिक चार्ज दोन प्रकारचे असतात - पॉझिटिव्ह आणि निगेटिव्ह. फंडामेंटल पॉझिटिव चार्ज आणि निगेटिव्ह चार्ज पार्टिकल्स अनुक्रमे प्रोटॉन आणि इलेक्ट्रॉन नावाने ओळखले जातात. जर हे सारखेच चार्ज पार्टिकल्स सारख्याच अंतरावर ठेवले तर दोन इलेक्ट्रॉन आणि दोन प्रोटॉन यांतील इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स अगदी एकसमान परंतु रिपल्सिव असतो याविरुद्ध, अपोजीट चार्ज पार्टिकल जसे इलेक्ट्रॉन आणि प्रोटॉन तितक्याच अंतरावर ठेवले तर त्यातील फोर्स हा अट्रॅक्टिव्ह असतो. एखाद्या वस्तूवरील चार्ज हा इलेक्ट्रॉनवरील चार्जसोबत तुलना करून मोजला जातो. इलेक्ट्रॉन आणि प्रोटॉन यावरील चार्ज सारखाच म्हणजे  $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$  असतो. फक्त इलेक्ट्रॉन निगेटिव्हली चार्ज तर प्रोटॉन पॉझिटिव्हली चार्ज असतो.

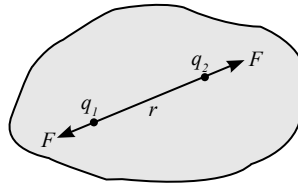
### 1.2 चार्जेसचे क्वांटायझेशन (Quantization of Charges)

जर आपल्याला फंडामेंटल पार्टिकल्स मधील इंटरॅक्शन समजून घ्यायच्या असतील तर चार्ज क्वांटायझेशनची थिअरी माहीत असणे आवश्यक आहे. अर्थातच फंडामेंटल पार्टिकल्स मधील इंटरॅक्शन माहिती करून घेणे हे थियरिटिकल फिजिक्सचे एक मुख्य उद्दिष्ट आहे. इलेक्ट्रिक चार्ज नेहमी कोणत्या क्वांटाइज का असतो हे नक्की माहिती नाही. परंतु निसर्गात उपलब्ध असलेल्या सर्व संभाव्य चार्जेसला एका ईलेक्ट्रॉन किंवा प्रोटॉनवरील चार्जच्या प्रमाणात मोजल्या जाऊ शकते. कोणत्याही चार्जड बॉडी वरील चार्ज  $q$  खालीलप्रकारे दर्शवल्या जाऊ शकतो,

$$q = ne \quad \dots(1.1)$$

इथे  $e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$  आणि  $n =$  कोणताही पॉझिटिव्ह किंवा निगेटिव्ह नंबर. समीकरण (1.1) द्वारे चार्जेसच्या क्वांटायझेशनची मूलभूत कल्पना मांडता येते, जी 'कोणत्याही वस्तूवरील चार्ज हा इलेक्ट्रॉनवरील चार्जच्या पूर्णांकाच्या प्रमाणातच असतो' या शब्दांत मांडता येते.

### 1.3 चार्जेसचे कंजर्वेशन (Conservation of Charges)



आकृती 1.1: कूलंबचा नियम

सर्व ॲटमस इलेक्ट्रिकली न्यूट्रल असतात म्हणजेच त्यांच्यात सारख्याच प्रमाणात पॉझिटिव्ह आणि निगेटिव्ह चार्ज असतात म्हणूनच त्यांचा एकूण चार्ज शून्य असतो. इलेक्ट्रॉन निगेटिव्हली चार्ज असतात त्यामुळे ॲटम मधील दुसरा कोणता तरी पार्टिकल पॉझिटिव्हली

चार्ज असलाच पाहिजे. प्रोटॉन आणि इलेक्ट्रॉन हे फंडामेंटल पॉझिटिव्ह आणि निगेटिव्ह चार्जेस चे युनिट आहेत त्यामुळे आपण डिफाइन केलेल्या कोणत्याही सिस्टम मध्ये एकूण चार्ज कधीही बदलणार नाही. कोणत्याही इंटरॅक्शन मध्ये जर एखादी वस्तू किंवा वस्तू चा भागावर चार्ज वाढत असेल तर निश्चितच दुसऱ्या वस्तूवर किंवा वस्तूच्या भागावर चार्ज कमी होईल. दुसऱ्या शब्दात चार्जेस तयार करता येत नाहीत किंवा ते नष्टही करता येत नाही म्हणजेच कोणत्याही आयसोलेटेड सिस्टम मधील एकूण चार्जेस हे नेहमीच कंजर्व्ह असतात.

### 1.4 कुलंबचा नियम (Coulomb's Law)

कुलंबने (1736-1806) दोन चार्ज पार्टिकल मधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स त्यांच्या मधील अंतरावर आणि चार्जच्या मॅग्निट्यूडवर कशाप्रकारे अवलंबून असतो ते शोधून काढण्यासाठी अनेक प्रयोग केले. त्याने प्रयोगातून स्पष्ट केले की जेव्हा दोन वस्तूवर अधिक चार्ज असतो आणि त्यामधील अंतर कमी असते तेव्हा हा इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स वाढतो त्यावरून त्याने इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स शी संबंधित एक नियम शोधून काढला ज्याला कुलंबचा नियम असे म्हणतात. या नियमानुसार दोन पॉइंट चार्जेस एका विशिष्ट अंतरावर ठेवले असता ते नेहमीच एकमेकावर फोर्स देतात. हा फोर्स चार्जच्या गुणाकाराच्या समप्रमाणात तर त्यांच्यामधील अंतराच्या व्यस्त प्रमाणात असतो. हा फोर्स दोन चार्ज पार्टिकल ला जोडणाऱ्या रेषेच्या दिशेने कार्य करतो. दोन सारख्या चार्ज साठी तो रिपल्सिव तर दोन अपोजिट चार्ज साठी अट्रॅक्टिव्ह असतो. समजा दोन पॉइंट चार्जेस  $q_1$  आणि  $q_2$ , हे एकमेकांपासून  $r$  इतक्या अंतरावर असतील, तर कुलंबच्या नियमानुसार दोन पॉइंट चार्जेसमधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स खालील समीकरणानुसार लिहिता येते

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \dots(1.2)$$

या समीकरणात  $\epsilon_0$  ला परमिटीव्हिटी ऑफ फ्री स्पेस म्हणतात आणि SI सिस्टममध्ये त्याचे मूल्य  $8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$  आहे.

$$\text{SI सिस्टममध्ये } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2} \text{ असून CGS सिस्टममध्ये } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 1 \text{ आहे.}$$

**उदाहरण 1.1:** समजा दोन भिन्न इलेक्ट्रिक चार्ज  $d$  अंतरावर ठेवलेले असताना त्यांच्यातील फोर्स  $F$  असतो. जर त्यांच्यातील फोर्स कमी होऊन  $F/3$  झाला तर त्यांच्यातील अंतर किती असेल?

**उत्तर:**

$$\text{जर सुरुवातीला चार्ज } q_1 \text{ आणि } q_2 \text{ असेल तर, } F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} = Fd^2$$

त्यांच्यातील अंतर समजा  $x$  असेल आणि फोर्स कमी होऊन  $F/3$  झाला. त्यामुळे

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{F}{3} \Rightarrow 3Fd^2 = Fx^2 \Rightarrow x = \sqrt{3}d.$$



**उदाहरण 1.2:** हायड्रोजनच्या अॅटममध्ये इलेक्ट्रॉन आणि प्रोटॉन मधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स आणि ग्रॅव्हिटेशनल फोर्सचे प्रमाण शोधा. ( $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$  and  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ).

**उत्तर:**

समजा इलेक्ट्रॉन आणि प्रोटॉन यांमधील अंतर  $r$  आहे, त्यामधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स,

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

तसेच त्या दोघांमधील ग्रॅव्हिटेशनल फोर्स,  $F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2}$

$$\text{म्हणून } \frac{F_e}{F_g} = \frac{9 \times 10^9}{G} \cdot \frac{e^2}{m_e m_p} = 2.26 \times 10^{39}$$

$F_e$  आणि  $F_g$  यांचे गुणोत्तर  $2.26 \times 10^{39}$

उदाहरण 1.2

**उदाहरण 1.3:** एका थर्माकोलच्या गोळ्याचे वजन  $9 \times 10^{-5} \text{ kg}$  आहे आणि त्यावरील चार्ज  $5 \mu\text{C}$  आहे. अशाच प्रकारचा दुसरा एक छोटा गोळा  $2 \text{ cm}$  वर अगदी पहिल्या गोळ्यावर ठेवला आहे. जर दोन्ही गोळे समतोल स्थितीवर (equilibrium) असतील तर दुसऱ्या गोळ्यावरील चार्ज शोधा.

**उत्तर:**

दोन्ही गोळे समतोल स्थितीत राहतील, जर दोन्ही गोळ्यातील रिपल्सिव फोर्समुळे पहिला गोळा, दुसऱ्या गोळ्याच्या वजनाने तोलून धरल्या जाईल.

म्हणून समतोल परिस्थितीत (Equilibrium)

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = mg$$

$$mg = 9 \times 10^{-5} \times 9.8 \text{ N}; r = 2 \times 10^{-2} \text{ m}; q_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ C आणि } 4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9} \times 10^{-9}.$$

$$\text{म्हणून } q_2 = \frac{9 \times 10^{-5} \times 9.8 \times (2 \times 10^{-2})^2}{5 \times 10^{-6} \times 9} \times 10^{-9} = \frac{9.8 \times 4}{5} \times 10^{-12} = 7.84 \times 10^{-12} \text{ C}$$

जर दुसऱ्या गोळ्याचा चार्ज वरीलप्रमाणे असेल तर दुसरा गोळा तोलून धरल्या जाईल.

उदाहरण 1.3

**रिलेटिव्ह परमिटीव्हिटी (डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट) (Relative Permittivity (Dielectric constant))**

जर दोन इलेक्ट्रिक चार्ज विशिष्ट अंतरावर व्हॅक्यूममध्ये ठेवल्यावर त्यातील इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स आणि दुसऱ्या विशिष्ट माध्यमात तेवढ्याच अंतरावर ठेवल्यावर कार्यरत असलेला इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स यांच्या गुणोत्तराला रिलेटिव्ह परमिटीव्हिटी म्हणतात.

$$\epsilon_r = \frac{F_{vac}}{F_{med}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} / \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \quad \dots(1.3)$$

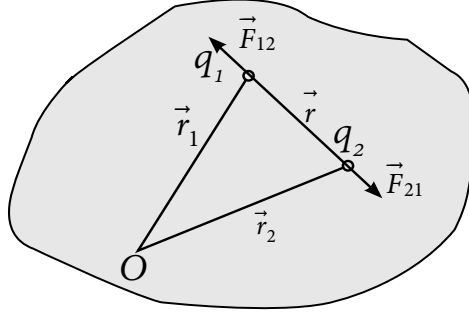
$$\text{किंवा,} \quad \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \dots(1.4)$$

$\epsilon_0$  ला व्हॅक्युमची परमिटीव्हिटी आणि  $\epsilon$  ला त्या विशिष्ट माध्यमाची परमिटीव्हिटी म्हणतात.

#### 1.4.1 कुलंबचा व्हेक्टर नियम (Vector Form of Coulomb's Law)

साधारणतः कुलंबचा नियम तार्किक दृष्ट्या अभ्यासत असताना व्हेक्टर राशीचा विचार करणे क्रमप्राप्त ठरते ज्यासाठी दोन चार्ज्ड पार्टिकलमधील फोर्सची दिशा विचारात घेतली जाते. दोन सारखे चार्ज  $q_1$  आणि  $q_2$  हे  $r$  अंतरावर असतील (आकृती 1.2) तर  $q_2$  मुळे  $q_1$  वर कार्य करणार व्हेक्टर फोर्स खालीलप्रमाणे लिहिता येतो.

$$\epsilon_r = \frac{F_{vac}}{F_{med}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} / \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \quad \dots(1.5)$$



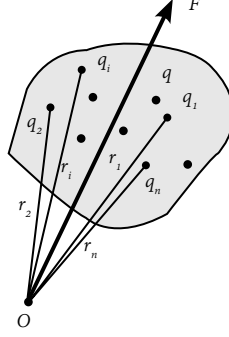
आकृती 1.2: कुलंबच्या नियमाचे व्हेक्टर उदाहरण

$\hat{r}_{21}$  युनिट व्हेक्टर असून त्याची दिशा  $q_1$  ते  $q_2$  आहे. तसेच तर  $q_1$  मुळे  $q_2$  वर कार्य करणार व्हेक्टर फोर्स खालीलप्रमाणे लिहिता येईल.

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}_{12} \quad \dots(1.6)$$

$\hat{r}_{12}$  युनिट व्हेक्टर असून त्याची दिशा  $q_2$  ते  $q_1$  आहे.

$$\begin{aligned} \text{जसे, } \hat{r}_{12} &= \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \\ &= -\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = -\hat{r}_{21} \end{aligned}$$



आकृती 1.3: डिस्ट्रिब्यूटेड चार्जेससाठी कूलंबचा नियम

$$r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$$

$$\text{म्हणून } \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \dots(1.7)$$

समीकरण 1.7 वरून स्पष्ट होते की पहिल्याच चार्ज मुळे दुसऱ्या चार्ज वर वर्क करणारा फोर्स हा दुसऱ्या चार्ज मुळे पहिल्या चार्ज वर वर्क करणाऱ्या फोर्स एवढाच पण अपोझिट डायरेक्शनला असतो तसेच  $i$  क्रमांकाच्या चार्जवर  $j$  क्रमांकाच्या चार्जमुळे असणार फोर्स,

$$\vec{F}_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r^2} \hat{r}_{ji} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \quad \dots(1.8)$$

असे लिहिता येईल.

CGS पद्धतीत तसेच  $i$  क्रमांकाच्या चार्जवर  $j$  क्रमांकाच्या चार्जमुळे कार्यरत असणारा फोर्स,

$$\vec{F}_{ij} = \frac{q_i q_j}{r^2} \hat{r}_{ji} = \frac{q_i q_j (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \quad \dots(1.9)$$

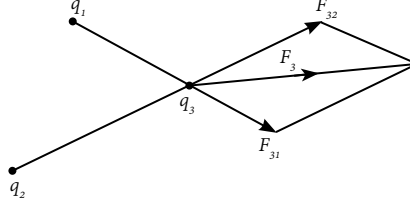
अनेक  $n$  चार्जेस  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  हे  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$  अश्या वेगवेगळ्या स्थानावर असतील तर (आकृती 1.3)  $\vec{r}$  स्थानावर असेलेला  $q$  चार्ज इतर चार्जमुळे खालीलप्रमाणे फोर्स अनुभवतो,

$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i (\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \quad \dots(1.10)$$

## 1.5 सुपर पोझिशन प्रिन्सिपल (Superposition Principle)

जर आपल्या जवळ अनेक पॉइंटचार्ज असतील तर एका विशिष्ट चार्ज वर इतर चार्ज मुळे वर्क करणारा फोर्स सुपर पोझिशन प्रिन्सिपलने दिल जातो. या प्रिन्सिपलनुसार  $\vec{F}_3$  हा फोर्स (आकृती 1.4)  $q_3$  चार्जवर  $q_1, q_2$  चार्जमुळे कार्य करतो. हे अनुक्रमे  $q_1$  आणि  $q_2$  या चार्जमुळे  $q_3$  वर कार्य करणाऱ्या  $\vec{F}_{31}$  आणि  $\vec{F}_{32}$  या इतर दोन फोर्सची व्हेक्टर बेरीज करून लिहिता येते.

$$\begin{aligned}\vec{F}_3 &= \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} \hat{r}_{31} + \frac{q_2 q_3}{r_{32}^2} \hat{r}_{32} \right]\end{aligned}$$



आकृती 1.4: सुपर पोजिशन प्रिन्सिपल

$j$  क्रमांकाच्या चार्जवर  $n$  चार्जेसच्या सिस्टममध्ये इतर चार्जेसमुळे कार्य करत असलेला फोर्स

$$\vec{F}_{ij} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{q_i}{r_{ij}^2} \hat{r}_{ij} \quad \dots(1.11)$$

**उदाहरण 1.4:** 4 चार्ज  $Q, q, Q$  आणि  $q$  चौरस  $ABCD$  च्या चार शिरोबिंदूवर ठेवलेले आहेत. जर त्यांचे टोटल फोर्स  $C$  पॉइंटवर शून्य असेल तर  $Q$  आणि  $q$  या चार्जेस मधील संबंध शोधा.

**उत्तर:**

खालील आकृती  $C$  पॉइंट वरील  $Q$  चार्जवरील सर्व बले दाखवलेली आहेत. जर टोटल फोर्स शून्य व्हायला हवा तर,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

$$\text{किंवा} \quad F_1 \cos 45^\circ \hat{i} - F_1 \sin 45^\circ \hat{j} - F_2 \hat{j} + F_3 \hat{i} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad (F_1 \cos 45^\circ + F_3) \hat{i} + (-F_1 \sin 45^\circ - F_2) \hat{j} = 0$$

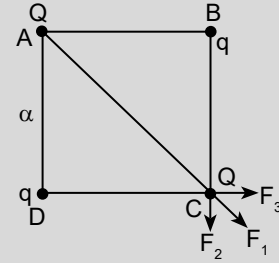
$$\text{म्हणून} \quad F_1 \cos 45^\circ + F_3 = 0 \Rightarrow F_1 \cos 45^\circ = -F_3$$

$$F_1 \sin 45^\circ + F_2 = 0 \Rightarrow F_1 \sin 45^\circ = -F_2$$

$$\text{आता } F_1 = k \frac{Q^2}{2a^2} \text{ आणि } F_3 = k \frac{Qq}{a^2}$$

$$k \frac{Q^2}{2a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -k \frac{Qq}{a^2}$$

$$Q = -2\sqrt{2}q \text{ हा आपल्याला हवा असलेला संबंध आहे.}$$



## 1.6 चार्ज डेन्सिटी (Charge Densities)

चार्ज क्वान्टायझेशनच्या नियमानुसार कोणताही चार्ज इलेक्ट्रॉन वरील चार्जच्या प्रमाणातच असला पाहिजे. मात्र इलेक्ट्रॉन वरील चार्ज अतिशय कमी असल्यामुळे, कोणत्याही मायक्रोस्कोपिक चार्ज डिस्ट्रिब्युशनमध्ये खूप मोठ्या प्रमाणावर इलेक्ट्रॉन चार्ज राहतील. त्यामुळे कोणतेही वस्तूवरील चार्ज डिस्ट्रिब्युशन हे चार्ज डेन्सिटीत व्यक्त केल्या जाते.

बरेचदा चार्जड पार्टिकल्स (उदा. इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन, पॉसिटीव्ह आयन) एखाद्या व्हॉल्युममध्ये असमान पद्धतीने डिस्ट्रिब्युट झालेले असतात. एखाद्या सरफेसवर चार्ज समान पद्धतीने डिस्ट्रिब्युट झाले झालेले असल्याची दुसरी शक्यता आहे. तसेच कंडक्टरच्या लांबीच्या लिनीयर सेगमेंटवर चार्ज असमान पद्धतीने डिस्ट्रिब्युट झाले असल्याची शक्यता आहे.

जर कंडक्टरच्या व्हॉल्युम एलिमेंट  $\Delta V$ , इतक्या किमान जागेत  $\Delta q$  चार्ज डिस्ट्रिब्युट झाला असेल तर, व्हॉल्युम चार्ज डेन्सिटी,  $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$  ... (1.12)

तसेच जर  $\Delta S$ , इतक्या सरफेसवर  $\Delta q$  इतका चार्ज डिस्ट्रिब्युट झाला असेल तर, सरफेस चार्ज डेन्सिटी,

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} \quad \dots (1.13)$$

आणि  $\Delta l$  इतक्या लेन्थवर  $\Delta q$  चार्ज डिस्ट्रिब्युट झाला असेल तर लिनीयर चार्ज डेन्सिटी,

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \quad \dots (1.14)$$

अश्या प्रकारे लिहिता येईल.

स्थूल चार्ज डेन्सिटी  $\rho(\vec{r}_0)$ , सरफेस-चार्ज डेन्सिटी  $\sigma(\vec{r}_0)$  आणि रेखीय चार्ज डेन्सिटी  $\lambda(\vec{r}_0)$  यामुळे  $\vec{r}$  स्थानावर असलेल्या  $q$  पॉइंट-चार्जवरील फोर्स याप्रकारे लिहिता येते.

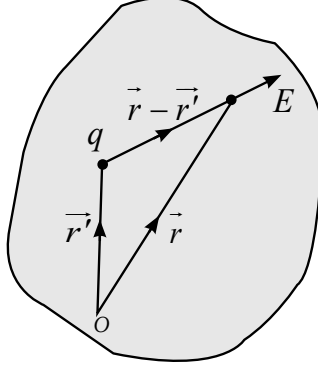
$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_V \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \rho dV_0 + \int_S \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \sigma dS_0 + \int_l \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \lambda dl_0 \right] \quad \dots (1.15)$$

जिथे चार्ज डिस्ट्रिब्युट झाले असल्याचे गृहीत धरले आहे अश्या  $\vec{r}_0$  स्पेस कोऑर्डिनेटवरील फोर्स (1.15) समिकरणाने दिल्या जाते.

## 1.7 इलेक्ट्रिक फील्ड आणि फील्ड-इंटेंसिटी (Electric Field And Field Intensity)

टेस्ट चार्जच्या जवळ दुसरा एक चार्ज आणला असता, टेस्ट चार्जच्या भोवतालच्या फील्डमध्ये क्षितिक-इलेक्ट्रिक फोर्स अनुभवता येते. या क्षेत्राला टेस्ट प्रभारांचे इलेक्ट्रिक फील्ड म्हणतात. इलेक्ट्रिक-क्षेत्राचे परिमाण ज्या माध्यमात इलेक्ट्रिक-फील्ड मोजायचे आहे, त्यावर अवलंबून असते. इलेक्ट्रिक-क्षेत्राचे SI युनिट  $N/C$  किंवा  $V/m$  आहे.

एखाद्या पॉइंटवर असलेली इलेक्ट्रिक-फील्ड इंटेंसिटी त्या पॉइंटवर असणाऱ्या विद्युत क्षेत्राचे सामर्थ्य दर्शवते. जेव्हा टेस्ट चार्ज शून्यवत होतो, तेव्हा त्यावर व्यक्त होणारे फोर्स आणि तो टेस्ट चार्ज यांचे एखाद्या विशिष्ट पॉइंटवर काढलेले गुणोत्तर म्हणजेच इलेक्ट्रिक-फील्ड इंटेंसिटी होय.



आकृती 1.5: एका पॉइंटवर इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेंसिटी

जर  $\vec{F}$  हे O या ऑरिजिन पॉइंटपासून  $\vec{r}$  या स्थानावर असलेल्या टेस्ट चार्ज q वरील फोर्स असेल तर  $\vec{r}$  स्थानावर असलेली इलेक्ट्रिक-फील्ड इंटेंसिटी खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\vec{E}(r) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad \dots(1.16)$$

$\vec{r}'$  स्थानावर असलेल्या पॉइंटचार्ज q मुळे निरीक्षण पॉइंट  $\vec{r}$  (आकृती 1.5) वर व्यक्त होणारी इलेक्ट्रिक-चार्ज इंटेंसिटी  $\vec{E}$  (आकृती 1.5) चे सामान्यीकरण करून खालीलप्रकारे लिहिल्या जाते,

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad \dots(1.17)$$

n आकारातील स्थूल चार्ज डेन्सिटी  $\rho(\vec{r}_0)$ , S सरफेसभागावरील सरफेस-चार्ज डेन्सिटी  $\sigma(\vec{r}_0)$  आणि l या रेषाखंडावर रेखीय चार्ज डेन्सिटी  $\lambda(\vec{r}_0)$  असलेले  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  असे n पॉइंट-चार्ज  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$  या पोझिशनस्वर अनुक्रमे स्थित असतील, तर  $\vec{r}$  स्थानावर स्थित टेस्ट-चार्ज q वरील फोर्स खालील समीकरणाने दिल्या जाते.

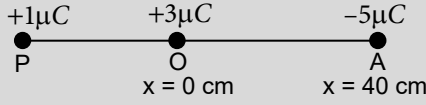
$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \sum_{i=1}^n q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} + \int_V \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \rho dV_0 + \int_S \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \sigma dS_0 + \int_l \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \lambda dl_0 \right] \quad \dots(1.18)$$

आणि समीकरण (1.16) नुसार  $\vec{r}$  स्थानावरील इलेक्ट्रिक फील्ड खालील समीकरणाने लिहिता येते.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \sum_{i=1}^n q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} + \int_V \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \rho dV_0 + \int_S \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \sigma dS_0 + \int_l \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} \lambda dl_0 \right] \quad \dots(1.19)$$

**उदाहरण 1.5:** दोन चार्ज  $+3\mu\text{C}$  and  $-5\mu\text{C}$  क्ष- अक्षावर  $x = 0 \text{ cm}$  आणि  $x = 40 \text{ cm}$  अंतरावर स्थित आहेत. या सिस्टममध्ये, असा पॉइंट शोधा जिथे इलेक्ट्रिक-फील्ड इंटेंसिटी शून्य होईल.

**उत्तर:**



समजा P असा एक पॉइंट आहे जिथे फील्ड इंटेंसिटी शून्य होते, म्हणजेच P पॉइंटवर युनिट धनचार्जवरील फोर्स शून्य होते

समजा  $OP = x$ .

$$\therefore k \frac{3}{(OP)^2} = k \frac{5}{(AP)^2}$$

$$\frac{3}{x^2} = \frac{5}{(40 + x)^2} \Rightarrow \frac{40 + x}{x} = \sqrt{\frac{5}{3}} = 1.29$$

किंवा,  $40 + x = 1.29 x$

किंवा,  $x = 137.91 \text{ cm}$ .

म्हणजेच, पॉइंट O पासून  $137.91 \text{ cm}$  अंतरावर या परिस्थितीत फील्ड इंटेंसिटी शून्य होते.

उदाहरण 1.5

**उदाहरण 1.6:** दोन चार्ज  $5 \times 10^{-11} \text{C}$  आणि  $-2.7 \times 10^{-11} \text{C}$   $20 \text{ cm}$  अंतरावर स्थित आहेत. या दोन प्रभारांना जोडणाऱ्या रेषेवर असा एक पॉइंट शोधा, जिथे तिसरा चार्ज ठेवला असता, त्यावर पूर्वीच्या चार्जमुळे कोणतेही निव्वळ फोर्स कार्य करणार नाही.

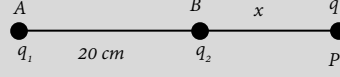
**उत्तर:**

समजा दोन चार्ज  $5 \times 10^{-11} \text{C}$  आणि  $-2.7 \times 10^{-11} \text{C}$  अनुक्रमे A आणि B या बिंदुवर स्थापित केले आहेत. समजा तिसरा चार्ज B पासून  $x$  अंतरावर स्थापित केला.

उदाहरण 1.6

या  $q$  चार्जवर A पॉइंटवर असलेल्या चार्जमुळे कार्य करणारे फोर्स

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{5q \times 10^{-11}}{(0.2+x)^2}$$



आणि ते AB दिशेने कार्य करते.

आणि चार्ज  $q$  वर B पॉइंटवर असलेल्या चार्जमुळे कार्य करणारा नेट फोर्स,

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2.7q \times 10^{-11}}{x^2} \text{ AB च्या दिशेने कार्य करतो.}$$

उदाहरणातील अटीप्रमाणे,  $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$

$$\text{किंवा, } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[ \frac{5q \times 10^{-11}}{(0.2+x)^2} - \frac{2.7q \times 10^{-11}}{x^2} \right] = 0$$

किंवा,

$$5x^2 = 2.7 (0.2+x)^2$$

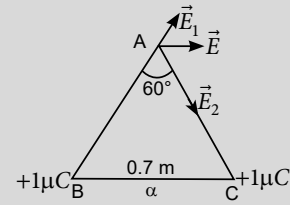
$$x = 55.6 \text{ cm.}$$

**उदाहरण 1.7:** दोन पॉइंट-चार्ज  $+1\mu\text{C}$  आणि  $-1\mu\text{C}$ , एका 0.7 m बाजूच्या समभूज त्रिकोणाच्या पायाच्या दोन शिरोबिंदूवर ठेवले आहेत. त्रिकोणाच्या तिसऱ्या शिरोपॉइंटवर या दोन चार्जमुळे कार्य करणारे फोर्स शोधा.

**उत्तर:**

समजा दोन पॉइंट-चार्ज  $+1\mu\text{C}$  आणि  $-1\mu\text{C}$  शिरोबिंदू B आणि C वर स्थापित केले आहे.

जर E ही A पॉइंटवर कार्य करणारी इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी असेल, तर



$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 120^\circ = 2E_1^2 - E_1^2 = E_1^2$$

$$E_1 = E_2 = \frac{kq_1}{a^2}$$

इथे

$$E = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6}}{(0.7)^2} = 18.37 \times 10^3 \text{ NC}^{-1}.$$

∴



**उदाहरण 1.8:** चार चार्ज  $Q_1 = +2\mu\text{C}$ ,  $Q_2 = +2\mu\text{C}$ ,  $Q_3 = +5\mu\text{C}$  and  $Q_4 = -5\mu\text{C}$  एका चौरसाच्या चार शिरोबिंदूंवर आकृतीत दिल्या प्रमाणे स्थापित केले आहे. जर चौरसाच्या कर्णाची लांबी 2m असेल तर दोन्ही कर्णांच्या छेदन-पॉइंटवर इलेक्ट्रिकफील्ड इंटेंसिटी किती असेल?

**उत्तर:**

समजा O हा दोन्ही कर्णांचा छेदन-पॉइंट आहे. A पॉइंटवरील चार्जमुळे O पॉइंटवरील इलेक्ट्रिकफील्ड इंटेंसिटी ,

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{Q_1}{(OA)^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(1)^2} = 18 \times 10^3 \text{ NC}^{-1}$$

तसेच B पॉइंटवरील चार्जमुळे O पॉइंटवरील इलेक्ट्रिकफील्ड इंटेंसिटी ,

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(1)^2} = 18 \times 10^3 \text{ NC}^{-1}$$

तसेच C पॉइंटवरील चार्जमुळे O पॉइंटवरील इलेक्ट्रिकफील्ड इंटेंसिटी ,

$$E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{(1)^2} = 45 \times 10^3 \text{ NC}^{-1}$$

आणि D पॉइंटवरील चार्जमुळे O पॉइंटवरील इलेक्ट्रिकफील्ड इंटेंसिटी ,

$$E_4 = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{(1)^2} = 45 \times 10^3 \text{ NC}^{-1}.$$

म्हणून OA दिशेने एकलित इंटेंसिटी

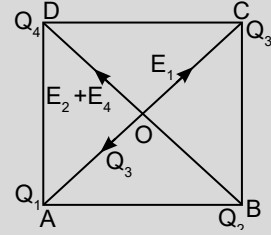
$$E' = E_3 - E_1 = (45 - 18) \times 10^3 = 2.3 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}.$$

आणि OD दिशेने एकलित इंटेंसिटी

$$E'' = E_2 + E_4 = (18 + 45) \times 10^3 = 6.3 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}.$$

त्यामुळे O पॉइंटवरील एकूण इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी  $E = \sqrt{(E')^2 + (E'')^2}$

$$E = 10^4 \sqrt{(2.3)^2 + (6.3)^2} = 6.71 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}.$$



उदाहरण 1.9

**उदाहरण 1.9:** X- अक्षावर समजा प्रत्येकी  $q$  इतका चार्ज असणारे इनफायनाइट चार्ज  $x = 1, x = 2, x = 4, x = 8, \dots$  अंतरावर स्थापित केले आहे. या चार्जमुळे  $x = 0$  ला इलेक्ट्रिक चार्ज इंटेंसिटी किती असेल?

**उत्तर:** X अक्षावर  $x = 1, x = 2, x = 4, x = 8, \dots$  अंतरावर प्रत्येकी  $q$  चार्ज असणारे इनफायनाइट चार्ज स्थापित केले असता, या चार्जमुळे  $x = 0$  ला इलेक्ट्रिक चार्ज इंटेंसिटी खालील समिकरणाने लिहिता येईल

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q}{1^2} + \frac{q}{2^2} + \frac{q}{4^2} + \frac{q}{8^2} + \dots \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{8^2} + \dots \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4q}{3} \text{ units.}$$

उदाहरण 1.10

**उदाहरण 1.10:** एका इलेक्ट्रॉनवरील चार्जइतका चार्ज असणारा पाण्याच्या एक थेंब पृथ्वीच्या  $3V/m$  इलेक्ट्रिक-फील्डमुळे समतोल अवस्थेत तरंगत आहे. जर इलेक्ट्रॉन वरील चार्ज  $e = 4.805 \times 10^{-10} \text{ esu}$  असेल तर पाण्याच्या थेंबाची लिज्या काढा.

**उत्तर:**

समतोल अवस्थेत  $mg = eE \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 \times 1 \times g = eE$  (पाण्याची डेन्सिटी =  $1 \text{ gm/cc}$ )

किंवा  $r^3 = \frac{3eE}{4\pi g} = \frac{3 \times 4.805 \times 10^{-10}}{4 \times 3.14 \times 980} \times \frac{3}{300 \times 100}$

$r = 0.1054 \text{ cm.}$  ही पाण्याच्या थेंबाची लिज्या आहे.

## 1.8 इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्डचे कंजर्वेशन (Conservation of Electrostatic Field)

व्हेक्टर फील्डचे एखाद्या पॉइंटभोवती वर्तुळाकार फिरण्याच्या प्रवृत्तीचे मेजरमेन्ट त्या व्हेक्टर फील्डच्या कर्लने दिल्या जाते. जेव्हा तो (कर्ल) शून्य असतो, तेव्हा निश्चितच त्यावेळी फोर्स फील्ड कंजर्व्ह फोर्स फील्ड मानल्या जाते. या विभागात आपण इलेक्ट्रोस्टॅटिक इंटेंसिटीचा कर्ल शोधूया आणि त्यावरून ते फील्ड कंजर्व्ह राहते की नाही, ते अर्थासहित स्पष्ट करूया. हे करण्यासाठी आपण एका इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स फील्ड मधील  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$  या पोजिशन्सवर असलेल्या  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  असे  $n$  पॉइंट-चार्ज असलेली सिस्टम गृहीत धरूया.  $\vec{r}$  स्थानावर असलेल्या टेस्ट चार्ज  $q$  वरील इलेक्ट्रिकफील्ड खालीलप्रकारे लिहिता येईल,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

आता व्हेक्टर प्रमेयानुसार,

$$\vec{\nabla} \times \psi \vec{A} = \vec{\nabla} \psi \times \vec{A} + \psi \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} = \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \times (\vec{r} - \vec{r}_i) + \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \vec{\nabla} \times (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

या समिकरणातील दुसऱ्या टर्मचे मूल्य शून्य आहे, कारण  $\vec{\nabla} \times (\vec{r} - \vec{r}_i) = 0$

$$\text{आणि व्हेक्टर कॅल्क्युलसप्रमाणे, } \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} = -\frac{3(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^5}$$

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} = -\frac{3(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^5} \times (\vec{r} - \vec{r}_i) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

इलेक्ट्रिक फील्डचा कर्ल शून्य आहे, याचा असा निष्कर्ष काढता येतो की इलेक्ट्रिक फील्ड कंजर्व्ह आहे. तसेच कंजर्व्ह फोर्स फील्डमध्ये चार्ज डिस्लेस करण्यासाठी केलेले कार्य हे डीसप्लेसमेंटच्या मार्गावर (path) अवलंबून नसते, त्यामुळे इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये चार्ज एक पॉइंटपासून दुसऱ्या पॉइंटपर्यंत विस्थापित करण्यासाठी इलेक्ट्रिक-फोर्सने केलेले कार्य हे त्या दोन बिंदूंमधील मार्गावर अवलंबून नसून केवळ त्या दोन पॉइंटच्या स्थितीवर अवलंबून असते.

**उदाहरण 1.11:** दिलेले फील्ड  $\vec{E} = axy^2(\hat{i} + x\hat{j})$

कंजर्व्ह फील्ड आहे किंवा नाही हे ठरवा

**उत्तर:**

दिलेले फील्ड  $\vec{E} = axy^2(\hat{i} + x\hat{j})$  आहे.

म्हणून,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ axy^3 & ax^2y^2 & 0 \end{vmatrix} = (2axy^2 - 3axy^2)\hat{k} = -axy^2\hat{k}$$

म्हणून दिलेले फील्ड संवर्धित फील्ड नाही.

### 1.9 इलेक्ट्रिक फ्लक्स (Electric Flux)

इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये स्थापित असलेल्या सरफेस जाणाऱ्या आणि सरफेसभागाला नॉर्मल असणाऱ्या एकूण इलेक्ट्रिक लाइन ऑफ फोर्स म्हणजे इलेक्ट्रिक-फ्लक्स होय. क्लोज सरफेस मधून बाहेर पडणारा इलेक्ट्रिक फ्लक्स पॉजिटिव असतो, तर क्लोज सरफेसभागात शिरणारा इलेक्ट्रिक फ्लक्स निगेटिव असतो. कोणत्याही सरफेसभागात प्रवेश करणाऱ्या एकूण इलेक्ट्रिक लाइन ऑफ फोर्सची संख्या त्या सरफेसभागातून बाहेर पडणाऱ्या इलेक्ट्रिक लाइन ऑफ फोर्सच्या संखेइतकी असेल तर एकूण इलेक्ट्रिक फ्लक्स शून्य असतो.  $d\vec{S}$  ह्या एलिमेंटरी सरफेसभागावर असलेल्या इलेक्ट्रिकफील्ड  $\vec{E}$  चा इलेक्ट्रिक फ्लक्स (आ. 1.6) खालीलप्रकारे दर्शवता येतो,

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad \dots(1.20)$$

आणि, एकूण S सरफेसभागातून जाणारा इलेक्ट्रिक-फ्लक्स  $\phi$  खालीलप्रकारे लिहिता येईल,

$$\phi = \int d\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS \cos \theta \quad \dots(1.21)$$

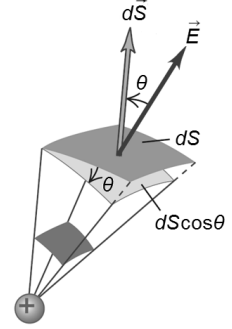
येथे  $\theta$  हा  $\vec{E}$  आणि  $d\vec{S}$  यांतील कोन आहे.

कोणत्याही लिनीयर आयसोमेट्रिक माध्यमाकरिता इलेक्ट्रिक फ्लक्स डेन्सिटी अथवा इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट, इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटीचा वापर करून खालील समीकरणाद्वारे लिहिता येते.

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad [\text{इथे } \epsilon \text{ ही माध्यमाची परमिटीव्हिटी आहे}] \quad \dots(1.22)$$

आणि त्यामुळे अशा माध्यमांसाठी इलेक्ट्रिक फ्लक्स  $\phi$  ची पुन्हा व्याख्या केली जाऊ शकते.

$$\phi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad \dots(1.23)$$



आकृती 1.6: इलेक्ट्रिक फील्डसाठी इलेक्ट्रिक फ्लक्स

**उदाहरण 1.12:** स्पेस मधील एका विशिष्ट जागेत इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$  या प्रकारे लिहिल्या जाते. 100 युनिट एरिया असलेल्या कोणत्याही सरफेसभागातून जाणाऱ्या इलेक्ट्रिक फ्लक्सचे मूल्य शोधा.

**उत्तर:**

इलेक्ट्रिक फ्लक्स, 
$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

इथे,  $\vec{E} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$  आणि  $d\vec{S} = 100\hat{i}$ .

म्हणून, 
$$\phi = (8\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) \cdot 100\hat{i} = 800 \text{ units.}$$

उदाहरण 1.12

### 1.10 गॉसचा नियम (Gauss Law)

गॉसचा नियम हा कुलंबच्या नियमाला पर्याय आहे. जरी गॉसचा नियम कुलंबच्या नियमाला पूर्णपणे समतुल्य (equivalent) असला, तरी गॉसचा नियम इलेक्ट्रिक-चार्ज आणि इलेक्ट्रिक-फील्ड यांतील संबंध वेगळ्या पद्धतीने व्यक्त करतो. आजवरच्या महान गणितज्ञांपैकी एक कार्ल फ्रेडरिक गॉस (1777 – 1855 ) यांनी हा नियम शोधला होता. या नियमानुसार क्लोज सरफेसवरील

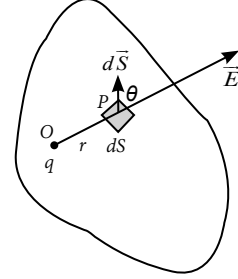
इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटीचा नॉर्मल म्हणजेच एकूण इलेक्ट्रिक फ्लक्स  $\phi$  हा त्या क्लोज सरफेसने बंदिस्त केलेल्या एकूण इलेक्ट्रिक चार्जच्या  $1/\epsilon_0$  बरोबरीचा आहे.

समिकरणाच्या माध्यमात,

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \dots(1.24)$$

इथे  $\epsilon_0$  ही व्हॅक्यूमची परमिटीव्हिटी आहे.

सिद्धता: समजा,  $O$  पॉइंटवर  $+q$  पॉइंट-चार्ज स्थापित केला आहे. आणि आकृती 1.7 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे पॉइंटचार्ज  $S$  सरफेसने बंदिस्त केला आहे. समजा  $P$  च्या सभोवतालचा एलिमेंटरी सरफेस एरिया  $dS$  आहे.  $O$  पॉइंटवरील  $+q$  पॉइंट-चार्जमुळे  $OP$  च्या दिशेने  $P$  वरील इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेन्सिटी  $\vec{E}$  आहे, ज्याचा मॅग्नीट्यूड खालीलप्रकारे मिळवता येते.



आकृती 1.7: गॉसच्या नियमाचे उदाहरण

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

व्हेक्टर  $\vec{E}$  आणि  $d\vec{S}$  यामधील कोन  $\theta$  असेल तर,

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS \cos \theta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dS \cos \theta}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int d\omega$$

इथे  $\int d\omega = \oint_S \frac{dS \cos \theta}{r^2}$  हा एकूण सॉलिड अँगल आहे जो  $O$  भोवती  $S$  सरफेसने तयार केला असून त्याची किंमत 4 आहे.

$$\text{म्हणून, } \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \dots(1.25)$$

हा गॉसचा नियम आहे.

### 1.10.1 गॉसचा सरफेस (Gaussian Surface)

एका इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्डमध्ये एक काल्पनिक सरफेस, जेथे सरफेसवरील प्रत्येक पॉइंटवर इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटीचे मॅग्नीट्यूड एकसमान असते आणि ती सरफेसला नेहमी नॉर्मल दिशेने असते, त्याला गॉसचा सरफेस म्हणतात.

### 1.10.2 डायइलेक्ट्रिक माध्यमातील गॉसचा नियम (Gauss's Law in Dielectric Medium)

गॉसच्या नियमानुसार डायइलेक्ट्रिक माध्यमाच्या कोणत्याही बंद सरफेसमधून जाणारा एकूण फ्लक्स  $\phi$  त्या सरफेसभागाने बंदिस्त केलेल्या एकूण  $q$  चार्जच्या  $1/\epsilon_0$  पट असते.

म्हणून,

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



for more on  
Gauss's law

किंवा, 
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

इथे,  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$  ला इलेक्ट्रिक डिस्प्लेसमेंट व्हेक्टर किंवा इलेक्ट्रिक फ्लक्स-डेन्सिटी म्हणतात.

### 1.10.3 गॉसच्या नियमाचा डीफरेन्शियल फॉर्म (Differential form of Gauss's Law)

जर सरफेस S ने बंदिस्त केलेल्या व्हॉल्युम V वर एकूण चार्ज q वितरीत केला गेला असेल आणि जर  $\rho$  ही त्यामधील व्हॉल्युम एलिमेंट dV वरील सॉलिड चार्ज डेन्सिटी असेल तर

$$q = \int_V \rho dV$$

पुन्हा इलेक्ट्रोस्टॅटिक मधील गॉसच्या नियमानुसार, 
$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

गॉसच्या सिद्धांतानुसार वरील समीकरण खालीलप्रकारे लिहिता येईल, 
$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

आता व्हॉल्युम एलिमेंट dV च्या कोणत्याही किंमतीसाठी वरील समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंच्या इंटेग्रंडची तुलना करून,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \dots(1.26)$$

हे गॉसच्या नियमाचा डीफरेन्शियल फॉर्म आहे. यानुसार इलेक्ट्रिक फील्डच्या इंटेन्सिटीचा डायव्हर्जन्स (Divergence) त्या पॉइंटला असलेल्या व्हॉल्युम चार्ज डेन्सिटीच्या  $1/\epsilon_0$  पट आहे. इलेक्ट्रिक डिस्प्लेसमेंट व्हेक्टर  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$  भाषेत समीकरण (1.26) असेही लिहिता येईल,

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) = \rho$$

किंवा, 
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \dots(1.27)$$

कोणत्याही डायइलेक्ट्रिक माध्यमासाठी हे गॉसच्या नियमाचा डीफरेन्शियल फॉर्म आहे.

उदाहरण 1.13

**उदाहरण 1.13:** जर इलेक्ट्रिकफील्ड  $\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (x\hat{i} + y\hat{j} - 2z\hat{k})$  ने दर्शवल्या जात असेल तर व्हॉल्युम चार्ज डेन्सिटीचे मूल्य किती असेल?

**उत्तर:**

आपल्याला माहिती आहे की,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

इथे, 
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (1 + 1 - 2) = 0$$

त्यामुळे,  $\rho = 0$ , ही हवी असलेली व्हॉल्युम चार्ज डेन्सिटी आहे.

### 1.11 गॉसच्या नियमाचे उपयोग (Application of Gauss's Law)

गॉसचा नियम इलेक्ट्रिक चार्जच्या कोणत्याही डिस्ट्रिब्यूशनसाठी आणि कोणत्याही बंद सरफेससाठी वापरता येतो. हा नियम दोन प्रकारे वापरला जाऊ शकतो. जर आपल्याला चार्ज डिस्ट्रिब्यूशन माहित असेल आणि जर त्यात गॉसच्या नियमात इंटेग्रलचे मूल्य शोधण्यासाठी पुरेशी सममिती (symmetry) असेल तर आपण इलेक्ट्रिक फील्ड शोधू शकतो. किंवा जर आपल्याला इलेक्ट्रिक फील्ड माहित असेल, तर आपण चार्ज डिस्ट्रिब्यूशन शोधण्यासाठी गॉसच्या नियमाचा वापर करू शकतो, उदाहरणार्थ इलेक्ट्रिकली कंडक्टिंग सरफेसवरील चार्ज. इलेक्ट्रिक फ्लक्सची वा त्यावरून दिलेल्या सरफेसभागावर चार्जच्या समान डिस्ट्रिब्यूशनमुळे इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेन्सिटी शोधण्याकरिता गॉसच्या नियम वापता येतो. या विभागात आपण दोन्ही प्रकारच्या अप्लिकेशन अभ्यासू.

तुम्हाला त्यांचा अभ्यास करताना, प्रत्येक सिस्टमच्या सममिती गुणधर्मांद्वारे बजावलेल्या भूमिकेकडे लक्ष द्यायचे आहे. आपण अनेक साध्या चार्ज डिस्ट्रिब्यूशनमुळे होणाऱ्या इलेक्ट्रिक फील्डची गणना करण्यासाठी गॉसच्या नियमाचा वापर करू.

#### 1.11.1 चार्जड सिलेंडरवरील इलेक्ट्रिक-फील्ड (Electric Field for a Charged Cylinder)

समजा त्रिज्या  $a$  असणाऱ्या सिलेंडरला एकसमान इलेक्ट्रिक चार्ज केले आहे. त्याला इनफायनाइट लाइन चार्ज डिस्ट्रिब्यूशन गृहीत धरले. समजा  $\lambda$  ही सिलेंडरवरील यूनिट लेंग्वरील चार्ज आहे. अशा डिस्ट्रिब्यूशनसाठी इलेक्ट्रिक फील्डची गणना करण्यासाठी गॉस नियम वापरता येतो. सिलेंडरच्या अॅक्सीसपासून  $r$  अंतरावर फील्डच्या इंटेन्सिटीची गणना करण्यासाठी, लांबी  $L$  आणि त्रिज्या  $r$  (आकृती 1.8) सह को-अॅक्सीएल गॉसचा सिलेंडरीकल सरफेस काढूया.

इलेक्ट्रिक-फील्डचे मॅग्नीट्यूड एकसमान आहे आणि ते सर्व बिंदूवर बाहेर जाणारे आहे. एकूण बंदिस्त झालेले चार्ज  $q = \lambda L$  इतके राहतील.

गॉसच्या नियमाने इलेक्ट्रिक फ्लक्सचे मूल्य,

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi r L$$

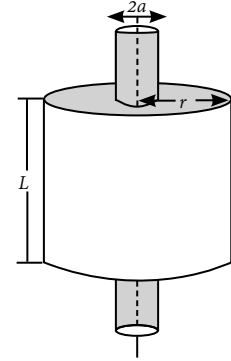
$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E \cdot 2\pi r L$$

किंवा, 
$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi r L$$

किंवा, 
$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r L} = \frac{\lambda L}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

किंवा, 
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad [r > a \text{ करिता}]$$

आता, सिलेंडरमधील कोणत्याही पॉइंटवरील इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटीची गणना करण्यासाठी,



आकृती 1.8: चार्ज सिलिंडरभोवती गॉसियन फील्ड



...(1.28)

- (i) जर सर्व चार्ज सिलेंडरच्या सरफेसवर असतील म्हणजे जर सिलेंडर पोकळ असेल तर सिलेंडरच्या आत चार्ज शून्य आहे आणि इलेक्ट्रिक फ्लक्स,

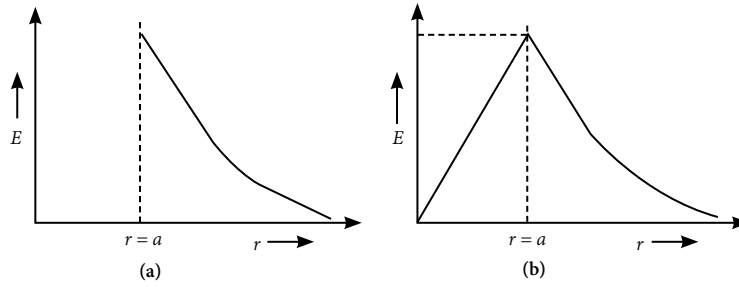
$$\phi = \int E \cdot dS = E \cdot 2\pi rL = 0$$

$$E = 0$$

...(1.29)

- (ii) जर सर्व चार्ज सिलेंडरवर एकसमान डिस्ट्रिब्युट झाले असतील तर आतील सिलेंडरच्या आत  $r < a$  तिज्येत एकूण चार्ज,

$$q' = \frac{q}{\pi a^2} \cdot \pi r^2 \text{ किंवा, } q' = \frac{\lambda L r^2}{a^2}$$



आकृती 1.9:  $r$  नुसार  $E$  मध्ये होणारे बदल (a) पोकळ आणि (b) घन सिलेंडरच्या बाहेर

म्हणून गॉसच्या नियमानुसार आतील सिलेंडरच्या सरफेसवरील इलेक्ट्रिक फ्लक्स

$$E \cdot 2\pi rL = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{q'}{2\pi\epsilon_0 rL}$$

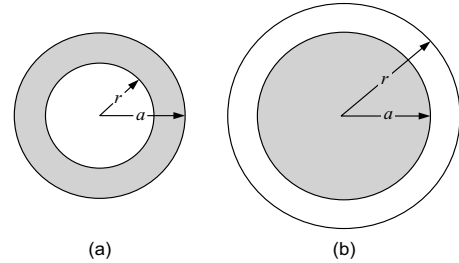
$$\text{किंवा, } E = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2} \quad [\text{for } r < a] \quad \dots(1.30)$$

पोकळ आणि सॉलिड दोन्ही सिलेंडरसाठी  $r$  अंतरानुसार  $E$  इलेक्ट्रिक क्षेत्रातील बदल अनुक्रमे आकृती 1.9 (a) आणि 1.9 (b) मध्ये दर्शविले आहे.

### 1.11.2 चार्जड सॉलिड स्फिअरचे इलेक्ट्रिक फील्ड (Electric Field Due to a Charged Solid Sphere)

समजा  $q$  इतका चार्ज  $a$  इतकी तिज्या असणाऱ्या स्फिअरवर एकसमान पद्धतीने डिस्ट्रिबुट केला आहे. आता खालील प्रकरणांसाठी इलेक्ट्रिक फील्डची गणना केली जाऊ शकते:

- (अ) सरफेसच्या आतील पॉइंटवर ( $r < a$ ): इथे सर्व चार्ज  $q$  स्फिअरच्या व्हॉल्युममध्ये एकसमान विभागला आहे. [आ. 1.10 (a)] आणि  $r$  तिज्येच्या गॉसच्या सरफेसने बंदिस्त केलेले एकूण चार्ज खालीलप्रमाणे असतील,



आकृती 1.10: गॉसियन पृष्ठभाग (a) आत आणि (b) चार्ज केलेल्या सॉलिड स्फिअरच्या बाहेर



$$q' = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{qr^3}{a^3}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{qr^3}{4\pi\epsilon_0 r^2 a^3} = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad [\text{जिथे } \rho = q / \frac{4}{3}\pi a^3]$$

$$\therefore E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad [\text{for } r < a] \quad \dots(1.31)$$

(ब) स्फिअरच्या बाहेरील पॉइंटवर ( $r > a$ ): आपण असा एक  $r$  त्रिज्येचा गॉसचा सरफेस काढूया,  $r > a$  [आकृती 1.10 (b)] जेणेकरून सरफेसवरील इलेक्ट्रिक फ्लक्स

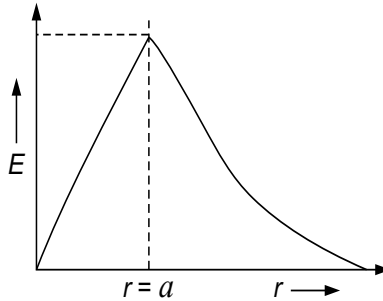
$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E \cdot dS = E \int_S dS$$

$$\text{किंवा, } \phi = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\text{किंवा, } \frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\text{किंवा, } E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [\text{for } r > a] \quad \dots(1.32)$$

समीकरण (1.31) आणि समीकरण (1.32) वरून हे स्पष्ट होते की जेव्हा  $r < a$  त्यावेळी  $E \propto r$  आणि जेव्हा  $r > a$  असेल त्यावेळी  $E \propto 1/r^2$  वर दिलेल्या चार्ज डिस्ट्रिब्यूशनसाठी इलेक्ट्रिकफील्ड  $E$  चे अंतर  $r$  नुसार असलेले प्रमाण आकृती 1.11 मध्ये दर्शवले आहे.



आकृती 1.11: चार्जड सॉलिड स्फीअरसाठी  $r$  नुसार  $E$  मध्ये होणारे बदल

**उदाहरण 1.14:** स्फीअरीकली सीमेट्रिक चार्ज डिस्ट्रिब्यूशन खालीलप्रकारे आहे,  $r < a$  करिता

$$\rho(r) = \rho_0 \left( 1 - \frac{r^3}{a^3} \right)$$

आणि  $r > a$  करिता  $\rho(r) = 0$

$r < a$  आणि  $r > a$ . करिता (i) एकूण चार्ज, (ii) इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी  $\vec{E}$  शोधा.

**उत्तर:**

$$\begin{aligned} \text{(i) एकूण चार्ज } Q &= \int_V \rho dV = \rho_0 \int_{r=0}^a \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \left( 1 - \frac{r^3}{a^3} \right) r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \\ &= 4\pi\rho_0 \left( \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{6} \right) = \frac{2\pi\rho_0}{3} a^3. \end{aligned}$$

$$\text{(ii) गॉसच्या नियमानुसार } \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$0 < r < a \text{ करिता, } E \times 4\pi r^2 = \frac{2\pi\rho_0}{3\epsilon_0} a^3$$

$$\text{किंवा, } E = \frac{\rho_0 a^3}{6\epsilon_0 r^2}.$$

$$\text{जेव्हा } r = a, \quad E = \frac{\rho_0 a}{6\epsilon_0}.$$

$$r > a, \text{ करिता } E = 0.$$

उदाहरण 1.14

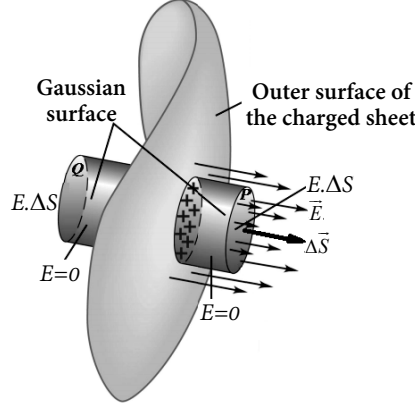
**उदाहरण 1.15:**  $\rho(r) = \rho_0 \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right)$  या स्फीअरीकली सीमेट्रिक चार्ज डिस्ट्रिब्यूशनसाठी एकूण चार्ज शोधा.

**उत्तर:**

$$\begin{aligned} \text{एकूण चार्ज, } Q &= \int_V \rho dV = \rho_0 \int_{r=0}^a \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \\ &= 4\pi\rho_0 \left( \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{5} \right) = \frac{8\pi\rho_0}{15} a^3. \end{aligned}$$

उदाहरण 1.15

### 1.11.3 इनफाईनाइट चार्ज्ड शीटमुळे असणारे इलेक्ट्रिक फील्ड (Electric Field Due to an Infinite Charged Sheet)



आकृती 1.12: इनफायनाइटली चार्ज्ड शीट

इनफाईनाइट चार्ज्ड शीटवरील चार्ज डेन्सिटी (Charge Density) ही सरफेस वरील चार्जमुळे असते. आता पॉइंट P (आकृती 1.12) वर इलेक्ट्रिकफील्ड (Electric Field) शोधण्यासाठी आपण अजून एक पॉइंट Q विचारात घेऊ जो O पॉइंटपासून P पॉइंटइतकाच दूर आहे, जेणेकरून OP = OQ. ह्या प्रश्नातील सममिती (Symmetry)नुसार गॉसचा सरफेस सिलेंड्रिकल (cylindrical) घेता येईल ज्याच्या दोन्ही वर्तुळाकार बेसवर पॉइंट P आणि Q घेत येतील. कव्हर्ड सरफेसला काढलेला हा नॉर्मल इलेक्ट्रिक फील्डला परपेंडीकूलर आहे, त्यामुळे कव्हर्ड सरफेस मधून बाहेर जाणारा इलेक्ट्रिक फ्लक्स (flux) शून्य असायलाच हवा.

त्यामुळे एकूण फ्लक्स,

$$\phi = 2\vec{E} \cdot \vec{\Delta S} = 2E \cdot \Delta S \quad [\text{कारण } E \parallel \Delta S]$$

इथे  $\Delta S$  प्रत्येक बेसचा एरिया आहे. त्यामुळे गॉसच्या नियमाचा वापर करून,

$$2E \cdot \Delta S = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0}$$

जिथे  $\sigma$  ला सरफेसचार्ज डेन्सिटी (surface charge density) म्हणतात.

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \dots(1.33) \text{ (a)}$$

व्हेक्टर पद्धतीत,  $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}$  [  $\hat{n}$  हा युनिट व्हेक्टर आहे ] ... (1.33) (b)

**उदाहरण 1.16:** दोन इनफायनाइटली पॅरलल प्लेट कॅपॅसिटरवर चार्ज डेंसिटी  $\sigma$  असेल तर त्यामधील इलेक्ट्रिक फील्ड शोधा. दोन प्लेटमधील अंतर  $d$  आहे असे गृहीत धरा.

**उत्तर:**

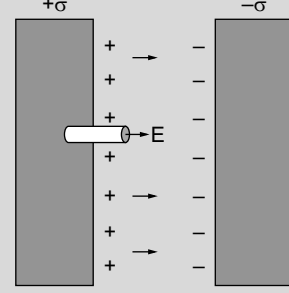
समजा आकृतीत दिल्याप्रमाणे दोन इनफायनाइटली प्लेन पॅरलल शीट्स आहेत. समजा दोन प्लेट्स वरील चार्ज डेंसिटी  $+\sigma$  आणि  $-\sigma$  आहे आणि P हा त्या दोन प्लेट्समधील कुठेतरी असलेला पॉइंट गृहीत धरूया,

आता आपण P पॉइंटतून नॉर्मल सिलेंडर काढू ज्याचा क्रॉस सेक्शनल एरियाचे एक टोक कंडक्टिंग प्लेट्समध्ये आहे. त्यामुळे गॉसच्या नियमानुसार (इनफाइनिट प्लेन शीट्सबद्दल).

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\epsilon_0 = \text{परमिटीव्हिटी})$$

किंवा,  $ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$

म्हणून  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

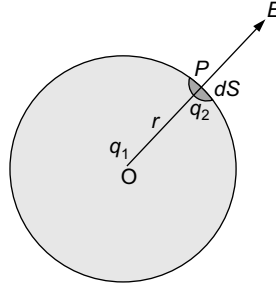


त्यामुळे दोन प्लेट्समधील फील्ड एकसमान (uniform) आहे आणि ते त्यांच्यातील अंतरावर अवलंबून नाही. परंतु, गॉसच्या नियमाप्रमाणे प्लेटच्या बाहेर असलेल्या कोणत्याही पॉइंटवर फील्ड शून्य राहील. (आत कोणतेही चार्जेस नसतात)

### 1.12 गॉसच्या नियमावरून कुलंबचा नियम (Coulomb's Law from Gauss's Law)

इलेक्ट्रोस्टॅटिकमध्ये कुलंबचा नियम आणि गॉसचा नियम एकमेकांशी संबंधित आहे आणि एक नियम दुसऱ्या वरून शोधून काढता येतो. गॉसच्या नियमावरून कुलंबचा नियम शोधण्याकरिता इलेक्ट्रोस्टॅटिक रिजन मध्ये 2 पॉइंट चार्जेस विचारात घेऊ, ज्यामधील अंतर  $r$  आहे.  $q_1$  चार्जमुळे इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी शोधण्याकरिता आपण  $r$  त्रिज्या असलेला एक गॉसचा स्फीअर घेऊ ज्याच्या केंद्राशी पॉइंट  $O$  वर चार्ज  $q_1$  आहे. गॉसच्या नियमानुसार स्फीअर मधून जाणारा फ्लक्स,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$



आकृती 1.13: गॉस नियमावरून कूलंबचा नियम

स्फीअरच्या सरफेस वरील कोणत्याही पॉइंटला असणारे इलेक्ट्रिक फील्ड सिमेट्रीनुसार त्या पॉइंटला बाहेर जाणाऱ्या नॉर्मल दिशेने असते आणि त्याचे मॅग्नेट्यूड सरफेस वरील कोणत्याही पॉइंटला सारखेच असते.

त्यामुळे,  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E \cdot dS = \frac{q_1}{\epsilon_0}$

किंवा,  $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_1}{\epsilon_0}$

त्यामुळे पॉइंट चार्ज  $q_2$  वर  $q_1$  चार्जच्या इलेक्ट्रिक फील्ड मुळे असलेला फोर्स

$$F = q_2 E = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

आणि हाच कुलंबचा नियम आहे

### 1.13 इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल (Electrostatic Potential)

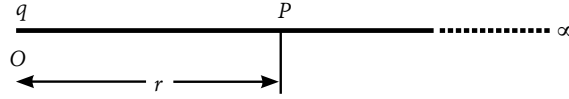
जेव्हा एखादा पार्टिकल इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये फिरतो तेव्हा त्याच्यावर कार्य करणारा फोर्स त्या पार्टिकलवर वर्क करू शकतो. हे वर्क त्या इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल एनर्जी च्या शब्दात मांडता येते. एका युनिट चार्जला इन्फिनिटी पासून एका विशिष्ट पॉइंटपर्यंत इलेक्ट्रिक फील्डच्या विरोधात आणण्यासाठी जे वर्क केले जाते त्याला इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्डमधील त्या पॉइंटवरील इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल म्हणतात. पोटेन्शियल ही स्पेसची प्रॉपर्टी आहे आणि ते फक्त सोर्स चार्जेस वर अवलंबून असते.

आता, जर आपण एक पॉझिटिव टेस्ट चार्ज  $(+q)$  एका निश्चित पॉइंटपासून दुस-या एका निश्चित पॉइंटकडे इलेक्ट्रिक फील्ड मध्ये हलवू इच्छितो, तर या एक्स्टर्नल एजंटने चार्ज  $q$  ला  $d\vec{r}$  अंतराने हलवण्यासाठी केलेले वर्क खालील प्रमाणे दिले जाईल

$$dW = -q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

एजंटने सिस्टम वर केलेल्या वर्कमुळे, इथे केलेले वर्क निगेटिव्ह साईनने दाखवले जाते. त्यामुळे चार्ज  $q$  इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये इनिशियल पोजिशन  $i$  पासून फायनल पोजिशनपर्यंत नेण्यासाठी करावे लागणारे एकूण वर्क खालील प्रकारे लिहिता येईल

$$W = -q \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



आकृती 1.14: इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी

इन्फिनिटी पासून एका विशिष्ट पॉइंट पर्यंत इलेक्ट्रिक फील्ड च्या विरोधात एका युनिट पॉझिटिव्ह चार्ज आणण्यासाठी केलेले वर्क म्हणजेच इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल होय, त्यामुळे चार्ज  $q$  पासून  $r$  अंतरावर इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल काढण्यासाठी  $i = \infty$  and  $f = r$  लिहिता येईल.

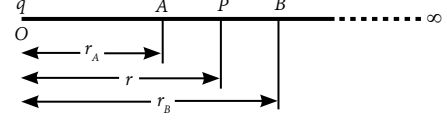
$$\begin{aligned} V &= - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= - \int_{\infty}^r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \end{aligned}$$

$$\text{किंवा, } V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \dots(1.34)$$

इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियलचे SI युनिट J/C or volts (V) आहे.

### 1.14 इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल डीफरन्स (Electric Potential Difference)

जेव्हा एक कुलंबचा चार्ज किंवा काही विशिष्ट चार्ज घेतला तर त्यामुळे एखाद्या जागेवर खूप मोठ्या प्रमाणामध्ये पोटेन्शियल एनर्जी तयार होते तेव्हा त्या विशिष्ट जागेला हाय इलेक्ट्रिक पोटेन्शियलची जागा म्हणतात आणि त्याचप्रमाणे, जर एक कुलंब चार्ज किंवा काही चार्जमुळे एका विशिष्ट जागेवर तुलनेने कमी पोटेन्शियल एनर्जी असेल तर त्या जागेला लो इलेक्ट्रिक पोटेन्शियलची जागा म्हणतात. इलेक्ट्रिक फिल्डमधल्या दोन कोणत्याही पॉइंटवरील पोटेन्शियल डिफरन्स म्हणजेच पॉइंट A पासून B पर्यंत एखादा युनिट पॉझिटिव्ह चार्ज  $q$  या चार्जच्या इलेक्ट्रिक फिल्डच्या विरोधात नेण्यासाठी करावे लागणारे वर्क होय. (आ. 1.15).



आकृती 1.15: पोटेन्शियल फरक

A आणि B मधील पोटेन्शियल डीफरन्स,

$$V_{AB} = \frac{W}{q} = \int_A^B dV = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\begin{aligned} \therefore V_{AB} &= V_A - V_B = - \int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] \end{aligned} \quad \dots(1.35)$$

पोटेन्शियल डीफरन्ससुद्धा J/C or V या युनिट मध्ये मोजतात. तसेच, पोटेन्शियल डीफरन्ससुद्धा व्याख्येवरून,

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{किंवा, } \left( \hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z} \right) \cdot (\hat{i} dx + \hat{j} dy + \hat{k} dz) = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

ज्यावरून आपण खालील प्रकारे लिहू शकतो,

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad \dots(1.36)$$

कोणत्याही पॉइंट वरील इलेक्ट्रिक फिल्ड इन्टेन्सिटी त्या पॉइंट वरील पोटेन्शियल च्या निगेटिव्ह ग्रेडियंट इतकी असते. निगेटिव्ह साईनचा अर्थ असा आहे की  $\vec{E}$  ची दिशा हायर पोटेन्शियल पासून लोअर पोटेन्शियल कडे आहे याव्यतिरिक्त खाली मुद्देही महत्वाचे आहेत

- कोणताही चार्ज एका पॉइंट वरून दुसऱ्या पॉइंटवर नेताना जर पोटेन्शियल डिफरन्स पॉझिटिव्ह असेल तर पोटेन्शियल एनर्जी मध्ये वाढ होईल आणि एक्स्टर्नल एजंटला इलेक्ट्रिक फिल्डच्या विरोधात वर्क करावे लागेल. याउलट पोटेन्शियल डिफरन्स ची किंमत निगेटिव्ह असेल तर ते वर्क फिल्डद्वारे केले जाईल.
- इलेक्ट्रोस्टॅटिक फिल्डमधील दोन पॉइंटवरील पोटेन्शियल डिफरन्स हे त्या पॉइंटच्या कॉर्डिनेट्स वर अवलंबून असते त्यामुळे त्याला पॉइंट फंक्शन म्हणता येईल आणि
- पोटेन्शियल डिफरन्स 2 पॉइंट मधील पाथ अर्थात मार्गावर अवलंबून नसतो.

पोटेन्शियल डिफरेंस पाथवर अवलंबून नसतो त्यावरून आपण गृहीत धरू शकतो की कोणत्याही क्लोज्ड पाथवर,  $V_{AB} = -V_{BA}$ ,

$$V_{BA} + V_{AB} = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \quad \dots(1.37)$$

स्टोकचा थेरम वापरून:

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \dots(1.38)$$

यावरून इलेक्ट्रोस्टॅटिक फिल्ड साठी लिहिता येते

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad \dots(1.39)$$

तसेच कोणतेही व्हेक्टर फिल्ड  $\vec{A}$  जे  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$  रिलेशन सॅटिस्फाय करते त्याला इर्रोटेशनल फिल्ड म्हणतात. त्यामुळे इलेक्ट्रोस्टॅटिक फिल्ड हेसुद्धा इर्रोटेशनल आहे

## 1.15 इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल कॅल्क्युलेशन (Electric Potential Calculations)

### 1.15.1 पॉइंट चार्ज करिता (For a Point Charge)

समजा आकृती (1.15) दाखवल्याप्रमाणे दोन पॉइंट गृहीत धरू या A B आता चार्ज  $q$  जर पॉइंट B पासून पॉइंट A पर्यंत डिसप्लेस केला तर त्या दोन पॉइंट मधील पोटेन्शियल डिफरेंस खालील प्रकारे लिहिता येईल

$$V_{AB} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right] = V_A - V_B$$

इन्फिनिटी वरील पोटेन्शियल सहसा शून्य मानला जातो. म्हणून एखाद्या चार्ज मुळेकोणत्याही पॉइंट वरील पोटेन्शियल हे तो चार्ज इन्फिनिटी पासून त्या पॉइंट पर्यंत आणण्यासाठी केलेल्या वर्कची किंमती एवढा असतो

वरील समीकरणात  $r_A = r$  आणि  $r_B = 0$ ,

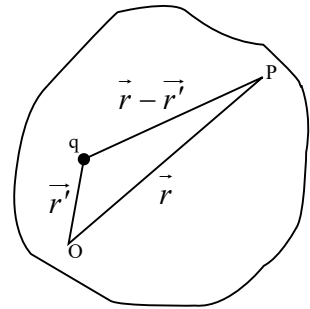
$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

चार्ज  $q$  जो आपण निवडलेल्या ओरिजिन O वर ठेवला आहे आणि त्यापासून  $r$  अंतरावर असलेल्या पोटेन्शियलची किंमत वरच्या समीकरणाने देता येते. आपल्याला पोटेन्शियलची व्याख्या वेगळ्या प्रकारे खालील समीकरणाने देता येते

$$V = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \dots(1.40)$$

आता समजा पॉइंट चार्ज ओरिजिन O वर नसून दुसऱ्या एका पॉइंट वर आहे (आ. 1.16) ज्याची पोजिशन  $\vec{r}'$  आहे तर कोणत्याही पॉइंट P वर पोटेन्शियल खालील प्रकारे लिहिता येते

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \dots(1.41)$$



आकृती 1.16: ओरिजिनवर नसलेल्या चार्जमुळे पोटेन्शियल

### 1.15.2 डिस्ट्रीब्यूटेड चार्जेस करिता (For Distributed Charges)

समजा  $n$  पॉइंट चार्जेस  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  जे  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$  अश्या वेगवेगळ्या पोजीशन्सला आहेत त्यांच्यामुळे कोणत्याही एका पॉइंटवर ज्याची पोजीशन दिली  $\vec{r}$  असेल ते शोधूया.

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} + \frac{q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} + \dots + \frac{q_n}{|\vec{r} - \vec{r}_n|} \right]$$

$$\text{किंवा, } V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \quad \dots(1.42)$$

कंटिन्यूअस डिस्ट्रीब्यूशनसाठी आपण  $q_n$  पॉइंट चार्जेसऐवजी चार्ज एलिमेंट्स वापरू शकतो ज्यात चार्ज डेन्सिटी लिनियर  $\lambda dl$ , सरफेस  $\sigma dS$  किंवा व्हॉल्यूम  $\rho dV$  असू शकते, समेशनला इंटीग्रेशनने बदलून आपण लिहू शकतो,

लाईन चार्जसाठी

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\lambda dl'}{|\vec{r} - \vec{r}_n|} \quad \dots(1.43)$$

सरफेस चार्जसाठी,

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_s \frac{\sigma dS'}{|\vec{r} - \vec{r}_n|} \quad \dots(1.44)$$

आणि व्हॉल्यूम चार्जसाठी

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho dV'}{|\vec{r} - \vec{r}_n|} \quad \dots(1.45)$$

वरील समीकरणात प्राईम कोऑर्डिनेट्स हे सोर्स कोऑर्डिनेट्स हे लिनियर चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन  $\lambda(\vec{r}')$  सरफेस चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन  $\sigma(\vec{r}')$  आणि व्हॉल्यूम चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन  $\rho(\vec{r}')$  दर्शवतात तर अन-प्राईम कोऑर्डिनेट फिल्डचे कोऑर्डिनेट दाखवतात.

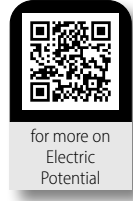
### 1.16 फील्ड इंटेन्सिटी आणि पोटेंशियल मधील संबंध

#### (Relation between Field Intensity and Potential)

कोणत्याही एका पॉइंटवर इलेक्ट्रिक फिल्ड इंटेन्सिटी आणि इलेक्ट्रिक पोटेंशियल यामधील संबंध शोधण्यासाठी एखाद्या ओरिजिन  $O$  वर ठेवलेल्या  $+q$  चार्ज मुळे  $r$  अंतरावर तयार झालेल्या इलेक्ट्रिक फिल्डच्या समिकरणापासून सुरुवात करू

$$\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\text{आता, } \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r} \right) = \vec{\nabla} \left( x^2 + y^2 + z^2 \right)^{-1/2}$$





$$\begin{aligned} \text{किंवा, } \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r} \right) &= \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} \\ &= - \frac{\hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} = - \frac{\vec{r}}{r^3} \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{E}(r) = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r} \right) = - \vec{\nabla} \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = - \vec{\nabla} V$$

$$\vec{E} = - \vec{\nabla} V$$

वरील समीकरण इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी आणि इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल एनर्जी यांच्यामधील संबंध दाखवणाऱ्या (1.36) समीकरणासारखेच आहे निगेटिव्ह साईनचा अर्थ असा आहे E ची डायरेक्शन V किंमत कमी होत जाणाऱ्या दिशेने आहे.

**उदाहरण 1.17:** एका इलेक्ट्रिक फील्डसाठी इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल  $V(x, y, z) = (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}}$  असे लिहिले जाते. (1, 1, -1) ला इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी शोधा.

**उत्तर:**

$$\text{इथे } V(x, y, z) = (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

म्हणून पाहिजे असलेली इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी,

$$\vec{E} = -\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \right\} - \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

$$\vec{E} = -\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \right\} - \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

$$-\hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

$$= (2x^2 + 2y^2 + 3z^2)^{-\frac{3}{2}} (2x\hat{i} + 2y\hat{j} + 3z\hat{k})$$

म्हणून (1, 1, -1) वरील इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी

$$\vec{E} \Big|_{(1,1,-1)} = 7^{-\frac{3}{2}} (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3z\hat{k}).$$

**उदाहरण 1.18** जर  $q, 4q, -3q$  आणि  $2q$  हे चार चार्जेस एका  $1m$  बाजूच्या चौरसच्या चारही कॉर्नरला ठेवले आहेत, तर त्या चौरसाच्या सेंटरला इलेक्ट्रिक पोटेंशियल किती असेल? (दिलेली किंमत  $q = 1 \text{ nC}$ ).

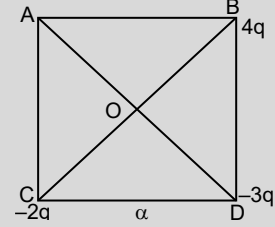
**उत्तर:**

आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे चौरसची प्रत्येक बाजू (a)  $1m$

आहे  $AO = BO = CO = DO = \frac{a}{\sqrt{2}} = x$  (समजा)

सेंटर O ला पोटेंशियल,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q}{x} + \frac{4q}{x} - \frac{3q}{x} - \frac{2q}{x} \right] = 0.$$



**उदाहरण 1.19:** एक रिजन् स्पेसमध्ये इलेक्ट्रिक फील्ड नेहमीच  $x$ -दिशेने आहे तर सिद्ध करा की (i) पोटेंशियल हे  $y$  आणि  $z$  कोऑर्डिनेटवर अवलंबून नसते. आणि (ii) जर फील्ड कॉन्स्टंट असेल तर त्या रिजण मध्ये कोणतेही फ्री चार्जेस नसतात.

**उत्तर:**

(i) दिलेल्या अटीनुसार इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E} = E\hat{i}$ , जिथे दिलेल्या चिन्हांचे नेहमीचे अर्थ आहेत.

पुन्हा आपण  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$  वापरू शकतो जिथे  $\phi$  हे पोटेंशियल आहे.

$$\text{त्यामुळे, } E\hat{i} = -\hat{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} - \hat{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} - \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

युनिट व्हेक्टरचे कोइफिशिएंटची तुलना करून,

$$E = -\frac{\partial\phi}{\partial x} \text{ आणि } \frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0$$

$y$  आणि  $z$  दिशेने कोणतेही बदल होत नाही त्यामुळे आपण म्हणू शकतो की पोटेंशियल हे  $y$  आणि  $z$  कोऑर्डिनेटवर अवलंबून नसते

(ii) समजा इलेक्ट्रिक फील्ड कॉन्स्टंट आहे  $E = \text{कॉन्स्टंट}$

त्यामुळे  $x$  सोबत डेरीव्हेटीव्ह घेतल्यावर

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} = -\frac{\partial E}{\partial x} = 0$$

$$\text{तसेच } \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

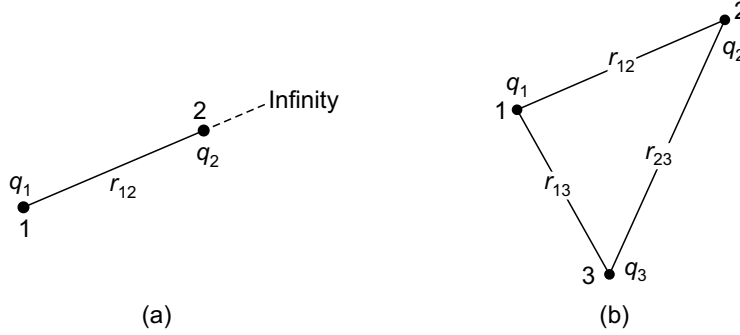
म्हणून एकत्रितपणे  $\nabla^2\phi = 0$  असे आपण लिहू शकतो, जे लाप्लासचे समीकरण म्हणतात जे चार्जमुक्त रिजण मध्ये वापरता येते. त्यामुळे आपण असे म्हणू शकतो की दिलेला रिजण चार्जमुक्त आहे.

### 1.17 इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल एनर्जी (Electrostatic Potential Energy)

इलेक्ट्रिक फिल्डमध्ये ठेवलेल्या कोणत्याही चार्जला फोर्स असल्याची जाणीव होते जसे की एखाद्या वस्तूला ग्रॅव्हिटेशनल फिल्डमध्ये मास म्हणजेच वस्तुमान असण्याची जाणीव होते. जसं ग्रॅव्हिटेशनल फिल्डमध्ये मास म्हणजे वस्तू मनाला काही पोटेन्शियल एनर्जी असते तसेच चाललं इलेक्ट्रिक फिल्डमध्ये असते युनिट पॉझिटिव्ह टेस्ट चार्ट पासून इन्फिनिटी पासून दिलेल्या सिस्टममध्ये एका विशिष्ट पॉइंटला आणण्यासाठी केलेल्या वर्क त्या सिस्टमच्या पॉइंट चार्जेसची इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल एनर्जी म्हणतात. सुरुवातीला आपण दोन चार्जची सिस्टम विचारात घेऊ. यात चार्जेस  $q_1$  आणि  $q_2$  एवढ्या अंतरावर ठेवले आहे. आकृती 1.17(a)

$q_1$  च्या इलेक्ट्रिक फिल्डच्या विरोधात  $q_2$  ला इन्फिनिटीपासून विशिष्ट पॉइंटला आणण्यासाठी केलेले वर्क खालील प्रकार लिहितात.

$$W = -q_2 \int_{\infty}^{r_{12}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^{r_{12}} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad \dots(1.46)$$



आकृती 1.17: (a) दोन चार्ज सिस्टम आणि (b) तीन चार्ज सिस्टमसाठी इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल एनर्जी

दोन चार्जच्या सिस्टममध्ये केलेले वर्क इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल एनर्जीच्या (U) रूपामध्ये साठवले जाते.

$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad \dots(1.47)(a)$$

त्याचप्रमाणे आकृती 1.17 (b) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे 3 चार्ज असणाऱ्या सिस्टममध्ये पोटेन्शियल एनर्जी खालीलप्रमाणे असते

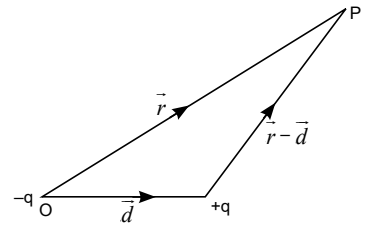
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right] \quad \dots(1.47)(b)$$

### 1.18 इलेक्ट्रिक डायपोल (Electric Dipole)

दोन सारखे आणि विरुद्ध पॉइंट चार्जेस एका छोट्या अंतराने जर वेगळे केले असतील तर त्या सिस्टमला इलेक्ट्रिक डायपोल म्हणतात

मोमेंट ऑफ द डायपोल हा कोणत्याही एका चार्जच्या मॅग्नीट्यूड आणि त्याच्या मधील अंतराच्या गुणाकारा एवढा असतो. हा वेक्टर आहे आणि नेहमी निगेटिव्ह चार्ज कडून पॉझिटिव्ह चार्ज कडे त्याची दिशा असते.

समजा दोन चार्जेस  $+q$  आणि  $-q$  असून त्यातील अंतर  $\vec{d}$  इतके आहे.



आकृती 1.18: इलेक्ट्रिक डायपोल

निरीक्षणाच्या पॉइंटवर पोटेंशियल शोधण्याकरिता आपण असं गृहीत धरू की ओरिजिन चार्ज  $-q$  ला गृहीत धरले आहे आणि निरीक्षण पॉइंट पॉइंट P वर आहे जो ओरिजिन पासून  $\vec{r}$  अंतरावर आहे. यामुळे दोन चार्जेसच्या कॉम्बिनेशन ने अर्थात डायपोलमुळे तयार झालेले पोटेंशियल पॉइंटवर खालील प्रकारे दाखवता येईल (आकृती 1.18)

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{d}}} - \frac{1}{r} \right]$$

आकृती 1.18 वरून,

$$\sqrt{r^2 + d^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{d}} = \frac{1}{r} \left[ 1 - \frac{2\vec{r} \cdot \vec{d}}{r^2} + \frac{d^2}{r^2} \right]^{\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{r} \left[ 1 - \frac{2\vec{r} \cdot \vec{d}}{r^2} \right]^{\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{r} \left[ 1 + \frac{\vec{r} \cdot \vec{d}}{r^2} \right]$$

$$\text{म्हणून,} \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{d}}{r^3} - \frac{1}{r} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} \cdot \vec{d}}{r^3} = \frac{\vec{r} \cdot q\vec{d}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\text{इथे,} \quad \vec{p} = q\vec{d}$$

हे इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट आहे आणि डायपोलचे इलेक्ट्रिक पोटेंशियल खालील प्रकारे लिहिता येईल.

$$\varphi = \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = -\frac{\vec{p} \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r} \right)}{4\pi\epsilon_0} \quad \dots(1.48)$$

यावरून इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi = -\vec{\nabla} \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \vec{\nabla} \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{r^3} \right)$$

$$\text{आता,} \quad \vec{\nabla} \left( \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{r^3} \right) = \frac{1}{r^3} \vec{\nabla} (\vec{r} \cdot \vec{p}) + (\vec{r} \cdot \vec{p}) \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r^3} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{पुन्हा,} \quad \vec{\nabla} (\vec{r} \cdot \vec{p}) &= \left[ \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right] (xp_x + yp_y + zp_z) \\ &= \hat{i}p_x + \hat{j}p_y + \hat{k}p_z = \vec{p} \end{aligned}$$

$$\text{तसेच,} \quad \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r^3} \right) = -\frac{3\vec{r}}{r^5}$$

$$\begin{aligned} \text{म्हणून,} \quad \vec{E} &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r^3} \vec{\nabla} (\vec{r} \cdot \vec{p}) + (\vec{r} \cdot \vec{p}) \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r^3} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\vec{p}}{r^3} - \vec{r} \cdot \vec{p} \frac{3\vec{r}}{r^5} \right] \end{aligned}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[ \vec{p} - \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} \right] = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[ \vec{d} - \frac{3(\vec{d} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} \right] \quad \dots(1.49)$$

### 1.19 पॉयझन आणि लाप्लास चे समीकरण

समीकरण 1.26 मधील गॉस चा नियम आणि समीकरण 1.36 नुसार शोधलेले स्केलर पोटेन्शियल यांचे मिश्रण करून स्केलर पोटेन्शियल साठी पार्श्वीय डिफरेन्शियल समीकरणाने लिहिता येतात

#### पॉयझनचे समीकरण

गॉसच्या नियमाचा डिफरेन्शियल फॉर्म  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ , इथे  $\rho$  ही व्हॉल्यूम चार्ज डेन्सिटी आहे. तसेच इलेक्ट्रिक फील्ड आणि पोटेन्शियल यामधील संबंध  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ .

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla}V) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{किंवा,} \quad \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \dots(1.50)(a)$$

या समीकरणाला इलेक्ट्रोस्टॅटीकमधील पॉयझनचे समीकरण म्हणतात.

#### लाप्लासचे समीकरण

$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$  ज्या भागात चार्जेस नसतात तिथे चार्ज डेन्सिटी  $\rho = 0$  शून्य राहिल. पॉयझनचे समीकरण वापरून आपल्याला लिहिता येते

$$\nabla^2 V = 0 \quad \dots(1.50)(b)$$

या समीकरणाला लाप्लासचे समीकरण म्हणतात.

या समीकरणाला इंटीग्रेट करून आपण लिहू शकतो  $V = \text{कॉन्स्टंट}$ . त्यामुळे कोणत्याही इक्विपोटेन्शियल सरफेस साठी हे लाप्लास चे समीकरण लागू होते.

**उदाहरण 1.20:**  $V = 2x^2 + 7y - 2z^2$  या दिलेल्या पोटेन्शियलने लाप्लासच्या समीकरणाचे समाधान होते हे सिद्ध करा ( $V=0$  कॉन्स्टंट आहे).

**उत्तर:**

समजा  $V = 2x^2 + 7y - 2z^2$  हे पोटेन्शियल फंक्शन आहे.

$$\text{म्हणून } \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 4 + 0 - 4 = 0$$

$V$  पोटेन्शियलने लाप्लासच्या समीकरणाचे समाधान होते

**उदाहरण 1.21:** दिलेले फंक्शन  $V = 2x^2 + 7y - 2z^2$  चार्ज फ्री रिजन मध्ये पोटेन्शियल फंक्शन आहे हे सिद्ध करा

**उत्तर:**

दिलेले पोटेन्शियल  $V = 2x^2 + 7y - 2z^2$

$$\text{म्हणून } \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 4 + 0 - 4 = 0$$

यावरून हे सिद्ध होते दिलेल्या समीकरणाने लाप्लासच्या समीकरणाचे समाधान होते त्यामुळे आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की दिलेला रिजन चार्ज फ्री रिजन आहे  $\rho = 0$  म्हणजे चार्ज डेन्सिटी शून्य आहे

**उदाहरण 1.22:** फ्री स्पेसमधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल खालील समीकरणाने दिल्या जाते

$$\varphi = \alpha - \beta(x^2 + y^2) - \gamma \ln \sqrt{x^2 + y^2}$$

जिथे  $\alpha$ ,  $\beta$  आणि  $\gamma$  कॉन्स्टंट आहे. या रिजनची चार्ज डेन्सिटी शोधा.

**उत्तर:**

$\varphi$  च्या एक्सप्रेसशन वरून,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -2\beta x - \frac{\gamma}{\sqrt{x^2 + y^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = -2\beta x - \frac{\gamma x}{x^2 + y^2}$$

$$\text{किंवा, } \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -2\beta - \frac{\gamma [x^2 + y^2 - x \times 2x]}{x^2 + y^2} = -2\beta - \gamma \frac{y^2 - x^2}{x^2 + y^2}$$

$$\text{त्याचप्रमाणे, } \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -2\beta - \gamma \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\text{त्यामुळे, } \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

$$\text{म्हणून, } \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -4\beta$$

$$\text{किंवा, } \nabla^2 \varphi = -4\beta$$

आता वरील एक्सप्रेसशनची पॉयझन समीकरणासोबत  $\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$  तुलना करून,

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = 4\beta$$

किंवा,  $\rho = 4\beta\epsilon_0$  ही पाहिजे असलेली चार्ज डेन्सिटी आहे.

### 1.19.1 लाप्लाशियन ऑपरेटर (Laplacian Operator)

कार्टेशियन कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये  $(x, y, z)$ , लाप्लाशियन ऑपरेटर

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ असा लिहिता येतो} \quad \dots(1.51)$$

स्फेरिकल पोलर कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये  $(r, \theta, \phi)$  लाप्लाशियन ऑपरेटर

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad \dots(1.52)$$

सिलेंड्रिकल कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये  $(\rho, \phi, z)$ ,

$$\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \dots(1.53)$$

### 1.20 युनिकनेस थिअरम (Uniqueness Theorem)

**स्टेटमेंट :** सारख्या बाउंड्री कंडीशनच्या लाप्लास समीकरणाचे सोल्युशन्स जास्तीतजास्त एखाद्या कॉन्स्टंटने बदलतात

**सिद्धता:** युनिकनेस थिअरम सिद्ध करण्यासाठी आपण लाप्लासच्या समीकरणाचे दोन वेगवेगळे सोल्युशन्स गृहीत धरू जे व्हॉल्यूम  $V$  च्या  $S_1, S_2, \dots, S_n$  बाहेरील भागावर वेगवेगळे कंडक्टर असून एका  $S$  सरफेसने बाउंड केले आहे. समजा  $\phi_1$  आणि  $\phi_2$  दोन्ही सोल्युशन्स वेगवेगळ्या  $S_1, S_2, \dots, S_n$  सरफेसवर सारख्याच कंडिशनस सॅटिस्फाय करतात. या बाउंड्री कंडिशनस एक तर डीरिचलेट कंडिशनस असतात ज्यात बाँडिंग सरफेसवरील पोटेन्शियल  $\phi$  देतात किंवा न्यू मन कंडिशनस ज्या बाउंडिंग सरफेसवरील पोटेन्शियल  $\phi$  च्या नॉर्मल डेरिव्हेटिव्ह  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$  देतात.

$$\text{समजा} \quad \phi = \phi_1 - \phi_2$$

$$\text{आणि समजा} \quad \nabla^2 \phi = \nabla^2 \phi_1 - \nabla^2 \phi_2 = 0.$$

दोन्ही पोटेन्शियल  $\phi_1$  आणि  $\phi_2$  लाप्लास चे समीकरण सॅटिस्फाय करतात. समजा डीरिचलेट कंडिशन सॅटिस्फाय होते तेव्हा बाउंडिंग सरफेसवर  $\phi = 0$

$$\text{तर दुसऱ्या बाजूला जर न्यूमनची कंडीशन} \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \text{ बाउंडिंग सरफेसवर सॅटिस्फाय होत असेल तर,}$$

त्यामुळे बाउंड्री वर  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$  किंवा  $\hat{n} \cdot \vec{\nabla} \phi$  संपायला हवे इथे  $\hat{n}$  दिलेल्या सरफेसच्या नॉर्मल आऊटवर्ड दिशेला असलेला युनिट व्हेक्टर आहे.

व्हेक्टर एनालिसिसमधील गॉसच्या डाईव्हर्जन्स थिअरमनुसार व्हेक्टर  $\phi \vec{\nabla} \phi$  साठी वापरला तर,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{\nabla} \phi) dV = \int_{S+S_1+S_2+\dots+S_n} \phi \vec{\nabla} \phi \cdot \hat{n} dS$$

बाउंडरीवरील न्यूमनच्या कंडिशनस  $\phi = 0$  वापरून समीकरणाची उजवी बाजू विलय (व्हॅनिश = 0) पावायला हवी.

व्हेक्टर आयडेन्टिटीनुसार,

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{\nabla} \phi) = \phi \nabla^2 \phi + |\vec{\nabla} \phi|^2$$

तसेच रिजन V मध्ये  $\nabla^2 \phi = 0$

$$\text{त्यामुळे, } \vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{\nabla} \phi) = |\vec{\nabla} \phi|^2$$

त्यामुळे समीकरण असेही लिहिता येईल,

$$\int_V |\vec{\nabla} \phi|^2 dV = 0$$

आता,  $\int_V |\vec{\nabla} \phi|^2 dV = 0$  परफेक्ट स्क्वेअर असल्यामुळे एकतर पूर्णपणे पॉजिटिव असेल किंवा शून्य राहील. पण त्याचे इंटिग्रल V मधील प्रत्येक पॉइंटला  $\vec{\nabla} \phi$  विलय (व्हॅनिश = 0) पावायला हवे. त्यामुळे,  $\phi = \phi_1 - \phi_2 = c$ , इथे c हा एक कॉन्स्टंट आहे. म्हणजेच रिजन V मधील प्रत्येक पॉइंटवर फंक्शन  $\phi$  ची किमत ही बाऊंडिंग सरफेसवरील किमती इतकीच राहील.

डीरिचलेट कंडिशन वरून बाऊंडिंग सरफेसवर  $\phi = 0$ . त्यामुळे या केससाठी पूर्ण रिजन V मध्ये  $\vec{\nabla} \phi = 0$ , किंवा  $\phi_1 = \phi_2$  म्हणजेच  $c = 0$ .

बाऊंड्रीजवर न्युमनच्या कंडिशनसाठी,  $\vec{\nabla} \phi \cdot \hat{n} = 0$  आणि V मधील सर्व पॉइंट्स करिता  $\vec{\nabla} \phi = 0$  त्यामुळे केवळ एकाच शक्यता उरते ती म्हणजे  $\phi$  कॉन्स्टंट आहे. या प्रकारे युनिकनेस थिअरम सिद्ध होतो.

### 1.21 कार्टेशियन कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये लाप्लासचे समीकरण (Laplace's Equation in Cartesian Coordinate)

कार्टेशियन कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये लाप्लासचे समीकरण खालीलप्रकारे लिहिता येते,

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad \dots(1.54)$$

$$\text{समजा, } V(x, y, z) = X(x) Y(y) Z(z) \quad \dots(1.55)$$

जिथे X(x), Y(y) and Z(z) हे x, y आणि z चे फंक्शन आहे. समीकरण (1.54) आणि (1.55) वापरून

$$Y(y)Z(z) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + Z(z)X(x) \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + X(x)Y(y) \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0$$

X(x) Y(y) Z(z) ने दोन्ही बाजूला भागून,

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0$$

वरच्या समीकरणात सर्वच फंक्शन एका व्हेरीएबलचे आहे, त्यामुळे आपण प्रत्येकाला प्रत्येकाला शून्य धरू शकतो.



$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + k_x^2 X(x) = 0 \quad \dots(1.56)(a)$$

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + k_x^2 X(x) = 0 \quad \dots(1.56)(b)$$

$$\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k_z^2 Z(z) = 0 \quad \dots(1.56)(c)$$

जिथे  $k_x$ ,  $k_y$  आणि  $k_z$  हे सेपरेशन कॉन्स्टंटस् आहेत, जे खालील एक्सप्रेशन सॅटिस्फाय करते.

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 0 \quad \dots(1.57)$$

सगळ्या सेकंड ऑर्डर डीफरेन्शियल इक्वेशन (1.56) एकसारखे असतात.

समीकरण (1.56) (a) त्यासाठी शक्य असलेले सोल्युशन्स शोधू.  $k_x$ , च्या किमतीनुसार आपण वेगवेगळे संभाव्य सोल्युशन्स शोधू शकतो.

$$\text{जर } k_x = 0; \quad X(x) = Ax + B \quad \dots(1.58)$$

$$\text{जर } k_x = k; \quad X(x) = A \sin kx + B \cos kx = Ce^{ikx} + De^{-ikx} \quad \dots(1.59)$$

$$\text{आणि जर } k_x = ik; \quad X(x) = A \sinh kx + B \cosh kx = Ce^{kx} + De^{-kx} \quad \dots(1.60)$$

इथे A, B, C आणि D कॉन्स्टंट आहेत आणि बाउंड्री कंडिशन वरून मोजले जाऊ शकतात. त्याचप्रमाणे इतर दोन डीफरेन्शियल इक्वेशन्ससाठी संभाव्य सोल्युशन्स शोधत येतील. त्यासाठीचे पर्टीकुलर सोल्युशन्स  $X(x)$ ,  $Y(y)$  किंवा  $Z(z)$  प्रॉब्लेमच्या स्वरूपाच्या आधारे निवडले जाऊ शकते.

## 1.22 लाप्लासच्या समीकरणाचे एप्लिकेशन्स (Application of Laplace's Equation)

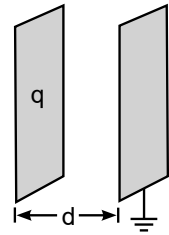
इलेक्ट्रोस्टॅटिक प्रॉब्लेमच्या माहित असलेल्या किमतीसाठी काही बाउंड्रीवर हे लाप्लासची समीकरणे फार आवश्यक आहे. या बाउंड्री व्हेल्यूज वापरून ही इक्वेशनच्या माध्यमातून इलेक्ट्रोस्टॅटिक फिल्ड आणि पूर्ण वोल्युममधील पोटेन्शियल यांचे शक्य असलेले सर्व सोल्युशन्स शोधता येतात खाली दिलेल्या बाउंड्री प्रॉब्लेम साठी आपण काही एप्लिकेशन्स विचारात घेऊ.

### 1.22.1 समांतर प्लेट कॅपॅसिटर (Parallel Plate Capacitor)

समांतर प्लेट कॅपॅसिटर गृहीत धरू झेड ऑक्सिस च्या दिशेने आहे, आणि दोन प्लेट्स  $z = 0$  आणि  $z = d$  समजा वरच्या प्लेटवरील पोटेन्शियल  $V$  आहे आणि खालच्या प्लेटला ग्राउंड केले. या प्लेट्स झेड ऑक्सिसच्या दिशेने आहेत, त्यामुळे त्यांचे एक्स आणि वाय ऑक्सिस वरील पोटेन्शियल चे कंपोनेंट्स शून्य राहतील आणि त्यामुळे लाप्लासच्या इक्वेशन वरून आपण लिहू शकतो.

$$\frac{d^2 V}{dz^2} = 0$$

इंटीग्रेट करून,



आकृती 1.19: समांतर प्लेट कॅपॅसिटर

$$\frac{dV}{dz} = A$$

पुन्हा इंटिग्रेट करून,

$$V = Az + B \quad \dots(1.61)$$

इथे A आणि B इंटिग्रेटिंग कॉन्स्टंट आहेत.

आता  $z = 0$ , ला  $V = 0$ . म्हणून समीकरण (1.61) मध्ये  $B = 0$

$$\therefore V = Az$$

आणि  $z = d$ , ला  $V = V_1$

$$\therefore V_1 = Ad \text{ किंवा } A = \frac{V_1}{d}$$

$$\text{त्यामुळे } V = \frac{V_1 z}{d} \quad \dots(1.62)$$

$$\text{तसेच, } \vec{E} = -\hat{z} \frac{\partial V}{\partial z} = -\hat{z} \frac{V_0}{d} \quad \dots(1.63)$$

$$\text{त्यामुळे, } \rho_s = \epsilon_0 E = \epsilon_0 \frac{V_0}{d} \quad (\rho_s = \text{surface charge density}) \quad \dots(1.64)$$

म्हणून कॅपॅसिटरच्या  $\alpha$  एरियामधील एनक्लोज चार्जस

$$Q = -\epsilon_0 \frac{V_0 \alpha}{d}$$

आणि कॅपॅसिटन्स खालील प्रकारे लिहिता येईल.

$$C = \frac{|Q|}{V_0} = \frac{\epsilon_0 \alpha}{d} \quad \dots(1.65)$$

स्पेशल केस: दोन प्लेटसमधली जागा दोन वेगवेगळ्या डाय इलेक्ट्रिक लेअर्सने भरलेली आहे समजा X आणि Y ऑक्सिसच्या दिशेने बीडमध्ये फिल्डमध्ये कोणतेही बदल होत नसतील आणि इंटरफेसवर कोणतेही फ्री चार्जस नसतील. समजा एक इलेक्ट्रोड ग्राउंड केला आणि दुसरा इलेक्ट्रोडवर पोटेंशियल V दिले. दोन वेगवेगळ्या रिजनकरिता आपणास लाप्लासच्या इक्वेशनचे सोल्युशन्स खालील प्रकारे लिहिता येतात

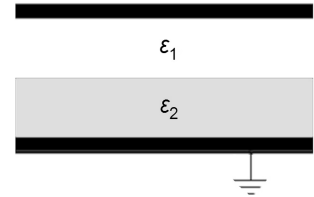
$$V_1 = A_1 z + B_1 \quad z \leq a \text{ करिता} \quad \dots(1.66)$$

$$\text{आणि } V_2 = A_2 z + B_2 \quad a \leq z \leq d \text{ करिता} \quad \dots(1.67)$$

आता  $z = 0$  साठी  $V_2 = 0$  आणि  $z = d$  साठी  $V_1 = V_0$ , या बाउंड्री कंडिशनस वापरून

$$V_0 = A_1 d + B_1$$

$$\text{आणि } B_2 = 0$$



आकृती 1.20: दोन डायइलेक्ट्रिक थर असणारा समांतर प्लेट कॅपॅसिटर

म्हणून,  $V_1 = A_1 (z - d) + V_0$

आणि  $V_2 = A_2 z$

$z = a$  वर दोन्ही सोलुशन्स ने सारखेच पोटेंशियल द्यायला हवे,

$$A_1 (a - d) + V_0 = A_2 a \quad \dots(1.68)$$

$z = a$  डायइलेक्ट्रिक बाउंड्रीवर इलेक्ट्रिक फ्लक्स डेन्सिटी व्हेक्टरचा नॉर्मल कंपोनेंट कॉन्स्टंट असतो.

आपल्याला माहिती आहे की  $\vec{D} = \epsilon^- V$ , त्यामुळे

$$\epsilon_1 A_1 = \epsilon_2 A_2 \quad \dots(1.69)$$

$A_1$  आणि  $A_2$ , (1.68) आणि (1.69) सोडवून

$$A_1 = \frac{V_0}{(a - d) + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} a} \quad \text{आणि} \quad A_2 = \frac{V_0}{(a - d) \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} + a} \quad \dots(1.70)$$

$A_1$  आणि  $A_2$ , चे एक्सप्रेसन्स वापरून  $V_1$  आणि  $V_2$  खालील प्रकारे लिहिता येईल

$$V_1 = \frac{V_0 (z - d)}{(a - d) + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} a} + V_0 \quad \dots(1.71)$$

$$\text{आणि} \quad V_2 = \frac{V_0 z}{(a - d) \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} + a} \quad \dots(1.72)$$

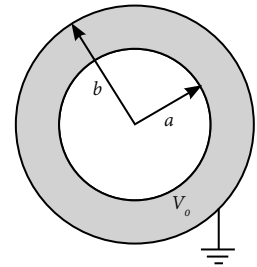
### 1.22.2 स्फेरीकल कॅपॅसिटर (Spherical Capacitor)

आकृती (1.21) दाखवल्याप्रमाणे एक स्फेरीकल कॅपॅसिटर ज्याची आतली रेडीयस  $a$  आहे आणि बाहेरील रेडीयस  $b$  आहे. समजा आतील स्फियर  $V_0$  पोटेंशियल वर आहे आणि बाहेरील स्फियर ग्राउंड केला आहे पोटेंशियल हे नेहमी रेडियल कॉर्डिनेटचे फंक्शन असते त्यामुळे स्फेरीकल पोलर कॉर्डिनेट्स वापरून आणि प्रॉब्लेमची सिमेट्री लक्षात घेऊन लाप्लासचे इक्वेशन खालील प्रकारे लिहिता येते

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = 0$$

$$\text{इन्टीग्रेट करून, } r^2 \frac{\partial V}{\partial r} = A$$

$$\text{or, } \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{A}{r^2}$$



आकृती 1.21: स्फेरिकल कॅपॅसिटर

पुन्हा इन्टीग्रेट करून,

$$V = -\frac{A}{r} + B \quad \dots(1.73)$$

इथे A आणि B हे दोन कॉन्स्टंटस् आहेत, आता  $r = b$  ला  $V = 0$

$$\therefore 0 = -\frac{A}{b} + B \Rightarrow B = \frac{A}{b}$$

$$\text{म्हणून, } V = -\frac{A}{r} + \frac{A}{b} = A \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{r} \right) \quad \dots(1.74)$$

पुन्हा  $r = a$  ला  $V = V_0$

$$\therefore V_0 = A \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow A = \frac{V_0}{\left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)}$$

तसेच समीकरण (1.74) वरून

$$V = \frac{V_0}{\left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)} \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{r} \right) = \frac{V_0 a}{r} \frac{(r-b)}{(a-b)} = \frac{V_0 a}{r} \frac{(b-r)}{(b-a)} \quad \dots(1.75)$$

$$\text{तसेच, } \vec{E} = -\hat{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{V_0 ab}{r^2 (b-a)} \hat{a}_r \quad \dots(1.76)$$

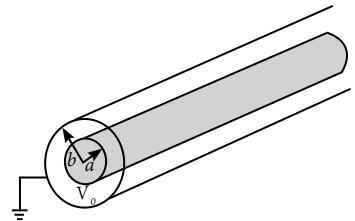
$$\text{म्हणून, } Q = \frac{\epsilon_0 V_0 ab}{(b-a)} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{r^2}{r^2} \sin\theta d\theta d\phi \quad (\rho_s = \text{सरफेस चार्ज डेन्सिटी}) \quad \dots(1.77)$$

$$\begin{aligned} \text{म्हणून, } Q &= \frac{\epsilon_0 V_0 ab}{(b-a)} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{r^2}{r^2} \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \frac{4\pi\epsilon_0 V_0 ab}{(b-a)} \end{aligned}$$

$$\text{आणि कॅपॅसिटन्स, } C = \frac{|Q|}{V_0} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{(b-a)} \quad \dots(1.78)$$

### 1.22.3 सिलेंड्रिकल कॅपॅसिटर (Cylindrical Capacitor)

आकृती 1.22 मध्ये दाखवल्या प्रमाणे एक सिलेंड्रिकल कॅपॅसिटर आपण गृहीत धरू ज्याची आतील रेडियस  $a$  आहे आणि बाहेरील रेडियस  $b$  आहे. समजा आतील सिलेंडरचे पोटेंशियल  $V_0$  आणि बाहेरील सिलेंडर ग्राउंड केले आहे. आता सिलेंडर रेडियल सिमेट्री असल्यामुळे आपण लाप्लासचे सिलेंड्रिकल कॉर्डिनेटचे इक्वेशन वापरू शकतो



आकृती 1.22: सिलेंड्रीकल कॅपॅसिटर

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right) = 0 \text{ किंवा, } r \frac{\partial V}{\partial r} = A$$

$$\text{किंवा, } \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{A}{r}$$

$$\text{किंवा, } V = A \ln r + B \quad \dots(1.79)$$

$$\text{आता जर } r = b, V = 0$$

$$\therefore 0 = A \ln b + B \text{ किंवा } B = -A \ln b$$

$$\text{किंवा } V = A \ln r - A \ln b = A \ln \frac{r}{b} \quad \dots(1.80)$$

$$\text{पुन्हा जर } r = a, V = V_0$$

$$\therefore V_0 = A \ln \frac{a}{b} \Rightarrow A = \frac{V_0}{\ln \frac{a}{b}}$$

म्हणून समीकरण (1.80) वरून

$$V = \frac{V_0}{\ln \frac{a}{b}} \ln \frac{r}{b} = \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}} \ln \frac{b}{r} \quad [\text{कारण } a \leq r \leq b] \quad \dots(1.81)$$

$$\text{तसेच, } \vec{E} = -\hat{r} \frac{\partial V}{\partial r} = -\hat{r} \frac{V_0}{r \ln \frac{b}{a}} \quad \dots(1.82)$$

$$\begin{aligned} \text{म्हणून, } \rho_s &= \epsilon_0 E_{r=a} \\ &= \frac{\epsilon_0}{a} \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}} \quad (\rho_s = \text{सरफेस चार्ज डेन्सिटी}) \end{aligned} \quad \dots(1.83)$$

L लांबीच्या कोअॅक्सीअल सिलेंडरसाठी कॅपॅसिटन्स

$$C = \frac{Q}{V_0} = \frac{2\pi aL}{V_0} \rho_s = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}} \quad \dots(1.84)$$

### 1.23 फॅरॅडेचा केज (faraday cage)

फॅरॅडेच्या प्रयोगात चार्ज, मॅग्नेटिझम आणि त्यामधील इंटरॅक्शन याबद्दल प्रयोग केले गेले. सगळे चार्ज फक्त बाहेरच्या सरफेसवरच राहतात आणि आतल्या सरफेसमध्ये कोणतेही चार्जेस नसतात. आता आतला सरफेस बाहेरिल पाईंट चार्जेसमुळे कोणत्याही प्रकारे बाधित होत नाही. तसेच फॅरॅडेच्या संशोधनावरच फिल्ड थिअरी रचल्या गेली आहे आणि आता इलेक्ट्रॉनिक फिल्ड चार्जच्या बाहेर चार्जच्या पलीकडे स्पेसमध्येसुद्धा असते हे सर्वमान्य झाले आहे. कंडक्टरच्या बाहेर या भागाला चार्जेसचे रीडिस्ट्रीब्यूशन होते कारण सारखे चार्जेस एकमेकांना रिपेल करतात याचाच परिणाम म्हणून कंडक्टरच्या आत कोणत्याही स्पेसमध्ये जो कंटीन्यूअस कण्डक्टिंग लेअर ने बंदिस्त केला आहे त्यात एकूण इलेक्ट्रोस्टॅटिक फिल्ड शून्य असते. कोणताही इलेक्ट्रॉनिक नॉईज जो कंडक्टरच्या बाहेरच्या



बाजूला असतो तो त्या दिलेल्या स्पेस मध्ये पूर्णपणे कॅन्सल होतो. खूप जास्त कंडक्टिव्ह इलेक्ट्रोलाईट सोल्युशन्समध्ये इलेक्ट्रोस्टॅटिक फीड फिल्ड जस्टिफाय करण्यासाठी हे मेकॅनिझम वापरले जाऊ शकते. केजच्या आत मध्ये जो नॉईज तयार होतो तो आतून बाहेर जाऊ शकत नाही.

इथे काही महत्वाचे मुद्दे विचारात घेऊ. पहिला मुद्दा जर केजमध्ये कोणत्या प्रकारची गॅप, जी काही तरी कंडक्टर तुटल्यामुळे असू शकते ती बाहेरील इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फिल्ड आत शिरण्यासाठी वाव देऊ शकतो. एखाद्या जाळीसाठी इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक रेडिएशनचे आत शिरणे हे ऑसीलेशनस (तरंग) पर्यंतच मर्यादित असते ज्याची वेवलेंग्थ ती त्या गॅपच्या डायमीटरच्या दुप्पटीपेक्षा कमी असते म्हणून 0.01 मिटर गॅप असेल तर 0.02 मिटर इतक्या आणि यापेक्षा कमी वेवलेंग्थच्या म्हणजेच 150 GHz नॉईज आत जाऊ शकतो. दुसरा मुद्दा म्हणजे लांबलचक कंडक्टिव्ह पदार्थ. फॅरॅडेच्या केसला दरवाजा किंवा एखादी ओपनिंग जर असेल तर त्याच्या कंटिन्युटीमध्ये ब्रेक असेल अशा प्रकारच्या परिस्थितीमध्ये कॅन्सलिंग इफेक्ट राहणारच नाही आणि त्यामुळे शून्यपेक्षा जास्त फिल्ड केजच्या आत मध्ये राहील. कमी फ्रिक्वेन्सीचे काम एक कनेक्टिंग वायरने डिस्कटीन्यूस बाजूंना जोडून करता येईल पण जास्त फ्रिक्वेन्सीच्या प्रयोगामध्ये हे अपुरे आहे आणि शेवटचे म्हणजे केजची कन्डक्टिविटी विचारात घेणे. केजची साईज वाढत जाते तेव्हा तो महत्वाचा मुद्दा ठरतो. कण्डक्टिंग लेअर जितका मोठा जास्त रेजिस्टीव असेल तितके चार्जेस हळूहळू रीडिस्ट्रीब्यूट होतील आणि नॉन कॅन्सलिंग इफेक्ट तयार होईल.

## अप्लिकेशन्स

फॅरॅडेचे केज नेहमीच नॉईज कमी करण्यासाठी विशेषता एसी पॉवर ग्रिड मध्ये पॉवर लाईन नॉईज कमी करण्यासाठी वापरतात. काही प्रयोग एक कमी करंट किंवा जास्त फ्रिक्वेन्सी साठी सुद्धा वापरल्या जाऊ शकतात फिजिकल केमिस्ट्री हे दुसऱ्या प्रकारात येत आणि जेव्हा मायक्रो किंवा न्यानो इलेक्ट्रोड चा विचार केला जातो तेव्हा दोन्ही फार महत्वाचे असतात कोरोजन मध्ये फारशी प्रिसिजन ची आणि ॲक्युरॅसी ची गरज नसते पण कोरोजन रेसिस्टेंट अलॉय हे नॅनो एंपियर चे करंट मोजू शकतात तिथे फॅरॅडे केज आवश्यक आहे जर सेल करंट एक मायक्रो एंपियर पेक्षा मोठा नसेल तर फॅरॅडे केज अतिशय महत्वाचा असून वापरल्या जातो

अप्लिकेशन :- फॅरॅडेचे केज नेहमीच नॉईज कमी करण्यासाठी विशेषता एसी पॉवर ग्रिडमध्ये पॉवर लाईन नॉईज कमी करण्यासाठी वापरतात. काही प्रयोगात कमी करंट किंवा जास्त फ्रिक्वेन्सी साठी सुद्धा वापरल्या जाऊ शकतात. फिजिकल केमिस्ट्री हे दुसऱ्या प्रकारात येते आणि जेव्हा मायक्रो किंवा नॅनो इलेक्ट्रोड चा विचार केला जातो तेव्हा दोन्ही फार महत्वाचे असतात. कोरोजन मध्ये फारशी प्रिसिजनची आणि ॲक्युरॅसीची गरज नसते पण कोरोजन रेझिस्टेंट अलॉय हे  $nA$  चे करंट मोजू शकतात तिथे फॅरॅडेचा केज आवश्यक आहे. जर सेल करंट  $1 \mu A$  पेक्षा जास्त तर फॅरॅडेचा केज अतिशय महत्वाचा असून वापरल्या जातो

### 1.24 कॉफी रिंग इफेक्ट (Coffee Ring Effect)

पार्टिकल ने भरलेल्या द्रवाचे जेव्हा बाष्पीभवन होते तेव्हा एक कॉफी रिंगचे पॅटर्न त्याच्या मिश्रणामुळे तयार होते जसे कॉफी भरून बाहेर सांडल्यानंतर त्या भांड्याच्या कडावर एक रिंगसारखी आकृती तयार होते अशाच या घटनेला कॉफी रिंग पॅटर्न म्हणतात. असाच पॅटर्न रेड वाइन सांडल्यानंतर तयार होतो या प्रकारच्या रिंगच्या तयार होण्याच्या पद्धतीला कॉफी रिंग इफेक्ट किंवा कॉफी स्टेन इफेक्ट किंवा साध्या शब्दात रिंग स्टेन म्हणतात

कॉफी रिंग पॅटर्न कॅपिलरी फ्लो मुळे तयार होतो जो एखाद्या थेंबाच्या बाष्पीभवनाच्या वेगवेगळ्या रेट्समुळे मिळतो. कडावरील द्रव जेव्हा बाष्प बनते तेव्हा आतील बाजूचे द्रव बाहेरच्या बाजूला येते यामुळे होणारा प्रवाह जवळजवळ सर्वच द्रव्य कडांना आणू शकते.

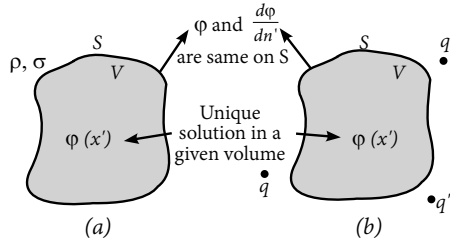
जेव्हा वाळवण्याची प्रक्रिया चालू असते तेव्हा त्याच्या शेवटच्या स्टेजला रश ओवर इफेक्ट म्हणजेच आतील द्रव बाहेर निघण्याच्या वेग वाढतो. खूप जास्त प्रवाह या द्रवाच्या थेंबाच्या सेंटरला असलेल्या पार्टिकलला रीडिस्ट्रीब्यूट करतो. जर हे पार्टिकल

कडांना जमा करायचे असतील तर त्या द्रव पदार्थाचा प्रवाह हा हळू असला पाहिजे. एखाद्या द्रवाचे सरफेस टेन्शन ग्रेडिअंट कमी करण्यासाठी सरफॅक्टंट वापरल्या जातात, जेणेकरून द्रवाचा प्रवाह कमी होईल. पाण्याचा प्रवाह मुळातच फार कमी असतो पण नंतर नैसर्गिक सरफॅक्टंटमुळे तो अजून कमी होतो. कॉफी रिंग इफेक्ट हा कन्वेक्टिव डिपोझीशनसाठी वापरला जातो, ज्यात स्थिर थेंबा ऐवजी सबस्ट्रेटवरील पार्टिकल्स एका विशिष्ट पद्धतीने ओळीत मांडल्या जातात. यासाठी कॅपीलरी ड्रिव्हन असेंब्ली वापरले जाते. कन्वेक्टिव डिपोझीशन पार्टिकलचे ओरिएंटेशन कसे ठेवायचे हे ठरवू शकतो, ज्यामुळे कोणत्याही पार्टिकलला पातळ मिनिस्कस लेअरमध्ये ज्याचे बाष्पीभवन होत आहे त्यात जास्तीत जास्त पॅकिंग कसे होईल यादृष्टीने डम्बेल आकाराच्या पार्टिकल्सपासून लॉन्ग रेंज थ्रीडी कॉलॉइडल क्रिस्टल तयार करताना पार्टिकलचे मल्टी लेयरमध्ये असेंबली करतानाचे ओरिएंटेशन कन्वेक्टिव असेंबलीमुळे कंट्रोल करता येते. कॉफी रिंग असेंबलीच्या कोलायडल पार्टिकल्स तयार करण्याच्या उपयोगापासून आता इनऑर्गॅनिक क्रिस्टलचे वेगवेगळे सुसंबद्ध पॅटर्न तयार करणे नवीन संशोधनामुळे सहज शक्य झाले आहे.

### 1.25 मेथड ऑफ इमेजेस (Method Of Images)

लाप्लास आणि पॉयझनच्या इक्वेशनचे सोल्युशन्स वेगवेगळ्या प्रकारे काढतात. दिलेल्या सेट ऑफ बाऊंड्री कन्डीशनसाठी पॉइजन आणि लाप्लासच्या इक्वेशनचे सोलुशन काढण्यासाठी आपल्याला पहिल्यांदा ते सोलुशन युनिक आहे हे सिद्ध करावं लागेल मग पद्धत कोणतीही असो त्यामुळे युनिकनेसचा थिअरम असे लिहिता येईल की दिलेल्या सेट ऑफ बाऊंड्री कन्डीशनसाठी पॉयझनच्या इक्वेशनचे सोलुशन युनिक असते

आकृती 1.23 मध्ये दोन वेगवेगळे एक्स्टर्नल चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन दाखवलेले आहे (a)  $\rho, \sigma$  व (b)  $q, q', q'', \dots$  मध्ये दोघांच्याही बाउंड्री कन्डीशन्स सारख्याच आहेत, त्यामुळे त्या दोघांचेही पोटेन्शियल त्यांच्यातील रीजनसाठी सारखेच राहते. आपण विचारात घेतलेल्या व्हॅक्यूममधील इमेज चार्जेस हे बाहेर असतील.



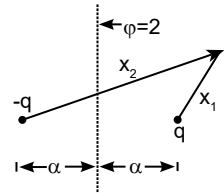
आकृती 1.23: युनिकनेस थिअरम

#### 1.25.1 कण्डक्टिंग प्लेनसमोरील पॉइंट चार्जेस (Point Charge in Front of a Conducting Plane)

आकृती 1.24 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे एक इनफायनाईट कण्डक्टिंग प्लेनसमोर समजा पॉइंट चार्ज  $q$  आहे. कन्डीशन नुसार कण्डक्टिंग प्लेनच्या सरफेस वर  $\phi = 0$  आहे असे समजू. कण्डक्टिंग प्लेन X-Y प्लेनच्या दिशेने आहे आणि पॉइंट चार्जेस X च्या दिशेने. आता समजा दोन चार्जेस  $2a$  अंतरावर आकृती (1.24) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे गृहीत धरू.

**पोटेन्शियल:**  $(x, y, z)$  या पॉइंट वरील पोटेन्शियल या दोन चार्जेस मुळे खालील प्रकारे लिहितात

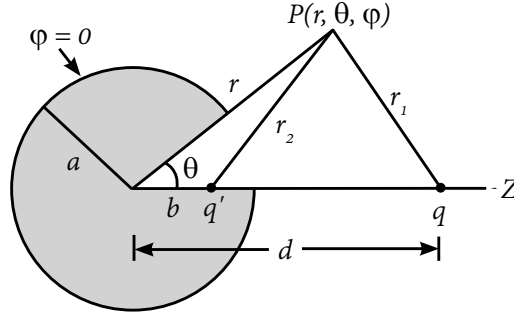
$$\phi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$



आकृती 1.24: कण्डक्टिंग प्लेनसमोरील पॉइंट चार्जेस

$$\text{किंवा } \varphi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2 + z^2}} \right] \quad \dots(1.85)$$

वरील समीकरण केवळ  $x > 0$  साठी पॉयझनचे इक्वेशन्स सॅटीस्फाय करत नाही तर मूळ प्रॉब्लेमसाठी बाऊंड्री कंडिशनकरिता सगळ्या एक्स्टरियर पॉइंट्स साठी सुद्धा हे समीकरण लागू पडते. म्हणून समीकरण (1.85) ( $x > 0$ ) च्या बाहेरच्या अर्ध्या स्पेसकरीता हे योग्य पोटेन्शियल आहे.



आकृती 1.25: ग्राउंडेड कण्डक्टिंग स्फियर समोरील पॉइंट चार्ज

इंज्युस सरफेस चार्ज : कंडक्टर वरील इंज्युस सरफेस चार्ज डेन्सिटी

$$\sigma(y, z) = \epsilon_0 E_x \Big|_{x=0} = -\epsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$= -\frac{qa}{2\pi(a^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad \dots(1.86)$$

प्लेन वरील टोटल चार्ज डेन्सिटी

$$Q = \iint \sigma(y, z) dy dz$$

$$= -\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{qa}{2\pi(a^2 + r^2)^{3/2}} r dr d\varphi$$

$$= -\frac{qa}{\sqrt{a^2 + r^2}} \Big|_0^\infty = -q \quad \dots(1.87)$$

जिथे  $y^2 + z^2 = r^2$ . म्हणून चार्ज  $q$  प्लेनकडे आकर्षित होतो कारण त्यावर निगेटिव चार्ज इंज्युस होतात.

$$F = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2a)^2} \quad \dots(1.88)$$



### 1.25.2 ग्राउंडेड कण्डक्टिंग स्फियर समोरील पॉइंट चार्ज

#### (Point Charge In Front of a Grounded Conducting Sphere)

रेडिअस  $a$  च्या ग्राउंडेड कण्डक्टिंग स्फियर समोरील पॉइंट चार्ज आकृती (1.25) दाखवला आहे. हे प्रॉब्लेम सोडवण्यासाठी स्फेरिकल कॉर्डिनेटस् ज्याचे ओरिजिन स्फियरच्या सेंटरला आहे ते गृहीत धरून समजा बाउंड्री कंडिशनस सॅटिस्फाय करायसाठी एक इमेज चार्ज स्फियरच्या आत गृहीत धरूया.

समजा चार्ज  $q$  हा  $z = d$  वर  $z$ -axis वर आहे. बाउंड्री कंडिशनस,  $\phi(r = a) = 0$ , ह्या इमेज चार्ज  $q'$  स्फियरच्या आत ( $z = b$ ) ला गृहीत धरू.

पोटेन्शियल: चार्जेस  $q$  आणि  $q'$  मुळे असणारे पोटेन्शियल

$$\phi(r, \theta, \varphi) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

$$\phi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q}{\sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}} - \frac{q'}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \theta}} \right] \quad \dots(1.89)$$

आता,  $\phi(r = a, \theta, \varphi) = 0$  सगळ्या  $\theta$  साठी पण जर

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}{a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta}} = -\frac{q'}{q} = \text{constant}$$

हे तेंव्हाच होऊ शकते जेंव्हा

$$b = \frac{a^2}{d} \quad \dots(1.90)$$

$$\text{तर } \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}{a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta}} = \frac{a}{d}$$

$$\text{आणि } q' = -\frac{a}{d} q \quad \dots(1.91)$$

हे समिकरणे (1.90) आणि (1.91) इमेज चार्ज  $q'$  चे लोकेशन आणि मॅग्निट्यूड. इन्ड्युस सरफेस चार्ज: कंडक्टर वर इन्ड्युस झालेले सरफेस चार्ज डेन्सिटी

$$\sigma(\theta, \varphi) = -\epsilon_0 \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=a} = -\frac{q}{4\pi a^2} \frac{a}{d} \frac{1 - \frac{a^2}{d^2}}{2\pi \left( 1 + \frac{a^2}{d^2} - 2\frac{a}{d} \cos \theta \right)^{3/2}} \quad \dots(1.92)$$

प्लेन वर इन्ड्युस झालेले एकूण चार्जेस

$$Q = \iint \sigma(\theta, \varphi) a^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{qa}{2d} \frac{1 - \frac{a^2}{d^2}}{\left(1 + \frac{a^2}{d^2} - 2\frac{a}{d} \cos \theta\right)^{3/2}} \sin \theta d\theta d\phi \quad \dots(1.93)$$

चार्ज स्फियरकडे आकर्षित झाला कारण त्याच्यामध्ये निगेटिव्ह चार्जेस तयार झाले. त्यामुळे चार्ज वर फोर्स ऑफ अट्रॅक्शन खालील प्रकारे राहील

$$F = -\frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 (d-b)^2} = -\frac{q^2 a}{4\pi\epsilon_0 d^3} \left(1 - \frac{a^2}{d^2}\right)^{-2} \quad \dots(1.94)$$

## युनिट सारांश

- क्वान्टायझेशन ऑफ चार्जेस (Quantization of charge)

$$q = ne$$

- कंजर्वेशन ऑफ चार्जेस Conservation of charge

कोणतेही चार्जेस तयार करता येत नाही किंवा नष्टही करता येत म्हणजेच दिलेल्या आयसोलेटेड सिस्टीम मधील चार्जेस संवर्धित असतात

- कुलंबचा नियम Coulomb's law

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ [दोन चार्जेस } q_1 \text{ and } q_2 \text{ करिता जातील अंतर } r \text{ आहे ]}$$

- सुपरपोजिशन प्रिन्सिपल Superposition principle

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} \vec{r}_{31} + \frac{q_2 q_3}{r_{32}^2} \vec{r}_{32} \right] \quad [3 \text{ चार्जेसच्या सिस्टमकरीता}]$$

- चार्ज डेन्सिटी Charge densities

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \quad \sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} \quad \lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$$

- इलेक्ट्रिक फिल्ड इन्टेन्सिटी Electric field intensity

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

- इलेक्ट्रोस्टॅटिक फिल्डचा कर्ल: इलेक्ट्रिक फिल्डचे कॉन्झरवेशन Curl of Electrostatic field: Conservation of electric field

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

- इलेक्ट्रिक फ्लक्स Electric flux

$$\phi = \int d\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS \cos \theta$$

- इलेक्ट्रोस्टॅटिक मधील गॉसचा नियम Gauss's law in Electrostatics

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

- गॉसच्या नियमाचे अप्लिकेशन Application of Gauss's law

चार्ज सिलेंडर भोवती असणारे इलेक्ट्रिक फिल्ड:  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

चार्ज सॉलिड स्फीअरमुळे असणारे इलेक्ट्रिक फिल्ड:  $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad [r < a \text{ करिता}]$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [r > a \text{ करिता}]$$

- पॉयझन आणि लाप्लास चे समीकरण Poisson's and Laplace's equations

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \nabla^2 V = 0$$

- युनिकनेस थिअरम Uniqueness theorem

सारख्या बाऊंडरी कंडिशनस असलेल्या लाप्लास समिकरणाचे दोन सोल्यूशन्समध्ये जास्तीत जास्त एका कॉन्स्टंटचा फरक असतो.

- कार्टेशियन कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये लाप्लास चे समीकरणाचे सोल्यूशन

जर  $k_x = 0$ ;  $X(x) = Ax + B$

जर  $k_x = k$ ;  $X(x) = A \sin kx + B \cos kx = Ce^{ikx} + De^{-ikx}$

जर  $k_x = ik$ ;  $X(x) = A \sinh kx + B \cosh kx = Ce^{kx} + De^{-kx}$

- पॉयझन आणि लाप्लास चे समीकरणाचे अप्लिकेशन कार्टेशियन, स्फेरिकल आणि सिलेंड्रिकल सिस्टम साठी

समांतर प्लेट कॅपॅसिटरसाठी लाप्लासच्या समीकरणाचे सोल्यूशन:  $V = \frac{V_1 z}{d}$

स्फेरिकल कॅपॅसिटरसाठी लाप्लासच्या समीकरणाचे सोल्यूशन:  $V = \frac{V_0 a}{r} \frac{(b-r)}{(b-a)}$

सिलेंड्रिकल कॅपॅसिटरसाठी लाप्लासच्या समीकरणाचे सोल्यूशन:  $V = \frac{V_0}{\ln \frac{b}{a}} \ln \frac{b}{r} \quad [a \leq r \leq b \text{ असल्यामुळे}]$

- फॅरॅडेचा केज Faraday Cage

फॅरॅडेचा केज नेहमीच नॉईज कमी करतो, विशेषतः AC पॉवर ग्रिडमधील पॉवर लाइन नॉईज

- कॉफी रिंग इफेक्ट Coffee ring effect

पार्टिकल ने भरलेल्या द्रवाचे जेव्हा बाष्पीभवन होते तेव्हा एक कॉफी रिंगचे पॅटर्न त्याच्या मिश्रणामुळे तयार होते जसे कॉफी भरून बाहेर सांडल्यानंतर त्या भांड्याच्या कडांवर एक रिंगसारखी आकृती तयार होते अशाच या घटनेला कॉफी रिंग पॅटर्न म्हणतात. असाच पॅटर्न रेड वाइन सांडल्यानंतर तयार होते. या प्रकारच्या रिंगच्या तयार होण्याच्या पद्धतीला कॉफी रिंग इफेक्ट किंवा कॉफी स्टेन इफेक्ट किंवा साध्या शब्दात रिंग स्टेन म्हणतात

- मेथड ऑफ इमेजेस Method of images

कण्डक्टींग प्लेनसमोरील पॉइंट चार्जेस Point charge in front of a conducting plane

$$F = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2a)^2}$$

ग्राउंडेड कण्डक्टींग स्फियर समोरील पॉइंट चार्ज Point charge in front of a grounded conducting sphere

$$q' = -\frac{a}{d}q \quad F = -\frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 (d-b)^2} = -\frac{q^2 a}{4\pi\epsilon_0 d^3} \left(1 - \frac{a^2}{d^2}\right)^{-2}$$

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

1.1 समजा एखाद्या पॉइंटचे स्फेरिकल पोलर कॉर्डिनेट  $(r, \theta, \phi)$  एखाद्या रिजन मध्ये जिथे इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल  $V = k\phi^2$  ने दाखवले जाते तर त्यासोबत असलेली चार्ज डेन्सिटी खालील प्रकारे

- (a) केवळ  $\phi$  चे फंक्शन राहील (b) रिजन मध्ये कॉन्स्टंट  
(c)  $(r, \theta, \phi)$  चे फंक्शन (d) केवळ  $(r, \phi)$  चे फंक्शन

1.2 1 मीटर बाजू असलेल्या एका क्यूबच्या सेंटरला  $q$  कुलंब इसका चार्ज ठेवलेला आहे तर त्याच्या प्रत्येक सरफेस मधून निघणारा इलेक्ट्रिक फ्लक्स

- (a)  $\frac{q}{4\epsilon_0}$  (b)  $4\epsilon_0 q$  (c)  $\frac{q}{6\epsilon_0}$  (d)  $\frac{q}{\epsilon_0}$

1.3 इलेक्ट्रिक फील्डच्या रिजन मधला  $3\hat{i} + \hat{j}$  सरफेस व्हेक्टर  $\vec{S} = 6\hat{j}$  असेल तर इलेक्ट्रिक फ्लक्स

- (a)  $10 \text{ Nm}^2\text{C}^{-1}$  (b)  $6 \text{ Nm}^2\text{C}^{-1}$  (c)  $15 \text{ Nm}^2\text{C}^{-1}$  (d) none of these

1.4 फ्री स्पेस मध्ये पायझन चे समीकरण

(a)  $\nabla^2 V = 0$  (b)  $\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  (c)  $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$  (d)  $\nabla^2 V$

1.5 इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियलचा ग्रेडियंट घेऊन इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड काढता येते कारण

- (a) कारण ते कॉइर्रॅक्टिव्ह फील्ड आहे (b) कारण ते नेहमीच सोलेनोईडल असते  
(c) जेव्हा फील्ड  $x, y$  and  $z$  मध्ये लिनीअर असते (d) तिथे कोणतेही मॅग्नेटिक फील्ड नसते

1.6 इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी  $E$  मध्ये डायपोलचा पोलर मॉलिक्युलर कार्य करणारे टॉर्क,

- (a)  $\tau = p_0 E \tan \theta$  (b)  $\tau = p_0 E \sin \theta$   
(c)  $\tau = p_0 E \cos \theta$  (d) यापैकी नाही.

1.7 रेडिअस  $r$  आणि  $2r$  असलेले दोन कंडक्टिंग स्फीअरवर  $q$  आणि  $2q$  चार्जेस आहेत. या दोन फील्डच्या सरफेच्या अगदी बाहेर इलेक्ट्रिक फील्ड अनुक्रमे  $E_1$  आणि  $E_2$ , असतील तर,

- (a)  $E_1 = E_2$  (b)  $E_1 = 2E_2$  (c)  $2E_1 = E_2$  (d)  $E_1 = 4E_2$

1.8 इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  मध्ये इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट ( $\vec{p}$ ) वरील टॉर्क ( $\vec{\tau}$ )

- (a)  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$  (b)  $\vec{\tau} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$  (c)  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$  (d)  $\vec{\tau} = \vec{p} \cdot \vec{E}$

1.9 समान चार्ज डेन्सिटी  $\sigma$  असलेल्या दोन विरुद्ध चार्ज प्लेट्सदरम्यान इलेक्ट्रिक फील्ड \_\_\_\_\_ असते

- (a) 0 (b)  $\frac{2\sigma}{\epsilon_0}$  (c)  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  (d)  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

1.10 एका विशिष्ट क्षेत्रात, जर इलेक्ट्रिक फील्ड (इलेक्ट्रिक फील्ड)  $E=0$  असेल तर पोटेंशियल \_\_\_\_\_ असेल

- (a) शून्य (b) कॉन्स्टंट  
(c) फंक्शन ऑफ पोजिशन (d) इनफिनिटी

1.11  $\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$  चे युनिट \_\_\_\_\_ आहे

- (a) C (b) F (c) W (d) V

1.12  $r$  अंतराने दूर असलेल्या,  $q_1$  आणि  $q_2$  या दोन चार्जेसच्या सिस्टमची इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल एनर्जी

- (a)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$  (b)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$  (c)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1^2 q_2}{r^2}$  (d)  $\frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

1.13  $V_1$  पोटेंशियल असलेल्या पॉइंट  $P_1$  वरून  $V_2$  पोटेंशियलच्या  $P_2$  पॉइंटला  $q$  चार्ज नेण्यासाठी केलेले वर्क

- (a)  $q (V_1 - V_2)$  (b)  $q (V_1 V_2)$  (c)  $q (V_1 + V_2)$  (d)  $q (V_1 / V_2)$

1.14  $+q$  चार्ज असणारा प्रोटॉन  $V$  पोटेंशियल मधून अॅक्सेलेरेट केला तर त्याची कायनेटिक एनर्जी

- (a)  $\frac{1}{2} qV^2$  (b)  $qV^2$  (c)  $qV$  (d)  $\frac{1}{2} qV$

1.15 एखाद्या रिजन मध्ये स्पेस चार्ज असतील तर त्याचे इलेक्ट्रिक फील्ड खालील समीकरणाने देता येते

- (a) लाप्लासचे समीकरण (b) पॉयसनचे समीकरण  
(c) हेल्महोल्ट्झ समीकरण (d) कूलंबचा नियम

1.16 इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड व्हेक्टर  $\vec{E}$  संदर्भात खालीलपैकी कोणते विधान बरोबर नाही?

- (a)  $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$ ,  $c$  हा साधा बंद वक्र आहे  
(b)  $\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$  पॉइंट  $a$  आणि  $b$  च्या दरम्यान असलेल्या पाथवर अवलंबून नाही  
(c)  $\vec{E} \propto \vec{A}$  काही व्हेक्टर पोटेंशियल  $A$  करिता  
(d)  $\vec{E} = \vec{\nabla}\phi$  काही स्केलर फील्ड  $\phi$  करिता

1.17 सरफेस  $S$  वरील इलेक्ट्रिक फील्ड ( $\vec{E}$ ) चा एकूण इलेक्ट्रिक फ्लक्स ( $\phi$ )

- (a)  $\vec{E} \cdot d\vec{S}$  (b)  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$  (c)  $\vec{E} \times d\vec{S}$  (d)  $\oint_S \vec{E} \times d\vec{S}$

1.18 व्हॉल्यूम चार्ज डेन्सिटी असलेल्या स्पेसमध्ये पॉइजन समीकरण खालीलप्रकारे लिहिता येते.

- (a)  $\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  (b)  $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$  (c)  $\nabla^2 V = 0$  (d)  $\nabla^2 V = \frac{\rho^2}{\epsilon_0}$

1.19 एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये इलेक्ट्रॉन प्रोटॉनच्या ॲक्सेलरेशनचे प्रमाण

- (a) 0 (b) 1 (c)  $\frac{m_p}{m_e}$  (d)  $\frac{m_e}{m_p}$

1.20  $q$  पॉइंट चार्जपासून 0.25 मीटरवर इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी  $2\text{NC}^{-1}$  आहे तर पॉइंट चार्जची किंमत किती असेल ?

- (a)  $1.39 \times 10^{-5} \mu\text{C}$  (b)  $1.39 \times 10^5 \mu\text{C}$   
(c)  $13.9 \times 10^{-5} \text{C}$  (d)  $10^{-6} \mu\text{C}$

1.21 व्हॅक्यूममध्ये ठेवलेल्या एका चार्जड मेटॅलिक स्फीअरची सरफेस चार्ज डेन्सिटी  $\sigma$  आहे. कोणत्याही जवळच्या पॉइंटला इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटीचे SI युनिट

- (a)  $\sigma\epsilon_0$  (b)  $\frac{\epsilon_0}{\sigma}$  (c)  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  (d)  $\epsilon_0^2 \sigma$

1.22  $2 \times 10^{-4} \text{ kg}$  वस्तुमानाच्या आणि  $9.8 \times 10^{-2} \mu\text{C}$  चार्ज असलेला द्रवाचा थेंब तोलण्यासाठी पाहिजे असलेले फील्ड \_\_\_\_\_ आहे.

- (a)  $10^4 \text{ NC}^{-1}$  (b)  $2 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}$  (c)  $4 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}$  (d)  $5 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}$

1.23 व्हॅक्यूममध्ये दोन पॉइंट चार्जेस आणि  $k$  डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट असलेल्या माध्यमात ॲट्रॅक्टिव्ह फोर्सचे प्रमाण आहे

- (a)  $1 : k$  (b)  $1 : k^2$  (c)  $k^2 : 1$  (d)  $k : 1$

1.24 एक कण्डक्टींग स्फियर ज्याची रेडिअस  $a$  आहे, त्यापासून  $d$  एवढ्या अंतरावर चार्ज  $q$  ठेवला आहे तर त्याच्या इमेज चार्जची मॅग्नेट्यूड

$$(a) \quad q' = -\frac{d}{a} q \quad (b) \quad q' = -\frac{a}{d^2} q \quad (c) \quad q' = -\frac{a^2}{d} q \quad (d) \quad q' = -\frac{a}{d} q$$

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

1.1 (d), 1.2 (c), 1.3 (b), 1.4 (c), 1.5 (a), 1.6 (b), 1.7 (b), 1.8 (c), 1.9 (c), 1.10 (b), 1.11 (a), 1.12 (b), 1.13 (a), 1.14 (c), 1.15 (b), 1.16 (c), 1.17 (b), 1.18 (b), 1.19 (d), 1.20 (a), 1.21 (c), 1.22 (b), 1.23 (d), 1.24 (d)

## लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

### श्रेणी I

- 1.1 इलेक्ट्रिक फ्लक्सच्या संकल्पनेचा वापर करून गॉसचा इलेक्ट्रोस्टॅटिकचा नियम स्पष्ट करा.
- 1.2 पोटेन्शियल  $V(x, y)$  लाप्लासचे समीकरण पूर्ण करते की नाही हे पडताळून पहा. दिलेल्या पोटेन्शियल संबंधित चार्ज डेन्सिटी देखील शोधा.
- 1.3 गॉसच्या नियमाचा योग्य वापर करून कुलंब नियम सिद्ध करा.
- 1.4  $\vec{E} = yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}$  हे दिलेले फील्ड सोलेनॉईडल आणि कॉन्सेरव्हेटीव आहे का, ते तपासून बघा.
- 1.5 इलेक्ट्रोस्टॅटिकमधील गॉसच्या इंटिग्रल फॉर्म पासून डीफरन्शियल फॉर्म शोधा
- 1.6 स्फेरिकल आणि सिलेंड्रिकल सिस्टमसाठी पायझन समिकरणांपासून लाप्लासचे समीकरण शोधून काढा.
- 1.7 गॉसच्या समिकरणांपासून पायझन समीकरण शोधून काढा.
- 1.8 इनफायनाइटली एक्सटेन्डेड कॅपॅसिटर मधील ज्याची डेंसिटी  $\sigma$  आहे, गॉसच्या नियमाचा उपयोग करून इलेक्ट्रिक फील्ड शोधून काढा. दोन प्लेट मधील अंतर  $d$  आहे असे गृहीत धरा
- 1.9  $x^2 - y^2 + z$  लाप्लासचे समीकरण सॅटिसफाय करते की नाही हे तपासा.
- 1.10 इलेक्ट्रोस्टॅटिक प्रॉब्लेममध्ये सुरुवातीच्या स्थितीपासून (initial conditions) युनिकनेस थेरमच्या उपयुक्ततेवर भर द्या
- 1.11 एक लांब  $a$  रेडीअस असणारा एक कण्डक्टींग सिलेंडर ज्यावर सरफेस चार्ज डेन्सिटी  $\sigma$  आहे त्यापासून  $r$  अंतरावर पोटेन्शियल काढण्यासाठी लाप्लासचे इन्क्लेशन सोडवा. सिलेंडरचे पोटेन्शियल शून्य गृहीत धरा
- 1.12 समजा एका स्पेस मध्ये इलेक्ट्रिक फील्ड नेहमीच  $X$  दिशेने असते तर सिद्ध करा
  - (i) पोटेन्शियल हे नेहमीच  $Y$  आणि  $Z$  या दिशेवर अवलंबून नसते
  - (ii) जर फील्ड कॉन्स्टंट असेल तर त्या रिजन मध्ये कोणतेही फ्री चार्जेस नसतात
- 1.13 समजा एका विशिष्ट स्पेस मध्ये इलेक्ट्रिक फील्ड स्फेरिकल कॉर्डिनेटर मध्ये  $\vec{E} = \alpha r^3 \hat{r}$  असे दिले जाते तर त्याची चार्ज डेन्सिटी शोधा  $\alpha$  हा एक कॉन्स्टंट आहे.

- 1.14 एक लांबलचक सिलेंड्रिकल वस्तूवरील चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन हे त्याच्या ॲक्सिसपासूनच्या अंतराच्या ( $r$ ) प्रमाणात आहे. जर सिलेंडरची रेडियस  $a$  असेल तर इलेक्ट्रोस्टॅटिक मधला गॉसचा नियम वापरून  $r > a$  आणि  $r < a$  दोन्ही ठिकाणी इलेक्ट्रिक फील्ड शोधा
- 1.15 फंडामेंटल म्हणजेच मूलभूत तत्वांचा वापर करून लाप्लास आणि पॉयझन यांचे समीकरण शोधा. .
- 1.16 कोणत्याही पॉइंटला इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी  $104 \text{ NC}^{-1}$  आहे हे फिजिकली स्पष्ट करा याचा नेमका अर्थ काय
- 1.17 (a) एखाद्या माध्यमाचे पोटेंशियल खालील प्रकारे दिले जाते.  $\phi(r) = \frac{qe^{-r/\lambda}}{4\pi\epsilon_0 r}$ . संबंधित इलेक्ट्रिक फील्ड शोधा  
(b) पोटेंशियल तयार करण्यासाठी लागणारी चार्ज डेन्सिटी शोधा.
- 1.18 रेडियस  $R$  असलेल्या स्फियर च्या सेंटर पासून  $r$  ( $r > R$ ) इतक्या अंतरावर युनिफॉर्मली चार्ज स्फीअरचे पोटेंशियल शोधा ज्याची कॉन्स्टंट चार्ज डेन्सिटी  $\rho$  आहे.
- 1.19 एका पार्टिकलवर  $\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$  आणि  $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  या दोन फोर्सने कार्य केले जाते जेणेकरून तो  $\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$  पॉइंटपासून  $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$  पॉइंटपर्यंत विस्थापित होतो तर एकूण काम (work done) शोधा.

## श्रेणी II

- 1.20 जर इलेक्ट्रिक फील्ड काँझर्व्हेटिव्ह नसते तर एलेक्ट्रिक पोटेंशियलला काही अर्थ राहिला असता का?
- 1.21 इलेक्ट्रिक फील्ड स्ट्रेंथ आणि पोटेंशियल डिफरन्स एकमेकांशी कसे संबंधित आहे त्याची चर्चा करा आणि एक एक एक उदाहरण द्या
- 1.22 इलेक्ट्रिक पोटेंशियल कॉन्स्टंट असलेल्या रिजनमध्ये इलेक्ट्रिक फील्डची स्ट्रेंथ किती असते.
- 1.23 जर दोन पॉइंटवरील वोल्टेज शून्य असेल तर एखादा टेस्ट चार्ज कोणतेही वर्क न करता एका ठिकाणाहून दुसऱ्या ठिकाणी नेता येतो का?
- 1.24 इलेक्ट्रिक डायपोलचे इलेक्ट्रिक फील्ड शोधण्यासाठी गॉसचा नियम लागू होतो का? का?
- 1.25 कंडक्टरच्या बाहेरील इलेक्ट्रिक फील्ड हे सरफेसच्या परपेंडीकुलर असते सिद्ध करा
- 1.26 दोन कॉन्सेंट्रिक स्फीअर्स ज्यांची रेडियस  $a$  आणि  $b$  आहे  $Va$  आणि  $Vb$  वेगवेगळ्या पोटेंशियलला ठेवलेले आहेत. त्यांच्या मधील जागा व्याक्युमने भरलेली असेल तर त्यासाठी अप्रोप्रिएट डिफरन्सशील लिहा ज्यामुळे इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेंशियल सॅटिस्फाय होते. हे समीकरण दोन स्फीअरमधील कोणत्याही पॉइंटला पोटेंशियल काढण्यासाठी सोडवा आणि सरफेसच्या बाहेरील टोटल चार्जेस शोधा

## उदाहरणे

- 1.1 स्पेसमध्ये एका भागात इलेक्ट्रिक फील्डचे समीकरण  $\vec{E} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  आहे. YZ प्लेन मधले 40 युनिट सरफेस एरियातून इलेक्ट्रिक फ्लक्स शोधा  
[उत्तर: 80 युनिट]
- 1.2 L लांबीच्या कण्डक्टिंग रॉडला Q इतका चार्ज दिलेला आहे. जर चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन समान असेल तर रॉडच्या एका टोकापासून  $a$  अंतरावर इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी शोधा  
[उत्तर:  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a(L+a)}$ ]



- 1.3 एक मीटर बाजूच्या चौरसाच्या कॉर्नरवर चार चार्जेस  $1nC$ ,  $4nC$ ,  $-3nC$ , and  $-2nC$  ठेवले आहेत तर त्याच्या सेंटरला पोटेन्शियल शोधा.
- 1.4 बाजू  $a$  असलेले समभुज त्रिकोणाच्या प्रत्येक कोपऱ्यावर पॉइंट चार्ज  $q$  स्थित आहे. सिस्टमची इलेक्ट्रोस्टॅटिक एनर्जी शोधा
- 1.5 तीन एकसारखे पॉझिटिव्ह चार्जेस एका चौरसाच्या तीन कोपऱ्यावर ठेवलेले आहे ज्याची बाजू  $a$  आहे. चौरसाच्या चौथ्या कोपऱ्यावर इलेक्ट्रिक फील्ड इंटन्सिटीची मॅग्नेट्यूड आणि दिशा शोधा
- 1.6 रेडिअस  $a$  आणि  $b$  ( $a > b$ ), असलेले दोन इनफायनाईटलि लांब सिलेंडरपासून एक कॅपॅसिटर बनवले आहे ज्यात दोन सिलेंडरच्या मध्ये व्याक्युम आहे. आतील सिलेंडर ग्राउंड केले आणि बाहेरील सिलेंडरवरील चार्ज डेन्सिटी  $\sigma$  असेल तर त्या दोन सिलेंडरमधल्या स्पेसमध्ये इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल शोधण्याकरिता लाप्लासचे समीकरण सोडवा
- 1.7 जर इलेक्ट्रिक फील्ड असेल  $\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (x\hat{i} + y\hat{j} - 2z\hat{k})$ , तर चार्ज डेन्सिटी शोधा.
- 1.8  $(1, -2, 1)$  पॉइंट वर.  $2x^2 + y^2 - 2z^2 = 100$  ला परपेंडीकुलर युनिट व्हेक्टर शोधा
- 1.9 फ्री स्पेस मध्ये इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल  $\phi = \alpha - \beta(x^2 + y^2) - \gamma \ln \sqrt{x^2 + y^2}$  दिलेले आहे जिथे  $\alpha$ ,  $\beta$  आणि  $\gamma$  कॉन्स्टंट आहेत. या भागात चार्ज डेन्सिटी शोधा.
- 1.10 स्पेरीकली सीमेंट्रिक चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\rho(r) = \rho_0 \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \text{ for } 0 \leq r \leq a, \rho_0 \text{ is a constant}$$

$$= 0 \quad \text{for } r > a$$

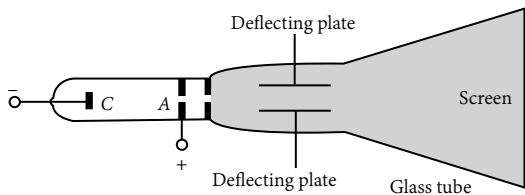
आतील ( $r < a$ ) आणि बाहेरील ( $r > a$ ) करिता 1) टोटल चार्ज 2) इलेक्ट्रिक इन्टेन्सिटी आणि 3) पोटेन्शियल  $V$  शोधा.

## प्रात्यक्षिक

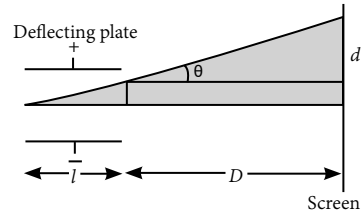
जे जे थॉमसन मेथडने इलेक्ट्रॉन चा स्पेसिफिक चार्ज शोधणे (Determination of specific charge ( $e/m$ ) of electron by J. J. Thomson's method)

### उपपत्ति (Theory)

कोणत्याही फंडामेंटल पार्टिकलचा स्पेसिफिक चार्ज ही त्याची विशेष बाब आहे. इलेक्ट्रॉनचा विशिष्ट स्पेसिफिक चार्ज म्हणजे चार्ज पर युनिट मास होय. त्याचे युनिट  $C/Kg$  आहे त्या कॅथोड रे ट्यूबमध्ये वेगाने फिरणारी इलेक्ट्रॉनचे बीम वर्टिकल इलेक्ट्रिक फील्ड ने संचालित केल्या जाते.



आकृती (i)



आकृती (ii)

स्क्रीनवरील प्रकाशाच्या ठिकाणाचे डीफ्लेक्शन,

$$\frac{d}{D} = \frac{y}{l/2} = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \left( \frac{l}{v} \right)^2 \frac{2}{l} = \frac{eEl}{mv^2}$$

किंवा,  $\frac{e}{m} = \frac{v^2 d}{DlE}$  ... (i)

जर इलेक्ट्रिक इफेक्ट रद्द केले जाऊ शकत असतील तर

$$evB = eE$$

किंवा,  $v = \frac{E}{B}$  ... (ii)

समीकरण (i) आणि (ii) वरून,

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2 d}{DlEB^2} = \frac{Ed}{DlB^2}$$

कारण,  $E = \frac{V}{h}$

म्हणून,  $\frac{e}{m} = \frac{Vd}{hlDB^2}$  ... (iii)

$h$  दोन आडव्या प्लेट्समधील अंतर आहे,  $l$  हे इलेक्ट्रिक फील्डचे एक्सटेन्शन आहे  $V$  व्होल्टेज आणि  $D$  हे स्क्रीन आणि डीफ्लेक्टींग प्लेट्स मधील अंतर आहे.

जर  $\theta$  मॅग्नेटिक नीडलचे अँगुलर डिफ्लेक्शन आहे जेव्हा मॅग्नेटिक फिल्ड तयार करण्यासाठी बार मॅग्नेट व्यवस्थितपणे ठेवल्या जातात आणि बार मॅग्नेटचे पृथ्वीच्या मॅग्नेटिक फिल्डच्या (H) हॉरिझेंटल कांपोनेंटला परपेंडीकुलर असतात.

$$B = H \tan \theta$$
 ... (iv)

समीकरण (iii) आणि (iv) वरून,

$$\frac{e}{m} = \frac{d}{hlD} \frac{V}{H^2 \tan^2 \theta}$$
 ... (v)

### प्रक्रिया (Procedure)

1. एक सुरुवातीला मॅग्नेटोमीटरचे आर्म मॅग्नेटिक मेरिडियनला परपेंडीकुलर ठेवा
2. सीआरटीच्या डिफ्लेक्टींग प्लेट्स या ओरिजन वर ठेवा. या कंडिशन मध्ये दिलेल्या वोल्टेजमुळे स्पॉटचे डिफ्लेक्शन वर्टिकल दिशेला राहील.
3. डिफ्लेक्टींग प्लेट्सला पॉझिटिव्ह आणि निगेटिव्ह व्होल्टेज द्या आणि स्पॉटचे सरासरी डिफ्लेक्शन मोजा
4. आलेले डिफ्लेक्शन शून्य करण्यासाठी एक बार मॅग्नेट मॅग्नेट मीटरच्या फार्मवर ठेवा
5. मॅग्नेटिक फिल्डची स्ट्रेंथ शोधण्याकरिता सी आर टी काढून घ्या आणि मॅग्नेटिक नीडल असलेली सर्कुलर डिस्क सी आर टी च्या जागेवर ठेवा. मॅग्नेटोमीटरच्या स्केलवर मॅग्नेटिक नीडलचे डिफ्लेक्शन बार मॅग्नेटच्या सहाय्याने शोधून काढा

## प्रायोगिक डेटा

दिलेली माहिती:  $H = 0.37 \times 10^{-4} \text{ T}$ .

**Table 1:** मॅग्नेटच्या वेगवेगळ्या स्थानांसाठी स्पॉट आणि मॅग्नेटिक सुईचे डीफ्लेक्शन

निरीक्षण क्र. No of Obs.	व्हर्टिकल व्होल्टेज Vertical Voltage	स्पॉटचे व्हर्टिकल डीफ्लेक्शन Vertical deflection of the spot (cm)		इलेक्ट्रिक फील्ड तोलण्याकरिता मॅग्नेटचे स्थान Position of the magnets to balance electric field (cm)		मॅग्नेटोमीटरच्या नीडलचे डिफ्लेक्शन Deflection of the needle of the magnetometer (deg)		सरासरी Mean $\theta$ (deg)	e/m in C/kg
		$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$	$\theta_1$	$\theta_2$		
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									

## गणना आणि परिणाम

सरासरी  $e/m = \dots\dots\dots \text{ C/kg}$

## चर्चा

1. एक पृथ्वीच्या मॅग्नेटिक मेरिडियन प्लेनला परपेंडीकुलर दिशेने मॅग्नेटोमीटरचे ऑक्सिस आहेत
2. डिफ्लेक्शन  $d$  चे जास्तीत जास्त मूल्य मिळण्यासाठी वोल्टेज व्यवस्थितपणे ऍडजस्ट केले जाते.
3. डिफ्लेक्शनचा ऍक्युरेट रिझल्ट मिळण्यासाठी नीडलच्या दोन्ही टोकांवरील निरीक्षण मोजल्या जाते.

## अधिक जाणून घ्या

चार्लस ऑगस्टीन डी कुलंबने त्याचा नियम सिद्ध केला आणि हा नियम इलेक्ट्रोस्टॅटिक मध्ये फंडामेंटल प्रिन्सिपल्स झाला. इलेक्ट्रिसिटी हा शब्द ग्रीक शब्द इलेक्ट्रॉन म्हणजेच अंबर यावरून घेतला आहे. अंबर इफेक्ट ला स्टॅटिक इलेक्ट्रिसिटी म्हणतात

## ऍक्टिव्हिटी

ऍक्टिव्हिटी “Spark: Shock and Awe – The story of Electricity” डॉक्युमेंटरी बघा आणि त्याच्या वरून या डॉक्युमेंटरीमध्ये चर्चा केलेले मुद्दे लिहून काढा यावरून मिळालेल्या ज्ञानाचा उपयोग करून इलेक्ट्रोस्टॅटिक आणि बॅटरी यावर एक प्रयोग तयार करा.



### मनोरंजक तथ्ये

ऑटो व्हॉन् गूरिक (Otto von Guericke) (1601-1674) इलेक्ट्रोस्टॅटिक जनरेटर चा शोध लावला. यामध्ये सल्फरचा गोळा लाकडी क्रेडल मध्ये फिरवला जातो आणि नंतर हाताने सोडले जाते अशा प्रकारे चार्ज केलेला गोळा नंतर एका इंसुलेटींग रॉडच्या टोकाला लावल्या जाते. बेंजामिन फ्रॅंकलीन याने त्याचे सुरुवातीला पतंगाचे प्रयोग पासून सुरुवात करून इलेक्ट्रोस्टॅटिक मध्ये खूप मोठे योगदान दिले.



### अॅनोलॉजी (Analogy)

मांजर हलल्यावर फरच्या पृष्ठभागावर तयार होणारे ट्रायबोइलेक्ट्रिकमुळे इलेक्ट्रोस्टॅटिक चार्ज (विकिपीडिया आकृतीचा संदर्भ).

### इतिहास

- **बेंजामिन फ्रॅंकलिन (1706-1790):** ते भौतिक शास्त्रज्ञ होते. त्यांच्या 1740 च्या विजेवरील कार्याने असंबद्ध निरीक्षणे सुसंगत विज्ञानाच्या क्षेत्रात बदलली.
- **चार्ल्स कूलॉम्ब (1736-1806):** त्याने इलेक्ट्रोस्टॅटिक आणि मॅग्नेटायझेशन या दोन्हीचा अभ्यास केला . त्याने पदार्थाच्या सामर्थ्याचा शोध घेतला. या भागात तो बीमवर काम करणारे फोर्सेस ओळखू शकला.

### कालमर्यादा

- इ.स.पू. 600 ग्रीकांनी प्रथम घर्षणामुळे अंबरचे आकर्षक गुणधर्म ओळखले.
- इ.स. 1600 इलेक्ट्रिक बॉडी दोन्ही अट्रॅक्ट आणि रिपेल
- इ.स. 1735 डू फे: दोन विशिष्ट प्रकारची इलेक्ट्रीसीटी
- इ.स. 1750 फ्रॅंकलिन: पॉझिटिव्ह आणि निगेटिव्ह चार्ज
- इ.स. 1770 कूलॉम्ब: इनव्हर्स स्क्वेअर नियम
- इ.स. 1890 जे. जे. थॉम्पसन: इलेक्ट्रिक प्रभाराचे प्रमाणीकरण – "इलेक्ट्रॉन"

### अनुप्रयोग (वास्तविक जीवन / औद्योगिक)

आज प्रत्येक क्षेत्रात आपण विजेवर आधारित शोध लावत आहोत. 1705 मध्ये स्थिर विजेच्या उत्पादनामुळे, खर तर एक अतिशय आकर्षक प्रवास झाला. आपण फ्रान्सिस हॉक्सबी आणि बेंजामिन फ्रॅंकलिन सारख्या शास्त्रज्ञांपासून सुरुवात केली आणि थॉम्स एडिसन आणि निकोला टेस्ला यांच्या पर्यन्त अभ्यास केला.

आज उदयास आलेला एक अत्यंत महत्त्वाचा घटक म्हणजे इलेक्ट्रॉनिक्स आणि इलेक्ट्रिकल इंजिनिअरिंगच्या अनेक क्षेत्रांमध्ये विस्तृत अनुप्रयोग असलेले कॅपॅसिटर. इलेक्ट्रोस्टॅटिक इंडक्शन ही इलेक्ट्रो-मेकॅनिक प्रेसिपीटेशन किंवा प्रक्षेपणासाठी वापरली जाणारी घटना आहे. अशा तंत्रज्ञानात लहान आकाराचे चार्ज केलेले कण पृष्ठभागावर हेतुपुरस्सर जमा केले जातात किंवा गोळा केले जातात. इलेक्ट्रोस्टॅटिक कोटिंगपासून इंकजेट प्रिंटिंगपर्यंत असे बरेच अनुप्रयोग वापरात आहेत.

### केस स्टडी (पर्यावरण / शाश्वतता / सामाजिक / नैतिक मुद्दे)

#### काही उद्धरण

"आणि आपण दररोज आपल्या प्रयोगांमध्ये पदार्थाची निवड करतो अधिक किंवा वजा, जसे आपण योग्य विचार करतो. [जोपर्यंत तुमचे तत्त्ववेत्ते आम्हाला चांगले देत नाहीत तोपर्यंत आपण या संज्ञा वापरू शकतो.] निवडून आणणे अधिक किंवा वजा, यापुढे हे सांगण्याची गरज नाही की ट्यूब किंवा स्फिअरचे भाग, जे घासले जातात, घर्षणाच्या त्वरित मध्ये इलेक्ट्रिक आग आकर्षित करतात आणि म्हणून ते पातळ घासण्यापासून घेतात; ज्या भागांवर घर्षण थांबते, त्याच भागांची विल्हेवाट त्यांना मिळालेली आग कमी असलेल्या कोणत्याही शरीराला देण्यासाठी केली जाते".

—बेंजामिन फ्रँकलिन

#### जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलविषय

मनोरंजक निष्कर्षसह सुरुवातीच्या पेपरचे शीर्षक आणि अमूर्त खाली दिले आहे:

**Reference:** Letter 25 May 1747. Quoted in I. Bernard Cohen, Franklin and Newton: An Enquiry into Speculative Newtonian Experimental Science and Franklin's Work in Electricity as an Example Thereof (1956), 439.

— थॉमस कारलायल Thomas Carlyle

"आपण काळ्या गडगडाटी ढगाच्या त्या आगीला "इलेक्ट्रीसीटी" म्हणतो आणि त्याबद्दल शिकून व्याख्यान देतो आणि त्यातील लाइक काचेतून आणि रेशमातून दळतो: पण ते काय आहे? ते कशामुळे बनले? केव्हा येते? कोणत्या जागी जातो?"

— Thomas Carlyle

## From history of Electrical Engineering II: 18-th Century Electrostatic Experiments and a First Current Source Creation

Alexander G. Mikerov

IEEE Senior Member

Control Department

St.Petersburg State Electrotechnical University "LETI"

5 Prof. Popov str., St.Petersburg, 197376, Russia

a.mikerov@ieee.org

**Abstract** — The paper covers the electrical science development from the middle of the 18-th century to the beginning of the 19-th century. It overviews main inventions made by P. Mushenbroek (Leiden jar), B. Franklin (lightning rod), Ch. Coulomb (Coulomb's balance), A. Volta (Volta's cell, condenser, electrometer) and his followers. It clarified the nature of electricity, created a new electrical discipline – electrostatic and also the sound background for the following important discovery of 19-th century – electromagnetism.

**Index Terms** — Electrostatics, Leiden jar, lightning rod, Coulomb's balance, Volta's cell, History of electrical engineering.



Pieter van Musschenbroek (1692 – 1761).

**Reference:** The Carlyle Anthology (1876), 230.

“When the face, the back of the hand, or another part of the body the sensitivity of which is not too weakened by touch is brought near an electrified conductor, there is felt the impression of a fresh breeze, of a light breath, or of a cobweb.”  
— **Pierre Bertholon**

**Reference:** In biography article by Louis Dulieu, in Charles Coulston Gillispie, Dictionary of Scientific Biography (1980), Vol. 2, 83.

इलेक्ट्रोस्टॅटिक इंडक्शन ची संकल्पना पूर्वी प्रभाव यंत्रे नावाचे हाय-व्होल्टेज जनरेटर तयार करण्यासाठी वापरली जात होती. अलीकडच्या काही वर्षांत दूरच्या दोलायमान डायपोलच्या दरम्यान इलेक्ट्रोस्टॅटिक इंडक्शनच्या आधारे एक नवीन वायरलेस पॉवर ट्रान्सफर तंत्रज्ञान विकसित केले गेले आहे.

### संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन

1. David Griffiths, Introduction to Electrodynamics, Pearson, 4th Edition, 2012.
2. David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker, Halliday and Resnick's Principles of Physics, 11th Edition, Global Edition, 2020.
3. Wayne Saslow, Electricity, Magnetism and Light, Elsevier Science Publishing Co Inc, 1st Edition, 2002.
4. <https://nptel.ac.in/courses/115/101/115101005/>
5. <https://nptel.ac.in/courses/122/101/122101002/>
6. <http://teacher.pas.rochester.edu/PHY217/LectureNotes/Chapter2/LectureNotesChapter2.pdf>
7. <http://assets.vmu.ac.in/MPH04.pdf>

# 2

## लिनीयर डायइलेक्ट्रिक माध्यमात इलेक्ट्रोस्टॅटिक

### युनिट वैशिष्ट्ये

या युनिटमध्ये आम्ही खालील बाबींचा विचार केला आहे:

- डायइलेक्ट्रिक्स;
- डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन ;
- पोलरायझेशन आणि चार्ज डेन्सिटी;
- डायइलेक्ट्रिकचे वर्गीकरण;
- विविध प्रकारचे पोलरायझेशन: इलेक्ट्रॉनिक, आयनिक, ओरिएंटेशन आणि स्पेस चार्ज पोलरायझेशन; D, E आणि P मधील संबंध;
- साचेयत संबंध;
- अल्टरनेटिंग फील्ड आणि इलेक्ट्रिक लॉसखाली डायइलेक्ट्रिकचे वर्तन.

पुढील कुतूहल आणि सर्जनशीलता निर्माण करण्यासाठी तसेच समस्या सोडविण्याची क्षमता सुधारण्यासाठी विषयांच्या व्यावहारिक अनुप्रयोगांवर चर्चा केली आहे.

ब्लूमच्या खालच्या आणि उच्च क्रमानंतर दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित केलेल्या अनेक निवड प्रश्न तसेच लघु आणि लांब उत्तर प्रकारांचे प्रश्न मोठ्या संख्येने देण्याबरोबरच, अनेक संख्यात्मक उदाहरणांद्वारे असाइनमेंट्स, संदर्भाची यादी आणि सुचवलेले वाचन युनिटमध्ये दिले आहे जेणेकरून एखाद्याला सरावासाठी त्यांच्यामधून जाता येईल. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की आवडीच्या विविध विषयांवर अधिक माहिती मिळविण्यासाठी काही क्यूआर कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये प्रदान केले गेले आहेत जे संबंधित समर्थनात्मक ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

संबंधित प्रात्यक्षिक, साहित्याच्या आधारे, “अधिक जाणून घ्या” विभाग आहे. या भागात दिलेली पूरक माहिती पुस्तकाच्या वाचकासाठी फायदेशीर ठरेल म्हणून हा विभाग विवेकाने डिझाइन केला गेला आहे. हा विभाग प्रामुख्याने सुरुवातीच्या क्रियाकलापांवर प्रकाश टाकतो, काही मनोरंजक तथ्ये, उपमा, विषयाच्या विकासाचा इतिहास, ठळक निरीक्षणे आणि शोधणे यावर लक्ष केंद्रित करणे, संबंधित विषयांच्या विकासापासून अलीकडील काळापर्यंत सुरू होणारी कालमर्यादा, आपल्या दैनंदिन वास्तविक जीवनासाठी विषयाचे अनुप्रयोग किंवा/आणि विविध पैलूंवर औद्योगिक अनुप्रयोग, पर्यावरण, टिकाऊपणा, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी जे लागू होतात, आणि शेवटी युनिटच्या जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलाचे विषय.

## भूमिका

लिनीअर डायइलेक्ट्रिक मीडियममधील इलेक्ट्रोस्टॅटिकवरील हे युनिट आपल्या विद्यार्थ्यांना डायइलेक्ट्रिक्स, त्याचे पोलरायझेशन आणि चार्ज डेन्सिटी तसेच डायइलेक्ट्रिक्स आणि पोलरायझेशनचे वर्गीकरण याबद्दल स्पष्ट कल्पना मिळविण्यात मदत करेल. हे काही सैद्धांतिक संबंध स्थापित करते जे अल्टरनेटिंग फील्ड लागू केले जाते तेव्हा डायइलेक्ट्रिकचे वर्तन दर्शविते आणि इलेक्ट्रिक लॉसदेखील करते.

सामान्यतः डायलेक्ट्रिक या संज्ञेनुसार आपल्याला उच्च पोलरायझेशन असलेल्या पदार्थ असा अर्थ होतो. याबरोबर रिलेटीव परमिटीवीटि म्हणून ओळखली जाणारी एक संबंधित संज्ञा आहे. हे नमूद करणे महत्वाचे आहे की इन्सुलेटर हा शब्द सहसा इलेक्ट्रिक अडथळ्याचे प्रतिनिधित्व करण्यासाठी वापरला जातो तर दुसरीकडे पारिभाषिक शब्द डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशनद्वारे पदार्थाची एनर्जी साठवण क्षमतेशी संबंधित आहे. डायइलेक्ट्रिकचे एक अतिशय लोकप्रिय उदाहरण म्हणजे इन्सुलेटर जे कॅपॅसिटरच्या धातूच्या प्लेटमध्ये ठेवले जाते. इलेक्ट्रिक फील्डच्या वापरामुळे, डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन दिलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डच्या सामर्थ्याच्या योगदानामुळे कॅपॅसिटरचा सरफेस चार्ज वाढवते.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

- गणित: व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता 12वी)
- भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोस्टॅटिक (इयत्ता 12वी)

## युनिट आउटकम

या युनिटच्या परिणामांची यादी खालीलप्रमाणे आहे:

- U2-O1: डायइलेक्ट्रिक्स, डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन, पोलरायझेशन आणि चार्ज डेन्सिटी वर्णन करा
- U2-O2: डायइलेक्ट्रिक्सचे वर्गीकरण वर्णन करा
- U2-O3: पोलरायझेशनचे विभिन्न प्रकार: इलेक्ट्रॉनिक, आयनिक, अभिमुखता आणि अंतराळ चार्ज पोलरायझेशन समजावून सांगा
- U2-O4: D, E आणि P यातील संबंध समजावून सांगा
- U2-O5: रचनात्मक संबंध वर्णन करा
- U2-O6: अल्टरनेटिंग फील्ड मध्ये डायइलेक्ट्रिकचे वर्तन ओळखा

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U2-O1	3	1	-	1	-	-
U2-O2	3	-	-	-	-	-
U2-O3	3	-	-	-	-	-
U2-O4	2	1	-	1	-	1
U2-O5	2	-	-	1	-	-
U2-O6	1	1	-	-	-	-



## 2.1 परिचय (Introduction)

कमकुवत(अत्यंत कमी) इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये असलेल्या कंडक्टरमध्येसुद्धा, अनेक फ्री चार्ज वाहू शकतात. परंतु डायइलेक्ट्रिक्स किंवा इन्सुलेटर म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या पदार्थांच्या दुसऱ्या प्रकारात त्यांच्या आत कोणतेही मुक्त (फ्री) इलेक्ट्रॉन्स नसतात. या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये इलेक्ट्रॉन्स, पदार्थ तयार करणाऱ्या अणू किंवा रेणूंना घट्टपणे बांधलेले असतात आणि इलेक्ट्रिक फील्डद्वारे ब्रेकडाउन व्होल्टेजपेक्षा कमी व्होल्टेजने वेगळे केले जाऊ शकत नाहीत. त्यामुळे, सामान्यतः ते इलेक्ट्रीसीटी वहन करत नाही. परंतु त्यांचा काही इलेक्ट्रिक प्रभाव असतो जो कंडक्टरपेक्षा वेगळा असतो आणि म्हणून हे प्रकार अनेक अभियांत्रिकी अनुप्रयोगांमध्ये खूप उपयुक्त असतात. अशा प्रकारे इलेक्ट्रिक क्षेत्रातील इलेक्ट्रिकविद्युतांचा अभ्यास कंडक्टरइतकाच महत्त्वाचा असतो.

## 2.2 डायइलेक्ट्रिक्स (Dielectrics)

ज्या पदार्थांमध्ये सर्व इलेक्ट्रॉन्स पदार्थांच्या अणूंना बांधलेले असतात, त्यांना डायइलेक्ट्रिक पदार्थ म्हटले जाते. या प्रकारच्या पदार्थात इलेक्ट्रीसीटी वहनासाठी कोणतेही फ्री इलेक्ट्रॉन्स उपलब्ध नसतात. तर, ते इन्सुलेटरसारखे वागतात. इलेक्ट्रिक फील्डच्या प्रभावाखाली, इलेक्ट्रिक आयन किंवा रेणूंचे पोलरायझेशन होऊ शकते. या प्रकारच्या पदार्थांप्रमाणे बराच काळ इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड टिकू शकते, त्यामुळे अनेक इलेक्ट्रॉनिक उपकरणांमध्ये ते प्रमुख भूमिका बजावतात. इलेक्ट्रिक पदार्थांची प्रतिकारक्षमता (resistance)  $10^6 \Omega m - 10^{16} \Omega m$  दरम्यान आहे. सामान्यतः डायइलेक्ट्रिक पदार्थांचे वैशिष्ट्य म्हणजे पॅरामीटर, ज्याला म्हणतात डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट, डायइलेक्ट्रिक माध्यमाच्या परमिटीविटीचे आणि फ्री स्पेस मधील परमिटीविटी यांचे प्रमाण म्हणून परिभाषित केले आहे. त्याला माध्यमाची रिलेटीव्ह परमिटीविटी असेही म्हटले जाते आणि एक परिमाणहीन (Dimensionless) प्रमाण आहे. गणिती दृष्ट्या ते असे व्यक्त केले जाऊ शकते,

$$k = \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \dots(2.1)$$

जिथे  $\epsilon$  डायइलेक्ट्रिक माध्यमाची परमिटीविटी आहे आणि  $\epsilon_0$  ही फ्री स्पेस परमिटीविटी आहे. एसआय युनिट प्रणालीमध्ये,  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ .

तसेच, पदार्थाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट दिलेल्या कॅपॅसिटरच्या कॅपॅसिटेंसचे प्रमाण म्हणून परिभाषित केले जाऊ शकते. कॅपॅसिटरला माध्यमात ( $C = \epsilon A / d$ ) आणि कॅपॅसिटरला फ्री स्पेस माध्यमात ( $C_0 = \epsilon_0 A / d$ ). ठेवले तर,

$$\text{म्हणून, } k = \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{C}{C_0} \quad \dots(2.2)$$

हवा, मेण, काच, मायका, कागद, इ. अशा डायइलेक्ट्रिक पदार्थांची उदाहरणे आहेत.

**उदाहरण 2.1:** एअर कॅपॅसिटरचे पोटेंशियल 250 V पर्यंत वाढवण्यासाठी चार्ज दिला. जर त्यात डायइलेक्ट्रिक माध्यम घातल्यास त्याचे पोटेंशियल 50 V पर्यंत घसरते, तर माध्यमाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट किती आहे?

**उत्तर:**

माध्यमाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आहे,  $k = \frac{C_2}{C_1}$

पुन्हा  $C \propto \frac{1}{V}$

म्हणून  $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{250}{50} = 5$ .

**उदाहरण 2:** 20.0005 m<sup>2</sup> पृष्ठफळाचे (सरफेस एरिया) समांतर प्लेट कॅपॅसिटर आणि 5 मिमी प्लेट सेपरेशनला जेव्हा प्लेट्सदरम्यान 50 V व्होल्टेज दिले जाते तेव्हा त्यावर 0.1 nC चार्ज असतो. कॅपॅसिटर तयार करण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या पदार्थाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट शोधा.

**उत्तर:**

दिलेले प्लेटचे पृष्ठफळ  $A = 0.0005 \text{ m}^2$ , प्लेट सेपरेशन  $d = 5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ , व्होल्टेज  $V = 50 \text{ V}$  आणि चार्ज  $Q = 0.1 \text{ nC} = 0.1 \times 10^{-9} \text{ C}$ .

म्हणून, वापरलेल्या पदार्थाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट खालील प्रकारे शोधता येईल.

$$k = \frac{Cd}{\epsilon_0 A} = \frac{Qd}{\epsilon_0 AV}$$

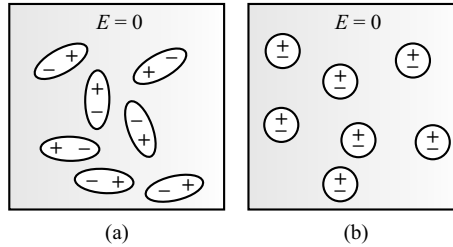
$$= \frac{0.1 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12} \times 0.0005 \times 50}$$

$$= \frac{0.5}{8.854 \times 0.025} = 2.26.$$

### 2.2.1 वर्गीकरण (Classifications)

भौतिक माध्यमात मोठ्या प्रमाणात रेणू असतात त्यात केंद्रक आणि त्याभोवती फिरणारे इलेक्ट्रॉन्स असतात. जर आपण एखाद्या पदार्थातील सर्व पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्ज विद्यमान चार्ज प्रणालीच्या गुरुत्वाकर्षणाच्या संबंधित केंद्रस्थानी असलेल्या समतुल्य पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्जद्वारे बदलू शकतो, तर पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्ज प्रणालीच्या ग्रेव्हिटीच्या केंद्रामधील विभक्ततेवर अवलंबून, डायइलेक्ट्रिक पदार्थाचे पोलर आणि नॉन पोलर असे वर्गीकरण केले जाऊ शकते.

**पोलर डायइलेक्ट्रिक:** जेव्हा डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्ज प्रणालीचे केंद्र मर्यादित अंतराने वेगळे केले जाते, तेव्हा डायइलेक्ट्रिक पदार्थाला इन्ट्रीसिक डायपोल मोमेंटसह असणारे पोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थ म्हणून संबोधले जाते. अशा प्रकारे पोलर डायइलेक्ट्रिक रेणूसाठी कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट असते.

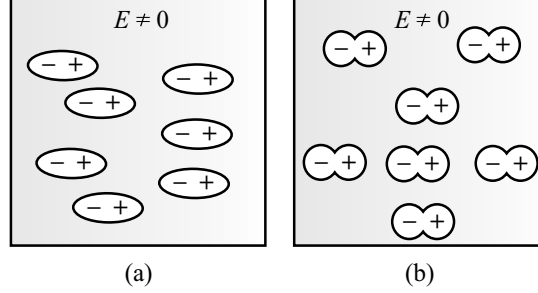


आकृती 2.1: (a) पोलर आणि (b) नॉन पोलर डायइलेक्ट्रिक्स

$\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{HCl}$ , इ. पोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थाची उदाहरणे आहेत.

सामान्य अवस्थेत पोलर डायइलेक्ट्रिक रेणूचे चार्ज (पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह) वाटेल त्या दिशेला विखुरलेले असतात [आकृती 2.1 (a)] आणि एकमेकांचा प्रभाव रद्द करतात. जरी त्यात कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट असले तरी पोलर डायइलेक्ट्रिक रेणूच्या प्रति युनिट व्हॉल्युममागे रिझलंटंट डायपोल मोमेंट शून्य होतात. एका एकाकी (आयसोलेटेड) अणूच्या बाबतीत, अणूच्या

इलेक्ट्रॉन्सच्या चार्जचे केंद्र आणि पॉसिटीव्ह चार्जचे केंद्र एकच असते. त्यामुळे डायइलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट शून्य राहिल. म्हणून एका एकाकी (आयसोलेटेड) अणूला कायमस्वरूपी इलेक्ट्रिक डायपोल असू शकत नाही.



आकृती 2.2: इलेक्ट्रिक फील्डच्या उपस्थितीत (a) पोलर आणि (b) नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक

**नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक:** जेव्हा डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्ज सिस्टमच्या ग्रॅव्हिटीजचे केंद्र नेमके जुळते, तेव्हा कोणत्याही इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावी शून्य इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट असलेले डायइलेक्ट्रिक पदार्थांना नॉन-पोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थ म्हटले जाते. या प्रकारच्या रेणूंमध्ये कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट नसलेली सममित (सीमेट्रिक) संरचना असते [आकृती 2.1 (b)].  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ , He, Ne, Ar, इ. पोलर इलेक्ट्रिक पदार्थांची उदाहरणे आहेत.

पोलर आणि नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थांमधील मूलभूत फरक खाली दिल्याप्रमाणे आहे:

पोलर डायइलेक्ट्रिक	नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक
(1) इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावी त्यांना कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट असतो.	(1) इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावी त्यांच्याकडे कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट नसतात.
(2) पोलरायझेशन तापमानावर अवलंबून असते.	(2) पोलरायझेशन तापमानावर अवलंबून नसते..
(3) उदाहरणे अशी: HCl, CO, $H_2O$ , इ..	(3) उदाहरणे अशी: $O_2$ , $N_2$ , $H_2$ , इ..

### 2.3 डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन (Dielectric Polarization)

डायइलेक्ट्रिक पदार्थात, सर्वात बाहेरील कक्षेचे इलेक्ट्रॉन्स मुक्तपणे हलू शकत नाहीत कारण ते निश्चित फोर्ससह केंद्रकाशी घट्टपणे बांधलेले असतात आणि म्हणून त्यांना बाऊंड चार्ज म्हणतात. जेव्हा या डायइलेक्ट्रिक माध्यमाला बाह्य इलेक्ट्रिक फील्ड लागू केले जाते, तेव्हा या बाऊंड चार्जला इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्सचा अनुभव येईल. पोलर डायइलेक्ट्रिकमध्ये, रेणूशी संबंधित कायमस्वरूपी डायपोलला एक टॉर्कचा अनुभव येतो, जो त्यांना इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने वळवण्याचा प्रयत्न करतो. [आकृती 2.2(a)].

निव्वळ डायपोल मोमेंट असला म्हणजे त्याला पोलरायझ झाला, असे म्हटले जाते. जशी आपण आधी चर्चा केली की, जेव्हा कोणतेही इलेक्ट्रिक फील्ड नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थावर केलेले नसते, तेव्हा पॉसिटीव्ह चार्जचे आणि निगेटीव्ह चार्ज इलेक्ट्रॉन्सचे केंद्र एकमेकांच्या इतके जवळ असतात की त्यांचा परिणाम शून्य होतो. [आकृती 2.2(b)]. परंतु जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्ड बाह्यपणे नॉन पोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थावर लागू केले जाते, तेव्हा पॉसिटीव्ह चार्ज इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने थोडे आणि निगेटीव्ह चार्ज इलेक्ट्रिक फील्डच्या विरुद्ध दिशेने थोडे विस्थापित होतात आणि इलेक्ट्रिक डायपोल तयार होतो. [आकृती 2.2(b)]. म्हणून नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थांचे रेणू बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट प्राप्त करतात आणि यालाच पोलरायझेशन किंवा विशेषतः नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिक पदार्थांचे डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन म्हणतात.



## 2.4 इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट (Electric Dipole Moment)

जेव्हा बाह्य इलेक्ट्रिक फील्ड डायइलेक्ट्रिक पदार्थावर लागू केले जाते, तेव्हा डायइलेक्ट्रिक पदार्थांमध्ये समान आणि विरुद्ध पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्ज काही अंतराने वेगळे होतात, आणि इलेक्ट्रिक डायपोल तयार करतात. इलेक्ट्रिक प्रणालीमध्ये पॉसिटीव्ह आणि निगेटीव्ह चार्ज विभक्त (दूर) होण्याचे एक मोजमाप म्हणजे इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट. अशा प्रकारे विकसित झालेल्या इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंटची व्याख्या कोणत्याही एका चार्जचे मॅग्निट्यूड आणि त्यांच्यातील विभक्त होण्याचे अंतर यांचा गुणाकार अशी केली जाऊ शकते.

अशा प्रकारे इंडयूस इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट खालील प्रमाणे असेल,

$$\vec{p} = q\vec{d} \quad \dots(2.3)$$

हे एक व्हेक्टर प्रमाण आहे आणि निगेटीव्हपासून पॉसिटीव्ह चार्जकडे त्याची दिशा असते. हे प्रणालीच्या एकूण पोलरायझेशनचे मोजमाप करते.

इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंटचे डीबाय (debye) हे व्यावहारिक युनिट आहे .

$$1 \text{ debye} = 10^{-8} \text{ statC-cm} = 3.33 \times 10^{-30} \text{ C-m.}$$

## 2.5 पोलरायझेशन व्हेक्टर (Polarization Vector)

इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट प्रति युनिट व्हॉल्युमला डायइलेक्ट्रिक पदार्थाचा पोलरायझेशन व्हेक्टर असे म्हटले जाते. दुसऱ्या शब्दांत, डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या इंडयूस डायपोल मोमेंट प्रति युनिट व्हॉल्युम किंवा इंडयूस चार्ज प्रति युनिट एरियाला डायइलेक्ट्रिक पदार्थाचा पोलरायझेशन व्हेक्टर असे म्हणतात. हे एक व्हेक्टर प्रमाण आहे, ज्याची दिशा निगेटीव्हपासून पॉसिटीव्हकडे असते.

जर  $n$  प्रति युनिट व्हॉल्युम रेणूंची संख्या आहे आणि  $\vec{p}$  हा बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डचे दिशेने प्रत्येक रेणूच्या इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंटचा काम्पोनंट आहे, इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन व्हेक्टर,

$$\vec{P} = n\vec{p} \quad \dots(2.4)$$

सतत पोलराइझ झालेल्या डायइलेक्ट्रिकचा विचार करता, इनफायनायटेजीमल व्हॉल्यूम (infinitesimal volume) संबंधित इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन व्हेक्टर खालीलप्रमाणे लिहिता येतो .

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta V} = \frac{d\vec{p}}{dV} \quad \dots(2.5)$$

## 2.6 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता (Electric Susceptibility)

जेव्हा बाह्य इलेक्ट्रिक फील्ड डायइलेक्ट्रिक पदार्थावर लावले जाते, तेव्हा इलेक्ट्रिक रेणू इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने वळतात आणि पोलरायझेशन करतात. लिनीयर एकजिनसी (homogeneous) डायइलेक्ट्रिक माध्यमासाठी इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन व्हेक्टर बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या समप्रमाणात असतो.

$$\vec{P} \propto \vec{E}$$

$$\text{किंवा } \vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad \dots(2.6)$$

जिथे  $\chi$  इलेक्ट्रिक माध्यमाची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आहे आणि फ्री स्पेस परमिटीविटी आहे. इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता प्रभावीपणे परिमाणहीन (dimensionless) प्रपोर्शनॅलिटी कॉन्स्टंट आहे. आणि हे बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये पदार्थाच्या पोलरायझेशनचे प्रमाण (2.6) पासून शोधता येते,

$$\chi = \frac{P}{\epsilon_0 E} \quad \dots(2.7)$$

आणि म्हणून हे खरोखरच डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या प्रति युनिट इलेक्ट्रिक फील्डमागे पोलरायझेशनचे प्रमाण दर्शविते. विशिष्ट इलेक्ट्रिक पदार्थासाठी हे पॉसिटीव्ह कॉन्स्टंट आहे.

## 2.7 अॅटोमिक पोलरायझॅबिलीटी (Atomic Polarizability)

जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्ड डायइलेक्ट्रिक पदार्थाला बाह्यपणे लावले जाते, तेव्हा इलेक्ट्रिक रेणू दिलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने वळतात आणि पोलरायझेशन (polarized) करतात. इलेक्ट्रिक माध्यमातील अणूचा नेट इंडयूसड डायपोल मोमेंट बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या प्रमाणात असतो.

$$\vec{P} \propto \vec{E}$$

$$\text{किंवा } \vec{p} = \alpha \vec{E} \quad \dots(2.8)$$

जिथे प्रपोर्शनॅलिटी कॉन्स्टंट आहे आहे आणि डायइलेक्ट्रिक माध्यमाची अॅटोमिक पोलरायझॅबिलीटी म्हणून ओळखली जाते. अणुला इलेक्ट्रिक फील्ड लावल्यामुळे तयार झालेले इंडयूस डायपोल मोमेंट अशी त्याची व्याख्या केल्या जाऊ शकते. मुळात, हे इलेक्ट्रिक माध्यमाच्या अणूच्या प्रति युनिट इलेक्ट्रिक फील्डमागे इंडयूस इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंटचे प्रमाण (ratio) आहे.

म्हणून ते गणितीपणे व्यक्त केले जाऊ शकते,

$$\alpha = \frac{P}{E} \quad \dots(2.9)$$

अॅटोमिक पोलरायझॅबिलीटीचे SI युनिट आहे.

आता, अॅटोमिक पोलरायझेशन हे इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन व्हेक्टरच्या माध्यमात व्यक्त केले जाऊ शकते म्हणून,

$$\vec{P} = n\vec{p} = n\alpha \vec{E} \quad \dots(2.10)$$

आणि म्हणून इलेक्ट्रिक माध्यमाची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता,

$$\chi = \frac{P}{\epsilon_0 E} = \frac{n\alpha}{\epsilon_0} \quad \dots(2.11)$$

समीकरण (2.11) इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि पोलरायझेशन यामधील संबंध स्पष्ट करते.

**उदाहरण 2.3:** He गॅस  $6000 \text{ Vcm}^{-1}$  च्या इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवल्यास इंडयूस डायपोल मोमेंट प्रति युनिट व्हॉल्यूम शोधा. त्याची अॅटोमिक पोलरायझॅबिलीटी  $0.18 \times 10^{-40} \text{ Fm}^2$  आणि त्याची डेन्सिटी  $2.6 \times 10^{25}$  अणू/  $\text{m}^3$  आहे.

**उत्तर:**

इथे He ची अॅटोमिक पोलरायझॅबिलीटी  $= \alpha = 0.18 \times 10^{-40} \text{ Fm}^2$ , त्याची डेन्सिटी  $= N = 2.6 \times 10^{25}$  अणू/  $\text{m}^3$  आणि ईलेक्ट्रिक फील्ड,  $E = 6000 \text{ Vcm}^{-1} = 6 \times 10^5 \text{ Vm}^{-1}$ .

He गॅसच्या प्रति युनिट व्हॉल्यूममध्ये इंडयूस डायपोल मोमेंट

$$p = N\alpha E = 2.6 \times 10^{25} \times 0.18 \times 10^{-40} \times 6 \times 10^5$$

$$\text{किंवा } p = 2.81 \times 10^{-10} \text{ C / m}^2.$$

**उदाहरण 2.4:** वायूची संवेदनशीलता  $4 \times 10^{-4}$  असेल तर पोलरायझॅबिलीटी शोधा. गॅसची डेन्सिटी आणि आण्विक वजन अनुक्रमे  $= 1.7 \text{ kg/m}^3$  आणि 49 आहे

**उत्तर:**

दिलेली माहिती, वायूची संवेदनशीलता  $= \chi = 4 \times 10^{-4}$ , त्याची डेन्सिटी  $= 1.7 \text{ kg/m}^3$  आणि आण्विक वजन  $= 49$ .

तर, प्रति युनिट व्हॉल्यूम अणूंची संख्या,

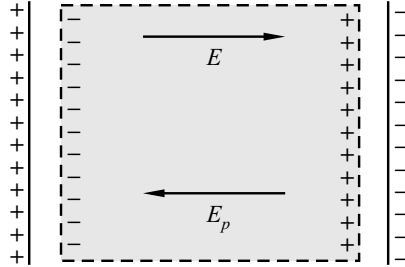
$$n = \frac{\text{अव्होगॅड्रोचा स्थिरांक} \times \text{घनता}}{\text{एटॉमिक वेट}} = \frac{6.02 \times 10^{26} \times 1.7}{49} = 2.089 \times 10^{25}.$$

यावरून, वायूची पोलरायझॅबिलीटी

$$\alpha = \frac{\epsilon_0 \chi}{n} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^{-4}}{2.089 \times 10^{25}} = 1.695 \times 10^{-40} \text{ Fm}^2.$$

## 2.8 इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक पदार्थ (Dielectric Substance in Dielectric field)

डायइलेक्ट्रिक पदार्थ जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवला जातो, तेव्हा त्याच्यात होणाऱ्या बदलाबद्दल आपण चर्चा करूया. यासाठी सुरुवातीला आपण समांतर प्लेट कॅपॅसिटरचा विचार करू, जो सुरुवातीला एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवला जातो जेणेकरून कॅपॅसिटरच्या एका प्लेटला पॉसिटिव्ह चार्ज प्राप्त होतो आणि कॅपॅसिटरच्या दुसऱ्या प्लेटला निगेटीव्ह चार्ज (आकृती 2.3) प्राप्त होतो.



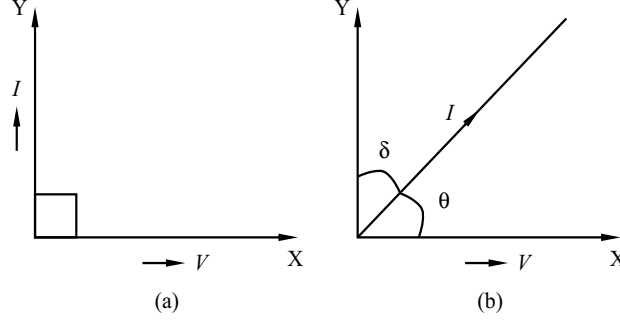
आकृती 2.3: इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक

आता जर समांतर प्लेट कॅपॅसिटरच्या प्लेट्समध्ये डायइलेक्ट्रिक पदार्थ ठेवला तर त्याचे पॉसिटिव्ह चार्ज निगेटीव्ह प्लेटकडे किंचित आकर्षित होईल आणि पॉसिटिव्ह प्लेटकडे निगेटीव्ह चार्ज आकर्षिते जाईल; जेणेकरून डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या स्लॅबमध्ये मॉल्युकूलर डायपोल तयार होऊन पोलरायझेशन होईल.

या पोलरायझेशनमुळे आणि म्हणूनच डायइलेक्ट्रिक स्लॅबच्या आत बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या विरुद्ध दिशेला इंड्यूस डायपोलची निर्मिती होईल. जर  $E$  सुरुवातीच्या इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेंसिटी असेल आणि  $E_p$  इलेक्ट्रिक पदार्थाच्या आत तयार होणाऱ्या इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेंसिटी असेल, तर डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या आत परिणामी इलेक्ट्रिक फील्ड खालील प्रकारे असेल,

$$\vec{E}' = \vec{E} - \vec{E}_p \quad \dots(2.12)$$

अशा प्रकारे जेव्हा सुरुवातीला एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक ठेवले जाते, तेव्हा डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशनमुळे डायइलेक्ट्रिकमधील फील्ड कमी होते.



आकृती 2.4: V-I फेज संबंध (a) आदर्श (b) वास्तविक डायइलेक्ट्रिक

## 2.9 अल्टरनेटिंग इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक (Dielectric under Alternating Field)

इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवले असता डायइलेक्ट्रिक पदार्थातील डायपोल उपयोजित फील्ड च्या दिशेने वळतात आणि उपयोजित एनर्जी काही प्रमाणात वाया जाते. ऊर्जेचे हा लॉस म्हणजे इलेक्ट्रिक लॉस. इलेक्ट्रिक लॉस अल्टरनेटिंग इलेक्ट्रिक फील्डची फ्रिक्वेन्सी आणि पोलरायझेशनच्या पद्धतीवर अवलंबून आहे. ही लॉस आपण कॅपॅसिटन्ससह समांतर प्लेट कॅपॅसिटरचा C चा विचार करूया, ज्याच्या प्लेट्समधील अंतर  $d$  प्लेटचा एरिया A आहे.

कॅपॅसिटर जेव्हा अल्टरनेटिंग इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवले जाईल तेव्हा त्यातील इलेक्ट्रिक करंट हा कंडक्शन करंट आणि डिस्प्लेसमेंट करंटची बेरीज असते.

$$I = I_d + I_c = \frac{q}{t} + \frac{V}{R} = \frac{CV}{t} + \frac{V}{R} = \omega CV + \frac{V}{R}$$
 आदर्श इलेक्ट्रिक पदार्थासाठी  $I_c = 0$  आणि म्हणून परिणामी करंट,

$$I = I_d = \omega CV$$

पुन्हा कॅपॅसिटरचे कॅपॅसिटन्स

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad \dots(2.13)$$

म्हणून 
$$I_d = \frac{\omega \epsilon A V}{d} \quad \dots(2.14)$$

आता, इलेक्ट्रिक लॉसचा कोन

$$\tan \delta = \frac{I_c}{I_d} \quad [\text{आकृती 2.4(b) वरून}] \quad \dots(2.15)$$

किंवा 
$$I_c = I_d \tan \delta = \frac{\omega \epsilon A V}{d} \tan \delta$$

$$= \omega \epsilon A E \tan \delta \quad [\text{कारण } V = Ed] \quad \dots(2.16)$$



अशा प्रकारे, वास्तविक इलेक्ट्रिक लॉस समीकरण (2.16) वापरून दिली जाते,

$$\begin{aligned} P_a &= VI_c = \omega \varepsilon A E V \tan \delta = \omega \varepsilon A E^2 d \tan \delta \\ &= \omega \varepsilon v E^2 \tan \delta = 2\pi \nu \varepsilon v E^2 \tan \delta \end{aligned} \quad \dots(2.17)$$

समीकरण (2.17) वरून हे स्पष्ट होते की वास्तविक इलेक्ट्रिक लॉस, इलेक्ट्रिक पदार्थाच्या व्हॉल्युम ( $V=A.d$ ), अल्टरनेटिंग इलेक्ट्रिक फील्डची फ्रिक्वन्सी  $\left(\nu = \frac{\omega}{2\pi}\right)$ , डायइलेक्ट्रिक पदार्थाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट ( $\varepsilon$ ), अल्टरनेटिंग इलेक्ट्रिक फील्डचा वर्ग ( $E^2$ ) आणि इलेक्ट्रिक लॉसचा कोन ( $\tan \delta$ ) यांच्या समप्रमाणात असतो.

## 2.10 एकजिनसीपणा, लिनीअरिटी आणि आयसोट्रॉपी (Homogeneity, Linearity and Isotropy)

डायइलेक्ट्रिक माध्यमाची एकजिनसी वस्तुमान, डेन्सिटी, परमिटीविटी यांसारखी भौतिक वैशिष्ट्ये दिलेल्या दिशेने सर्व पॉइंटवर समान असल्यास एकजिनसी माध्यम म्हणतात, म्हणजेच या माध्यमाची भौतिक वैशिष्ट्ये स्पेस कॉर्डिनेटसवर अवलंबून नसतात.

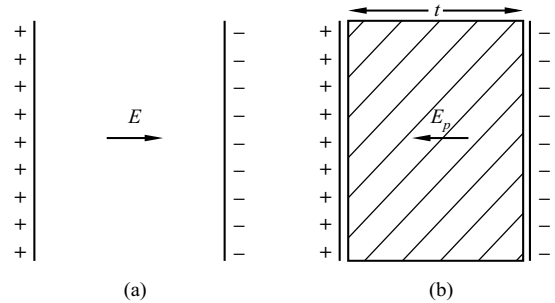
दुसरीकडे, डायइलेक्ट्रिक माध्यम अनेकजिनसी म्हटले जाते जर त्याची भौतिक वैशिष्ट्ये जसे वस्तुमान, डेन्सिटी, परवानगी इ. पदांमध्ये बदल, म्हणजे., माध्यमाची भौतिक वैशिष्ट्ये स्पेस कॉर्डिनेटसवर अवलंबून असतात.

जर डायइलेक्ट्रिक माध्यमाची परमिटीविटी लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डप्रमाणे बदलत नसेल, तर माध्यम लिनीयर आहे असे म्हटले जाते आणि जर डायइलेक्ट्रिक माध्यमाची परमिटीविटी लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक क्षेत्रासह बदलते, तर माध्यम नॉन लिनीअर असे म्हटले जाते.

इलेक्ट्रिक माध्यमाला आयसोट्रॉपिक म्हणतात जर वस्तुमान, डेन्सिटी, परवानगी यांसारखी त्याची भौतिक वैशिष्ट्ये प्रत्येक दिशेने सर्व बिंदूवर समान राहते आणि इलेक्ट्रिक माध्यम ॲनिसोट्रॉपिक असे म्हटले जाते जर त्याची भौतिक वैशिष्ट्ये जसे वस्तुमान, डेन्सिटी, परवानगी इ. दिशा बदलल्यास बदलतात.

## 2.11 फ्लक्स डेन्सिटी, इंटेन्सिटी आणि पोलरायझेशनचा संबंध (Relation of Flux Density, Intensity and Polarization)

या विभागात आपण फ्लक्स डेन्सिटी, फील्डची इंटेन्सिटी आणि इलेक्ट्रिक माध्यमाचे पोलरायझेशन यात संबंध शोधू. यासाठी आपण समांतर प्लेट कॅपॅसिटरच्या प्लेट्समध्ये (आकृती 2.5) ठेवलेला एकसंध, आयसोट्रॉपिक डायइलेक्ट्रिक स्लॅबचा विचार करूया ज्याचा फेस एरिया  $A$  आणि जाडी  $t$  आहे. आता, जर समांतर प्लेट कॅपॅसिटर सुरुवातीला एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवले गेले, तर कॅपॅसिटरच्या एका प्लेटवर पॉसिटिव्ह चार्ज आकारले जाईल आणि कॅपॅसिटरच्या दुसऱ्या प्लेटवर निगेटीव्ह चार्ज आकारले जाईल आणि आधी चर्चा केल्याप्रमाणे डायइलेक्ट्रिक स्लॅबचे पोलरायझेशन होईल.



आकृती 2.5: समांतर प्लेट कॅपॅसिटर सह (a) डायइलेक्ट्रिक नसताना आणि (b) दिलेले डायइलेक्ट्रिक



या पोलरायझेशनमुळे,  $q_p$  आणि  $-q_p$  हे स्लॅबच्या शेवटच्या फेसवर त्यांचे स्वतःचे इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटी  $\vec{E}_p$  तयार करणारे बाउंड चार्जेस असू शकतात. अशा प्रकारे, संपूर्ण स्लॅबसाठी डायपोल मोमेंट  $q_p t$  आहे आणि स्लॅबचे व्हॉल्युम  $tA$  असल्याने, इलेक्ट्रिक पोलरायझेशनची इंटेन्सिटी,

$$|\vec{P}| = \frac{q_p t}{tA} = \frac{q_p}{A} = \sigma_p \quad \dots(2.18)$$

जिथे  $\sigma_p = \frac{q_p}{A}$  डायइलेक्ट्रिक स्लॅबच्या पोलरायझेशन चार्जची सरफेस चार्ज डेन्सिटी आहे.

आता, जर  $\vec{E}$  सुरुवातीच्या इलेक्ट्रिक फील्डची इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटी आणि  $\vec{E}_p$  इलेक्ट्रिक पदार्थाच्या आत तयार केलेली इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेन्सिटी असो, इलेक्ट्रिक पदार्थाच्या आत परिणामी इलेक्ट्रिक फील्ड,

$$\vec{E}' = \vec{E} - \vec{E}_p \quad \dots(2.19)$$

जर  $\sigma$  आणि  $\sigma_p$  अनुक्रमे कॅपॅसिटर प्लेटवरील चार्जची सरफेस चार्ज डेन्सिटी आणि डायइलेक्ट्रिक स्लॅबवर इंड्यूस (पोलरायझेशन) चार्जची सरफेस चार्ज डेन्सिटी तर,

$$E_p = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \quad \dots(2.20) \text{ (a)}$$

$$\text{आणि} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \dots(2.20) \text{ (b)}$$

$$\text{तसेच} \quad E' = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \quad \dots(2.21)$$

$$\text{किंवा} \quad \sigma = \epsilon_0 E' + \sigma_p = \epsilon_0 E' + P \quad \dots(2.22)$$

$\epsilon_0 E' + P$  ला इलेक्ट्रिक फ्लक्स डेन्सिटी किंवा इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट म्हणतात आणि ते  $D$  ने दाखवल्या जाते. हे युनिट एरियातून नॉर्मल दिशेने जाणाऱ्या इलेक्ट्रिक लाइन्स ऑफ फोर्स असतात. सामान्यतः व्हेक्टर स्वरूपात इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टरची असा लिहिता येतो,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \dots(2.23)$$

फ्री स्पेस म्हणजे निर्वातासाठी,  $\vec{P} = 0$  आणि इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टर द्वारे दिले जाते,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \dots(2.24) \text{ (a)}$$

## 2.12 फ्लक्स डेन्सिटी आणि इलेक्ट्रिक फ्लक्स (Flux Density and Electric Flux)

इलेक्ट्रिक फ्लक्स डेन्सिटी नॉर्मल दिशेने युनिट एरियातून इलेक्ट्रिक लाइन्सची संख्या दर्शविते आणि लिनीअर आयसोट्रॉपिक माध्यमासाठी परमिटीविटी  $\epsilon$  विचारात घेऊन; फ्लक्स डेन्सिटी व्हेक्टर ची व्याख्या अशी केली आहे,

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \dots(2.24) \text{ (b)}$$

बंद सरफेसवर (S) फ्लक्स डेन्सिटी व्हेक्टरच्या नॉर्मल कांपोनेंटचे सरफेसने बंदिस्त केलेले सरफेस इंटेग्रेशन इलेक्ट्रिक फ्लक्स ( $\phi$ ) म्हणून मानले जाऊ शकते. म्हणून इलेक्ट्रिक फ्लक्स

$$\phi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad \dots(2.25)$$

### 2.13 डायइलेक्ट्रिक्समध्ये गॉसचा नियम (Gauss's Law in Dielectrics)

हे कोणत्याही इलेक्ट्रिक माध्यमासाठी लागू आहे आणि इलेक्ट्रोस्टॅटिकमधील गॉसच्या नियमांसारखेच आहे. हे सांगते की एकूण इलेक्ट्रिक करंट म्हणजे इलेक्ट्रिक माध्यमाच्या बंद सरफेसवर फ्लक्स डेन्सिटी व्हेक्टरच्या नॉर्मल कांपोनेंट सरफेस इन्टिग्रल समान आहे आणि ते सरफेसने बंदिस्त केलेल्या एकूण चार्जच्या  $\frac{1}{\epsilon_0}$  पट असते.

$$\text{म्हणून} \quad \phi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \quad \dots(2.26)$$

$$\text{जिथे} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 k \vec{E} \quad \dots(2.27)$$

इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टर आहे. इथे  $k$  डायइलेक्ट्रिक माध्यमाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आहे.

### 2.14 रचनात्मक संबंध (Constitutive Relations)

डायइलेक्ट्रिक माध्यमाचे काही संबंध, वेगवेगळे फीजिकल पॅरामिटर्स जसे इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता, इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट, अॅटोमिक पोलरायझेशन, इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन सामान्यतः डायइलेक्ट्रिक्ससाठी संरचनात्मक संबंध म्हणून संबोधले जातात. यानंतरच्या विभागांमध्ये आपण असे काही संबंध मिळवू.

#### 2.14.1 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट

##### (Electric Susceptibility and Dielectric constant)

आपल्याला माहीत आहे इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टर,  $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 k \vec{E}$  आणि इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन व्हेक्टर,  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ .

तर, इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टरच्या समिकरणावरून,  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  आपल्याला मिळते.

$$\epsilon_0 k \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\text{अधिक सोपे करून,} \quad k = 1 + \chi \quad \dots(2.28)$$

हे इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि इलेक्ट्रिक माध्यमाचे इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट यांच्यातील संबंध देते.

उदाहरण 2.5

**उदाहरण 2.5:** NTP ला गॅसचा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 1.000056 असेल, तर त्याची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता शोधा.

**उत्तर:**

एनटीपीमध्ये गॅसचा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 1.000056 आहे.

तर, त्याची संवेदनशीलता  $\chi = \epsilon - 1 = 1.000056 - 1 = 0.000056 = 5.6 \times 10^{-5}$ .

### 2.14.2 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि अॅटोमिक पोलरायझेशन (Electric Susceptibility and Atomic Polarizability)

इलेक्ट्रिक माध्यमाची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता खालील प्रकारे दिली जाते,

$$\chi = \frac{P}{\epsilon_0 E} = \frac{n\alpha}{\epsilon_0}$$

$$\therefore k = 1 + \chi = 1 + \frac{n\alpha}{\epsilon_0} \quad \dots(2.29)$$

यामुळे इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि इलेक्ट्रिक माध्यमाचे अॅटोमिक पोलरायझेशन यांच्यातील संबंध मिळतो.

**उदाहरण 2.6:** Ar अणूची इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन  $1.43 \times 10^{-40} \text{ F.m}^2$ , आहे असे गृहीत धरले, घन Ar चे इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट शोधा. Ar ची डेन्सिटी  $1.8 \text{ g.cm}^{-3}$  आहे आणि Ar चे अणुवस्तुमान  $39.95 \text{ g.mol}^{-1}$  आहे.

**उत्तर:**

दिलेली माहिती, Ar अणूची इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन  $= 1.43 \times 10^{-40} \text{ Fm}^2$ ,

Ar ची डेन्सिटी  $= 1.8 \text{ g}^{-3}$  आणि Ar चे अणुवस्तुमान  $= 39.95 \text{ g.mol}^{-1}$ .

तर, प्रति युनिट व्हॉल्युम Ar अणूंची संख्या

$$n = \frac{\text{अॅव्होगॅड्रोचा स्थिरांक} \times \text{घनता}}{\text{एटॉमिक वेट}} = \frac{6.02 \times 10^{26} \times 1.8}{39.95} = 2.7 \times 10^{25}.$$

अशा प्रकारे, घन Ar चा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट म्हणजे

$$k = 1 + \frac{n\alpha}{\epsilon_0} = 1 + \frac{2.7 \times 10^{25} \times 1.43 \times 10^{-40}}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.000436.$$

उदाहरण 2.6

### 2.14.3 इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन आणि डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट (Electric polarization and Dielectric Constant)

आपल्याला माहिती आहे,  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ,

$$\epsilon_0 k \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{P} = (k - 1) \epsilon_0 \vec{E} \quad \dots(2.30)$$

यामुळे आपण विचारात घेतलेल्या मिडियमसाठी इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन आणि इलेक्ट्रिक माध्यमाचे डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट यांच्यातील संबंध मिळतात.

आता, जर  $\vec{E}$  सुरुवातीच्या इलेक्ट्रिक फील्डची इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी आणि  $\vec{E}_p$  इलेक्ट्रिक पदार्थाच्या आत तयार केलेली इलेक्ट्रिक फील्डची इंटेंसिटी असेल, डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या आत परिणामी इलेक्ट्रिक फील्ड असेल, तर

$$\vec{E}' = \vec{E} - \vec{E}_p = \vec{E} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} = \vec{E} - \chi \vec{E}'$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{E}' = \frac{\vec{E}}{1 + \chi} = \frac{\vec{E}}{k} \quad \dots(2.31) (a)$$

$$\text{किंवा} \quad \frac{\vec{E}'}{\vec{E}} = 1 + \chi = k \quad \dots(2.31) (b)$$

निव्वळ इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}'$  आणि उपयोजित इलेक्ट्रिक फील्डचे  $\vec{E}$  यांचे गुणोत्तर डायइलेक्ट्रिकच्या आत डायइलेक्ट्रिक माध्यमाचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट असतो.

## 2.15 पोलरायझेशनचे प्रकार (Types of Polarization)

जर एखादा डायलेक्ट्रिक्स पदार्थ एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवला गेला, तर हे फील्ड पोलरायझेशनमुळे होणाऱ्या डायपोल पुन्हा पूर्वीच्या दिशेला वळवतात. हे खालील प्रकारे तयार केले जाऊ शकतात,

- (i) जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्ड रेणूच्या चार्ज वितरणाचा सर्व दिशेने बदल करते आणि प्रत्येक रेणूमध्ये इंड्यूस डायपोल मोमेंट तयार करते आणि,
- (ii) जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्ड पोलर रेणूच्या जागी वाटेल तसे वळतात आणि परमनंट डायपोलवर टॉर्क लावते. त्यानंतरच्या विभागांमध्ये काही मूलभूत प्रकारचे इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन मोठ्या प्रमाणात दर्शविले जाते.

### 2.15.1 इंड्यूस (इलेक्ट्रॉनिक) पोलरायझेशन [Induced (Electronic) Polarization]

जर एखादा इलेक्ट्रिकपदार्थ बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवला तर डायलेक्ट्रिक्स पदार्थाच्या अणूंचे इलेक्ट्रॉन्स तुलनेने मोठ्या प्रमाणात स्थिर केंद्रकातून विस्थापित होतात. यामुळे बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने एक इंड्यूस डायइलेक्ट्रिक मोमेंट तयार होतो आणि डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या प्रति युनिट व्हॉल्युम इंड्यूस डायपोल मोमेंट इंड्यूस (इलेक्ट्रॉनिक) पोलरायझेशन देतो. केंद्रकाच्या संदर्भात इलेक्ट्रॉनच्या विस्थापनामुळे बाह्य फील्डच्या दिशेने इंड्यूस इलेक्ट्रिक पोलर मोमेंट तयार होतो .

हे डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या तापमानावर अवलंबून नसते, परंतु अणूच्या त्रिज्येवर अवलंबून असते. आपण अणूचा विचार करूया ज्याचा अॅटोमिक नंबर  $Z$  आणि त्रिज्या  $r$  आहे, चार्ज क्लाऊडचे समान वितरण आकृती 2.6 (a) मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे असेल तर चार्ज डेन्सिटी खालीलप्रकारे लिहिता येईल.

$$\rho = -\frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi r^3} \quad \dots(2.32)$$

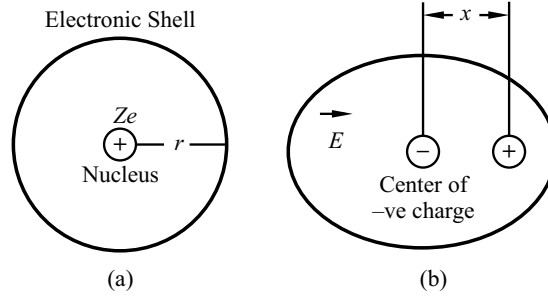
आता जेव्हा हा अणू इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवला जातो  $\vec{E}$ , केंद्रक आणि इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊड एका प्रमाणात विस्थापित होऊ द्या  $x$  [आकृती 2.6 (b)] .

तर, इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने लॉरेन्ट्झ फोर्स असेल,

$$F_L = ZeE \quad \dots(2.33)$$

आणि केंद्रक आणि इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊड यांच्यातील आकर्षणाची शक्ती असेल,

$$F_G = \frac{Ze \cdot \frac{4}{3}\pi x^3 \rho}{4\pi\epsilon_0 x^2} = -\frac{Z^2 e^2 x}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad \dots(2.34)$$



आकृती 2.6: (a) तटस्थ अणू ( $E = 0$ ) आणि (b) इंड्यूस पोलरायझेशन फील्ड  $E$  च्या उपस्थितीत

आता समतोल साधण्यास केंद्रकावरील फोर्स शून्य असणे आवश्यक आहे. तर, समीकरण (2.33) आणि (2.34) यांच्या बरोबरीने आपल्याला मिळते,

$$ZeE = \frac{Z^2 e^2 x}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\text{किंवा} \quad x = \frac{4\pi\epsilon_0 r^3 E}{Ze} \quad \dots(2.35)$$

तर, इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊड डिसप्लेसमेंट लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डच्या प्रमाणात असते. आता इंड्यूस इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट,

$$\begin{aligned} p &= Zex \\ &= 4\pi\epsilon_0 r^3 E \end{aligned} \quad \dots(2.36)$$

अशा प्रकारे इंड्यूस इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट देखील लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डच्या प्रमाणात असते.

पुन्हा इलेक्ट्रिक पोलरायझेशनवरून

$$\alpha = \frac{p}{E} = 4\pi\epsilon_0 r^3 \quad \dots(2.37)$$

जर  $n$  ही अणूंची संख्या प्रति युनिट व्हॉल्युम असेल तर डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन,

$$\begin{aligned} P &= np = n\alpha E \\ &= 4\pi\epsilon_0 nr^3 E \end{aligned} \quad \dots(2.38)$$

यामुळे इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन आणि अणूची लिज्या यांच्यातील संबंध मिळतात.

तसेच आपल्याकडे माध्यमाचे डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आहे,

$$k = 1 + \frac{n\alpha}{\epsilon_0}$$

∴

$$n\alpha = \epsilon_0 (k - 1)$$

किंवा

$$4\pi\epsilon_0 r^3 n = \epsilon_0 (k - 1)$$

किंवा

$$(k - 1) = 4\pi n r^3$$

किंवा

$$k = 1 + 4\pi n r^3 \quad \dots(2.39)$$

एक. (2.39) डायलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आणि अणुत्रिज्या यांच्यातील संबंध देते.

**उदाहरण 2.7:**  $0^\circ\text{C}$  आणि 1 वातावरणीय दाब अवस्थेत He चा डायलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 1.0000684 आहे आणि गॅसमध्ये  $2.7 \times 10^{25}$  अणू/ $\text{m}^3$ . जेव्हा He अणू  $10^6$  V/m च्या फील्डमध्ये ठेवला जातो तेव्हा इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊड आणि विस्थापनाची त्रिज्या मोजा.

**उत्तर:**

येथे, डायलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट  $= k = 1.0000684$ ,  $n =$  अणू प्रति युनिट व्हॉल्यूम  $= 2.7 \times 10^{25}$  अणू/ $\text{m}^3$ , उपयोजित इलेक्ट्रिक फील्ड  $= E = 10^6$  V/m

आता,  $k = 1 + 4\pi n r^3$

$$\text{किंवा} \quad a^3 = \frac{k - 1}{4\pi n} = \frac{1.0000684 - 1}{4\pi \times 2.7 \times 10^{25}} = 20.2 \times 10^{-36}$$

$$\text{किंवा} \quad a = 2.72 \times 10^{-12} \text{ m.}$$

ज्यामुळे इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊडची त्रिज्या मिळते.

पुन्हा, इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊडचे डिसप्लेसमेंट म्हणजे

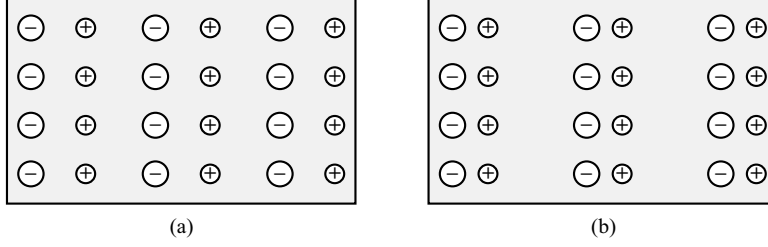
$$x = \frac{4\pi\epsilon_0 a^3 E}{Ze}$$

$$= \frac{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 20.2 \times 10^{-36} \times 10^6}{2 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 0.7 \times 10^{-22} \text{ m.}$$

उदाहरण 2.7

### 2.15.2 ऑटोमिक पोलरायझेशन (Atomic Polarization)

आयनिक बंध असलेले इलेक्ट्रिक पदार्थ (उदा.  $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$ , इ.), आप्विक किंवा आयनिक पोलरायझेशन निर्माण करू शकते. या प्रकारच्या स्फटिकात एका अणूतून दुसऱ्या अणूकडे इलेक्ट्रॉनचे हस्तांतरण होते. जेव्हा या प्रकारच्या स्फटिकाला इलेक्ट्रिक फील्ड लागू केले जाते, तेव्हा पॉसिटीव्ह आणि निगेटिव्ह आयन अनुक्रमे इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेच्या बाजूने आणि विरुद्ध [आकृती 2.7 (b)] विस्थापित होतात, जोपर्यंत आयनिक बॉन्डिंगची शक्ती ते थांबवू शकत नाही.



आकृती 2.7: (a) कोणतेही फील्ड नसलेले आयनिक पोलरायझेशन ( $E = 0$ ), (b) लागू फील्ड ( $E \neq 0$ )

यामुळे एक इंड्यूस इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट आणि म्हणून इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन इंड्यूस ( $p_i$ ) तयार होते. हे इंड्यूस इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन पॉसिटिव्ह आणि निगेटिव्ह आयनांच्या परस्पर विस्थापनामुळे आहे आणि तापमानावर अवलंबून नसते. आयनिक स्फटिकाचा इंड्यूस डायपोल मोमेंट लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डच्या प्रमाणात असतो आणि अशा प्रकारे,

$$p_i \propto E \text{ किंवा } p_i = \alpha_i E \quad [\text{जिथे } \alpha_i \text{ आयनिक पोलरायझेशन आहे}] \quad \dots(2.40)$$

जर  $n$  ही स्फटिकाच्या प्रति युनिट व्हॉल्युम डायपोल संख्या असेल तर आयनिक पोलरायझेशन,

$$P_i = np_i = n\alpha_i E \quad \dots(2.41)$$

आयनिक पोलरायझेशनव्यतिरिक्त, इलेक्ट्रिक फील्डच्या क्रियेखाली इलेक्ट्रॉन्स क्लाऊडच्या हालचालीमुळे आयनिक रेणूमध्ये इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशनदेखील असते. तर, संपूर्ण पोलरायझेशन हे आयनिक आणि इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशनची बेरीज असेल आणि ते खालील प्रमाणे दिले जाते,

$$P = P_e + P_i = n(\alpha_e + \alpha_i) E \quad \dots(2.42)$$

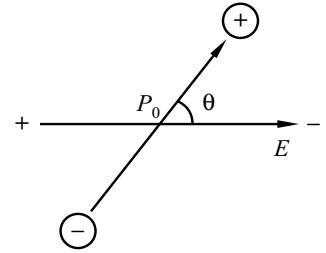
### 2.15.3 डायपोलर पोलरायझेशन (Dipolar Polarization)

ज्यामध्ये कायमस्वरूपी इलेक्ट्रिक डायपोल असतात, अशा पोलर डायइलेक्ट्रिक्ससाठी अशा प्रकारचे पोलरायझेशन आढळते, [उदा.  $HCl$ ,  $NO_2$ , इ.]. सामान्यतः बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावी, हे डायपोल एकमेकांचे परिणाम रद्द करण्यासाठी, शून्य इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट घेण्यासाठी सर्व शक्य दिशेने विखुरले असतात. परंतु जेव्हा बाह्य इलेक्ट्रिक फील्ड लागू केले जाते, तेव्हा हे डायपोल इलेक्ट्रिक फील्डच्या दिशेने वळतात, आणि नेट डायपोल मोमेंट तयार करतात आणि म्हणूनच त्यावर नेट टॉर्क (आकृती 2.8) प्रमाणे असतो. अशा प्रकारे विकसित झालेल्या पोलरायझेशनला ओरिएंटेशनल पोलरायझेशन म्हणून ओळखले जाते. अशा प्रकारचे पोलरायझेशन तापमानाच्या उलट बदलते. इलेक्ट्रिक फील्डच्या इंटेंसिटी  $E$  लागू केल्यावर डायपोलच्या पोलर रेणूवर कार्य करणारे टॉर्क खाली दिले आहे,

$$\tau = p_0 E \sin \theta \quad \dots(2.43)$$

जिथे  $p_0$  हा ओरिएंटेशनल डायपोल मोमेंट आहे. जेव्हा डायपोल  $180^\circ$  मधून फिरवला जातो, जास्तीत जास्त काम केले जाते आणि जास्तीत जास्त ओरिएंटेशनल डायपोल एनर्जी दिली जाते,

$$E \int_0^\pi p_0 E \sin \theta = 2 p_0 E_{max} \quad \dots(2.44)$$



आकृती. 2.8: विद्युत क्षेत्राच्या उपस्थितीत डायपोलर ओरिएंटेशन

आणि जेव्हा E-फील्ड डायपोलच्याच दिशेने असते, कोणतेही कार्य (work done) होत नाही. त्यामुळे, सरासरी ओरिएंटेशनल डायपोल एनर्जी खालील प्रकारे दिली जाते

$$E_{av} = \frac{2p_0 E}{2} = p_0 E \quad \dots(2.45)$$

आता, जेव्हा सरासरी ओरिएंटेशनल डायपोल एनर्जी आणि सरासरी औष्णिक एनर्जी यांचे प्रमाण एकपेक्षा जास्त असेल तेव्हा ओरिएंटेशनल पोलरायझेशन प्रभावी होईल. अशा प्रकारे, सरासरी ओरिएंटेशनल पोलरायझेशन खालील प्रकारे दिले जाते,

$$P_o \propto \frac{p_0 E_{av}}{E_{th(av)}}$$

इथे  $E_{th(av)} = \frac{5}{2} kT$

$$P_o \propto \frac{p_0^2 E}{(5/2) kT}$$

एम-बी स्टॅटिस्टिकचा वापर करून आपण सरासरी ओरिएंटेशनल पोलरायझेशन मिळवू शकतो,

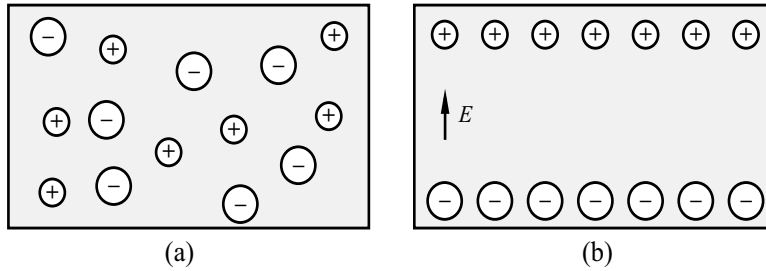
$$P_o = \frac{n}{3} \frac{p_0^2 E}{kT} = n\alpha_o E \quad \dots(2.46)$$

जिथे n हा स्फटिकाचा डायपोल प्रति युनिट व्हॉल्युम आहे. ओरिएंटेशनल पोलरायझेशन खालील प्रकारे आहे,

$$\alpha_o = \frac{p_0^2}{3kT} \quad \dots(2.47)$$

#### 2.15.4 इंटरफेसियल पोलरायझेशन (Interfacial Polarization)

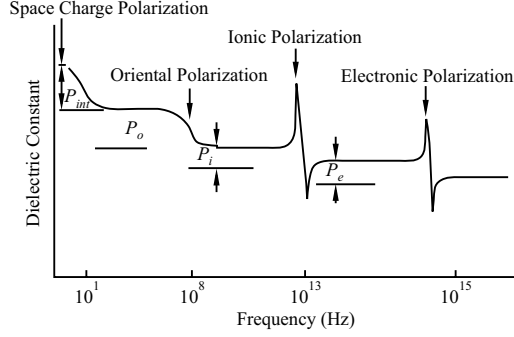
विविध टप्प्यांसाठी भिन्न प्रतिकारक्षमता असलेल्या बहु-टप्प्यातील डायइलेक्ट्रिक पदार्थांमध्ये या प्रकारच्या पोलरायझेशन होते. इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावी पदार्थांमध्ये पॉझिटिव्ह आणि निगेटिव्ह चार्जमध्ये अंतर नाही. परंतु इलेक्ट्रिक फील्डच्या उपस्थितीत तुलनेने उच्च तापमान, बाऊंडरीवर अचानक झालेल्या वाहकतेमुळे, डायइलेक्ट्रिक्स पदार्थांच्या विरुद्ध कडांवर पॉसिटिव्ह आणि निगेटिव्ह चार्ज जमा होतात [आकृती. 2.9 (b)] आयनांच्या विस्थापनामुळे एक इंड्यूस डायपोल मोमेंट तयार होतो आणि अशा प्रकारे विकसित झालेल्या पोलरायझेशनला इंटरफेसियल किंवा स्पेस चार्ज पोलरायझेशन असे म्हटले जाते. डायइलेक्ट्रिक्स पदार्थांचे अशा प्रकारचे पोलरायझेशन तापमानावर अवलंबून असते.



आकृती 2.9: आयनिक पोलरायझेशन (a) कोणतेही फील्ड (ई = 0), (b) लागू फील्ड (ई 0)



विविध प्रकारच्या पोलरायझेशनपैकी, इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन सर्वात वेगवान आहे आणि सामान्यतः  $\sim 10^{13}-10^{15}$  हर्ट्झ दरम्यान फ्रिक्वेन्सीवर टिकून राहते, दुसरीकडे आयनिक पोलरायझेशन मंद आहे आणि सामान्यतः  $\sim 10^9-10^{13}$  हर्ट्झ दरम्यान फ्रिक्वेन्सीवर, तर रेणूच्या हालचालीचा समावेश असलेले डायपोलर किंवा ओरीएंटेशनल पोलरायझेशन  $10^9$  हर्ट्झच्या खाली होते आणि इंटरफेस किंवा स्पेस चार्ज पोलरायझेशन  $10$  हर्ट्झ [आकृती 2.10] पेक्षा कमी फ्रिक्वेन्सीवर होते.



आकृती 2.10: फ्रिक्वेन्सीसह डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंटचे भिन्नता

## 2.16 मोनोअॅटॉमिक गॅसचे पोलरायझेशन (Polarization of Monoatomic Gas)

जर अणुक्रमांक  $Z$  असलेला अणू बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डच्या अधीन आहे ( $E$ ), पॉझिटिव्ह चार्जचे केंद्र लागू केलेल्या फील्डच्या दिशेने विस्थापित होते तर निगेटिव्ह चार्जचे केंद्र विरुद्ध दिशेने विस्थापित होते (आकृती 2.6 चा संदर्भ घ्या). अशा प्रकारे इलेक्ट्रिक डायपोल तयार होतो. इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन अत्यंत उच्च फील्ड फ्रिक्वेन्सीपर्यंत टिकू शकते कारण अणूमध्ये इलेक्ट्रॉनिक स्टॅंडिंग वेव्हची नैसर्गिक फ्रिक्वेन्सी जास्त असते. जेव्हा अणू बाह्य इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ( $E$ ) ठेवला जातो, केंद्रक आणि इलेक्ट्रॉन्स विरुद्ध दिशेने जाऊ शकतात. समतोल (equilibrium) केंद्रकापासून हलवले जाऊ शकते हे नमूद करणे महत्वाचे आहे. उपयोजित इलेक्ट्रिक फील्डच्या प्रमाणानुसार हे इलेक्ट्रॉन्स मध्यभागापासून  $x$  अंतरावर हलवले जाते,

$$x = \frac{4\pi\epsilon_0 r^3 E}{Ze} \text{ परिणामी, लागू केलेल्या फील्डच्या प्रमाणात समाविष्ट डायपोल मोमेंट असे लिहिले जाऊ शकते,}$$

$$p = Zex = 4\pi\epsilon_0 r^3 E$$

पुन्हा इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन,

$$\alpha = \frac{p}{E} = 4\pi\epsilon_0 r^3$$

जर अणूंची संख्या प्रति युनिट व्हॉल्युम  $n$  असेल तर इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन,

$$P = np = n\alpha E = 4\pi\epsilon_0 nr^3 E$$

## 2.17 पॉलिअॅटोमिक गॅसचे पोलरायझेशन (Polarization of Polyatomic gas)

सामान्य डायइलेक्ट्रिक पदार्थासाठी, स्पेस चार्ज पोलरायझेशन फारसे महत्वाचे नाही कारण ते केवळ डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या इंटरफेसवर पाहिले जाते आणि दुर्लक्षित केले जाऊ शकते. म्हणून इलेक्ट्रिक पदार्थाचे संपूर्ण पोलरायझेशन हे अॅटोमिक, आयनिक आणि ओरीएंटेशनल पोलरायझेशनचा एकलित परिणाम म्हणून गृहीत धरले जाऊ शकते. तर,  $n$  बहुअणुवायूसाठी अॅटोमिक,

आयनिक आणि ओरीएंटेशनल पोलरायझेशनचा परिणाम लक्षात घेता प्रति युनिट व्हॉल्युम रेणू एकूण पोलरायझेशनद्वारे दिले जातात,

$$P = P_e + P_i + P_o = n\alpha_e E + n\alpha_i E + n\alpha_o E = n(\alpha_e + \alpha_i + \alpha_o) E \quad \dots(2.48)$$

$$\text{किंवा} \quad \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E = n \left[ \alpha_e + \alpha_i + \frac{p_0^2}{3kT} \right] E$$

$$\text{किंवा} \quad \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) = n \left[ \alpha_e + \alpha_i + \frac{p_0^2}{3kT} \right] = n\alpha_T \quad \dots(2.49)$$

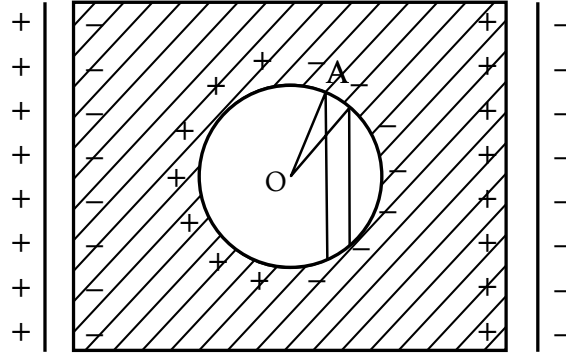
इथे, संपूर्ण पोलरायझेशन शक्य आहे

$$\alpha_T = \alpha_e + \alpha_i + \frac{p_0^2}{3kT} \quad \dots(2.50)$$

## 2.18 क्लॉसियस मोसोट्टी संबंध (Clausius Mossotti Relation)

डायइलेक्ट्रिकच्या रेणूचे पोलरायझेशन करण्यास जबाबदार असलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डला मॉल्युलर फील्ड म्हणतात आणि ते  $\vec{E}_m$  ने दर्शवल्या जाते. हे एक मॅक्रोस्कोपिक प्रमाण आहे जे बाह्य फील्डपेक्षा वेगळे आहे आणि म्हणूनच त्याला स्थानिक फील्ड म्हणून संबोधले जाते. त्यासाठी समीकरण मिळवण्यासाठी, विचाराधीन पॉइंटभोवती त्रिज्या  $r$  गोलाकार पोकळी सोडून डायलेक्ट्रिक्सचा एक छोटासा तुकडा काढू.

आता, जिथे  $\vec{E}_m$  आपल्याला शोधायचे आहे ते रेणू सोडून एकेक डायइलेक्ट्रिक रेणू पुन्हा पोकळीत ठेवू या. या रेणूना कंटिन्यूअस चार्ज म्हणून नव्हे तर वैयक्तिक डायपोल म्हणून मानले जाऊ शकते. समजा,  $O$  हे गोलाकार पोकळीचे केंद्र आहे, जे आंतररेणू अंतराच्या तुलनेत मोठे आहे परंतु संपूर्ण डायइलेक्ट्रिकच्या परिमाणाच्या तुलनेत लहान आहे. समजा, डायलेक्ट्रिक्स दोन समांतर प्लेटच्या मध्ये ठेवले आहे.



आकृती 2.11: गोलाकार पोकळी

आता, डायइलेक्ट्रिकच्या रेणूने अनुभवलेले इलेक्ट्रिक फील्ड पोकळीच्या केंद्रस्थानी ठेवले आहे असे गृहीत धरू.

$$\vec{E}_m = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

इकडे  $\vec{E}_1$  दोन समांतर चार्ज प्लेट्समधील फील्ड आहे ज्यात डायलेक्ट्रिक्स नाही,  $\vec{E}_2$  डायलेक्ट्रिक्सच्या बाह्य सरफेसवर पोलरायझेशन झालेल्या चार्जमुळे हे फील्ड आहे,  $\vec{E}_3$  गोलाकार पोकळीच्या आतील सरफेसवर पोलरायझेशन झालेल्या चार्जमुळे हे फील्ड आहे आणि  $\vec{E}_4$  गोलाकार पोकळीच्या आतील सर्व डायपोलमुळे हे फील्ड आहे.

$$\text{या बाबतीत, } \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

जिथे  $\sigma$  सरफेस चार्ज डेन्सिटी आहे,

$\vec{E}_2 = \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$  जिथे बाह्य फील्डमध्ये  $\vec{E}_1$  मध्ये डायइलेक्ट्रिक ठेवल्यामुळे डायलेक्ट्रिक्सच्या पोलरायझेशनमुळे  $\vec{P}$  पोलरायझेशन व्हेक्टर आहे;

$$\therefore \vec{E}_m = \vec{E}_1 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \quad \dots(2.51)$$

पोकळीतील डायपोल घन स्फटिकाच्या नियमित अणुस्थितीवर असतील,  $\vec{E}_4 = 0$  परंतु अॅनिसोट्रॉपिक माध्यमाच्या बाबतीत  $\vec{E}_4 \neq 0$ .

समजा, जेव्हा डायलेक्ट्रिक्स बाह्य फील्डमध्ये  $\vec{E}$  ठेवले जाते तेव्हा त्यातील इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}_1$  आहे . इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंटचा नॉर्मल कांपोनेंट  $\vec{D}$  व्हॅक्यूम- डायलेक्ट्रिक्स इंटरफेसमध्ये कंटीन्यूअस आहे, जसे की  $\vec{D}$  सरफेसवर परपेंडीकूलर असते, म्हणून  $\vec{D}$  डायइलेक्ट्रिकच्या अगदी बाहेर असलेल्या पोकळीत आणि डायइलेक्ट्रिकमध्ये ते समान असले पाहिजे म्हणजे.,

$$\epsilon_0 \vec{E}_1 = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

समीकरणे एकत्र करून आणि  $\vec{E}_4 = 0$  वापरले तर

$$\vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} + \vec{E}_3 + 0 = \vec{E} + \vec{E}_3 \quad \dots(2.52)$$

इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}_3$  पोलरायझेशनमुळे निर्माण होणारे हे पोलरायझेशनशी संबंधित चार्ज वितरणाद्वारे तयार केलेल्या फील्डइतके आहे. जर हे चार्ज डाय इलेक्ट्रिकच्या संपूर्ण व्हॉल्यूममध्ये कॉन्स्टंट असेल, तर

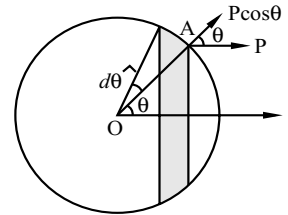
$$\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0 \text{ आणि } \sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{r} = P \cos \theta .$$

अशा प्रकारे, पोलर कोर्डिनेटस  $(r, \theta)$  असणाऱ्या सरफेस पॉइंट A ला सरफेसवरील चार्जमुळे केंद्र O पॉइंट वर असलेले इलेक्ट्रिक फील्ड खाली दिले आहे,

$$dE' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma_p dS}{r^2} \hat{r}$$

आता

$$dS = 2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$



आकृती 2.12: ध्रुवीय निर्देशांकांची संकल्पना

$$\therefore dE' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cos \theta \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta}{r^2} \hat{r} = \frac{P \cos \theta \sin \theta d\theta}{2\epsilon_0} \hat{r}$$

सीमेट्रीवरून हे स्पष्ट आहे की केवळ  $E'$  चा P च्या दिशेचा कांपोनेंटच्या एकूण फील्डमध्ये योगदान देईल

$$\therefore dE_3 = dE' \cos \theta = \frac{P \cos^2 \theta \sin \theta d\theta}{2\epsilon_0}$$

$$\therefore E_3 = \frac{P}{2\epsilon_0} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{P}{3\epsilon_0}$$

$$\text{किंवा, } \vec{E}_3 = \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad \dots(2.53)$$

$$\therefore \vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad \dots(2.54)$$

आता, आयडियल डायइलेक्ट्रिक  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  आणि  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\therefore \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\text{किंवा } \vec{P} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = \epsilon_0 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right) \vec{E} = \epsilon_0 (k - 1) \vec{E}$$

$$\text{म्हणून, } \vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\epsilon_0 (k - 1) \vec{E}}{3\epsilon_0} = \frac{(k + 2) \vec{E}}{3} \quad \dots(2.55)$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{3\vec{E}_m}{(k + 2)} \quad \dots(2.56)$$

समीकरण (2.54) मध्ये ही किंमत ठेवून

$$\vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} = \frac{3\vec{E}_m}{(k + 2)} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

$$\text{किंवा } \vec{P} = 3\epsilon_0 \vec{E}_m \left( \frac{k - 1}{k + 2} \right) \quad (2.57)$$

रेणूच्या डायपोल मोमेंट प्रति युनिट पोलरायझेशन फील्ड ला रेण्वीय (मॉल्युकूलर) पोलरायझेशन म्हणतात म्हणजेच,

$$\alpha = \frac{\vec{p}_m}{\vec{E}_m}$$

जर  $n$  ही रेणूंची संख्या प्रति युनिट व्हॉल्युम असेल तर पोलरायझेशन,

$$\vec{P} = n\vec{p}_m = n\alpha \vec{E}_m$$

$$\therefore n\alpha \vec{E}_m = 3\epsilon_0 \vec{E}_m \left( \frac{k-1}{k+2} \right)$$

किंवा  $\frac{n\alpha}{3\epsilon_0} = \frac{k-1}{k+2} \quad \dots(2.58)$

हे समीकरण क्लॉसियस-मोसोट्टी संबंध म्हणून ओळखले जाते. हे फंक्शन व्हॉल्यूम पोलरायझॅबिलिटी म्हणून ओळखले जाते. ऑप्टिकल फ्रिक्वेन्सीवर  $k = \mu^2$  जिथे  $\mu$  माध्यमाचा रिफ्रॅक्टिव्ह इंडेक्स आहे.

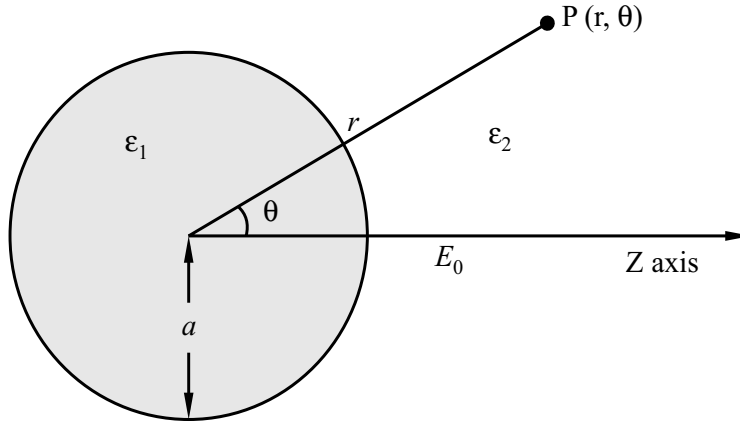
$$\therefore \frac{n\alpha}{3\epsilon_0} = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} \quad \dots(2.59)$$

हे समीकरण लॉरेंट्झ- लॉरेंट्झ संबंध म्हणून ओळखले जाते.

## 2.19 एकसमान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक स्फीअर (Dielectric Sphere in Uniform Electric Field)

जेव्हा एक समान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक स्फीअर ठेवला जाईल, तेव्हा ते फील्ड स्फीअर जवळ असमान होईल.

एक डायइलेक्ट्रिक स्फीअर ज्याची त्रिज्या  $a$  आणि परमिटीविटी  $\epsilon_1$  आहे, एकसमान इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटी  $\vec{E}_0$  मध्ये ठेवला आहे जे आकृती 2.13 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे  $z$ -डायरेक्शनमध्ये कार्य करते. कारण इंड्यूस चार्ज अक्षाभोवती सममित (symmetrical) आहे म्हणून कोणत्याही पॉइंट ला पोटेन्शियल क्षणी झोनल हार्मॉनिक्सच्या पदांमध्ये व्यक्त केली जाऊ शकते. आपण स्फीअरच्या बाहेर एक पॉइंट P विचारात घेऊया ज्याचे पोलर कोऑर्डिनेट  $(r, \theta)$  आहेत आणि ज्याचा ओरिजिन स्फीअरचा केंद्र आहे.



आकृती 2.13: एकसमान इलेक्ट्रिक फील्ड मध्ये ठेवलेला डायइलेक्ट्रिक स्फीअर

पॉइंट P वरील पोटेन्शियल असे लिहिले जाऊ शकते,

$$\phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n r^n + B_n r^{-(n+1)} \right] P_n(\cos \theta) \quad \dots(2.60)$$

जिथे, कोइफीशंट (coefficient)  $A_n$  आणि  $B_n$  योग्य बॉऊंडरी कंडिशनसचा वापर करून निश्चित केले जाऊ शकते.  $p_n(\cos \theta)$  समिकरणामध्ये (2.60) लिजेडरे पॉलिनोमियाल आहे (तपशीलासाठी अनुलग्नक चौथा (Appendix IV) पहा).

गुणांकांचे मूल्यांकन करण्यासाठी वापरल्या जाऊ शकणाऱ्या बॉऊंडरी कंडिशनस  $A_n$  आणि  $B_n$  आहेत,

(i) लाप्लासचे समीकरण स्फीअरच्या आतील आणि बाहेरील प्रत्येक बिंदूवर समाधानी (satisfied) असेल म्हणजे स्फीअरच्या आतील आणि बाहेरील प्रत्येक पॉइंटवर.,  $\nabla^2 \phi_1 = 0$  आणि  $\nabla^2 \phi_2 = 0$ .

(ii)  $\phi_1$  गोलाच्या आतील प्रत्येक पॉइंटवर म्हणजे  $r < a$  वर मर्यादित आहे

(iii)  $r \rightarrow a, \phi_2 \rightarrow -E_0 Z = -E_0 r \cos \theta$ .

(iv) इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सिटीचा टॅन्जनशियल कांपोनेंट दोन माध्यमांच्या इंटरफेसमध्ये कंटीन्यूअस असतो, म्हणजे,  $r = a$  साठी  $\phi_1 = \phi_2$ .

(v) स्फीअरच्या परिसरात फ्री चार्ज उपलब्ध नसल्यामुळे, म्हणून इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंटचा नॉर्मल कांपोनेंट दोन माध्यमांच्या इंटरफेसमध्ये कंटीन्यूअस असतो म्हणजे.,  $\epsilon_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial r} = \epsilon_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial r}$  दुसऱ्या बॉऊंडरी कंडिशन वरून, अंतर्गत पोटेन्शियल  $\phi_1$  असे लिहिले जाऊ शकते,

$$\phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n r^n p_n(\cos \theta) \right] \quad \dots(2.61)$$

आणि बाहेरील पोटेन्शियल  $\phi_2$  असे लिहिले जाऊ शकते,

$$\phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ C_n r^n + B_n r^{-(n+1)} \right] p_n(\cos \theta) \quad \dots(2.62)$$

त्यामुळे नेट चार्ज नसल्यामुळे  $\frac{1}{r}$  चे कोणतेही पद  $\phi_2$  मध्ये असणार नाही.

$$\therefore \phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} C_n r^n p_n(\cos \theta) + \sum_{n=1}^{\infty} D_n r^{-(n+1)} p_n(\cos \theta) \quad \dots(2.63)$$

तिसऱ्या बॉऊंडरी कंडिशन वरून,  $-E_0 r \cos \theta = \sum_{n=0}^{\infty} C_n r^n p_n(\cos \theta)$

किंवा  $-E_0 r \cos \theta = C_0 + C_1 r \cos \theta + \dots$

दोन्ही बाजूंची तुलना करून,  $C_0 = 0$  आणि  $C_1 = -E_0$  आणि  $C_n = 0$  ऐवजी  $n \geq 2$

$$\therefore \phi_2 = -E_0 r \cos \theta + \sum_{n=1}^{\infty} D_n r^{-(n+1)} p_n(\cos \theta) \quad \dots(2.64)$$

एकाच वेळी 4<sup>th</sup> च्या आणि 5<sup>th</sup> बॉऊंडरी कंडिशनसाठी आपण लिहू शकतो,  $A_n = 0, D_n = 0$  ऐवजी  $n \geq 2$ . आता, समीकरणे (2.61) आणि (2.63) अशी लिहिली जाऊ शकतात,

$$\phi_1 = A_0 + A_1 r \cos \theta \quad \dots(2.65)$$

$$\text{आणि} \quad \phi_2 = -E_0 r \cos \theta + \frac{D_1}{r^2} \cos \theta \quad \dots(2.66)$$

आता चौथ्या बॉउंडरी कंडिशनवरून,  $A_0 + A_1 \cos \theta = -E_0 a \cos \theta + \frac{D_1}{a^2} \cos \theta$

दोन्ही बाजूची तुलना करून.  $A_0 = 0$  आणि  $A_1 = \frac{D_1}{a^3} - E_0$

आणि  $\frac{\partial \phi_2}{\partial r} = -E_0 \cos \theta - \frac{2D_1}{r^3} \cos \theta$

अशा प्रकारे, पाचव्या बॉउंडरी कंडिशनवरून  $\varepsilon_1 A_1 \cos \theta = \varepsilon_2 \left( -E_0 \cos \theta - \frac{2D_1}{a^3} \cos \theta \right)$

दोन्ही बाजूंच्या तुलना करून,  $\varepsilon_1 A_1 = -\varepsilon_2 \left( E_0 + \frac{2D_1}{a^3} \right)$

किंवा  $\varepsilon_1 \left( \frac{D_1}{a^3} - E_0 \right) = -\varepsilon_2 \left( E_0 + \frac{2D_1}{a^3} \right)$

किंवा  $-\varepsilon_1 E_0 + \varepsilon_2 E_0 = -\varepsilon_2 \frac{2D_1}{a^3} - \varepsilon_1 \frac{D_1}{a^3} = -\frac{1}{a^3} (2\varepsilon_2 + \varepsilon_1) D_1$

$$\therefore D_1 = -\frac{(-\varepsilon_1 + \varepsilon_2) E_0 a^3}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E_0 a^3}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

$$\therefore A_1 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E_0}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} - E_0 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - 2\varepsilon_2 - \varepsilon_1) E_0}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} = -\frac{3\varepsilon_2 E_0}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

$$\therefore \phi_1 = -\frac{3\varepsilon_2 E_0 r \cos \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \quad \dots(2.67)$$

$$\text{आणि} \quad \phi_2 = -E_0 r \cos \theta + \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E_0 a^3}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{\cos \theta}{r^2} \quad \dots(2.68)$$

तर, डायइलेक्ट्रिक स्फीअरच्या आतील फील्ड,

$$\vec{E}_1 = -\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \hat{z}$$

जिथे  $z = r \cos \theta$

$$\therefore \vec{E}_1 = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{3\varepsilon_2 E_0 z}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \right] \hat{z} = \frac{3\varepsilon_2 E_0}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \hat{z} \quad \dots(2.69)$$

पुन्हा  $\vec{E}_2 = E_{2z} \hat{z} + E_{2r} \hat{r} + E_{2\theta} \hat{\theta}$

जिथे  $E_{2z} = -\frac{\partial}{\partial z} (-E_0 r \cos \theta) = E_0$

$$\begin{aligned}
E_{2r} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E_0 a^3 \cos \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^2} \right] = \frac{2E_0 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^3} \\
\text{आणि} \quad E_{2\theta} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) E_0 a^3 \cos \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^2} \right] = \frac{E_0 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^3} \\
\text{म्हणून} \quad \vec{E}_2 &= E_0 \hat{z} + \frac{2E_0 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^3} \hat{r} + \frac{E_0 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^3} \hat{\theta} \\
\text{किंवा} \quad \vec{E}_2 &= E_0 \hat{z} + \frac{E_0 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{(2\varepsilon_2 + \varepsilon_1) r^3} [2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}] \quad \dots(2.70)
\end{aligned}$$

तसेच आपल्याला माहित आहे की फील्ड इंटेंसिटीचा रेडियल कांपोनेंट,

$$\begin{aligned}
E_{2r} &= \frac{2E_0 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos \theta}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{1}{r^3} = \frac{p \cos \theta}{2\pi \varepsilon_2 r^3} \quad [\text{जिथे } p \text{ डायपोल मोमेंट आहे}] \\
\text{किंवा} \quad \vec{p} &= \frac{4\pi E_0 \varepsilon_2 a^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \hat{z} \quad \dots(2.71)
\end{aligned}$$

तर, पोलरायझेशन

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{\frac{4}{3}\pi a^3} = \frac{3\pi E_0 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \hat{z} \quad \dots(2.72)$$

## 2.20 डायलेक्ट्रिक स्ट्रेंथ आणि ब्रेकडाउन (Dielectric Strength and Breakdown)

जेव्हा डायलेक्ट्रिक पदार्थावर लावलेले इलेक्ट्रिक फील्ड पुरेसे मोठे असते, तेव्हा ते इलेक्ट्रॉनला रेणूतून बाहेर काढू शकते आणि वाहकता तयार करू शकते आणि त्यावेळी डायइलेक्ट्रिक पदार्थांमध्ये डायलेक्ट्रिक ब्रेकडाउन झाले असे म्हटले जाते. ब्रेकडाउन न होता सहन करता येईल अशा इलेक्ट्रिक फील्डचे जास्तीत जास्त किंमतीला डायइलेक्ट्रिक स्ट्रेन्थ असे म्हणतात.

जेव्हा एखादा डायइलेक्ट्रिक पदार्थ त्याची प्रतिकारशक्ती (resistivity) सोडून देतो आणि त्यातून मोठा इलेक्ट्रिक करंट प्रवाहित होऊ देतो, तेव्हा डायलेक्ट्रिक ब्रेकडाउन झाल्याचे लक्षात येते. सामान्यतः अशा इलेक्ट्रिक बिघाडासाठी उच्च इलेक्ट्रिक फील्ड जबाबदार असते. इतर महत्त्वाचे घटक म्हणजे तापमान आणि अशुद्धता. हाय-व्होल्टेज ट्रान्सफॉर्मरमध्ये तेल हे त्यांचे इन्सुलेंटिंग डायलेक्ट्रिक आहे. जेव्हा एक विशिष्ट इलेक्ट्रिक फील्ड ओलांडले जाते, तेव्हा कंडक्टिंग पाथ  $\mu\text{s}$  वेगाने वाढतो आणि ब्रॅन्डेड ट्रीच्या रूपात तेलातून वेग वाढतो, ज्याला स्टीमर्स म्हणतात. यामुळे विध्वंसक बिघाड होऊ शकतो.





## 2.21 डायइलेक्ट्रिक्सचे अनुप्रयोग (Applications of Dielectrics)

तापमानानुसार होणारा बदल, रेंज ऑफ परमिटीव्हिटी, डायइलेक्ट्रिक स्ट्रेंथ, इन्सुलेशन इत्यादी गुणधर्मांच्या आधारे विविध इलेक्ट्रिक उपकरणांच्या निर्मितीसाठी विविध औद्योगिक उद्देशांमध्ये डायइलेक्ट्रिक पदार्थ वापरले जातात. या पदार्थांचे सर्वात सामान्य वापर कॅपॅसिटर, पॉवर ट्रान्सफॉर्मर, केबल्स, स्पार्क जनरेटर, ट्रान्सड्यूसर, इलेक्ट्रिक वायरिंग, इलेक्ट्रिक हीटिंग, इलेक्ट्रिक वितरण लाइन्समध्ये आहेत, विशेषतः ट्रान्सफॉर्मरमध्ये डायइलेक्ट्रिक पदार्थ इन्सुलेटर तसेच कूलिंग एजंट म्हणून वापरले जातात आणि कॅपॅसिटर डायइलेक्ट्रिक पदार्थांमध्ये इलेक्ट्रिक एनर्जी साठवण्यासाठी वापरली जाते.

### युनिट सारांश

- डायइलेक्ट्रिक (Dielectrics)

$$\text{रिलेटीव परमिटीविटी } k = \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{C}{C_0}$$

- डायइलेक्ट्रिकमध्ये पोलरायझेशन (Polarization in Dielectrics)

पोलर इलेक्ट्रिक

इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावीही कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट असतात.

नॉन पोलर डायइलेक्ट्रिक्स

इलेक्ट्रिक फील्डच्या अभावी कायमस्वरूपी डायपोल मोमेंट असतात.

- इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट ( Electric dipole moment)

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

- पोलरायझेशन व्हेक्टर (Polarization Vector)

$$\vec{P} = n\vec{p} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta V} = \frac{d\vec{p}}{dV}$$

- इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता (Electric susceptibility)

$$\chi = \frac{P}{\epsilon_0 E}$$

- अॅटोमिक पोलराइझिबिलिटी (Atomic polarizability)

$$\alpha = \frac{p}{E}$$

- इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये इलेक्ट्रिक पदार्थाचे वर्तन (Behaviour of dielectric substance in an electric field)

$$\vec{E}' = \vec{E} - \vec{E}_p$$

- इलेक्ट्रिक लॉस: अल्टरनेटिंग फील्डखाली डायइलेक्ट्रिकचे वर्तन (Dielectric loss: Behavior of dielectric under alternating field)

$$P_a = 2\pi\nu\epsilon\nu E^2 \tan \delta$$

- एकजिनसीपणा, लिनीअरिटी आणि आयसोट्रॉपी ( Homogeneity, Linearity and Isotropy)

एकजिनसी माध्यम

दिलेल्या दिशेने भौतिक वैशिष्ट्य सर्व बिंदूवर समान राहते.

अनेकजिनसी माध्यम

स्थितीतील बदलासह भौतिक वैशिष्ट्य बदलतात.

लिनीअर माध्यम

उपयोजित इलेक्ट्रिक फील्ड मुळे माध्यमाची परमिटीविटी बदलत नाही.

नॉन-लिनीअर माध्यम

उपयोजित इलेक्ट्रिक फील्ड मुळे माध्यमाची परमिटीविटी बदलते.

आयसोट्रॉपिक माध्यम

भौतिक वैशिष्ट्य प्रत्येक दिशेने समान राहते

अॅनिसोट्रॉपिक माध्यम

दिशाबदलासह भौतिक वैशिष्ट्य बदलतात

- फ्लक्स डेन्सिटी, फील्डची इंटेंसिटी आणि पोलरायझेशन यांच्यातील संबंध (Relationship between flux density, field intensity and polarization )

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

- इलेक्ट्रिक फ्लक्स डेन्सिटी आणि इलेक्ट्रिक फ्लक्स (Electric Flux density and Electric Flux)

$$\phi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

- डायइलेक्ट्रिक्समध्ये गॉस नियम (Gauss law in Dielectrics)

$$\phi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

- वेगवेगळ्या भौतिक मापदंडांमधील संबंध: साचेयत संबंध (Relationship between different physical parameters: Constitutive relations)

$$\frac{\vec{E}'}{\vec{E}} = 1 + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} = k$$

- पोलरायझेशनचे प्रकार (Types of polarization)

$$\text{इंड्यूस (इलेक्ट्रॉनिक) पोलरायझेशन: } p = Zex = 4\pi\epsilon_0 r^3 E$$

अणु (आयनिक) पोलरायझेशन:  $P_i = np_i = n\alpha_i E$

डायपोलर (ओरीएन्टेशनल) पोलरायझेशन:  $P_o = \frac{n}{3} \frac{p_0^2 E}{kT} = n\alpha_o E$

- मोनोअॅटॉमिक वायूचे पोलरायझेशन (Polarization of monoatomic gas)

$$p = Zex = 4\pi\epsilon_0 r^3 E$$

- बहुअणुवायूचे पोलरायझेशन (Polarization of polyatomic gas)

$$P = P_e + P_i + P_o$$

$$= n(\alpha_e + \alpha_i + \alpha_o) E$$

- गोलाकार पोकळी: क्लॉसियस मोसोटी संबंध (Spherical Cavity: Clausius Mossotti Relation)

$$\frac{n\alpha}{3\epsilon_0} = \frac{k-1}{k+2}$$

- एक समान इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवलेला डायइलेक्ट्रिक गोल (A dielectric sphere placed in a uniform electric field)

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{V} = \frac{3\pi E_0 \epsilon_2 (\epsilon_1 - \epsilon_2)}{2\epsilon_2 + \epsilon_1} \hat{z}$$

- इलेक्ट्रिक शक्ती आणि इलेक्ट्रिक ब्रेक डाउन (Dielectric strength and dielectric breakdown)

इलेक्ट्रिक शक्ती

जास्तीत जास्त इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेन्सीटी जी ब्रेकडाउनशिवाय सहन केली जाऊ शकते

डायइलेक्ट्रिक ब्रेकडाउन

पुढे मोठे इलेक्ट्रिक फील्ड इलेक्ट्रॉनला रेणूतून बाहेर काढते.

- डायइलेक्ट्रिकसचे अनुप्रयोग (Applications of Dielectrics)

या पदार्थांचे उपयोग कॅपॅसिटर, पॉवर ट्रान्सफॉर्मर, केबल्स, स्पार्क, जनरेटर, ट्रान्सड्यूसर, इलेक्ट्रिक वायरिंग, इलेक्ट्रिक हीटिंग, इलेक्ट्रिक वितरण लाईन्स इ. मध्ये आहेत.

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

2.1 जर P पोलरायझेशन व्हेक्टर दर्शविते आणि  $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = \rho$  यात  $\rho$  \_\_\_\_\_ कशाची डेन्सिटी आहे?

(a) फ्री चार्ज

(b) बाउंड चार्ज

(c) डायइलेक्ट्रिकच्या बाउंडरीवरील फ्री चार्ज

(d) फ्री आणि बांधलेले चार्ज

2.2 आदर्श कंडक्टरसाठी डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट किती असतो?

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) अनंत

2.3 कणाचा (अणू किंवा रेणू) इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट प्रति युनिट पोलरायझिंग इलेक्ट्रिक फील्ड म्हणजेच

- (a) पोलरायझेशन (b) पोलरायझॅबिलिटी  
(c) निव्वळ डायपोल मोमेंट (d) संवेदनशीलता

2.4 इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन ( $\alpha_e$ ) आणि अणूच्या लिज्येशी (R) खालीलपैकी कोणता संबंध आहे

- (a)  $\alpha_e \propto R^3$  (b)  $\alpha_e \propto R^2$  (c)  $\alpha_e \propto R$  (d)  $\alpha_e \propto R^0$

2.5 डायइलेक्ट्रिक्स ते पदार्थ आहेत जे \_\_\_\_\_ असतात

- (a) सेमीकंडक्टर (b) कंडक्टर (c) इन्सुलेटर (d) दोन्ही (b) आणि (c)

2.6 इन्सुलेटरची इलेक्ट्रिक वाहकता \_\_\_\_\_ च्या अनुपस्थितीमुळे शून्य आहे

- (a) बांधलेले इलेक्ट्रॉन्स (b) मुक्त इलेक्ट्रॉन्स (c) प्रोटॉन (d) न्यूट्रॉन

2.7 आयनिक पोलरायझेशन \_\_\_\_\_

- (a) तापमानावर अवलंबून असते (b) तापमानावर अवलंबून नसते.  
(c) करंट डेन्सिटीवर अवलंबून असते (d) आयनांच्या एकाग्रतेवर अवलंबून असते.

2.8 जर लागू केलेले इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  असेल, आणि डायइलेक्ट्रिकमध्ये निव्वळ (नेट) इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}'$  असेल तर,

- (a)  $\vec{E}' = \vec{E} - \epsilon_0 \vec{P}$  (b)  $\vec{E}' = \vec{E} + \epsilon_0 \vec{P}$  (c)  $\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$  (d)  $\vec{E}' = \vec{E} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$

2.9 पोलरायझेशनचे युनिट खालीलपैकी कोणते आहे?

- (a)  $\text{Nm}^2/\text{C}^2$  (b) debye (c)  $\text{Fm}^2$  (d)  $\text{V/m}$

2.10 डायपोलर विद्युतांसाठी, ओरीएन्टेशनल पोलरायझेशन  $\alpha_o$  खालीलपैकी कोणत्या समिकरणाने दिले जाते?

- (a)  $\alpha_o = 3\mu_p kT$  (b)  $\alpha_o = \frac{\mu_p}{3kT}$  (c)  $\alpha_o = \frac{\mu_p^2}{3kT}$  (d)  $\alpha_o = \frac{\mu_p^2}{kT}$

2.11 कमी फ्रिक्वेंसीवर ( $\sim 100$  हर्ट्झ) खालीलपैकी कोणते पोलरायझेशन अस्तित्वात असते?

- (a) फक्त ओरीएन्टेशनल पोलरायझेशन (b) फक्त आयनिक पोलरायझेशन  
(c) फक्त इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन (d) या सर्व प्रकारच्या पोलरायझेशन

2.12 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता  $\chi_e$  आहे

- (a)  $\chi_e = \frac{P}{\epsilon_0 E}$  (b)  $\chi_e = \frac{P}{3\epsilon_0 E}$  (c)  $\chi_e = \epsilon_0 EP$  (d)  $\chi_e = \frac{3\epsilon_0 E}{P}$

2.13 मोनोऑटॉमिक वायू अणूचे इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन किती असते ?

- (a)  $4\pi\epsilon_0$  (b)  $4\pi\epsilon_0 R$  (c)  $4\pi\epsilon_0 R^3$  (d)  $4\pi\epsilon_0 R^2$

2.14 पोलरायझेशनचे एसआय युनिट यापैकी कोणते आहे ?

- (a)  $\text{Fm}^{-2}$  (b)  $\text{Fm}$  (c)  $\text{Fm}^{-1}$  (d)  $\text{Fm}^2$

2.15 इलेक्ट्रिक माध्यमाची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता खालीलपैकी कशाने दिली जाते,

- (a)  $\chi = \frac{n\alpha}{\epsilon_0}$  (b)  $\chi = \frac{n\alpha}{3\epsilon_0}$  (c)  $\chi = \frac{\alpha}{n\epsilon_0}$  (d)  $\chi = \frac{n\epsilon_0}{\alpha}$

2.16 इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टर आणि पोलरायझेशन व्हेक्टर यांच्यातील संबंध म्हणजेच,

- (a)  $\vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{D}$  (b)  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  (c)  $\vec{D} = \vec{E} + \epsilon_0 \vec{P}$  (d)  $\epsilon_0 \vec{D} = \vec{E} + \vec{P}$

2.17 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि डायइलेक्ट्रिक माध्यमाचे डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट यांच्यातील संबंध खालील पैकी कोणता आहे?

- (a)  $k = 1 - \chi$  (b)  $k = 1 + \chi$  (c)  $k = \chi - 1$  (d)  $\frac{1}{k} = \chi - 1$

2.18 इलेक्ट्रिक माध्यमाची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आणि अँटोमिक पोलरायझेशन यांच्यातील कोणता संबंध आहे?

- (a)  $k = 1 + \frac{\alpha}{n\epsilon_0}$  (b)  $k = 1 + \frac{n}{\alpha\epsilon_0}$  (c)  $k = 1 + \frac{n\alpha}{\epsilon_0}$  (d)  $k = 1 + \frac{\epsilon_0 n}{\alpha}$

2.19 व्हॅक्यूम मध्ये इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता किती असते?

- (a)  $> 1$  (b)  $0$  (c)  $< 1$  (d) निगेटीव्ह

2.20 ओरीएन्टेशनल पोलरायझॅबिलिटी ही ओरीएन्टेशनल डायपोल मोमेंटशी खालीलपैकी कोणत्या प्रकारे संबंधित आहे?

- (a)  $\alpha_o = \frac{p_o^2}{kT}$  (b)  $\alpha_o = \frac{p_o^2}{2kT}$  (c)  $\alpha_o = \frac{p_o^2}{3kT}$  (d)  $\alpha_o = \frac{3p_o^2}{kT}$

2.2 इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आणि अणुलिज्या यांच्यातील योग्य संबंध खालीलपैकी कोणता आहे?

- (a)  $k = 1 + 4\pi na^3$  (b)  $k = 1 + 4\pi na^2$  (c)  $k = 1 - \frac{4\pi a^3}{n}$  (d)  $k = 1 - 4\pi a^3$

2.22 माध्यमाचे डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट हे खालीलपैकी कोणते गुणोत्तर आहे ?

- (a) डायइलेक्ट्रिकमध्ये निव्वळ इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}'$  आणि लागू केलेले इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$   
 (b) डायइलेक्ट्रिकमध्ये लागू केलेले इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  आणि निव्वळ इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}'$   
 (c) डायइलेक्ट्रिकमध्ये लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक क्षेत्राचा फरक  $\vec{E}$  आणि निव्वळ इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}'$   
 (d) यापैकी काहीही नाही

2.23 पोकळीतील (व्हॅक्यूममधील) इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टरद्वारे खालील पैकी कोणत्या समिकरणाने दिले जाते?

- (a)  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  (b)  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{P}$  (c)  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$  (d)  $\vec{D} = \frac{\vec{E}}{\epsilon_0}$

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

2.1 (b), 2.2 (d), 2.3 (b), 2.4 (a), 2.5 (c), 2.6 (b), 2.7 (b), 2.8 (d), 2.9 (c), 2.10 (c), 2.11 (a), 2.12 (a), 2.12 (a), 2.13 (c), 2.14 (d), 2.15 (a), 2.16 (b), 2.17 (b), 2.18 (c), 2.19 (d), 2.20 (c), 2.21 (a), 2.22 (b), 2.23 (c)

### लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

#### श्रेणी I

- 2.1 इलेक्ट्रिक माध्यमाची फ्लक्स डेन्सिटी, फील्डची इंटेंसिटी आणि पोलरायझेशन स्पष्ट करा.
- 2.2 डिसप्लेसमेंट व्हेक्टरच्या बाबतीत कूलंबच्या नियमांचे डीफरेंशियल फॉर्म लिहा.
- 2.3 इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशनतून आपल्याला मिळणारी कल्पना द्या. आपण एकअणु वायूचे पोलरायझेशन कसे करू शकता?
- 2.4 अॅटोमिक पोलरायझेशन हा शब्द स्पष्ट करा. पोलरायझेशन आणि अॅटोमिक पोलरायझेशन यांच्यातील परस्परसंबंध दर्शवा.
- 2.5 अणूच्या प्रमाणाशी इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशनचा संबंध दर्शवा.
- 2.6 डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशनची कल्पना मिळविण्याचा काय उपयोग आहे?
- 2.7 इलेक्ट्रिक पदार्थाची महत्त्वाची वैशिष्ट्ये नमूद करा.
- 2.8 इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट व्हेक्टर स्पष्ट करा.
- 2.9 जर  $k$  आणि  $\chi_e$  हे अनुक्रमे माध्यमाचे इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आणि इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता आहेत, तर  $k = 1 + \chi_e$  दाखवण्यासाठी आवश्यक असलेल्या बाबींचा उल्लेख करा.
- 2.10 “आयसोट्रोपिक डायइलेक्ट्रिक माध्यम डिसप्लेसमेंट व्हेक्टर द्वारे दिले जाते  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  जिथे  $\vec{P}$  पोलरायझेशन व्हेक्टर आहे”. वरील वाक्यातील पदे स्पष्ट करा.
- 2.11 इलेक्ट्रिक माध्यमात पोलरायझेशनची भूमिका स्पष्ट करा.
- 2.12 डायइलेक्ट्रिक्समध्ये गॉसच्या नियमाच्या भूमिकेबद्दल चर्चा करा.
- 2.13 इलेक्ट्रिक संवेदनशीलतेशी संबंधित डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट. संबंध प्रस्थापित करा.
- 2.14 पोलरायझेशनच्या संकल्पनेला इतके महत्त्व कसे मिळाले आहे हे स्पष्ट करा.
- 2.15 पोलर आणि नॉनपोलर डायइलेक्ट्रिकमधील फरक स्पष्ट करा.
- 2.16 ओरिएंटेशनल पोलरायझेशन खाली दिलेल्या मानक संबंधाचा वापर करून व्यक्त केले जाऊ शकते  $\alpha_o = \frac{p_0^2}{3kT}$ . अभिव्यक्तीतील वेगवेगळी नोटेशन्स ओळखा.
- 2.17  $k = 1 + \frac{n\alpha}{\epsilon_0}$ , जिथे चिन्हांना त्यांचे नेहमीचे महत्त्व आहे. अभिव्यक्तीतील संज्ञांचा उल्लेख करा.
- 2.18 क्लॉसियस-मोसोट्टी समीकरणाची उपयुक्तता शोधा.
- 2.19 पोलर आणि नॉन पोलर रेणूंमधील फरक शोधा.

- 2.20 नॉन पोलर इलेक्ट्रिक वायूच्या इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशनचा वापर स्पष्ट करा.
- 2.21 डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या गंभीर इलेक्ट्रिक बिघाडाबद्दल चर्चा करा.
- 2.22 अभिव्यक्तीत,  $\chi_e = \epsilon_r - 1$  वापरलेली वेगवेगळी चिन्हे परिभाषित करा.
- 2.23 मोनोॲटॉमिक वायूमध्ये पोलरायझेशन स्पष्ट करा? इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशन आणि अणूचे प्रमाण यांच्यातील संबंध दर्शवा.
- 2.24 वर्गीकरण करा: अ) डायइलेक्ट्रिक स्ट्रेन्थ ब) इलेक्ट्रिक ॲबसॉर्प्शन आणि क) डायपोल मोमेंट.

## श्रेणी II

- 2.25 “जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक ठेवले जाते, तेव्हा डायइलेक्ट्रिकमधील फील्ड मूळ फील्डपेक्षा कमकुवत होते”. का?
- 2.26 “जेव्हा इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक ठेवले जाते, तेव्हा डायइलेक्ट्रिकमधील फील्ड मूळ क्षेत्रापेक्षा कमकुवत/मजबूत होते”. योग्य विधान निवडा आणि समर्थन करा.
- 2.27 इलेक्ट्रिक लॉस स्पष्ट करा आणि या नुकसानीची कारणे शोधा.
- 2.28 “NTP ला He चा डाय इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 1.0000684 आहे”. या विधानाचा अर्थ काय आहे?
- 2.29 इलेक्ट्रिक विस्थापनात फ्लक्स आणि फ्लक्स डेन्सिटीच्या भूमिका शोधा.
- 2.30 कृत्रिम विद्युताची गरज नमूद करा.
- 2.31 एका एकाकी अणूला कायमस्वरूपी इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट असू शकतो का? का?
- 2.32 कॅपॅसिटरच्या प्लेटमध्ये डायइलेक्ट्रिक घातल्यावर कॅपॅसिटरची क्षमता कशी वाढली हे स्पष्ट करा.

## संख्यात्मक प्रश्न

- 2.1 एअर कॅपॅसिटरला 60mC चा चार्ज दिल्यावर त्याचे पोटेंशियल 200 V पर्यंत वाढते. जर डायइलेक्ट्रिक माध्यम घातल्यावर त्याचे पोटेंशियल 50 V पर्यंत घसरली, तर माध्यमाचा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट काय आहे? [उत्तर: 4]
- 2.2 वायूची संवेदनशीलता  $10^{-3}$  असल्यास त्याच्या पोलरायझेशनची गणना करा. गॅसची डेन्सिटी आणि आण्विक वजन 2 kg/m<sup>3</sup> आणि 43.98. [उत्तर:  $3.23 \times 10^{37}$  Fm<sup>2</sup>]
- 2.3 एनटीपीमध्ये गॅसचा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 1.000456, असेल, तर त्याची इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता शोधा. [उत्तर:  $4.56 \times 10^{-5}$ ]
- 2.4 निष्क्रिय वायूचे पोलरायझेशन  $1.5 \times 10^{-40}$  Fm<sup>2</sup> आहे. गॅसमध्ये  $2 \times 10^{25}$  अणू/m<sup>3</sup> असल्यास अणूच्या डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंटतेची गणना करा. [उत्तर: 1.00034]
- 2.5 एनटीपीमध्ये गॅसचा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 1.006 आहे. वायूमध्ये  $4 \times 10^{25}$  atoms/m<sup>3</sup> असल्यास अणूच्या इलेक्ट्रॉनिक पोलरायझेशनची गणना करा. [उत्तर:  $1.33 \times 10^{-39}$  Fm<sup>2</sup>]
- 2.6 0.0005 मीटर<sup>2</sup> एरिया असलेले समांतर प्लेट कॅपॅसिटरला दोन प्लेट्स दरम्यान 50 V चे व्होल्टेज लावले जाते तेव्हा 5 mm प्लेट सेपरेशनवर 0.5 nC चार्ज असतो. तर वापरलेल्या पदार्थाच्या इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंटची गणना करा.
- 2.7 हेलियमचा इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट 0°C वर मोजला जातो आणि 1 वातावरण दाबावर 1.0000684 आहे. या परिस्थितीत, गॅसमध्ये  $2.7 \times 10^{25}$  अणू/m<sup>3</sup>. इलेक्ट्रॉन्स ढगाची (अणुपरिज्या) त्रिज्या आणि डिसप्लेसमेंट x मोजा जेव्हा हेलियम अणू 10<sup>6</sup> V/m इतक्या इलेक्ट्रिक फील्ड मध्ये ठेवल्या जाते. [उत्तर:  $2.72 \times 10^{-12}$ m,  $0.7 \times 10^{-22}$ m]

2.8 He गॅस  $6000 \text{ Vcm}^{-1}$  च्या इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवल्यास त्याचा इंड्यूस डायपोल मोमेंट प्रति युनिट व्हॉल्यूम शोधा. त्याची अॅटोमिक पोलरायझॅबिलिटी  $0.18 \times 10^{-40} \text{ Fm}^2$  आणि त्याची डेन्सिटी  $2.6 \times 10^{25} \text{ अणू/m}^3$  आहे.

[उत्तर:  $2.81 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2$ ]

2.9 आर्गॉन अणूचे इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन  $1.43 \times 10^{-40} \text{ Fm}^2$  आहे असे गृहीत धरले, तर घन Ar चा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट शोधा. Ar ची डेन्सिटी  $1.8 \text{ g.cm}^{-3}$  आणि आर्गॉनचे अणुवस्तुमान  $39.95 \text{ ग्रॅम.मोल}^{-1}$  आहे.

[उत्तर: 1.000436]

2.10 जर Ar अणूचा व्यास  $3.84 \times 10^{-10} \text{ m}$  असेल आणि इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट = 1.00044 असेल तर त्याची एसटीपीमध्ये पोलरायझॅबिलिटी शोधा

## प्रात्यक्षिक

दिलेल्या डायइलेक्ट्रिक पदार्थाच्या डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट शोधणे

### उपकरण

डिजिटल व्होल्टमीटर, काचेचे माध्यम, सोन्याचा मुलामा दिलेली डिस्क, सीआरओ, ऑडिओ ऑसिलेटर

### उपपत्ती

ऑडिओ ऑसिलेटर योग्य प्रकारे उपकरणात ठेवले जाते. जर CSC आणि CDC अनुक्रमे मानक कॅपॅसिटर आणि डायइलेक्ट्रिक सेलचे कॅपॅसिटन्स असल्यास if VSC आणि VDC तेव्हा एससी आणि डीसीमधील व्होल्टेज आहेत

$$\frac{V_{SC}}{I} = \frac{1}{\omega C_{SC}}.$$

$$\text{किंवा} \quad I = \omega C_{SC} V_{SC} \quad (i)$$

हाच करंट(करंट) डायइलेक्ट्रिक सेलमधून जातो म्हणजे.,

$$\frac{V_{DC}}{I} = \frac{1}{\omega C_{DC}}$$

$$C_{DC} = \frac{I}{\omega V_{DC}}$$

$$= \frac{\omega C_{SC} V_{SC}}{\omega V_{DC}}$$

$$\text{किंवा} \quad C_{DC} = \left( \frac{V_{SC}}{V_{DC}} \right) C_{SC} \quad (ii)$$

आता मानक समांतर प्लेट कॅपॅसिटरचे कॅपॅसिटन्स प्लेट्समधील डायइलेक्ट्रिक हवा मानून खालील प्रकारे लिहिता येते.

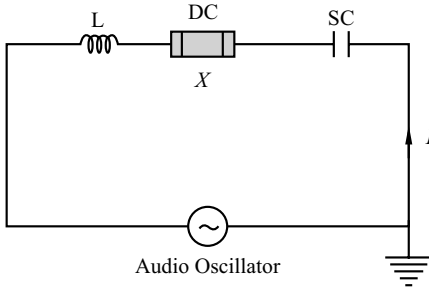


$$\begin{aligned}
 C_0 &= \frac{\epsilon_0 A}{d} \\
 &= \frac{\epsilon_0 \pi r^2}{d} \\
 &= \frac{r^2}{36d} \times 10^{-9} F \\
 &= \frac{r^2}{36d} \text{ nF}
 \end{aligned}
 \tag{iii}$$

इकडे  $r$  कॅपॅसिटर प्लेटची लिज्या आहे आणि  $d$  प्लेट्समधील अंतर ( $m$  मध्ये) आहे.

तसेच आपण पुढील प्रकारे पदार्थाचे डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट व्यक्त करू शकतो

$$\epsilon_r = \frac{C_{DC}}{C_0}
 \tag{iv}$$



आकृती .(i)



आकृती. (ii).

### प्रक्रिया

1. मानक कॅपॅसिटरच्या प्लेट्सचा व्यास आणि त्यावरून लिज्या  $r$  मिळेल.
2. डायइलेक्ट्रिक स्लॅबची जाडी  $d$  मोजा.
3. ज्या पदार्थाचे इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट डायइलेक्ट्रिक सेलमध्ये मोजायचे आहे ते टाका.
4. प्रमाणित कॅपॅसिटर, डायइलेक्ट्रिक सेल आणि रेसीस्टर ऑडिओ ऑसिलेटरशी जोडा.
5. ऑडिओ ऑसिलेटर चालू करा, फ्रिक्वेंसी आणि इनपुट व्होल्टेज सेट करा. स्टॅंडर्ड कॅपॅसिटर आणि डायइलेक्ट्रिक सेलमधील व्होल्टेज खाली लिहा.
6. इनपुट व्होल्टेज हळूहळू बदला, मानक कॅपॅसिटर आणि डायइलेक्ट्रिक सेलमधील व्होल्टेज खाली लक्षात घ्या. VSC वि. VDC असा ग्राफ काढा.
7. इनपुट फ्रिक्वेंसी बदला, चरण 4 ची पुनरावृत्ती करा.

8. VSC आणि VDC यात ग्राफ (आलेख) काढा आणि त्याचा स्लोप CDC ची गणना करण्यासाठी केला जाऊ शकतो.

### प्रायोगिक डेटा

तक्ता 1: डायइलेक्ट्रिक ब्लॉकची जाडी

निरीक्षण क्र.	जाडी			सरासरी जाडी d (cm मध्ये)	d (m)
	लिनीअर स्केल	सर्कुलर स्केल	एकूण जाडी		

तक्ता 2: मानक कॅपॅसिटरचा व्यास

निरीक्षण क्र.	व्यास			सरासरी व्यास D (cm मध्ये)	r = D/2 (मीटर)
	लिनीअर स्केल	सर्कुलर स्केल	एकूण जाडी		

तक्ता 3: CDC आणि CSC वरील व्होल्टेज

दिलेले CSC = .....

इनपुट फ्रिक्वेन्सी (हर्ट्झ)	इनपुट व्होल्टेज (व्ही)	व्होल्टेज		$C_{DC} = (V_{SC}/V_{DC})$ $C_{SC}$	सरासरी $C_{DC}$ (pF)
		$C_{DC}$	$C_{SC}$		

### गणन

$$\epsilon_r = C_{DC} / C_0 = \dots\dots\dots \text{pF.}$$

### खबरदारी

1. काचेसारखे डायइलेक्ट्रिक नमुने ठिसूळ असतात आणि चकत्यांमध्ये योग्य प्रकारे न ठेवल्यास खराब होऊ शकतात. तर, अशा इलेक्ट्रिक नमुन्यांच्या प्लेसमेंटदरम्यान विशेष काळजी घेतली पाहिजे.
2. चकत्यांपेक्षा कमी व्यास असलेल्या सोन्याचा मुलामा दिलेली डिस्क, चकत्यांदरम्यान नमुना ठेवू नका.

## अधिक जाणून घ्या

डायइलेक्ट्रिक पदार्थ हे एक इलेक्ट्रिक इन्सुलेटर आहे जे लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक फील्डद्वारे पोलरायझेशन केले जाऊ शकते. जर डायइलेक्ट्रिक पदार्थ इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये ठेवली गेली तर इलेक्ट्रिक चार्ज इलेक्ट्रिक वाहकाप्रमाणे पदार्थाद्वारे वाहत नाही परंतु त्यांची समतोल स्थितीमुळे इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन थोडे बदलते

### क्रियाकलाप

डायइलेक्ट्रिक रेसोनेटर ऑसिलेटर सामान्यतः मायक्रोवेव्ह बँडमध्ये, फ्रिक्वेन्सीच्या अरुंद श्रेणीसाठी पोलरायझेशन प्रतिसादाचे रेझोनन्स(रेझोनान्स) तयार करण्यासाठी एक इलेक्ट्रॉनिक उपकरण आहे. यात सिरॅमिकचा “पक” (puck) असतो ज्यात एक मोठा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आणि कमी विस्पन घटक असतो.

ऑसिलेटर सर्किटमध्ये संदर्भ फ्रिक्वेन्सी (reference frequency) देण्यासाठी या प्रकारच्या रेसोनेटरचा वारंवार वापर केला जातो. इलेक्ट्रॉनिक्स आणि कम्युनिकेशन इंजिनिअरिंगसाठी डायइलेक्ट्रिक रेसोनेटर अँटेना म्हणून अनशील्ड डायइलेक्ट्रिक रेसोनेटर वापरले जाऊ शकते.

### मनोरंजक तथ्ये

खाली समाविष्ट उल्लेखनीय मनोरंजक क्षेत्रे आहेत विशेषतः इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक स्फीअर, सह डायइलेक्ट्रिक पदार्थ. खालील संदर्भावरून तपशील सापडेल:

- इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक स्फीअर
- DoITPoMS Teaching and Learning Package “Dielectric Materials”
- विकिस्रोतावरील ग्रंथ:
- “Dielectric”. Encyclopedia Americana. 1920.
- “Dielectric”. Encyclopædia Britannica (11th ed.). 1911.

### उपमा

आर्मी रिसर्च लॅबोरेटरीने (एआरएल) 2002ते 2004 या काळात पातळ फिल्म तंत्रज्ञानावर संशोधन केले. बॅरियम स्ट्रॉन्शियम टायटॅनेट या फेरोइलेक्ट्रिक पातळ फिल्मचा वापर व्होल्टेज नियंत्रित ऑसिलेटर, ट्यूनेबल फिल्टर आणि फेज शिफ्टर्ससाठी रेडिओ फ्रिक्वेन्सी आणि मायक्रोवेव्ह कांपोनेंटच्या अभ्यासासाठी केला गेला.

हा अभ्यास लष्कराला ब्रॉडबँड इलेक्ट्रिक-फील्ड फोर्सडिव्हाइससाठी हायली टयूनेबल मायक्रोवेव्ह-सुसंगत साहित्य प्रदान करण्याच्या प्रयत्नांचा एक भाग होता जो उच्च तापमानात सातत्याने कार्य करतो. या कामामुळे इलेक्ट्रॉनिक्स घटकांसाठी एक पातळ फिल्म सक्षम असलेल्या बल्क बेरियम स्ट्रॉन्टियम टायटॅनेटची टुनेबिलिटी सुधारली.

2004 मध्ये एआरएलने फेरोईलेक्ट्रिक अत्यंत कमी प्रमाणात ॲक्सेपटर डॉपॅटने पदार्थाच्या गुणधर्मांमध्ये कसे बदल होवू शकतात याचा शोध लावला.

## इतिहास

अठराव्या शतकाच्या उत्तरार्धात शास्त्रज्ञांनी “विद्युतीकरण” शोधण्यासाठी अत्यंत संवेदनशील साधने विकसित केली, संपर्काद्वारे विद्युतीकरणाची घटना, ज्याला म्हणून ओळखले जाते संपर्क विद्युतीकरण किंवा संपर्क तणाव त्याचा शोध लागला. जेव्हा दोन वस्तूना एकत्र स्पर्श केला गेला, तेव्हा कधीकधी ते उत्स्फूर्तपणे चार्ज केले गेले एकाने निव्वळ निगेटीव्ह चार्ज विकसित केले आणि दुसरे समान आणि विरुद्ध पॉसिटीव्ह चार्ज विकसित केले.

## कालमर्यादा

- 1750-1774: प्रसिद्ध पतंग प्रयोगासह, बेंजामिन फ्रँकलिन विजेबाबत अत्याधुनिक ज्ञान दिले, त्याचा इंग्रजी मित्र जोसेफ प्रीस्टलीला त्याच फील्डमध्ये संशोधन करण्यासाठी प्रेरणा दिली.
- 1800-1819: अलेस्सांद्रो व्होल्टाने रासायनिक प्रक्रियेद्वारे इलेक्ट्रीसीटी निर्माण होऊ शकते हे शोधून काढत पहिल्या बॅटरीचा शोध लावला; शास्त्रज्ञांनी लवकरच इलेक्ट्रिकवर आधारित प्रकाशाचा शोध लावण्याच्या नवीन साधनांचा शोध घेतला. परंतु, इलेक्ट्रीसीटी आणि मॅग्नेटायझेशन यांच्यातील संबंधांची सखोल अंतर्दृष्टी मोठ्या प्रमाणात दुर्लक्षित राहिली
- 1840-1849: महान भौतिक शास्त्रज्ञ फॅराडे वॉशिंग्टन, डीसी आणि बाल्टिमोर, एमडी यांच्यात संदेश पाठवण्यात यशस्वी झाला, त्याच्या विपुल संशोधनाने मोठ्या प्रमाणात योगदान दिले आणि टेलिग्राफ एक मैलाचा दगड गाठला.
- 1850-1869: औद्योगिक क्रांतीने कळस गाठला होता, ग्रामने (Gramme) त्याच्या डायनामोचा शोध लावला आणि जेम्स क्लार्क मॅक्सवेलने इलेक्ट्रोडायनॅमिक्सवरील समीकरणांची मालिका तयार केली.
- 1870-1879: टेलिफोन आणि पहिला व्यावहारिक प्रकाश बल्बचा शोध लागला तर “इलेक्ट्रॉन” या शब्दाने वैज्ञानिक शब्दकोशात प्रवेश केला
- 1880-1889: निकोला टेस्ला आणि थॉमस एडिसन यांनी इलेक्ट्रीसीटी संक्रमित करण्याचा मार्ग विकसित केला आणि हेन्रिक हर्ट्झ रेडिओ लहरी प्रसारित आणि प्राप्त करणारे पहिले व्यक्ती होते.
- 1890-1899: शास्त्रज्ञांना एक्स-रे आणि रेडिओॲक्टिव्हिटी सापडली, तर शोधकांनी पहिला रेडिओ तयार करण्यासाठी स्पर्धा केली.
- 1900-1909: अल्बर्ट आइन्स्टाइन त्यांचा सापेक्षतावादाचा विशेष सिद्धांत आणि प्रकाशाच्या क्वांटम स्वरूपावर त्यांचा सिद्धांत प्रकाशित केला, ज्याला त्यांनी कण आणि वेव्हदोन्ही म्हणून ओळखले. सततच्या नवीन उपकरणांनी, इलेक्ट्रीसीटी दैनंदिन जीवनात बदल घडवून आणण्यासाठी सुरुवात करते.
- 1910-1929: अणूची रचना आणि त्यातील घटक कण विकसित झाल्याचे समजून घेतले, फोन आणि रेडिओ सामान्य झाले आणि आधुनिक टेलिव्हिजनचा जन्म झाला.

- 1930-1939: विशेष मायक्रोस्कोप आणि सायक्लोट्रॉन सारख्या नवीन साधनांनी उच्च पातळीवर संशोधन केले, तर सामान्य नागरिकांना एफएम रेडिओसारख्या नवीन सुविधांचा आनंद मिळाला.
- 1940-1959: संरक्षणाशी संबंधित संशोधनामुळे संगणक तयार झाला, जग अणुयुगात दाखल झाले आणि टीव्ही ने अमेरिका जिंकली.
- 1960-1979: संगणक पीसीमध्ये विकसित झाले, संशोधकांनी एकापाठोपाठ एक नवीन उपअणुकण शोधून काढले आणि अंतराळ युगाने विज्ञानाला एक नवीन संदर्भ दिला.
- 1980-2003: शास्त्रज्ञांनी नवीन एनर्जी स्रोतांचा शोध लावला, वर्ल्ड वाइड वेबने एक विशाल नेटवर्क तयार केले आणि नॅनो तंत्रज्ञानाने आपला प्रवास सुरू केला.

### अनुप्रयोग (वास्तविक जीवन / औद्योगिक)

इन्सुलेशन, परमिटीविटी, तापमान अवलंबित्व, डायइलेक्ट्रिक स्ट्रेन्थ आणि डायइलेक्ट्रिक पदार्थासारख्या वेगवेगळ्या गुणधर्मांवर आधारित इलेक्ट्रिक उपकरणे तयार करण्यासाठी विविध औद्योगिक पदार्थ म्हणून वापरले जातात. या पदार्थांचे सर्वात सामान्य आणि मोठ्या प्रमाणात वापर पॉवर ट्रान्सफॉर्मर, कॅपॅसिटर, केबल्स, स्पार्क जनरेटर, ट्रान्सड्यूसर इत्यादींमध्ये आहेत.

### केस स्टडी (पर्यावरण / शाश्वतता / सामाजिक / नैतिक मुद्दे)

इलेक्ट्रिक पदार्थ घन, द्रव किंवा वायू असू शकतात. इलेक्ट्रिकल आणि इलेक्ट्रॉनिक्स इंजिनिअरिंगमध्ये सॉलिड डायइलेक्ट्रिक्स सर्वात जास्त वापरले जातात. पॉर्सिलेन, काचेचे, प्लास्टिकसारखे अनेक घन पदार्थ खूप चांगल्या दर्जाचे इन्सुलेटर आहेत. हवा, नायट्रोजन आणि सल्फर हेक्साफ्लुराइड हे तीन सर्वात जास्त वापरले जाणारे वायूयुक्त इलेक्ट्रिक आहेत. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की पॅरालीनसारखे औद्योगिक लेप सबस्ट्रेट आणि त्याचे पर्यावरण यांच्यात इलेक्ट्रिक अडथळा आणू शकतात. खनिज तेल मोठ्या प्रमाणात इलेक्ट्रिक ट्रान्सफॉर्मरच्या आत द्रव इलेक्ट्रिक म्हणून आणि थंड होण्यास मदत करण्यासाठी वापरले जाते.

उच्च इलेक्ट्रिक करंट असलेले इलेक्ट्रिक द्रव, जसे इलेक्ट्रिकल ग्रेड कॅस्टर तेल, कोरोना डिस्चार्ज टाळण्यासाठी आणि कॅपॅसिटन्स वाढविण्यास मदत करण्यासाठी हाय व्होल्टेज कॅपॅसिटरमध्ये वापरले जातात. डायइलेक्ट्रिक इलेक्ट्रिक प्रवाहाला विरोध करत असल्याने, डायइलेक्ट्रिकचा पृष्ठभागावर अडकलेले जास्तीचे इलेक्ट्रॉन, इलेक्ट्रिक चार्ज डायइलेक्ट्रिक जेव्हा घासले जाते तेव्हा त्याचा प्रभाव दिसू शकतो, ज्याला ट्रायबो-इलेक्ट्रिक प्रभाव म्हणतात. हे व्हॅन डी ग्रॅफ जनरेटर किंवा इलेक्ट्रोफोरसप्रमाणे उपयुक्त ठरू शकते किंवा इलेक्ट्रोस्टॅटिक डिस्चार्जच्या बाबतीत हे कदाचित विनाशकारी असू शकते.

### जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलविषय

विशेष प्रक्रिया केलेले डायइलेक्ट्रिक्स, ज्याला इलेक्ट्रेट्स म्हणून ओळखले जाते ते अतिरिक्त अंतर्गत चार्ज किंवा “फ्रोजन इन” पोलरायझेशन कायम ठेवू शकतात. इलेक्ट्रेट्समध्ये अर्ध-कायमस्वरूपी इलेक्ट्रिक फील्ड असते आणि ते चुंबकांच्या समकक्ष इलेक्ट्रोस्टॅटिक असतात. इलेक्ट्रेट्सचे घर आणि उद्योगात अनेक व्यावहारिक अनुप्रयोग आहेत.

जेव्हा काही डायइलेक्ट्रिक्स पदार्थांवर बाह्य व्होल्टेज लागू केले जाते किंवा यांत्रिक तणावामुळे किंवा भौतिक आकारबदलामुळे पोटेन्शियल फरक निर्माण करू शकतात त्यांना पिझोइलेक्ट्रिक पदार्थ म्हणतात. काही आयनिक स्फटिक आणि पॉलिमर डायइलेक्ट्रिक्स एक उत्स्फूर्त डायपोल मोमेंट दर्शवितात जे बाह्यपणे लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक क्षेत्राद्वारे बदलले जाऊ शकतात. या वर्तनाला फेरोइलेक्ट्रिक इफेक्ट असे म्हटले जाते. हे पदार्थ फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांच्या साधर्म्य असलेले आहेत आणि त्याचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट खूप जास्त असतो, जे कॅपॅसिटरसाठी उपयुक्त बनवतात.

---

### संदर्भ आणि सुचविलेले वाचन

---

1. D. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, Pearson, 4th Edition, 2012.
2. D. Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker, Halliday and Resnick's Principles of Physics, 11th Edition, Global Edition, 2020.
3. W. Saslow, Electricity, Magnetism and Light, Elsevier Science Publishing Co Inc, 1st Edition, 2002.
4. K. C. Kao, Dielectric Phenomena in Solids. London: Elsevier Academic Press. pp. 92–93, 2004.
5. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd Edition, John Wiley & Sons, 1998.
6. B. Scaife, Principles of Dielectrics (Monographs on the Physics & Chemistry of Materials), 2nd Edition, Oxford University Press, 1998.
7. <https://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/coursenotes/modules/guide05.pdf>
8. <https://physics.iitm.ac.in/~manianvs/PH102-3.pdf>
9. [https://uomustansiriyah.edu.iq/media/lectures/9/9\\_2018\\_12\\_19!12\\_27\\_30\\_AM.pdf](https://uomustansiriyah.edu.iq/media/lectures/9/9_2018_12_19!12_27_30_AM.pdf)
10. <https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/115101005/downloads/lectures-doc/Lecture-22.pdf>
11. <https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/115101005/downloads/lectures-doc/Lecture-22.pdf>

# 3

## मॅग्नेटोस्टॅटिक्स

### युनिट वैशिष्ट्ये

या घटकात खालील विषयांचा विचार केला जातो:

- इलेक्ट्रिक करंट, ड्रिफ्ट व्हेलोसिटी, करंट डेन्सिटी;
- कंटीन्यूइटी समीकरण;
- लॉरेंट्झ फोर्स आणि छोट्या करंट एलिमेन्टला मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये ठेवल्यावर त्यावर कार्य करणारा फोर्स;
- मॅग्नेटिक फिल्डचे डायव्हर्जन्स
- मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंन्शियल;
- मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंन्शियल;
- मॅग्नेटोस्टॅटिक प्रश्न सोडविण्यासाठी बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर;
- मॅग्नेटोस्टॅटिक प्रश्न सोडविण्यासाठी अॅम्पीअरच्या सर्किटल नियमाचा वापर.

पुढील कुतूहल आणि सर्जनशीलता निर्माण करण्यासाठी तसेच समस्या सोडविण्याची क्षमता सुधारण्यासाठी विषयांच्या व्यावहारिक अनुप्रयोगांवर चर्चा केली आहे.

ब्लूमच्या खालच्या आणि उच्च क्रमानंतर दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित केलेल्या अनेक निवड प्रश्न तसेच लघु आणि लांब उत्तर प्रकारांचे प्रश्न मोठ्या संख्येने देण्याबरोबरच, अनेक संख्यात्मक उदाहरणांद्वारे असाइनमेंट्स, संदर्भांची यादी आणि सुचवलेले वाचन युनिटमध्ये दिले आहे जेणेकरून एखाद्याला सरावासाठी त्यांच्यामधून जाता येईल. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की आवडीच्या विविध विषयांवर अधिक माहिती मिळविण्यासाठी काही क्यूआर कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये प्रदान केले गेले आहेत जे संबंधित समर्थनात्मक ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

संबंधित प्रात्यक्षिक , साहित्याच्या आधारे, “अधिक जाणून घ्या” विभाग आहे. या भागात दिलेली पूरक माहिती पुस्तकाच्या वाचकासाठी फायदेशीर ठरेल म्हणून हा विभाग विवेकाने डिझाइन केला गेला आहे. हा विभाग प्रामुख्याने सुरुवातीच्या क्रियाकलापांवर प्रकाश टाकतो, काही मनोरंजक तथ्ये, उपमा, विषयाच्या विकासाचा इतिहास, ठळक निरीक्षणे आणि शोधणे यावर लक्ष केंद्रित करणे, संबंधित विषयांच्या विकासापासून अलीकडील काळापर्यंत सुरू होणारी कालमर्यादा, आपल्या दैनंदिन वास्तविक जीवनासाठी विषयाचे अनुप्रयोग किंवा/आणि विविध पैलूंवर औद्योगिक अनुप्रयोग, पर्यावरण, टिकाऊपणा, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी जे लागू होतात, आणि शेवटी युनिटच्या जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलाचे विषय.

## भूमिका

मॅग्नेटोस्टॅटिकवरील हे मूलभूत युनिट विद्यार्थ्यांना इलेक्ट्रिक करंट, ड्रिफ्ट व्हेलोसिटी, करंट डेन्सिटी आणि त्यानंतर या ज्ञानाच्या आधारे त्यांना कंटीन्यूइटी समीकरण आणि लॉरेन्ट्झ फोर्स आणि छोट्या करंट एलिमेन्टला मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये ठेवल्यावर त्यावर कार्य करणारा फोर्स मिळविण्यात मदत होईल. मॅग्नेटिक फील्डचे डायव्हरजन्स, मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल, मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल यांसारख्या इतर काही मूलभूत कल्पना बायो-सावरचा नियम, अनेक मॅग्नेटोस्टॅटिक प्रश्न सोडविण्यासाठी उपयुक्त अॅम्पीअरचा सर्किटल नियम यांसारख्या काही प्राथमिक नियमांच्या अनुप्रयोगांव्यतिरिक्त गोळा केल्या जातील.

इलेक्ट्रोस्टॅटिकच्या उलट जे मूलतः स्टेडी इलेक्ट्रिक चार्जशी संबंधित आहेत मॅग्नेटोस्टॅटिक अॅम्पीरियन दृष्टीकोन म्हणून लोकप्रिय असलेल्या स्टेडी इलेक्ट्रिक करंटला मानतात. 1820 मध्ये ओर्सेटने इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक क्षेत्रांमधील संबंध दर्शविणारा एक उल्लेखनीय शोध लावला ज्यात फिरणारे चार्ज मॅग्नेटिक फील्डने वेढलेले असल्याचे निदर्शनास आणून दिले. खरं तर, नेहमीच करंट कॅरिंग कंडक्टर मॅग्नेटिक क्षेत्राने वेढलेले असतात. जेव्हा स्थिर किंवा वेळेचे इन्व्हेरिएंट करंट कंडक्टरमधून जाते, तेव्हा कंडक्टरभोवती स्थिर मॅग्नेटिक फील्ड विकसित केले जाते. इतका विकसित झालेला संबंधित स्थिर करंट थेट प्रवाहाशिवाय (डीसी) काहीच नाही.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

- गणित: व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता 12वी)
- भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझम (इयत्ता 12वी)

## युनिट आउटकम

या युनिटच्या परिणामांची यादी खालीलप्रमाणे आहे:

- U3-O1: इलेक्ट्रिक करंट, ड्रिफ्ट व्हेलोसिटी, करंट डेन्सिटी वर्णन करा
- U3-O2: कंटीन्यूइटी समीकरण समजावून सांगा
- U3-O3: छोट्या करंट एलिमेन्टला मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये ठेवल्यावर त्यावर कार्य करणारा फोर्स समजावून सांगा
- U3-O4: मॅग्नेटिक फील्डचे डायव्हरजन्स, मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल, मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल वर्णन करा
- U3-O5: बायो-सावर्टचा नियम, अनेक मॅग्नेटोस्टॅटिक प्रश्न सोडविण्यासाठी उपयुक्त अॅम्पीअरचा सर्किटल नियम यांचा अनुप्रयोग करा.

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U3-O1	3	1	-	1	-	-
U3-O2	1	2	-	1	-	1
U3-O3	2	1	-	-	-	-
U3-O4	1	2	-	1	1	1
U3-O5	1	1	-	1	-	1



### 3.1 परिचय (Introduction)

मॅग्नेटोस्टॅटिक फील्डचा उगम स्थिर इलेक्ट्रिक करंट आहे हे प्रयोगातून दिसते प्रत्यक्षात पर्मनंट मॅग्नेटद्वारे (Permanent Magnet) तयार होणारे मॅग्नेटिक फील्डचे स्पष्टीकरण करंट वितरणाद्वारे देता येते आणि अशा प्रकारे स्थिर इलेक्ट्रिक करंटचा मॅग्नेटिक प्रभाव मॅग्नेटोस्टॅटिक्सचा अभ्यास सुकर करतो. मुव्हिंग चार्जेस म्हणजे, इलेक्ट्रिक करंटचा करंट स्थिर मॅग्नेटिक फील्ड विकसित करू शकतो कारण स्टॅटिक चार्ज स्थिर इलेक्ट्रिक फील्ड विकसित करू शकतात. उत्पादित मॅग्नेटिक फील्डचा परिमाण आणि दिशा बायोट-सावर्ट नियम किंवा अँपेअरच्या सक्व्युटल नियम यांच्या मदतीने निश्चित केली जाऊ शकते. या घटकात आपण काही मॅग्नेटिसम नियमाची चर्चा होईल आणि त्यानंतर त्याचे अनुप्रयोग तपशीलवार बघू.

### 3.2 करंट आणि करंट डेन्सिटी (Current and Current Density)

कंडक्टरच्या एका विशिष्ट भागातून प्रति युनिट वेळेत वाहणाऱ्या इलेक्ट्रिक चार्जेसच्या प्रमाणाला, त्या विभागात वाहणारा इलेक्ट्रिक करंट म्हणतात. ते तयार करण्यासाठी आपण कंडक्टरच्या एका विशिष्ट भागात एकसमान गती असणाऱ्या चार्जेचा विचार करूया. विशिष्ट विभागातून ज्या दराने चार्जेस वाहतात त्याला इलेक्ट्रिक करंट म्हणतात, आणि म्हणून ते खालील प्रमाणे परिभाषित केले जाऊ शकते.

$$I = \frac{q}{t} \quad \dots(3.1)$$

जेथे  $q$  म्हणजे कंडक्टरच्या त्या विशिष्ट विभागातून  $t$  या वेळेत वाहणाऱ्या चार्जेसचे प्रमाण आहे. असीमित चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन साठी, करंट खालील प्रमाणे व्यक्त केले जाऊ शकते,

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad \dots(3.2)$$

इलेक्ट्रिक करंट चे SI युनिट अँपेअर (A) आहे.

कंडक्टरच्या युनिट एरियातून वाहणाऱ्या इलेक्ट्रिक करंटच्या प्रमाणाला करंट डेन्सिटी असे म्हटले जाते आणि म्हणून खालील प्रमाणे व्यक्त केले जाऊ शकते,

$$J = \frac{I}{S} \quad \dots(3.3)$$

जेथे  $S$  कंडक्टरचा क्रॉस-सेक्शनल एरिया आहे

असीमित चार्ज डिस्ट्रीब्यूशन साठी, करंट डेन्सिटी खालील प्रमाणे व्यक्त केली जाऊ शकते,

$$J = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS} \quad \dots(3.4)$$

ही व्हेक्टर कॉन्टिटी आहे आणि त्याचे SI युनिट  $A/m^2$  आहे .

Eq (3.4) वापरून, कंडक्टरच्या संपूर्ण पृष्ठभागावरून वाहणारा एकूण करंट खालीलप्रमाणे व्यक्त केला जाऊ शकतो,

$$I = \int_S dI = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad \dots(3.5)$$

जर करंट डेन्सिटी माहित असेल तर कंडक्टरच्या विशिष्ट भागाद्वारे करंट परिभाषित करण्याचा हा आणखी एक मार्ग आहे.

### 3.3 इलेक्ट्रिकल कंडक्टिविटी (Electrical Conductivity)

इलेक्ट्रिकल कंडक्टिविटी म्हणजे करंट कॅरिंग कंडक्टरची इलेक्ट्रिक करंट वाहून नेण्याची क्षमता. भौतिकदृष्ट्या ती करंट डेन्सिटी प्रति युनिट इलेक्ट्रिक फील्ड म्हणून परिभाषित केल्या जाऊ शकते. कंडक्टिविटीचे समीकरण मांडण्यासाठी, क्रॉस सेक्शनल एरिया  $S$  (आकृती 3.1) च्या करंट कॅरिंग कंडक्टरचा विचार करूया. जर लागू केलेल्या इलेक्ट्रिक फील्ड  $F$  मुळे,  $v$  ही चार्ज कॅरियरची ड्रीफ्ट वेलोसिटी असेल तर कंडक्टरच्या निवडलेल्या विभागातील कॅरियर संख्या  $n_0 v S$  असेल, (जेथे  $n_0$  प्रति युनिट व्हॉल्यूम, कॅरियरची संख्या आहे). अशा प्रकारे, कंडक्टरच्या सिलेंड्रिकल सेक्शन  $AA'$  मध्ये समाविष्ट असलेले एकूण चार्ज  $n_0 e v S$  आहे

हे चार्जेस  $AA'$  ला प्रति सेकंद ओलांडत असल्याने, कंडक्टरमधून वाहणारा इलेक्ट्रिक करंट असेल,

$$I = n_0 e v S \quad \dots(3.6)$$

अशाप्रकारे करंट डेन्सिटी अर्थात, युनिट क्रॉस सेक्शनल द्वारे करंट असेल,

$$J = \frac{I}{S} = n_0 e v \quad \dots(3.7)$$

आता, कॅरियरची मोबिलिटी म्हणजेच सरासरी ड्रीफ्ट वेलोसिटी प्रति युनिट इलेक्ट्रिक फील्ड आहे.

$$\mu = \frac{v}{F}$$

$$\text{म्हणजेच, } v = \mu F \quad \dots(3.8)$$

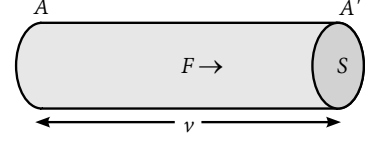
अशाप्रकारे समीकरण (3.7) व (3.8) वापरून आपल्याला करंट डेन्सिटी मिळते

$$J = n_0 e \mu F \quad \dots(3.9)$$

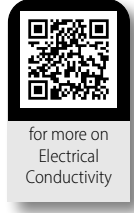
आता, इलेक्ट्रिकल कंडक्टिविटी ही करंट डेन्सिटी प्रति युनिट इलेक्ट्रिक फील्ड आहे. अशाप्रकारे, समीकरण (3.9) वापरून, इलेक्ट्रिकल कंडक्टिविटी खालील प्रकारे व्यक्त केली जाऊ शकते,

$$\sigma = \frac{J}{F} = n_0 e \mu \quad \dots(3.10)$$

इलेक्ट्रिकल कंडक्टिविटी चे SI युनिट S/m आहे.



आकृती 3.1: कंडक्टर मधील  
इलेक्ट्रॉनची ड्रीफ्ट



### 3.4 कंटिन्युइटी इक्वेशन (Continuity Equation)

कंटिन्युटी इक्वेशन, ट्रान्सपोर्ट इक्वेशन नावानेही ओळखले जाते. हे खर तर एक असे समीकरण आहे जे काही फिजिकल क्वांटिटीजच्या ट्रान्सपोर्टचे वर्णन करते. हे कंसर्व्हड क्वांटिटीला महत्वपूर्णपणे लागू केले जाऊ शकते. येथे, आपण चार्ज डेन्सिटी आणि करंट डेन्सिटी यांच्यातील संबंध स्थापित करू, जे एका पॉइंटवर चार्ज कंजर्वेशन तत्त्वे प्रभावीपणे व्यक्त करतील. असे समीकरण काढण्यासाठी आपण इलेक्ट्रिक करंटच्या व्याख्येपासून सुरुवात करूया. आपल्या मागील चर्चेवरून समीकरण (3.2) वापरून, एका कोणत्याही पृष्ठभागाद्वारे दिला जाणारा करंट लिहू,

$$I = \int dI = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad \dots(3.11)$$

इथे,  $\hat{n}$  हे कोणताही पृष्ठभाग  $S$  द्वारे युनिट व्हेक्टर आहे.

अशाप्रकारे सरफेस  $S$  द्वारे बद्ध असलेल्या व्हॉल्यूम  $V$  मध्ये प्रवेश करणारा करंट,

$$I = - \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad \dots(3.12)$$

निगेटीव्ह चिन्हाचा अर्थ असा आहे की करंट  $S$  अंतर्गत आहे आणि बाह्य नाही.

आता 3.12नुसार, आपल्याकडे असलेल्या व्हेक्टर कॅल्क्युलस मध्ये डायव्हर्जन्स थेरम वापरून.

$$I = - \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = - \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV \quad \dots(3.13)$$

हा करंट दिलेल्या व्हॉल्यूम  $V$  मध्ये समाविष्ट असलेल्या एकूण चार्जमध्ये वाढ करेल आणि व्हॉल्यूममध्ये चार्ज वाढीचा दर समीकरण (3.2) नुसार दर्शवला जाऊ शकतो. म्हणून,

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad \dots(3.14)$$

$\rho$  म्हणजे संबंधित व्हॉल्यूम चार्ज डेन्सिटी

म्हणूनच, (3.13) आणि (3.14) ची तुलना करून आपण लिहू शकतो,

$$- \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad [ \rho \text{ फक्त पोजिशन कोऑर्डिनेटचे फंक्शन आहे.}]$$

किंवा,

$$\int_V \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV = 0$$

वरील समीकरणाचे इंटीग्रेशन शून्य असणे आवश्यक आहे कारण ते कोणत्याही व्हॉल्यूम एलिमेंट  $V$  साठी सॅटीस्फाय होते . अशा प्रकारे,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \dots(3.15)$$

हे इक्वेशन एका पॉइंटवर चार्ज डेन्सिटी आणि करंट डेन्सिटीशी संबंधित कंटिन्युटी इक्वेशन म्हणून ओळखले जाते. हे समीकरण दर्शवते की कंडक्टरच्या दिलेल्या व्हॉल्यूममध्ये एका पॉइंटवर चार्ज वाढणे हे त्या ठिकाणी असलेल्या चार्जच्या अंतर्बाह्य प्रवाहामुळे असते आणि अशा प्रकारे डीफरिन्शियल फॉर्ममध्ये चार्ज कंझर्व्हेशनचा सिद्धांत लिहिता येतो.

### 3.5 स्टेडी करंट (Steady Current)

स्टेडी करंट म्हणजे कॉन्स्टंट करंट जो काळापासून स्वतंत्र (independent of time) असतो. जेव्हा एका कंडक्टरमध्ये स्टेडी करंट वाहतो तेव्हा  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  आणि त्यामुळे कंटिन्युटी समीकरण खालीलप्रकारे लिहिता येईल,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \dots(3.16)$$

हे समीकरण कंडक्टरद्वारे स्टेडी इलेक्ट्रिक करंटची स्थिती देते.

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$  आणि समीकरण (3.16) वापरून आपल्याला मिळेल

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\text{आता } \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi \quad (\phi - \text{इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल}),$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \dots(3.17)$$

जे लाप्लासचे समीकरण आहे. म्हणून, कंडक्टरमध्ये स्टेडी इलेक्ट्रिक करंट वाहण्यासाठी लाप्लासच्या समीकरणाचे समाधान होणे आवश्यक आहे.

### 3.6 लॉरेन्ट्झ फोर्स (Lorentz Force)

पॉइंट चार्जवरील लॉरेन्ट्झ फोर्स म्हणजे चार्ज इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फिल्डमध्ये ठेवल्यावर त्यावर कार्य करणाऱ्या इलेक्ट्रिक फोर्स आणि मॅग्नेटिक फोर्सची बेरीज. इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  आणि मॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{B}$  या दोघांच्या उपस्थितीत  $\vec{v}$  वेगाने वाहणाऱ्या चार्ज  $q$  कडून अनुभवलेला फोर्स खालील प्रकारे लिहिता येतो.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots(3.18)$$

$\vec{F}_e = q\vec{E}$  म्हणजे इलेक्ट्रिक लॉरेन्ट्झ फोर्स आणि  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$  म्हणजे मॅग्नेटिक लॉरेन्ट्झ फोर्स. समीकरण (3.18) नुसार इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्डच्या उपस्थितीत चार्ज कणाने अनुभवलेला एकूण लॉरेन्ट्झ फोर्स प्रभावीपणे देते.

उदाहरण 3.1

**उदाहरण 3.1:** एक  $1\mu\text{C}$  चार्ज  $(2\hat{j} + 3\hat{k})$  m/s वेगाने मॅग्नेटिक फील्ड  $(2\hat{j} + 3\hat{k})$  Wb/m<sup>2</sup> मध्ये फिरत आहे. तर चार्जवर कार्य करणारा फोर्स शोधा.

**उत्तर:**

चार्ज  $q = 1\mu\text{C}$ , वेग  $(2\hat{j} + 3\hat{k})$  m/s, मॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{B} = (2\hat{j} + 3\hat{k})$  Wb/m<sup>2</sup>.

चार्जवर कार्य करणारा फोर्स,

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 1 \times 10^{-6} \times (2\hat{j} + 3\hat{k}) \times (2\hat{j} + 3\hat{k}) = 0.$$

उदाहरण 3.2

**उदाहरण 3.2:**  $0.4$  C चार्ज असलेले टेस्ट चार्ज,  $10\hat{i} + 10\hat{k}$  इलेक्ट्रिक फील्ड इंटेंसिटीच्या आणि  $2\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}$  मॅग्नेटिक फील्डच्या इन्डक्शनमुळे  $4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$  m/s वेगाने फिरत आहे. तर टेस्ट चार्जवर कार्य करणाऱ्या लॉरेन्ट्झ फोर्सची दिशा आणि मॅग्नीट्यूड निश्चित करा.

**उत्तर:**

लॉरेन्ट्झ फोर्स म्हणजे,  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

इथे  $\vec{E} = 10\hat{i} + 10\hat{k}$ ,  $\vec{v} = 4\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  आणि  $\vec{B} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}$

$$\text{त्यामुळे, } \vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -1 & 2 \\ 2 & -6 & -6 \end{vmatrix} = 18\hat{i} + 28\hat{j} - 22\hat{k}$$

$$\begin{aligned} \text{आणि अशा प्रकारे } \vec{F} &= q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0.4 \times (10\hat{i} + 10\hat{k} + 18\hat{i} + 28\hat{j} - 22\hat{k}) \\ &= 11.2\hat{i} + 11.2\hat{j} - 4.8\hat{k}. \end{aligned}$$

$$\text{त्यामुळे, लॉरेन्ट्झ फोर्सची परिमाण, } |\vec{F}| = \sqrt{11.2^2 + 11.2^2 + 4.8^2} = 16.6 \text{ unit.}$$

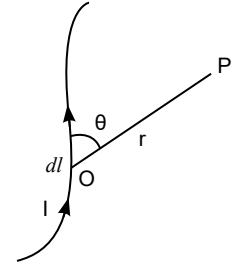
### 3.7 बायोट-साव्हर्ट नियम (Biot-Savart Law)

कंडक्टरमध्ये सतत वाहणाऱ्या इलेक्ट्रिक करंटमुळे तयार होणाऱ्या मॅग्नेटिक फील्डची गणना करण्यासाठी गणिती सूत्र बायोट-साव्हर्ट नियमाने दिल्या जाते. स्पेसमध्ये एका विशिष्ट पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्डची समीकरण शोधण्यासाठी, आपण त्या पॉइंट P पासून  $r$  अंतरावर स्थित करंट  $I$  वाहून नेणाऱ्या करंट कॅरिंग कंडक्टरचा विचार करू (आकृती. 3.2). आता, करंटच्या प्रवाहामुळे, कंडक्टरच्या मूलभूत लांबी ( $dl$ ) साठी पॉइंटच्या सभोवतालचा विकसित मॅग्नेटिक फील्ड (dB) करंट ( $I$ ) च्या प्रमाणात, आणि मूलभूत लांबी ( $dl$ ) च्या प्रमाणात असल्याचे आढळले आहे, कंडक्टर आणि निरीक्षण पॉइंटच्या दरम्यानच्या कोनाच्या sine च्या प्रमाणात आणि कंडक्टर आणि निरीक्षणाच्या पॉइंटमधील अंतराच्या वर्गाच्या उलट प्रमाणात असते.

$$\begin{aligned} dB &\propto I \\ &\propto dl \\ &\propto \sin \theta \\ &\propto \frac{1}{r^2} \end{aligned}$$

$$\text{किंवा } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{I} \times d\vec{l}}{r^2} \quad \dots(3.19)$$



आकृती 3.2: बायोट-साव्हर्टच्या नियमाचे उदाहरण

इथे,  $\mu_0$  - फ्री स्पेस परमिटीविटी,  $\theta$  - P कंडक्टरच्या मूलभूत लांबीने बनवलेला कोन आहे.

आता, करंट डेन्सिटी ची व्याख्या वापरून आपण लिहू शकतो,

$$Idl = JSdl = JdV \quad \dots(3.20)$$

अशा प्रकारे

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^3} \hat{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{JdV}{r^3} \hat{r} \quad \dots(3.21)$$

म्हणूनच, बायोट-साव्हर्ट नियमानुसार, संपूर्ण करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे P मधील एकूण मॅग्नेटिक फील्ड समीकरण (3.21) इन्टीग्रेट करून मिळू शकते. म्हणून,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l}}{r^3} \hat{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{JdV}{r^3} \hat{r} \quad \dots(3.22)$$

करंट कॅरिंग कंडक्टरपासून निश्चित अंतरावर विकसित मॅग्नेटिक फील्डची मॅग्नीट्यूड निश्चित करण्यासाठी समीकरण (3.22) खूप महत्त्वाचे आहे. खालील विभागात आपण बायोट-सावर्ट नियमाच्या अशा काही अनुप्रयोगांवर तपशीलवार चर्चा करू.

### 3.7.1 अनुप्रयोग (Applications)

- (i) **सरळ लांब करंट कॅरिंग कंडक्टर मुळे मॅग्नेटिक फील्ड:** सरळ लांब करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे एका पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड शोधण्यासाठी बायोट-सावर्ट नियम लागू केला जाऊ शकतो. समजा  $XY$  एक करंट कॅरिंग कंडक्टर असून करंट  $I$  वाहून नेत आहे. आपल्याला त्याच्यापासून पॉइंट  $P$  वर  $D$  अंतरावर असलेल्या मॅग्नेटिक फील्डची गणना करावी लागेल (आकृती. 3.3)

आता, वायरच्या मूलभूत लांबी  $dl_0$  मुळे  $P$  मधील मॅग्नेटिक फील्ड बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून मिळवता येते,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl_0}{l^2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \quad \dots(3.23)$$

आकृती. (3.3) च्या भूमितीवरून आपल्याला मिळते,

$$\tan \theta = \frac{l_0}{D}$$

आणि  $\sec \theta = \frac{l}{D}$

अशा प्रकारे  $l_0 = D \tan \theta$  आणि  $l = D \sec \theta$  ...(3.24)

म्हणून  $dl_0 = D \sec^2 \theta d\theta$  ...(3.25)

त्यामुळे समीकरण (3.23) वापरून आपल्याला खालील समीकरण मिळेल

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ID \sec^2 \theta d\theta}{D^2 \sec^2 \theta} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

किंवा,  $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi D} \cos \theta d\theta$  ...(3.26)

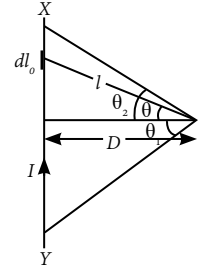
म्हणून संपूर्ण करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे  $P$  मधील एकूण फील्ड खालील प्रकारे लिहिता येईल,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi D} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi D} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \quad \dots(3.27)$$

अनंत लांब वायरसाठी,  $\theta_1 = \theta_2 = \frac{\pi}{2}$  आणि म्हणून समीकरण (3.27) वरून मॅग्नेटिक फील्ड,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} \quad \dots(3.28)$$

वरील समीकरण करंट  $I$  वाहून नेणाऱ्या इन्फायनाइट लांब सरळ कंडक्टरमुळे  $D$  अंतरावर मॅग्नेटिक फील्ड देते. समीकरण (3.28) वरून हे स्पष्ट होते कि मॅग्नेटिक फील्ड करंट  $I$  च्या सम-प्रमाणात आहे आणि  $D$  च्या व्यस्त प्रमाणात आहे.



आकृती 3.3: लांब सरळ करंट कॅरिंग कंडक्टर

**उदाहरण 3.3:** लांब पातळ वायरपासून 1cm च्या अंतरावर मॅग्नेटिक फील्ड शोधा, ज्यामध्ये 1A चा करंट असेल.

**उत्तर:**

इथे,  $I = 1\text{ A}$  and  $D = 1\text{ cm} = 0.01\text{ m}$ .

तर, बायोट-सावर्टच्या नियमानुसार, इच्छित पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1}{2\pi \times 0.01} = 2 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

उदाहरण 3.3

**उदाहरण 3.4:** 1A करंट वाहत असलेल्या 0.2 मीटरच्या चौरस लूपच्या रूपात असलेल्या करंट कॅरिंग कंडक्टरच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.

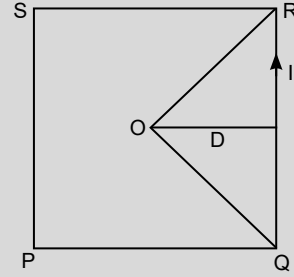
**उत्तर:**

बायोट-सावर्टच्या नियमा नुसार, समीकरण (3.27) नुसार पॉइंट O वर मॅग्नेटिक फील्ड,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi D} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$

येथे  $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$ ,  $D = 0.2\text{ m}$ ,  $I = 1\text{ A}$

$$\therefore B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1}{4\pi \times 0.1} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2.$$



उदाहरण 3.4

**उदाहरण 3.5:** एक प्रोटॉन 0.6 C वेगाने करंट कॅरिंग कंडक्टर पासून 10 सेमी अंतरावर सरळ करंट 1A ला समांतर वाहतो. प्रोटॉनवरील मॅग्नेटिक फोर्स किती असेल?

**उत्तर:**

इथे,  $I = 1\text{ A}$  आणि  $D = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$ .

करंट I मुळे मॅग्नेटिक फील्ड (3.28) वापरून मिळवता येते

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1}{2\pi \times 0.1} = 2 \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2.$$

B ची दिशा मॅक्सवेलच्या स्कू नियमाद्वारे दिली आहे.

प्रोटॉनवरील मॅग्नेटिक फोर्स  $F = qvB$  [  $\vec{v}$  हा  $\vec{B}$  ला लंब आहे ]

इथे  $v = 0.6c = 0.6 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

म्हणून फोर्स ची परिमाण  $F = (1.6 \times 10^{-19}) \times (0.6 \times 3 \times 10^8) \times (2 \times 10^{-6}) = 5.78 \text{ N}$ . आहे

आणि फोर्स ची दिशा वायरच्या दिशेने आहे.

उदाहरण 3.5

**उदाहरण 3.6:** दोन समांतर तारांमध्ये एकाच दिशेने 10A चे समान करंट वाहतात आणि त्या तारा 2.0 cm च्या अंतराने दूर आहेत. यापैकी कोणत्याही तारेपासून 2 सेमी अंतरावर मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.

**उत्तर:**

दोन तारांमधून करंटच्या दिशा सारख्या असल्याने आपल्याला दोन तारांनी तयार केलेले मॅग्नेटिक फील्डची बेरीज करावी लागेल.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} \text{ वापरून,}$$

$$\text{वायर पासून 2 cm अंतरावर मॅग्नेटिक फील्ड, } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \times 0.02} + \frac{\mu_0 I}{2\pi \times 0.04}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{0.02} + \frac{1}{0.04} \right]$$

$$= \frac{3\mu_0 I}{8\pi} \times 10^2 = \frac{3 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10}{8\pi} \times 10^2 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ T.}$$

- (ii) **गोलाकार करंट कॅरिंग कंडक्टर अक्षावर मॅग्नेटिक फील्ड:** a लिज्येच्या गोलाकार लूपच्या स्वरूपात असलेला I इतका करंट वाहत असलेल्या करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे तयार होणाऱ्या मॅग्नेटिक फील्डची गणना करण्यासाठी, आकृती 3.4 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे लूपची मूलभूत लांबी  $dl_0$  विचारात घेऊ. लूपच्या या मूलभूत लांबी  $dl_0$  मुळे P पॉइंटवरील मॅग्नेटिक फील्ड बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून मिळवता येते.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}_0 \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl_0}{l^2} \quad \dots(3.29)$$

$$[dl_0 \text{ आणि } l \text{ मधील कोन } \frac{\pi}{2}]$$

हे लूपच्या PT या दिशेने कार्य करेल, ज्याचा व्हर्टिकल कंपोनेंट PV दिशेने आणि होरीझॉन्टल कंपोनेंट PH दिशेने आहे. (आकृती 3.4) सममितीमुळे (Symmetry) सर्व होरीझॉन्टल कंपोनेंट PH कंपोनेंट एकमेकांना रद्द करतील आणि फक्त अक्षाच्या दिशेने असलेले कंपोनेंट योगदान देतील. म्हणून,  $dl_0$  मुळे P मधील नेट मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे असेल,

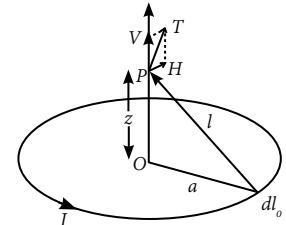
$$dB \sin \angle HPT = dB \frac{a}{l} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi l^3} dl_0 \quad \dots(3.30)$$

अशा प्रकारे संपूर्ण लूपमुळे मॅग्नेटिक फील्ड,

$$B = \frac{\mu_0 I a}{4\pi l^3} \int dl_0 = \frac{\mu_0 I a}{4\pi l^3} \cdot 2\pi a = \frac{\mu_0 I a^2}{2l^3} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \quad \dots(3.31)$$

$n$  टर्नस् असलेल्या लूपसाठी समीकरण (3.31) सर्व साधारणपणे खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \quad \dots(3.32)$$



आकृती 3.4: गोलाकार करंट कॅरिंग कंडक्टर



आता, लूपच्या मध्यभागी असलेले मॅग्नेटिक फील्ड समिकरण (3.32) मध्ये  $z = 0$  टाकून मिळवता येते,

$$B_0 = \frac{\mu_0 n I}{2a} \quad \dots(3.33)$$

तर, लूपच्या अक्षाच्या दिशेने मॅग्नेटिक फील्ड वाढते कारण लूपमध्ये वाहणारा करंट वाढतो आणि लूपची त्रिज्या वाढल्याने ते कमी होते.

**उदाहरण 3.7:** 10 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळाकार करंट कॅरिंग लूपच्या मध्यभागी असलेल्या मॅग्नेटिक फील्डची गणना करा. लूपमधून वाहणारा करंट 2A आहे.

**उत्तर:**

वर्तुळाकार करंट कॅरिंग लूपच्या मध्यभागी असलेले मॅग्नेटिक फील्ड

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi n r^2 I}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \text{ Wb/m}^2$$

लूपच्या मध्यभागी,  $x = 0$ . म्हणून

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi n I}{r} = \frac{\mu_0 n I}{2r} \text{ Wb/m}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{इथे } n &= 1, \\ I &= 2 \text{ A}, \\ r &= 10 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}. \end{aligned}$$

दिलेल्या माहितीनुसार,

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 2}{2 \times 0.01} = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/m}^2.$$

उदाहरण 3.7

**उदाहरण 3.8:** 50 टर्नस् असलेली एक करंट कॅरिंग कॉइलमधून 0.1 A चा करंट वाहतो. जर कॉइलची त्रिज्या 4cm असेल तर त्याच्यामुळे अक्षावर 5cm अंतरावर मॅग्नेटिक फील्ड ची गणना करा.

**उत्तर:**

$n$  टर्नस् असलेल्या लूपसाठी,

$$B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\begin{aligned} \text{इथे, } n &= 50, \\ I &= 0.1 \text{ A}, \\ a &= 4 \text{ cm and } z = 5 \text{ cm}. \end{aligned}$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 50 \times 0.1 \times (0.04)^2}{2 \times [(0.05)^2 + (0.04)^2]^{3/2}} = 3.14 \text{ T}.$$

उदाहरण 3.8

**उदाहरण 3.9:** 1 सेमी त्रिज्येची स्टीलची रॉड एक गोलाकार वळण तयार करण्यासाठी वाकवलेली आहे आणि 200 टर्न असलेल्या कॉइलसह गुंडाळलेली आहेत. जर लूपची सरासरी त्रिज्या 10cm असेल तर कोअरमध्ये 0.5mWb चा फ्लक्स निर्माण करणाऱ्या करंटची मात्रा मोजा. स्टीलसाठी  $\mu_r = 1000$ .

**उत्तर:**

जेव्हा स्टीलची रॉड वर्तुळाकार लूप तयार करण्यासाठी वाकवलेली असते तेव्हा ती टोरोइड बनवते. आता, बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून टोरोइडच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे आहे,

$$B = \frac{\mu_r n I}{2\pi r}$$

इथे  $\mu_r = 1000$ ,  $r = 10 \times 10^{-2} \text{ m}$  and  $n = 200$ .

सोलेनॉइडच्या मुळाशी निर्माण होणारा फ्लक्स आहे,

$$\pi R^2 B = 0.5 \text{ mWb} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

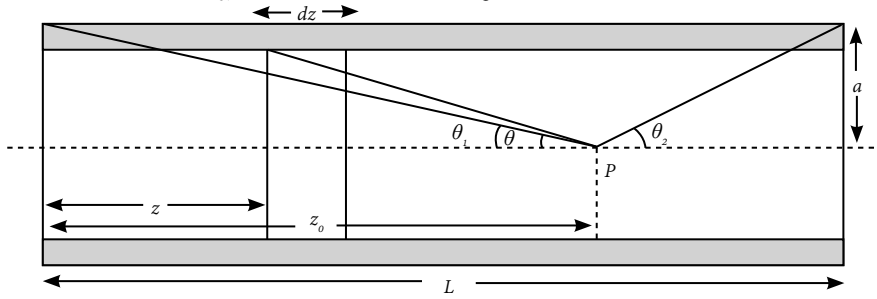
रॉडची त्रिज्या  $R = 1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$ .

$$\therefore 0.5 \times 10^{-3} = \frac{\mu_r n I}{2r} R^2 = \frac{1000 \times 200 \times I}{2 \times 10 \times 10^{-2}} \times (1 \times 10^{-2})^2$$

$$\text{किंवा, } I = \frac{2 \times 0.5 \times 10}{1000 \times 200 \times 10^{-2}} = 0.5 \mu \text{A}$$

वरील समिकरणाने कोअरमध्ये 0.5mWb चा फ्लक्स निर्माण करणारी करंटची मात्रा देते.

- (iii) **सोलेनॉइडचे अॅक्सीअल मॅग्नेटिक फील्ड:** समजा,  $L$  ही सोलेनॉइडची लांबी आहे ज्यामध्ये वळणांची संख्या  $n$  आहे. सोलेनॉइडची त्रिज्या  $A$  असून त्यात करंट  $I$  वाहतो. (आकृती 3.5)



आकृती 3.5: लांब सोलेनाईड

त्याच्या अक्षावरील कोणत्याही पॉइंट P वर मॅग्नेटिक फील्डची गणना करण्यासाठी, जाडी  $dz$  च्या मूलभूत विभागाचा विचार करूया. या विभागातील वळणांची संख्या असेल  $\left(\frac{n}{L}\right) dz$ .

म्हणून (3.32) वापरून सोलेनॉइडच्या  $dz$  जाडीच्या मूलभूत विभागात वाहणाऱ्या करंटमुळे आपण पॉइंट P वरील मॅग्नेटिक फील्डसाठी खालील प्रकारे लिहू शकतो

$$dB = \frac{\mu_0 n I a^2 dz}{2L \left[ (z_0 - z)^2 + a^2 \right]^{3/2}} \quad \dots(3.34)$$

आता आकृती 3.5 वरून,

$$\tan \theta = \frac{a}{z_0 - z}$$

$$\text{किंवा } dz = a \cos \theta d\theta \quad \dots(3.35)$$

$$\text{पुन्हा } \sin \theta = \frac{a}{\left[ (z_0 - z)^2 + a^2 \right]^{1/2}} \quad \dots(3.36)$$

3.35 आणि 3.36 वापरून मिळेल

$$dB = \frac{\mu_0 n I \sin \theta d\theta}{2L} \quad \dots(3.37)$$

म्हणून संपूर्ण सोलेनॉइड मुळे P वरील एकूण मॅग्नेटिक फील्ड असेल,

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 n I}{2L} \int_{\theta_1}^{\pi - \theta_2} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{\mu_0 n I}{2L} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \end{aligned} \quad \dots(3.38)$$

जर P सोलेनॉइडचा मध्यपॉइंट असेल तर  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

$$\text{म्हणून, } B_{mid} = \frac{\mu_0 n I}{L} \cos \theta \quad \dots(3.39)$$

इनफायनाइटली लार्ज (infinitely large) सोलेनॉइडसाठी  $\theta \rightarrow 0$  आणि  $\cos \theta \rightarrow 1$

$$\text{म्हणून, } B_{inf} = \frac{\mu_0 n I}{L} \quad \dots(3.40)$$

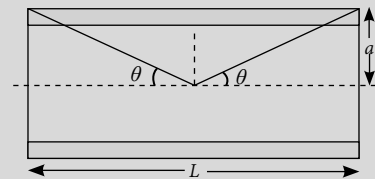
**उदाहरण 3.10:** 0.6 मीटर लांबीचा सोलेनॉइड आणि 0.4 मीटरचा व्यास 5mA करंट वाहून नेतो. जर वळणांची संख्या 1000 असेल तर सोलेनॉइडच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्डची गणना करा.

**उत्तर:**

$$\text{आपल्याला माहिती आहे की } B = \frac{\mu_0 n I}{2L} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$$

सोलेनॉइडच्या मध्यपॉइंटवर  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

$$\text{म्हणून, } B_{mid} = \frac{\mu_0 n I}{L} \cos \theta$$



उदाहरण 3.10

$$= \frac{\mu_0 n I}{L} \frac{L/2}{\sqrt{a^2 + (L/2)^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 n I}{2} \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L/2)^2}}$$

येथे सोलेनॉइडची लांबी  $L = 0.6 \text{ m}$  आणि सोलेनॉइडचा व्यास  $2a = 0.4 \text{ m}$ .

$$B_{mid} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1000}{0.6} \times 5 \times 10^{-3}}{2} \frac{1}{\sqrt{(0.2)^2 + (0.6/2)^2}} = 1.45 \times 10^{-5} \text{ Wb/m}^2.$$

**उदाहरण 3.11:** 40 सेमी लांबीच्या सोलनॉइडला 300 टर्नस आहेत. जर सोलेनॉइड 3.5 A करंट वाहून नेतो तर सोलेनॉइडच्या एका टोकाला मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.

**उत्तर:**

इथे,  $n = 300/0.4 = 750 \text{ turns/m}$ ,  $I = 3.5 \text{ A}$ .

तर, सोलेनॉइडच्या अक्षावरील कोणत्याही पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे असते.

$$B = \mu_0 n I = 4\pi \times 10^{-7} \times 750 \times 3.5$$

$$= 3.3 \times 10^{-3} \text{ T}.$$

अशा प्रकारे सोलेनॉइडच्या एका टोकावरील मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे असेल

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 750 \times 3.5}{2} = 1.65 \times 10^{-3} \text{ T}.$$

उदाहरण 3.11

(iv) षटकोनी करंट कॅरिंग कंडक्टरच्या केंद्रस्थानी मॅग्नेटिक फील्ड: एक षटकोनी करंट कॅरिंग कंडक्टरचा विचार करूया, ज्याच्या बाजूची लांबी  $x$  असून करंट  $I$  वाहून नेणारी आहे.

आता, बाजू PQ मुळे त्याच्या केंद्र O मधील मॅग्नेटिक फील्ड समीकरण (3.27) वापरून मिळवता येते. म्हणून,

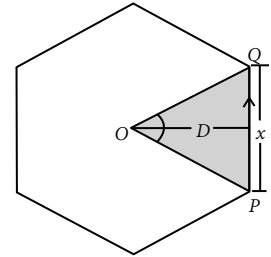
$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi D} (\sin \theta + \sin \theta) = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} \sin \theta \quad \dots(3.41)$$

तर, संपूर्ण कंडक्टरमुळे 'O' येथे एकूण मॅग्नेटिक फील्ड खालीलप्रकारे असेल,

$$B = 6B_1 = \frac{3\mu_0 I}{\pi D} \sin \theta \quad \dots(3.42)$$

पुन्हा आकृतीवरून,

$$\tan \theta = \frac{x}{2D}$$



आकृती 3.6: हेक्सागॉनल लूप

$$\text{किंवा } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{2D} \text{ (येथे, } \theta = 30^\circ \text{)}$$

$$\text{किंवा } D = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

$$\text{म्हणून } B = \frac{6\mu_0 I}{\pi\sqrt{3}x} \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi x} \quad \dots(3.43)$$

जे लूपमध्ये वाहणाऱ्या करंटच्या आणि त्याच्या बाजूच्या लांबीच्या दृष्टीने षटकोनी लूपच्या केंद्रस्थानी इच्छित मॅग्नेटिक फील्ड देते.



**उदाहरण 3.12:** एक कंडक्टर तार समभुज त्रिकोणाच्या आकारात, ज्याची बाजू  $a$  आहे करंट  $I$  वाहून नेते. त्याच्या सेंट्रोईडवर मॅग्नेटिक फील्ड मोजा.

**उत्तर:**

आकृतीमध्ये जर समभुज त्रिकोणाचा सेंट्रोईड  $O$  असेल

आणि बाजू  $a$  असेल तर

$$ON = r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

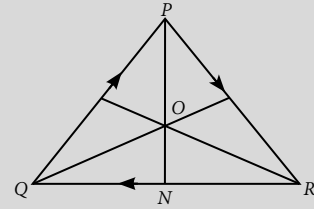
आता, सेगमेंट  $QR$  मुळे  $O$  पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड खालीलप्रकारे असेल,

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi r} [\sin \theta]_{-\pi/3}^{\pi/3}$$

बाजू समान असल्याने तीन करंट वाहून नेणाऱ्या तारा ( $PQ$ ,  $QR$  आणि  $PR$ ) मुळे पॉइंट  $O$  वर मॅग्नेटिक फील्ड खालीलप्रकारे राहील

$$B = 3 \frac{\mu_0 I}{4\pi r} [\sin \theta]_{-\pi/3}^{\pi/3} = 3 \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a}{2\sqrt{3}}} 2 \sin \frac{\pi}{3} = 3 \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a}{2\sqrt{3}}} \times \sqrt{3} = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a}.$$

$O$  पॉइंटवर आवश्यक मॅग्नेटिक फील्ड  $B = \frac{9\mu_0 I}{2\pi a}$  राहील.



उदाहरण 3.12

### 3.8 करंट कॅरिंग कंडक्टर (Current Carrying Conductor)

जेव्हा करंट कॅरिंग कंडक्टरला मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवले जाते, तेव्हा त्याला एक फोर्सचा अनुभव येतो. अँपिअरने प्रथम हे दाखवून दिले की जेव्हा करंट कॅरिंग तार मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये ठेवली जाते, तेव्हा त्याला फोर्सचा अनुभव येतो. जेव्हा कंडक्टरमध्ये करंट स्थापित होतो, तेव्हा तो विस्थापित होतो. अशा प्रकारे, कंडक्टरवरील फोर्सचे अस्तित्व सिद्ध केल्या जाऊ शकते.

फ्लेमिंगच्या डाव्या हाताच्या नियमाचा वापर करून तयार झालेल्या या फोर्सची दिशा निश्चित केली जाऊ शकते. जेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड करंट प्रवाहाच्या लंब (perpendicular) दिशेने कार्य करते, तेव्हा कंडक्टरवर कार्य करणारा फोर्स, हा मॅग्नेटिक फील्ड आणि करंट दोन्हीसाठी लंब असतो. आता याचे गंभीरपणे परीक्षण करूया.

अशा फोर्सचे समिकरण निश्चित करण्यासाठी, स्पेसमध्ये कुठेही एक करंट कॅरिंग कंडक्टर AB ज्यातून करंट  $I$  वाहत आहे ठेवला आहे असे समजूया. कंडक्टरच्या मूलभूत लांबी  $dl$  मुळे P मधील मॅग्नेटिक फील्ड बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर लिहिता येते.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

तर, P वर स्थित  $m$  मॅग्नेटिक पोल स्ट्रेंथवर लावलेला फोर्स असेल

$$dF = mdB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{mIdl \sin \theta}{r^2} \quad \dots(3.44)$$

मॅग्नेटिक पोल देखील  $dl$  वर समान फोर्स वापरेल. आता, ' $r$ ' अंतरावरील मॅग्नेटिक फील्ड, मॅग्नेटिक पोलच्या ' $m$ ' पोल स्ट्रेंथमुळे आहे.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^2} \quad \dots(3.45)$$

$$\text{म्हणून, } dF = BIdl \sin \theta \quad \dots(3.46) \text{ (a)}$$

किंवा, व्हेक्टर स्वरूपात आपण लिहू शकतो

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad \dots(3.46) \text{ (b)}$$

यावरून, कंडक्टरवर काम करणारा फोर्स, मॅग्नेटिक फील्ड आणि कंडक्टरमध्ये वाहणारा करंट या दोन्हींना लंबवत असल्याचे आढळते.

### 3.9 मॅग्नेटिक फील्डमध्ये फिरणारा चार्ज (Moving Charge in a Magnetic Field)

जेव्हा एखाद्या कंडक्टरवर काही मॅग्नेटिक फोर्स लागू केला जातो, तेव्हा ते प्रभावीपणे चार्ज केलेल्या कणाला गोलाकार मार्गाने किंवा सर्पिलच्या (spiral) बाजूने जाण्यास भाग पाडते. आपल्याला मॅग्नेटिक फील्ड B मध्ये करंट  $I$  वाहून नेणाऱ्या लांबी  $dl$  च्या करंट कॅरिंग कंडक्टर वरील फोर्स माहित आहे,

$$dF = BIdl \sin \theta$$

$$\text{आता } I = neAv$$

A - कंडक्टरच्या क्रॉस सेक्शनचे क्षेत्र

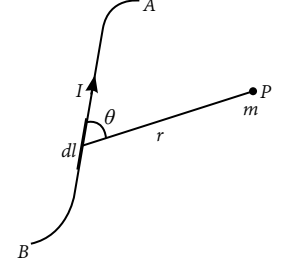
$e$  - कंडक्टरचा चार्ज

$v$  - कॅरियरची ड्रिफ्ट व्हेलॉसिटी

$n$  - कंडक्टरच्या प्रति युनिट व्हॉल्यूम चार्ज कॅरियरची संख्या.

$$\text{म्हणून } dF = B(neAv)dl \sin \theta = e(nAdl)nB \sin \theta = eNvB \sin \theta \quad \dots(3.47)$$

इथे  $N = nAdl$  = कंडक्टरच्या आत चार्जेसची एकूण संख्या



आकृती 3.7: करंट कॅरिंग कंडक्टरवर फोर्स

तर, मॅग्नेटिक फील्ड मधील फिरत्या चार्ज कॅरियरद्वारे अनुभवलेला फोर्स खालील प्रकारे असेल

$$\begin{aligned} F_m &= \frac{eNvB \sin \theta}{N} \\ &= evB \sin \theta \end{aligned} \quad \dots(3.48)$$

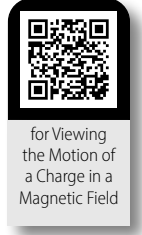
किंवा, व्हेक्टर स्वरूपात ते खालील प्रकारे व्यक्त केले जाऊ शकते.

$$\vec{F}_m = e\vec{v} \times \vec{B} \quad \dots(3.49)$$

आपण त्याला मॅग्नेटिक लॉरेंट्झ फोर्स आणि इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डमध्ये चार्ज कॅरियरने अनुभवलेले एकूण लॉरेंट्झ फोर्स असे म्हणतो. हे इलेक्ट्रिक फोर्स किंवा इलेक्ट्रिक लॉरेंट्झ फोर्स आणि मॅग्नेटिक लॉरेंट्झ फोर्सची बेरीज करून प्राप्त केले जाते आणि खालील प्रमाणे दिले जाते

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_e + \vec{F}_m \\ &= e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \end{aligned} \quad \dots(3.50)$$

इथे  $\vec{F}_e = e\vec{E}$  इलेक्ट्रिक लॉरेंट्झ फोर्स आहे



### 3.10 अँपिअर सर्किटल नियम (Ampere's Circuital Law)

मॅग्नेटोस्टॅटिक्समध्ये, अँपिअरचा सर्किटल नियमानुसार मॅग्नेटिक फील्डचे लाइन इंटेग्रल हे त्या मार्गावरून जाणाऱ्या इलेक्ट्रिकल करंटशी संबंधित असते. यानुसार दिलेल्या क्लोज लूपच्या भोवती दिलेल्या मॅग्नेटिक फील्डच्या टॅन्जन्शियल कांपोनेंटचे लाइन इंटेग्रल हे क्लोज लूप मधील इलेक्ट्रिकल करंट आणि परमिटीविटी यांच्या गुणाकाराच्या बरोबर असते. गणितीय भाषेत,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \dots(3.51)$$

हे इलेक्ट्रोस्टॅटिक्समधील गॉसच्या नियमाप्रमाणे आहे. बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून हा नियम सहज मिळवता येतो. हे करण्यासाठी आपण एक लांब सरळ करंट कॅरिंग कंडक्टरचा विचार करूया ज्याद्वारे करंट  $I$  वाहतो. त्याच्यापासून  $r$  अंतरावर असलेले मॅग्नेटिक फील्ड बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून दिले जाते,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

हे समीकरण मॅग्नेटिक फील्ड सर्व रेडियल बिंदूवर कॉन्स्टंट आहे असे दाखवते. म्हणून तिज्या  $r$  सह बंद वर्तुळाकार लूप  $C$  च्या भोवती लाइन इंटीग्रल,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl$$

$$= B \oint_C dl = B \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r$$

[  $B$  = सर्व रेडियल बिंदूवर कॉन्स्टंट ]

$$\text{किंवा } \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

अँपिअरचा हा इंटेग्रल फॉर्ममधील नियम आहे.

### 3.10.1 डीफरेन्शियल फॉर्ममधील अँपिरचा सर्किटल नियम (Ampere's Circuital Law in Differential Form)

समीकरण (3.51) मध्ये दिलेल्या अँपिरच्या सर्किटल नियमाचे इंटेग्रल फॉर्ममधील रूप वेगळ्या पद्धतीने पुन्हा परिभाषित केले जाऊ शकते. कंडक्टरच्या पृष्ठभागावरून वाहणारा एकूण करंट म्हणून खालील प्रकारे व्यक्त केला जाऊ शकतो,

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

अशा प्रकारे अँपिरचा सर्किटल नियम व्यक्त केला जाऊ शकतो,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad \dots(3.52)$$

व्हेक्टर कॅल्क्युलसमध्ये स्टोकचे प्रमेय मॅग्नेटिक फील्ड वापरून आपण लिहू शकतो,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \dots(3.53)$$

समीकरण (3.52) व (3.53) वापरून आपण लिहू शकतो

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \mu_0 \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

वरील समीकरण कोणत्याही पृष्ठभागासाठी खरे आहे, म्हणून दोन्ही बाजूंच्या इंटेग्रेशन करून खालील समीकरण आपल्याला मिळते,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \dots(3.54)$$

अँपिरच्या सर्किटल नियमाचे हे डीफ्रेन्शियल फॉर्म आहे. या समीकरणातून हे स्पष्ट होते की मॅग्नेटिक फील्ड हे कॉन्झरव्हेटिव्ह नाही

### 3.10.2 अँपिरच्या नियमाचे अनुप्रयोग (Applications of Ampere's Law)

करंट कॅरिंग कंडक्टरपासून निश्चित अंतरावर तयार झालेल्या मॅग्नेटिक फील्डचे मॅग्नीट्यूड निश्चित करण्यासाठी अँपिरचा सर्किटल नियम देखील खूप उपयुक्त आहे. या विभागात आपण अशा काही उदाहरणांचा विचार करू.

#### (i) लांब सरळ करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे मॅग्नेटिक फील्ड:

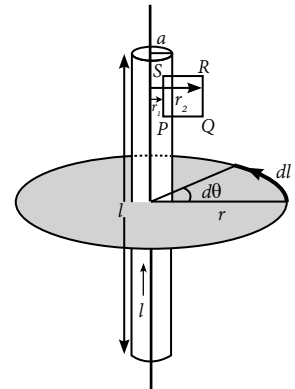
करंट  $I$  वाहून नेणाऱ्या असीम लांब सरळ वायरचा विचार करा. जर वायरची त्रिज्या  $a$  असेल तर करंट डेन्सिटी  $J$  असेल, तर,

$$J = \frac{I}{\pi a^2} \quad \dots(3.55)$$

आता मॅग्नेटिक फील्ड  $B$  हे फक्त अंतर  $r$  चे कार्य आहे. आकृती 3.8 मध्ये दाखवलेल्या पिलबॉक्सवर गॉसचा नियम लागू करून आपल्याला मिळेल

$$B_r \cdot 2\pi r l = 0$$

आता अँपिर सर्किटल नियम चा वापर करून PQRS आकृती 3.8 मध्ये



आकृती 3.8: अँपेरियन लूप:  
लांब सरळ कंडक्टर



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = [B_z(r_2) - B_z(r_1)]z = 0$$

$$\text{किंवा } B_z(r_2) = B_z(r_1) \quad \dots(3.56)$$

अशाप्रकारे Bz एक कॉन्स्टंट आहे आणि आपण तो शून्य घेऊ. आपण मॅग्नेटिक फील्डमध्ये लंब असलेल्या वायरला कॉन्सेंट्रिक लिज्या  $r$  चे वर्तुळ काढू. हे फील्ड प्रत्येक पॉइंटवर स्थिर असेल आणि त्यास टॅन्जन्शियल असेल. म्हणून,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} B_r d\theta = 2\pi r B = \mu_0 I_e \quad \dots(3.57)$$

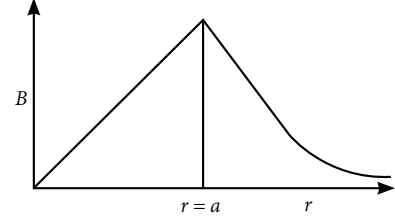
जर  $r > a$ ,  $I_e = I$  अशा प्रकारे (3.57) वरून

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad [\text{जर } r \geq a] \quad \dots(3.58)$$

$$\text{जर } r < a \quad I_e = \pi r^2 J = \frac{r^2}{a^2} I$$

अशा प्रकारे 3.57 वरून

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \quad [\text{जर } r \leq a] \quad \dots(3.59)$$



आकृती 3.9: लांब सरळ करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे B मध्ये होणारे बदल

आकृती 3.9 मध्ये लांब करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे त्याच्या अक्षाच्या दिशेने अंतरानुसार मॅग्नेटिक फील्डमध्ये होणारे बदल दर्शविले आहे.

**उदाहरण 3.13:** एका पोकळ सिलिंडरच्या बाहेर आणि आत 4cm परिघात 50A करंट वाहून नेल्यास मॅग्नेटिक फील्ड मोजा.

**उत्तर:**

(अ) अॅम्पेअरच्या सर्किटल नियमानुसार सिलिंडरच्या बाहेरील एका पॉइंटसाठी आपण लिहू शकतो

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\text{किंवा } \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$\text{किंवा } H \cdot 2\pi r = I$$

$$\text{किंवा } H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{50}{2\pi \times 0.04} = 198.04 \text{ A/m.}$$

तर, समावेशाचे मॅग्नेटिक फील्ड आहे

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{50}{2\pi \times 0.04} \\ &= 2.5 \times 10^{-4} \text{ T.} \end{aligned}$$

(ब) सिलिंडरच्या आत,  $B = 0$ , कारण करंट केवळ पृष्ठभागावर अस्तित्वात आहे.

## (ii) दोन इन्फायनाइटली (infinitely) लांब करंट कॅरिंग कंडक्टरमधील मॅग्नेटिक फील्ड:

फ्री स्पेस (व्हॅक्युम)मध्ये  $d$  अंतरावर  $I_1$  आणि  $I_2$  हे  $X$  आणि  $Y$  या दोन तारांमधील करंट आहेत. (आकृती 3.10) आता,  $X$  मधील कोणत्याही पॉइंटवर  $Y$  मधील करंट  $I_2$  द्वारे तयार केलेले मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे दिले आहे,

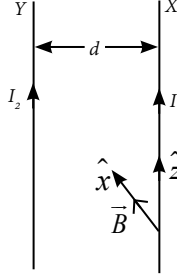
$$B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

त्यामुळे तारांवर लावलेला फोर्स प्रति युनिट लांबी खालील प्रमाणे असेल,

$$\vec{F} = I_1 \hat{z} \times \vec{B}$$

$$\text{किंवा } \vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \hat{z} \times \hat{x}$$

$$= -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \hat{y} \quad \dots(3.60)$$



आकृती 3.10: काही अंतरावर दूर ठेवलेले दोन लांब करंट कॅरिंग कंडक्टर

$\hat{z}$  हा  $I_1$  च्या दिशेने युनिट व्हेक्टर आहे, तर  $\hat{x}$  हा  $\vec{B}$  च्या दिशेने युनिट व्हेक्टर आहे (आकृती 3.10).  $I_1$  आणि  $I_2$  हे करंट एकाच दिशेने वाहत असतील तर फोर्स  $F$  हा  $Y$  च्या दिशेने असतो आणि जर ते विरुद्ध दिशेने वाहत असतील तर फोर्स  $F$  हा  $Y$  पासून दूर जाणाऱ्या दिशेने असतो.

अशा प्रकारे, समांतर करंट वाहणाऱ्या तारा एकमेकांना आकर्षित करतील तर समांतर विरोधी करंट वाहणाऱ्या तारा एकमेकांना रीपेल करतील. फोर्सप्रति युनिट लांबीचे मॅग्नेटिफ्लूड खालील प्रकारे दिले जाते,

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2\pi r} \quad \dots(3.61)$$

**उदाहरण 3.14:** प्रत्येकी 1 A करंट वाहून नेणाऱ्या दोन सरळ लांब समांतर तारा 2cm अंतराने वेगळ्या केल्या जातात. त्या दोघांपैकी कोणीही अनुभवलेल्या फोर्सची गणना करा.

**उत्तर:**

इथे  $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$  and  $r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$ .

यामुळे कोणत्याही तारांनी अनुभवलेल्या फोर्सची इंटेंसिटी खालील प्रमाणे असेल,

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 1}{2\pi \times 0.02} = \frac{2 \times 10^{-7}}{0.02} = 10^{-5} \text{ N}.$$

**उदाहरण 3.15:** लांब आडव्या तारेमध्ये 100 A चा करंट असून 20A करंट वाहून नेणारी आणखी एक तार त्याला समांतर आहे आणि तीचे वजन 0.03 N/m आहे. जर दुसरी तार मॅग्नेटिक रिपल्शनने पहिल्या तारेवर आधारित करायची असेल, तर त्यांच्यातील अंतर मोजा.

**उत्तर:**

समजा करंट  $I_1$  आणि  $I_2$  वाहून नेत असलेल्या तारांमधील अंतर  $r$  आहे.

समस्येनुसार,

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = 0.03$$

$$\text{किंवा } \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 20}{2\pi r} = 0.03$$

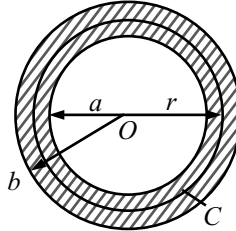
$$r = \frac{4 \times 10^{-7} \times 10^3}{0.03} = 1.33 \times 10^{-2} \text{ m. हे दोन तारांमधील अंतर आहे.}$$

उदाहरण 3.15

(iii) दीर्घ कोअॅक्सियल केबलसाठी मॅग्नेटिक फील्ड:

त्रिज्या  $a$  चे मध्यवर्ती सिलेंडरीकल कंडक्टर आणि त्रिज्या  $b$  चे कोअॅक्सियल बाह्य सिलेंडरीकल कंडक्टर असलेल्या समान समांतर केबलचा विचार करा जे समान करंट  $I$  विरुद्ध दिशेने वाहते. सममितीमुळे (symmetry)  $r$  अंतरावर ( $a < r < b$ ) मॅग्नेटिक फील्ड, फक्त  $r$  चे फंक्शन असते. त्रिज्या  $r$  च्या बंद लूप  $C$  साठी ॲंपिअरचा सर्किटल नियम वापरून,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



आकृती 3.11: कोअॅक्सियल केबल

$$\text{किंवा } B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

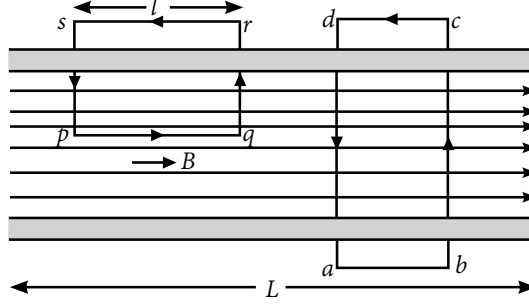
$$\text{किंवा } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad [\text{जिथे } a < r < b] \quad \dots(3.62)$$

जेव्हा  $r > b$  तर, ॲंपिअरच्या सर्किटल नियमातून, आपल्याला माहिती आहे,

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 (I - I) = 0$$

$$\text{किंवा } B = 0 \quad \dots(3.63)$$

(iv) इन्फायनाइटली लांब सोलेनॉइडमुळे मॅग्नेटिक फील्ड:



आकृती 3.12: अँपेरियन लूप: लांब सोलेनॉइड लूप: लांब सोलेनॉइड

L लांबीचा एक सोलनोइड विचारात घ्या. तसेच आकृती 3.12 प्रमाणे आपण बंद लूप abcd चा विचार करूया. या लूपवर अँपिरच्या सर्किटल नियम लागू झाल्यावर

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \times 0 = 0$$

म्हणून  $\vec{B} = 0$  कारण  $d\vec{l} \neq 0$

याचा अर्थ सोलनोइडच्या बाहेरचे मॅग्नेटिक फील्ड शून्य आहे. सोलनोइडच्या आत मॅग्नेटिक फील्ड शोधण्यासाठी आपण दुसऱ्या बंद लूप pqrs चा विचार करूया (आकृती 3.12). आपल्याला मिळणाऱ्या या लूपवर अँपिरच्या सर्किटल नियम लागू झाल्यावर,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pq} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{qr} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{rs} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{sp} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \times \text{current enclosed by pqrs} \quad \dots(3.64)$$

pq साठी  $\vec{B}$  आणि  $d\vec{l}$  एकाच दिशेत आहेत,

$$\int_{pq} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pq} B dl = Bl$$

qr आणि sp साठी,  $d\vec{l}$  हा विरुद्ध दिशेत आहे,

$$\int_{qr} \vec{B} \cdot d\vec{l} = - \int_{sp} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{किंवा } \int_{qr} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{sp} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

मार्ग rs साठी (कारण तो सोलनॉइडच्या बाहेर आहे),

$$\int_{rs} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

तर, समीकरण (3.64) पासून आपल्याला अँपिरच्या सर्किटल नियम वापरल्यानंतर खालील समीकरण मिळते.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{pq} \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl = \mu_0 nIl \quad (\text{जेथे } n \text{ ही टर्नची संख्या प्रती युनिट लांबी आहे})$$

$$\text{किंवा} \quad B = \mu_0 nI \quad \dots(3.65)$$

**उदाहरण 3.16:** 2 m लांबीचा आणि 3000 टर्न्सचा सोलेनॉइडमधून ज्याच्यातून 1 A चा करंट वाहतो, त्याच्या अक्षाच्या दिशेने कोणत्याही पॉइंटला मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.

**उत्तर:**

येथे, प्रति युनिट लांबी टर्न्सची संख्या  $n = 3000/2 = 1500 \text{ turns/m}$  आणि  $I = 1 \text{ A}$ .

तर, सोलेनॉइडच्या अक्षाच्या दिशेने कोणत्याही पॉइंटला मॅग्नेटिक इंडक्शन खालील प्रकारे आहे.

$$B = \mu_0 nI = 4\pi \times 10^{-7} \times 1500 \times 1 = 1.9 \times 10^{-3} \text{ T}.$$

उदाहरण 3.16

**उदाहरण 3.17:** 3000 टर्न्स असलेला लांब सोलेनॉइड ज्याची लांबी 1.5 मीटर आणि 4A करंट वाहत आहे. खालील पॉइंटला मॅग्नेटिक फील्ड शोधा (1) सोलेनॉइडच्या आत, (2) सोलेनॉइडच्या शेवटी आणि (3) सोलेनॉइडच्या बाहेर.

**उत्तर:**

येथे, प्रति युनिट लांबी टर्न्सची संख्या  $n = 3000/1.5 = 2000 \text{ turns/m}$  आणि  $I = 4 \text{ A}$ .

(1) सोलेनॉइडच्या आत कोणत्याही पॉइंटला मॅग्नेटिक इंडक्शन खालील समिकरणाने देता येते.

$$B_{in} = \mu_0 nI = 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 4 = 1.005 \times 10^{-2} \text{ T}.$$

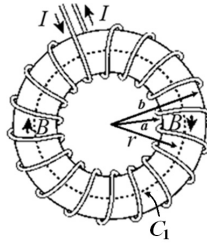
(2) सोलेनॉइडच्या शेवटी मॅग्नेटिक इंडक्शन खालील समिकरणाने देता येते.

$$B_{end} = \frac{\mu_0 nI}{2} = \frac{1.005 \times 10^{-2}}{2} \text{ T} = 5.025 \times 10^{-3} \text{ T}.$$

(3) सोलेनॉइडच्या बाहेर कोणत्याही पॉइंटला मॅग्नेटिक इंडक्शन  $B_{out} = 0$  [कारण करंट केवळ पृष्ठभागावर अस्तित्वात आहे].

उदाहरण 3.17

(v) टोरोइडमुळे मॅग्नेटिक फील्ड:



आकृती 3.13: टोरोइड

रिंगभोवती तारेचे वेढे घातले आहेत. हे टोरोइड म्हणून ओळखले जाते आणि याला एक अनंत (infinite) सोलेनॉइड म्हणून मानले जाऊ शकते. समजा I करंट  $C_1$  वळणातून वाहत आहे [आकृती 3.13]

आणि N ही टोरोइडमधील एकूण वळणांची (turns) संख्या आहे. मग आपल्याकडे असलेल्या  $C_1$  मार्गासाठी अँपिअरचा सर्किटल नियम वापरून,

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 NI \quad \text{किंवा} \quad B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$\text{किंवा} \quad B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \mu_0 nI \quad \dots(3.66)$$

इथे  $n = \frac{N}{2\pi r}$  टोरोइडच्या प्रति युनिट लांबीच्या टर्न्सची संख्या आहे.



for Viewing  
Toroidal B Field  
and Ampere's  
Circuit Law

### 3.11 मॅग्नेटिक फील्डचे कर्ल (Curl of Magnetic Field)

मॅग्नेटिक फील्ड आणि फिरत्या चार्जशी संबंधित असू शकणारे सर्वात सोपे विधान, कोणत्याही क्षणी मॅग्नेटिक फील्डचे कर्ल घेऊन संबोधित केले जाऊ शकते. हे व्यावहारिकरित्या त्या क्षणी करंट डेन्सिटी देते. आपण अँपिअरचा सर्किटल नियमापासून सुरुवात करू या. आपल्याला माहिती आहे की,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad \dots(3.67)$$

आता, स्टोक्स प्रमेयचा वापर करून आपल्याला माहिती आहे,

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \dots(3.68)$$

$$\text{म्हणून} \quad \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{किंवा} \quad \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J}) \cdot d\vec{S}$$

येथे पृष्ठभाग S आरबीट्रीरी आहे. म्हणून

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \dots(3.69)$$

ज्यावरून आपण स्पेसमधील एका रिजनच्या पॉइंटवर करंट डेन्सिटी परिभाषित करू शकतो.

जर स्पेसमधील रिजनमध्ये करंट डेन्सिटी नसेल, म्हणजे, जर  $\vec{J} = 0$  तर

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad \dots(3.70)$$

### 3.12 मॅग्नेटोस्टॅटिक्समध्ये गॉसचा नियम (Gauss's Law in Magnetostatics)

मॅग्नेटोस्टॅटिक्ससाठी गॉसचा नियम मॅक्सवेलच्या चार समीकरणांपैकी एक आहे (युनिट 7 मध्ये तपशीलवार चर्चा केली जाईल) ज्यात असे म्हटले आहे की मॅग्नेटिक फील्डमध्ये डायव्हर्जन्स शून्य आहे. हे स्थापित करण्यासाठी आपण बायो-सॉर्वर्टचा नियम करंट कॅरिंग

कंडक्टरला लागू करू. करंट कॅरिंग कंडक्टर एका पॉइंट P पासून  $r$  अंतरावर ठेवला आहे आणि करंट  $I$  वाहून नेतो. करंटच्या प्रवाहामुळे पॉइंटभोवती तयार झालेले मॅग्नेटिक फील्ड असेल,

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

अशा प्रकारे संपूर्ण मार्गामुळे मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रकारे लिहिता येते आहे,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\text{म्हणून} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \cdot \oint \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \vec{\nabla} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad \dots(3.71)$$

आता, व्हेक्टर ओळख वापरून,

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} \quad \dots(3.72)$$

$$\text{आपल्याला माहिती आहे} \quad \vec{\nabla} \cdot \left( d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r^3} \right) = \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot \vec{\nabla} \times d\vec{l} - d\vec{l} \cdot \vec{\nabla} \times \frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\text{म्हणून} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \left[ \frac{\vec{r}}{r^3} \cdot \vec{\nabla} \times d\vec{l} - d\vec{l} \cdot \vec{\nabla} \times \frac{\vec{r}}{r^3} \right] \quad \dots(3.73)$$

परंतु,  $\vec{\nabla} \times d\vec{l} = 0$  कारण, जेथे आपण  $\vec{\nabla} \times \vec{B}$  शोधू इच्छितो, तेथे  $d\vec{l}$  हे फील्ड पॉइंट P च्या  $(x, y, z)$  कोऑर्डिनेटसचे फंक्शन नाही,

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{r}}{r^3} = 0 \quad \text{आणि म्हणून (3.73) पासून आपल्याला मिळते,}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.74)$$

अशा प्रकारे आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की मॅग्नेटिक फील्डचा डायव्हर्जन्स शून्य आहे, ज्याचा अर्थ असा होतो की मॅग्नेटिक फील्ड सोलेनोइडल आहे. (3.74) वरून हे मानले जाऊ शकते कि मॅग्नेटोस्टॅटिकमधील गॉसच्या नियमाचा डिफरन्शियल रूप आहे.

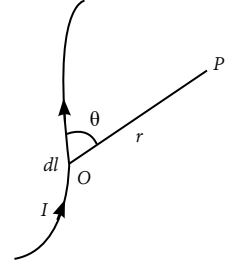
आता डायव्हर्जन्स प्रमेयातून आपण लिहू शकतो,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

अशा प्रकारे मॅग्नेटिक फ्लक्स खालील प्रकारे लिहिता येईल,

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \dots(3.75)$$

समीकरण (3.75) मॅग्नेटोस्टॅटिकमधील गॉसच्या नियमाचा इंटिग्रल रूप मानले जाऊ शकते. हे दाखवते की निव्वळ फ्लक्स शून्य आहे म्हणजे, विशिष्ट व्हॉल्युम मध्ये प्रवेश करणारा आणि बाहेर निघणारा फ्लक्स समान आहे. तर, मॅग्नेटिक फ्लक्सचा कोणताही स्रोत किंवा अंत नाही. समीकरण (3.75) ची तुलना इलेक्ट्रोस्टॅटिक्समधील गॉसच्या नियमाशी  $[\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0]$  करून आपल्याला मिळेल



आकृती 3.14: करंट कॅरिंग कंडक्टर

$\rho_m = 0$  याचा अर्थ मॅग्नेटिक मोनोपोल अस्तित्वात नाही.

उदाहरण 3.18

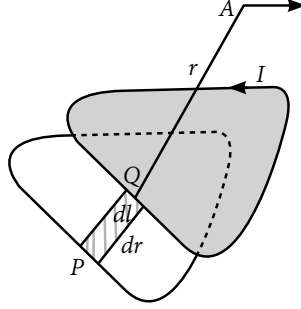
**उदाहरण 3.18:** जर  $\vec{B}$  मॅग्नेटिक फील्ड आहे आणि  $\vec{S}$  बंद पृष्ठभाग आहे, तर  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$  सिद्ध करा  
उत्तर:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  वापरून, दोन्ही बाजूंनी व्हॉल्यूम इंटीग्रल घेतल्यानंतर आपल्याला  $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = 0$  मिळते.

आता, गॉसचे डायव्हर्जन्स प्रमेय वापरून आपण लिहू शकतो

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

### 3.13 मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल (Magnetic Scalar Potential)



आकृती 3.15: मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल

मॅग्नेटोस्टॅटिकमधील मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल इलेक्ट्रोस्टॅटिकमधील इलेक्ट्रिकल पोटेंशियलशी साधर्म्य दाखवणारी आहे. इलेक्ट्रोस्टॅटिकमध्ये इलेक्ट्रिक फील्ड शोधण्यासाठी आपण इलेक्ट्रिकल पोटेंशियल वापर करतो, त्याचप्रमाणे मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियलचा वापर करीत नसलेल्या प्रकरणांमध्ये मॅग्नेटिक फील्ड निर्दिष्ट करण्यासाठी केला जाऊ शकतो.

करंट कॅरिंग कंडक्टरमध्ये अशा रिजनमध्ये,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  तथापि जर आपल्याकडे करंट कॅरिंग कंडक्टर रिकाम्या जागेने वेढलेला असेल, तर त्याच्या बाहेर  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  असते आणि आपण  $\vec{B}$  ला स्केलर फंक्शनचे निगेटीव्ह ग्रेडियंट म्हणून लिहू शकतो,

$$\vec{B} = -\vec{\nabla} \phi_m \quad \dots(3.76)$$

$\phi_m$  - मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल

क्लोस्ड करंट कॅरिंग लूपमुळे हे एक पोटेंशियल म्हणून मानले जाऊ शकते ज्याचे मॅग्नेटिक फील्डमधील कोणत्याही पॉइंटला निगेटीव्ह ग्रेडियंट त्या पॉइंटला मॅग्नेटिक फील्ड देते. ते शोधण्यासाठी, आपण एक करंट I घेऊन जाणाऱ्या करंट कॅरिंग लूपचा विचार करूया आकृती 3.15 मध्ये दाखवल्या प्रमाणे,

बायोट-सावर्टच्या नियमानुसार, मॅग्नेटिक इंडक्शन  $\vec{B}$  अंतरावर  $r$  करंट कॅरिंग एलिमेंट  $d\vec{l}$  च्या सापेक्ष दिले आहे,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad \dots(3.77)$$



जर निरीक्षणाचा पॉइंट  $dr$  अंतराने पॉइंट  $Q$  पर्यंत हलविला गेला तर

$$\vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{r} \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$$

किंवा

$$\begin{aligned} \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{(d\vec{r} \times d\vec{l})}{r^3} \cdot \vec{r} \\ &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{(d\vec{r} \times -d\vec{l})}{r^3} \cdot \vec{r} \end{aligned} \quad \dots(3.78)$$

साहजिकच, समजा पॉइंट  $P$  हा  $Q$  ला हलविला तर, निरीक्षणाच्या पॉइंटवर लूपद्वारे तयार झालेला सॉलिड अँगल  $d\Omega$  ने बदलतो आणि  $-dr$  विस्थापनादरम्यान  $dl$  ने ट्रेस केलेल्या एरियाच्या एलीमेन्ट  $d\vec{a} = d\vec{r} \times -d\vec{l}$ .

आणि म्हणून,

$$\vec{B} \cdot d\vec{r} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{a} \cdot \vec{r}}{r^3} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} d\Omega \quad \dots(3.79)$$

जिथे

$$d\Omega = \oint \frac{d\vec{a} \cdot \vec{r}}{r^3} \quad \dots(3.80)$$

किंवा

$$\vec{B} \cdot d\vec{r} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \vec{\nabla} \Omega \cdot d\vec{r}$$

किंवा

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \vec{\nabla} \Omega = -\vec{\nabla} \left( \frac{\mu_0 I}{4\pi} \Omega \right) \quad \dots(3.81)$$

(3.76) ची तुलना (3.81) केल्यानंतर, आपल्याला मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल मिळते,

$$\phi_m = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \Omega \quad \dots(3.82)$$

### 3.14 मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल (Magnetic Vector Potential)

मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल हे एक व्हेक्टर आहे, जे मॅग्नेटिक फील्डची पोटेंशियल म्हणून कार्य करते. मॅग्नेटोस्टॅटिक्समधील गॉसच्या नियमातून आपल्याला आधीच माहित आहे की,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  आणि व्हेक्टर कॅल्क्युलसमधूनही आपल्याकडे व्हेक्टरच्या कर्लचा डायव्हर्जन्स शून्य असतो, त्यामुळे  $\vec{B}$  असे व्यक्त केले जाऊ शकते,

$$\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \dots(3.83)$$

$\vec{A}$  व्हेक्टर पोटेंशियल म्हणून मानले जाऊ शकते आणि मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल म्हणून ओळखले जाते.

आपल्याला माहिती आहे,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

म्हणून

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \mu_0 \vec{J} \quad \dots(3.84)$$

आता, आपल्याकडे असलेल्या व्हेक्टर आयडेंटिटीतून,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

जर आपण  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  निवडले तर

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \text{ आपल्याला मिळते} \quad \dots(3.85)$$

वरील समीकरणाचा कार्टेशियन कांपोनेंट खालील प्रकारे लिहिल्या जाऊ शकते,

$$\nabla^2 A_x = -\mu_0 J_x, \nabla^2 A_y = -\mu_0 J_y \text{ and } \nabla^2 A_z = -\mu_0 J_z \quad \dots(3.86)$$

ही प्रत्येक समीकरणे इलेक्ट्रोस्टॅटिकमध्ये  $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$  पॉयसनच्या समीकरणाशी जुळतात.

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}_0) dV_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad \dots(3.87)$$

अशा प्रकारे समीकरण (3.86) अशा प्रकारे लिहिल्या जाऊ शकते.

$$A(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{J(\vec{r}_0) dV_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad \dots(3.88)$$

आता  $dl_0$  या लांबीच्या घटकाच्या वायरमधून वाहणाऱ्या एका रेषा करंट साठी, आपण  $JdV_0$  ला  $Idl_0$  ने बदलू शकतो आणि अशा प्रकारे वरील समीकरण पुन्हा लिहिले जाऊ शकते,

$$A(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I(\vec{r}_0) dl_0}{l} \quad \dots(3.89)$$

इथे  $l = |\vec{r} - \vec{r}_0|$  निरीक्षणाच्या पॉइंटपासून लेन्थ एलिमेन्ट आहे.

$I$  करंट घेऊन जाणाऱ्या करंट कॅरिंग कंडक्टरमुळे  $l$  अंतरावरील मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल समीकरण (3.89) देते.

**उदाहरण 3.19:** जर दिलेल्या मॅग्नेटिक रिजनमध्ये  $(x, y, z)$  पॉइंटवर  $\vec{A} = (x^2 + y^2 - z^2)\hat{j}$  व्हेक्टर पोटेंशियल आहे, तर  $(1, 1, 1)$  पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.

**उत्तर:**

आपल्याला माहिती आहे  $\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A}$

इथे  $\vec{A} = (x^2 + y^2 - z^2)\hat{j}$

$$\text{तर, मॅग्नेटिक फील्ड } \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & y^2 & -z^2 \end{vmatrix} = 0$$

अशा प्रकारे, पॉइंट  $(1, 1, 1)$  वर मॅग्नेटिक फील्ड शून्य आहे.

**उदाहरण 3.20:** जर मॅग्नेटिक रिजनमध्ये कोणत्याही पॉइंटला मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल  $\vec{A} = (10x^2 + y^2 - z^2)\hat{j}$  असेल तर (1, 1, 2) पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड व्हेक्टर शोधा.

**उत्तर:**

आपल्याला माहिती आहे  $\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A}$

इथे  $\vec{A} = (10x^2 + y^2 - z^2)\hat{j}$

$$\text{तर, मॅग्नेटिक फील्ड } \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 10x^2 + y^2 - z^2 & 0 \end{vmatrix}$$

म्हणून, (1, 1, 2) पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड  $= 2\hat{i} + 20\hat{k}$

उदाहरण 3.20

**उदाहरण 3.21:** जर एखाद्या पॉइंटवर मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल  $\vec{A} = \vec{a} \times \vec{r}$  जिथे  $\vec{a}$  हा कॉन्स्टंट व्हेक्टर आहे; तर त्या पॉइंटवर मॅग्नेटिक इंडक्शन व्हेक्टर शोधा.

**उत्तर:**

आपल्याला माहिती आहे  $\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A}$

$$\begin{aligned} \text{इथे } \vec{A} = \vec{a} \times \vec{r} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ x & y & z \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(a_y z - a_z y) + \hat{j}(a_z x - a_x z) + \hat{k}(a_x y - a_y x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ (a_y z - a_z y) & (a_z x - a_x z) & (a_x y - a_y x) \end{vmatrix} \\ &= 2a_x \hat{i} + 2a_y \hat{j} + 2a_z \hat{k} = 2\vec{a} \end{aligned}$$

हा पाहिजे असलेला मॅग्नेटिक इंडक्शन व्हेक्टर आहे.

उदाहरण 3.21

### 3.15 इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्डची तुलना (Comparison of Electric and Magnetic Fields)

इलेक्ट्रिक फील्ड	मॅग्नेटिक फील्ड
(i) स्टॅटिक चार्ज मुळे तयार होते.	(i) हे स्टेडी इलेक्ट्रिक करंट किंवा फिरणाऱ्या चार्जमुळे तयार केले जाते.
(ii) इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$ म्हणून व्यक्त केले जाऊ शकते. इथे $\rho$ करंट डेन्सिटी आहे. याचा अर्थ असा होतो की, इलेक्ट्रोस्टॅटिक फोर्स लाईन्स पॉसिटिव्ह चार्ज पासून उद्भवतील आणि नेगेटिव्ह चार्जवर संपुष्टात येतील, ज्यामुळे इलेक्ट्रिक मोनोपोलचे अस्तित्व आहे.	(ii) मॅग्नेटिक फील्ड $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ . म्हणून व्यक्त केले जाऊ शकते. याचा अर्थ असा होतो की बंद पृष्ठभागावरील मॅग्नेटिक फ्लक्स शून्य आहे म्हणजे मॅग्नेटिक मोनोपोल, मॅग्नेटिक फोर्स लाईन्सचा कोणताही स्रोत किंवा अंत अस्तित्वात नसल्यामुळे, अस्तित्वात राहू शकत नाही.
(iii) इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड हे कॉइव्हॅलेंटिव्ह आहे म्हणजे. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ . म्हणून इलेक्ट्रिक फील्ड कोणत्याही पॉइंटवर स्केलर पोटेंशियल (V) चे निगेटीव्ह ग्रेडियंट म्हणून व्यक्त केले जाऊ शकते म्हणजे, $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ .	(iii) मॅग्नेटिक फील्ड हे कॉइव्हॅलेंटिव्ह नाही, $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ ( $\vec{J}$ करंट डेन्सिटी आहे). तर मॅग्नेटिक फील्ड एका पॉइंटला कोणत्याही स्केलर पोटेंशियल चे निगेटीव्ह ग्रेडियंट म्हणून व्यक्त केले जाऊ शकत नाही.

### युनिट सारांश

- इलेक्ट्रिक करंट आणि करंट डेन्सिटी (Electric current and current density)

$$I = \int_S d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

- इलेक्ट्रिक कन्डक्टिविटी (Electrical conductivity)

$$\sigma = \frac{J}{E} = n_0 e \mu$$

- कंटिन्युइटी इक्वेशन (Continuity equation)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- स्टेडी करंट (Steady current)

$$\nabla^2 \phi = 0$$

- लॉरेन्ड्स फोर्स (Lorentz force)

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- बायोट-सावर्ट नियम (Biot-Savart Law)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{JdV \times \hat{r}}{r^3}$$

- मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवलेल्या करंट कॅरिंग कंडक्टर वरील फोर्स (Force on a current carrying conductor placed in a magnetic field)

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

- मॅग्नेटिक फील्ड मधील मुविंग चार्जवरील फोर्स (Force on a moving charge placed in a magnetic field)

$$\vec{F}_m = e\vec{v} \times \vec{B}$$

- अॅम्पीअरचा सर्किटल नियम (Ampere's circuital law)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

- मॅग्नेटिक फील्डचे कर्ल (Curl of magnetic field)

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$$

- B चा डायव्हर्जन्स: मॅग्नेटोस्टॅटिकमधील गॉसचा नियम (Divergence of B: Gauss's law in magnetostatics)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- मॅग्नेटिक स्केलर पोटेन्शियल (Magnetic scalar potential)

$$\vec{B} = -\vec{\nabla} \phi_m$$

- मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेन्शियल (Magnetic vector potential)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I(\vec{r}_0) d\vec{l}_0}{r}$$

- इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्ड यांच्यातील तुलना (Comparison between electrostatic field and magnetic field)

इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड:

हे स्टॅटिक चार्ज मुळे तयार होते.

इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड हे कॉन्झर्व्हेटिव्ह आहे

मॅग्नेटिक फील्ड:

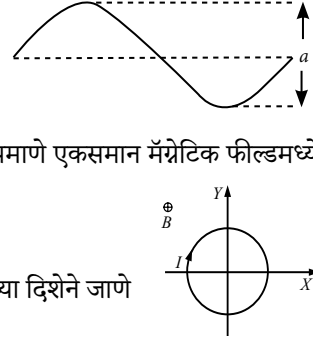
स्टेडी इलेक्ट्रिक करंटमुळे तयार होते.

मॅग्नेटिक फील्ड कॉन्झर्व्हेटिव्ह नाही.

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

- 3.1 जर  $\vec{B} \propto \vec{A}$ ,  $\vec{B}$  आणि  $\vec{A}$  कोणताही वेक्टर आहे तेव्हा
- (a)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  (b)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 1$  (c)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = -1$  (d)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = A$
- 3.2 खालील विधानांपैकी कोणते स्टॅटिक मॅग्नेटिक फील्ड चे वैशिष्ट्य नाही?
- (a) हे सोलेनोइडल आहे (b) हे कॉइव्हर्टिव्ह आहे  
(c) मॅग्नेटिक फ्लक्स लाईन्स नेहमीच क्लोज्ड असतात (d) त्यात अंत किंवा स्रोत नाही
- 3.3 करंट कॅरिंग कंडक्टर वायरच्या अगदी लगेच बाहेरील पॉइंटवर
- (a) इलेक्ट्रिक फील्ड शून्य आहे तर मॅग्नेटिक फील्ड शून्य नाही  
(b) मॅग्नेटिक फील्ड शून्य आहे तर इलेक्ट्रिक फील्ड नाही  
(c) इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्ड दोन्ही शून्य आहेत  
(d) इलेक्ट्रिक फील्ड शून्य नाही किंवा मॅग्नेटिक फील्ड शून्य नाही
- 3.4 तांब्याची तार साईन वेव्हच्या रूपात वाकलेली आहे आणि आकृतीमध्ये दाखवल्याप्रमाणे अॅम्प्लीट्यूड  $a$ , वेव्हलेंथ  $\lambda$  आहे. फ्लक्स डेन्सिटी  $B$  टेबलाचे मॅग्नेटिक फील्ड संपूर्ण रिजनमधील आकृतीवर परपेंडीकूलर कार्य करते. जर वायर एक स्टेडी करंट  $I$  वाहून नेतो, तर वायरवरील मॅग्नेटिक फोर्स आहे
- (a)  $I\sqrt{(a^2 + \lambda^2)}B$  (b)  $IaB$   
(c)  $I(a + \lambda)B$  (d)  $I\lambda B$
- 3.5 करंट  $I$  वाहून नेणारा कंडक्टिंग लूप कागदाच्या प्रतलात (प्लेन ऑफ पेपर) दाखवल्याप्रमाणे एकसमान मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवला आहे. लूपचा कल (tendency) असेल
- (a) आकुंचन (b) विस्तार  
(c) पॉसिटिव्ह  $x$  अक्षाच्या दिशेने जाणे (d) नेगेटिव्ह  $x$  अक्षाच्या दिशेने जाणे
- 3.6 मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी चा डायव्हर्जन्स किती असतो?
- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) यापैकी काहीही नाही
- 3.7 सरळ असीम (इनफायनाइट) लांब करंट कॅरिंग कंडक्टर तारेमुळे मॅग्नेटिक इंडक्शनची दिशा खालील आहे
- (a) तारेला लंबवर्तुळाकार (b) तारेला समांतर  
(c) तारेपासून  $30^\circ$  च्या झुकाव कोनावर (d) यापैकी काहीही नाही
- 3.8 करंट कॅरिंग वायर हलू शकत नाही, परंतु त्याच्या शेजारील करंट वाहून नेणारा चौरस लूप मॅग्नेटिक फोर्सच्या प्रभावाखाली फिरू शकतो. चौरस लूप कोणत्या दिशेला जाईल ?
- (a) स्थिर राहील (b) तारेच्या दिशेने जाईल  
(c) तारेपासून दूर जाईल (d) यापैकी काहीही नाही



- 3.9  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  चा भौतिक अर्थ (Physical interpretation) खालील पैकी कोणता आहे? (B मॅग्नेटिक फील्ड आहे)
- (a) मॅग्नेटिक मोनोपोल अस्तित्वात असू शकत नाही (b) मॅग्नेटिक फील्ड फिरू शकत नाही  
(c) मॅग्नेटिक फील्ड कॉइव्हर्टिव्ह आहे (d) मॅग्नेटिक फोर्सच्या रेषा ओपन कर्व असतात
- 3.10 उभ्या खालच्या दिशेने प्रवास करणाऱ्या प्रोटॉनला त्याच्या मार्गाच्या काटकोनात निर्देशित मॅग्नेटिक फील्ड \_\_\_\_\_ असल्यामुळे दक्षिणेकडे फोर्सचा अनुभव मिळतो. त्याच मॅग्नेटिक फील्डत उत्तरेकडे प्रवास करणार् या इलेक्ट्रॉनला मॅग्नेटिक फोर्सचा अनुभव येईल
- (a) वरच्या दिशेने (b) खाली  
(c) पूर्वेकडे (d) पश्चिमेकडे
- 3.11 अॅम्पीअरचा सर्किटल नियम लागू होईल जेव्हा करंट डेन्सिटी खालील पैकी काय असेल?
- (a) स्पेसमध्ये कॉन्स्टंट (b) वेळेवर अवलंबून नसलेली  
(c) सोलेनायडल (d) न फिरू शकणारी (irrotational)
- 3.12 Z-अक्षाच्या दिशेने असलेल्या कॉन्स्टंट मॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{B}$  शी संबंधित व्हेक्टर पोटेंशियल खालीलपैकी कोणते असू शकते
- (a)  $-Bz\hat{k}$  (b)  $\frac{B}{2}(x\hat{i} - y\hat{j})$  (c)  $B(x\hat{j} - y\hat{i})$  (d)  $\frac{B}{2}(x\hat{j} - y\hat{i})$
- 3.13 मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये चार्ज कणाने अनुभवलेला फोर्स खालीलपैकी कशावर अवलंबून नसतो.
- (a) कणाचा वेग (b) फील्डची ताकद  
(c) कणाचे चार्ज (d) कणाचे वस्तुमान.
- 3.14 कन्टीनुइटी इक्वेशन मूलतः काय दर्शविते?
- (a) वस्तुमानाचे कॉन्झर्वेशन (b) चार्ज चे कॉन्झर्वेशन  
(c) पोटेंशियल चे कॉन्झर्वेशन (d) फोर्स चे कॉन्झर्वेशन
- 3.15 स्टेडी करंट साठी कन्टीनुइटी इक्वेशन खालीलपैकी कोणते आहे?
- (a)  $\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  (b)  $\nabla \cdot \vec{J} = 0$  (c)  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  (d)  $\nabla \times \vec{J} = 0$
- 3.16 मॅग्नेटिक फील्डशी संबंधित एनर्जी खालील पैकी कोणत्या समिकरणाने दिली जाते.
- (a)  $\frac{1}{2}H^2$  (b)  $\mu_0 H^2$  (c)  $\frac{1}{2}\mu_0 H^2$  (d)  $\frac{1}{2\mu_0}H^2$
- 3.17 मुविंग चार्ज खालीलपैकी काय तयार करतो?
- (a) फक्त इलेक्ट्रिक फील्ड (b) फक्त मॅग्नेटिक फील्ड  
(c) दोघेही (d) त्यापैकी कोणीही नाही
- 3.18 सेलशी संबंधित मॅग्नेटिक फ्लक्स हा कोणत्याही क्षणी 't' वर अवलंबून असतो,  $\phi = 10t^2 - 100t + 50$ , जेव्हा  $t = 4$  सेकंद असेल तेव्हा कॉइलमध्ये इंड्यूस emf किती असेल?
- (a) 20 V (b) 10 V (c) 100 V (d) 200 V

3.19 एकूण  $N$  टर्न्स असणाऱ्या कॉईल मध्ये करंट  $I$  वाहत असेल तर  $r$  लिज्येच्या वर्तुळाकार कॉईलच्या केंद्रस्थानी मॅग्नेटिक फील्ड इंडक्शन  $\vec{B}$  ची किंमत काय असेल?

- (a)  $\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$  (b)  $\frac{\mu_0 I}{2r}$  (c)  $\frac{\mu_0 NI}{2r}$  (d)  $\frac{\mu_0 N^2 I^2}{2r}$

3.20 एका वर्तुळाकार  $L$  लांबीची तारेत करंट  $I$  वाहतो तर वर्तुळाच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्डचे मॅग्नीट्यूड किती असेल?

- (a)  $\frac{\pi\mu_0 I}{L}$  (b)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi L}$  (c)  $\frac{\mu_0 I}{2L}$  (d)  $\frac{2\pi\mu_0 I}{L}$

3.21 लोरेन्ट्झ फोर्स  $\vec{F}$  ने चार्ज पार्टिकलवर केलेले वर्क किती असते?

- (a)  $\vec{F} \cdot d\vec{r}$  (b) शून्य  
(c)  $\frac{q}{\epsilon_0}$  (d)  $qF$

3.22 जर एखाद्या प्रणालीतील (system) एकूण चार्जचे कॉन्झर्वेशन (conservation) केले गेले, तर

- (a)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$  (b)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$  (c)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}$  (d)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

3.23 स्केलर पोटेन्शियल आणि व्हेक्टर पोटेन्शियल यांचा संबंध खालीलपैकी कोणता आहे?

- (a)  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$  (b)  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$   
(c)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$  (d)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$

3.24 करंट डेन्सिटी  $\vec{J} = k\hat{r}$  आहे जिथे  $\hat{r}$  एक युनिट व्हेक्टर  $x\hat{i} + y\hat{j}$  दिशेने आहे, सरफेस  $x^2 + y^2 = a^2$  जो  $z = 0$  आणि  $z = h$  द्वारे बंदिस्त आहे, तर त्या सरफेसमधून जाणारा करंट किती असेल ?

- (a)  $\pi a^2 h \hat{k}$  (b) शून्य (c)  $2\pi a h \hat{k}$  (d)  $\frac{a^3 \hat{k}}{\pi h}$

3.25 दोन असीम लांब कंडक्टरमध्ये करंट  $I_1$  आणि  $I_2$  वाहतात, त्याच दिशेने  $r$  अंतरावर एकमेकांना समांतर ठेवले आहेत. एका कंडक्टरमध्ये दुसऱ्या कंडक्टरमुळे फोर्स खालील पैकी किती असेल?

- (a)  $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$  N पहिल्या कंडक्टरपासून दूर  
(b)  $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$  N पहिल्या कंडक्टरकडे  
(c)  $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$  N दुसऱ्या कंडक्टरपासून दूर  
(d) यापैकी काहीही नाही



3.26 एक टोरोइड ज्याची आतील आणि बाह्य त्रिज्या  $r$  आणि  $R$  आहे, त्याला  $N$  टर्न्स असून करंट  $I$  त्यातून वाहत आहे.  $r$  ते  $R$  याच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्ड किती असेल?

- (a)  $\frac{N\mu I}{\pi r}$  (b)  $\frac{N\mu I}{\pi R}$  (c)  $\frac{N\mu I}{\pi(R+r)}$  (d)  $\frac{N\mu I}{\pi(R-r)}$

3.27 फिरत्या (moving) चार्ज चे व्हेक्टर पोटेंशियल त्याच्या \_\_\_\_\_ वर अवलंबून असते.

- (a) चार्ज (b) वेग  
(c) दोन्ही (a) आणि (b) (d) यापैकी काहीही नाही

3.28  $R$  त्रिज्येच्या तारेत करंट  $I$  वाहत आहे.  $r$  ( $< R$ ) अंतरावर तारेच्या आत मॅग्नेटिक इंडक्शन किती असेल?

- (a)  $1/R$  च्या प्रमाणात (b)  $r$  च्या प्रमाणात  
(c)  $1/r$  च्या प्रमाणात (d) यापैकी काहीही नाही

3.29 जेव्हा चार्ज कण मॅग्नेटिक फील्डच्या परपेंडीकूलर हलत असतो, तेव्हा

- (a) त्याची एनर्जी आणि गती स्थिर राहते  
(b) त्याची एनर्जी आणि गती वेगवेगळी असेल  
(c) त्याची गती बदलते परंतु एनर्जी स्थिर राहते  
(d) यापैकी काहीही नाही

3.30 करंट  $I$  आणि  $N$  टर्न्स असलेल्या सोलेनॉइडच्या अक्षावर एका पॉइंटवर आणि शेवटी मॅग्नेटिक फील्ड किती असते?

- (a)  $\mu_0 NI$  (b)  $\frac{\mu_0 NI}{2}$  (c)  $\frac{\mu_0 NI}{3}$  (d)  $\frac{\mu_0 NI}{4}$

3.31 मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल खालीलपैकी कोणत्या समिकरणाचे समाधान करते

- (a) पॉयसनचे समीकरण (b) लाप्लासचे समीकरण  
(c) दोन्ही (a) आणि (b) (d) यापैकी काहीही नाही

3.32 त्रिज्या  $R$ , करंट  $I$  वाहत असलेल्या वर्तुळाकार लूपच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्ड इंडक्शन खालील पैकी कोणत्या समिकरणाचे दिले जाते?

- (a)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$  (b)  $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$  (c)  $\frac{\mu_0 I}{2R}$  (d)  $\frac{\mu_0 I}{2R^2}$

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

3.1 (a), 3.2 (b), 3.3 (a), 3.4 (d), 3.5 (b), 3.6 (a), 3.7 (a), 3.8 (c), 3.9 (a), 3.10 (a), 3.11 (c), 3.12 (d), 3.13 (d), 3.14 (b), 3.15 (b), 3.16 (c), 3.17 (c), 3.18 (a), 3.19 (c), 3.20 (a), 3.21 (b), 3.22 (d), 3.23 (d), 3.24 (c), 3.25 (b), 3.26 (c), 3.27 (c), 3.28 (c), 3.29 (c), 3.30 (b), 3.31 (a), 3.32 (c)

## लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

### श्रेणी I

- 3.1 बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून लांब सरळ करंट कॅरिंग वायरमुळे मॅग्नेटिक फील्डच्या मोजमापाच्या पद्धतीची रूपरेषा स्पष्ट करा.
- 3.2 बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून करंट I वाहून नेणाऱ्या वर्तुळाकार कॉईल केंद्रस्थानी असलेल्या मॅग्नेटिक फील्डचे समीकरण लिहा.
- 3.3 मॅग्नेटोस्टॅटिकमधील अँप्लीअरच्या नियमाच्या ईंटिग्रेल स्वरूपात आणि डिफरन्शियल स्वरूपात फरक शोधा.
- 3.4 समभुज त्रिकोणाच्या आकारातील एक कंडक्टर तार दिली आहे, जिथे प्रत्येक बाजू करंट I वाहून नेते. त्याच्या सेंट्रोडवर मॅग्नेटिक फील्ड काय असेल?
- 3.5 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझम मध्ये बायोट-सावर्ट नियमाचे महत्त्व नमूद करा.
- 3.6 करंट I वाहणाऱ्या सरळ अनंत तारातून  $r$  अंतरावर दिशा असलेल्या मॅग्नेटिक फील्डचे गणितीय रूप व्यक्त करा.
- 3.7 अनंत लांबीच्या सोलेनॉइडच्या अक्षावरील एका पॉइंटवर ज्यातून करंट I वाहत आहे आणि  $n$  वळणाची संख्या प्रति युनिट लांबीच्या गृहित धरून मॅग्नेटिक इंडक्शन  $\vec{B}$  शोधा.
- 3.8 लूपच्या अक्षावरील एका पॉइंटवर करंट I वाहणाऱ्या वर्तुळाकार लूपचे मॅग्नेटिक फील्ड मिळवा.
- 3.9 इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्ड यांच्यात स्पष्टपणे फरक करा.
- 3.10 मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियलचा अर्थ काय आहे? असे का म्हटले जाते?
- 3.11 करंट डेन्सिटी  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  च्या व्याख्येपासून सुरुवात करून आपल्याला मिळते, जिथे चिन्हांना त्यांचा नेहमीचा अर्थ असतो. स्टेडी करंटची स्थिती काय असते?
- 3.12 अँप्लीयरचा मॅग्नेटोस्टॅटिक्सचा नियम लागू करताना, करंट I वाहणाऱ्या अनंत लांबीच्या सरळ कंडक्टरमुळे मॅग्नेटिक फील्ड  $B$  ची अभिव्यक्ती काढा.
- 3.13 वर्तुळाकार करंट कॅरिंग कंडक्टर च्या अक्षावर  $P(z)$  पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड शोधा. तसेच वर्तुळाकार रिंगच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.
- 3.14 टॉरॉइडमुळे बाह्य पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड शोधण्यासाठी अँप्लीअरचा नियम लागू करा.
- 3.15 मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये ठेवलेल्या करंट एलिमेंट द्वारे अनुभवलेला फोर्स शोधा.
- 3.16 इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक लोरेन्ट्झ फोर्स मधील फरक शोधा.
- 3.17 बायोट-सावर्टचा नियम लागू केल्याने अक्षीय पॉइंटवर करंट I वाहणाऱ्या वर्तुळाकार लूपमुळे मॅग्नेटिक फील्ड इंडक्शन शोधा.
- 3.18 बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून दीर्घ करंट कॅरिंग सोलेनॉइडच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फ्लक्स इन्टेन्सिटीची अभिव्यक्ती प्राप्त करा. त्यावरून दाखवा की अशा सोलेनॉइडच्या शेवटी असलेले फील्ड मध्यभागी अर्धे आहे.
- 3.19  $N$  वळणासह करंट कॅरिंग वर्तुळाकार कंडक्टर (लूप) च्या अक्षावरील एका पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड इंडक्शन  $\vec{B}$  मिळवा.

### श्रेणी II

- 3.20 व्हेक्टर पोटेंशियलचे महत्त्व द्या आणि त्याचे महत्त्व लिहा.

- 3.21 “मॅग्नेटिक फोर्स कोणतेही कार्य करत नाही”. गणिती दृष्ट्या समजावून सांगा.
- 3.22 दोन समांतर करंट कॅरिंग कंडक्टर मधील फोर्स च्या विचारातून ॲंपिअरची व्याख्या करा.
- 3.23 एक प्रोटॉन वेग  $0.8 \text{ c}$  बरोबर सरळ करंट  $1 \text{ A}$  च्या समांतर करंट पासून  $1 \text{ मीटर}$  अंतरावर फिरतो. प्रोटॉनवरील मॅग्नेटिक फोर्स काय आहे? वरील समस्या सोडवण्यासाठी तुम्ही वापरलेला नियम सांगा.
- 3.24 मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल च्या बाबतीत एम्पेअरचा सर्किटल नियम व्यक्त करा.
- 3.25 ॲम्पीयरच्या नियमाने करंट स्टेडी स्टेट मध्ये आहे हे कसे सूचित केले ते दाखवा.
- 3.26 करंट डेन्सिटी च्या बाबतीत बायोट-सावर्टचा नियम व्यक्त करा आणि म्हणूनच मॅग्नेटिक फील्ड सोलेनोइडल का आहे याचे समर्थन करा.

### संख्यात्मक उदाहरण

- 3.1  $0.4 \text{ C}$  चार्ज असलेले टेस्ट चार्ज वेग  $4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k} \text{ m/s}$  सह  $10\hat{i} + 10\hat{k}$  तीव्रतेच्या इलेक्ट्रिक फील्ड द्वारे आणि  $2\hat{i} - 6\hat{j} - 6\hat{k}$  मॅग्नेटिक फील्ड इंडक्शन फिरत आहे. टेस्ट चार्ज वर कार्य करणाऱ्या लॉरेन्ट्झ फोर्सची परिमाण आणि दिशा निश्चित करा.
- 3.2 गोलाकार करंट कॅरिंग कंडक्टरच्या कोणत्याही अक्षीय पॉइंटवर फील्डची गणना करण्यासाठी बायोट-सावर्टचा नियम लागू करा. गोलाकार करंट कॅरिंग कंडक्टर मधून करंट  $2 \text{ A}$  वाहतो तर वर्तुळाच्या मध्यभागी  $B$  ची गणना करा. वर्तुळाची लिज्या  $a = 10 \text{ cm}$  आहे.
- 3.3  $50 \text{ A}$  करंट वाहून नेणाऱ्या  $4$  सेमी लिज्याच्या पोकळ सिलेंडरच्या बाहेर आणि आत मॅग्नेटिक फील्ड इन्टेन्सिटी ची गणना करा.
- 3.4 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{E} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  व  $\vec{B} = 2\hat{i} + 5\hat{j}$  आणि वेग  $\vec{v} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} \text{ m/s}$  सह एक चार्ज  $q = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$  फिरत आहे. फोर्स शोधा.
- 3.5 पॉइंट  $(1, 1, 1)$  वर व्हेक्टर पोटेंशियल  $\vec{A} = (10x^2 + y^2 - z^2)\hat{j}$  आहे तर  $(1, 1, 1)$  पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.
- 3.6 एक प्रोटॉन वेग  $0.6 \text{ C}$  सह  $1 \text{ A}$  करंट  $10 \text{ cm}$  अंतरावर समांतर फिरतो. प्रोटॉनवरील मॅग्नेटिक फोर्स काय आहे?
- 3.7 दोन समांतर तारा एकाच दिशेने  $10 \text{ A}$  समान करंट वाहून नेतात आणि  $2.0 \text{ cm}$  अंतराने विभक्त होतात. यापैकी कोणत्याही वायरपासून  $2 \text{ cm}$  दूर असलेल्या पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.
- 3.8  $40 \text{ cm}$  लांबीच्या लांब सोलनोइडमध्ये  $300$  वळणे आहेत. जर सोलेनॉइडमध्ये  $3.5 \text{ A}$  चा करंट असेल, तर सोलनोइडच्या एका टोकाला मॅग्नेटिक फील्ड शोधा.
- 3.9  $3.14 \text{ cm}$  लिज्येच्या अर्धवर्तुळाकार संचालन लूपच्या मध्यभागी मॅग्नेटिक फील्ड शोधा जे  $1/\pi \text{ ampere}$  करंट वाहून नेते.
- 3.10 एक वर्तुळाकार रिंग ज्याचा व्यास  $0.2 \text{ m}$ , क्रॉस-सेक्शन  $0.02 \text{ m}^2$ ,  $1 \text{ A}$  चा करंट आणि  $200$  वळण. रिंगमध्ये मॅग्नेटिक फ्लक्स शोधा.
- 3.11 दोन सरळ समांतर तारा  $0.02 \text{ m}$  च्या अंतराने आणि प्रत्येक तारा मध्ये समांतर करंट  $1 \text{ A}$  वाहून प्रति युनिट लांबीचे फोर्स शोधा.
- 3.12 लिज्या  $1 \text{ cm}$  ची स्टीलरॉड गोलाकार लूप तयार करण्यासाठी वाकली आहे आणि  $200$  वळणे असलेल्या कॉइलसह गुंडाळलेली आहे. जर लूपची लिज्या  $10 \text{ cm}$  असेल, तर गाभ्यात  $0.5 \text{ mWb}$  चा फ्लक्स तयार होईल अशा करंट चे प्रमाण मोजा. स्टीलसाठी दिले आहे  $\mu_r = 1000$ .

## प्रात्यक्षिक

### 1. हेल्महोल्ट्झ कॉइलवापरून मॅग्नेटिक फील्डच्या भिन्नतेचा अभ्यास

#### ध्येय

1. मॅग्नेटिक फील्ड भिन्नतेचा अभ्यास करण्यासाठी त्यांच्या अक्षासह करंट कॅरिंग जोडलेल्या कॉइलच्या स्थितीसह
2. कॉइलची लिज्या निश्चित करण्यासाठी
3. मॅग्नेटिक फील्डच्या सुपरपोजीशन तत्त्वाची तपासणी करणे

#### उपकरणे

दोन कॉइल, कॉन्स्टंट करंट सोर्स, गॉस मीटर, मुव्हेबल मॅग्नेटिक फील्ड सेन्सर.

#### सिद्धांत

एलिमेंटरी करंट कॅरिंग कंडक्टरपासून  $r$  अंतरावर असलेल्या पॉइंटवर मॅग्नेटिक फील्ड बायोट-सावर्टच्या नियमाचा वापर करून मिळवता येते आणि व्हेक्टर स्वरूपात ते व्यक्त केले जाऊ शकते::

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad \dots(1)$$

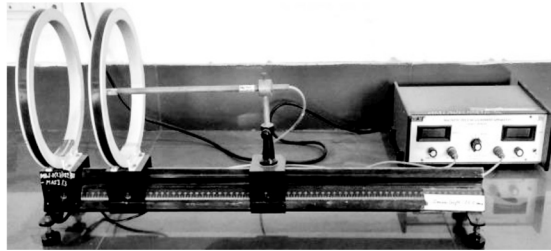
लिज्या  $a$  आणि  $n$  वळणांची संख्या असलेल्या वर्तुळाकार प्रवाहात नियम लागू करून, कॉइलच्या मध्यभागी  $a$  अंतरावर असलेले मॅग्नेटिक फील्ड खालील प्रमाणे दिले जाते:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi n I a^2}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \dots(2)$$

इथे  $I$  = कॉइल मधून जाणारा करंट आहे आणि  $\mu_0$  मोकळ्या जागेची परमीअॅबिलिटी.  $B$  टेस्ला किंवा  $Wb/m^2$  मध्ये व्यक्त केले जाते. मॅग्नेटिक फील्डचे मूल्य कॉइलच्या केंद्रस्थानी जास्तीत जास्त असते आणि ते दिले जाते

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} n I}{2a} \text{ T} \quad \dots(3) (a)$$

$$\text{किंवा} \quad B = \frac{4\pi \times 10^{-3} n I}{2a} \text{ G} \quad [\text{कारण } 1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}] \quad \dots(3) (b)$$



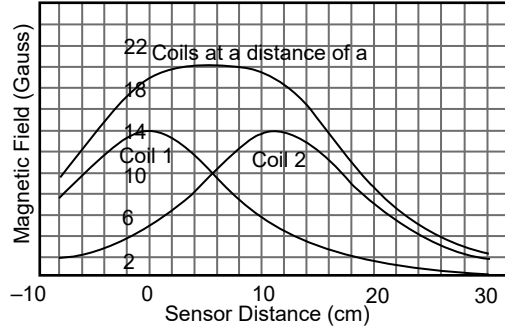
आकृती (1)

प्रायोगिक संच आकृती (1) मध्ये दाखविलेले आहे. जर आपण कॉइलच्या केंद्रापासून उजवीकडे किंवा डाव्या दिशेने दूर गेलो, तर मॅग्नेटिक फील्डची इन्टेन्सिटी कमी होते. जर अशा दोन समान कॉइल एकत्र ठेवल्या गेल्या, तर त्यांच्यामधून करंटच्या प्रवाहाच्या सापेक्ष भावनेनुसार, अक्षावर कोणत्याही क्षणी परिणामात्मक मॅग्नेटिक फील्ड मिळविण्यासाठी वैयक्तिक फील्ड्स जोडली जातात किंवा वजा केली जातात.

समान कॉक्सियल कॉइल्सच्या जोडीची अशी व्यवस्था जी एकतर कॉइलच्या त्रिज्याएवढ्या अंतराने विभक्त केली जाते ती म्हणजे हेल्महोल्ट्झ कॉइल्स [आकृती. (2)]. हेल्महोल्ट्झ कॉइल्समध्ये, वैयक्तिक कॉइल त्यांच्यामध्ये एकसमान मॅग्नेटिक फील्ड तयार करते.



आकृती. (2)



आकृती. (3)

त्याच अर्थाने त्यांच्यामधून वाहणाऱ्या समान करंटसाठी दोन फील्ड्स जोडली गेली आणि परिणामी मॅग्नेटिक फील्डला एका अक्षीय पॉइंटरवर, पहिल्या कॉइलपासून  $x$  अंतरावर खालील प्रमाणे दिले गेले.

$$B_r = \frac{\mu_0 n I a^2}{2} \left[ \frac{1}{(a^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{\{a^2 + (x - a)^2\}^{3/2}} \right] \quad \dots(4)$$

आकृती (3), हेल्महोल्ट्झ कॉइल्ससाठी परिणामी फील्डची विशिष्ट भिन्नता दर्शवते जेव्हा त्यांच्याद्वारे करंट समान असतो आणि एकट्या कॉइलद्वारे त्याच प्रकारे वाहतो.

### प्रक्रिया

1. पॉवर स्विच ऑन केल्यानंतर, करंट अँडजेस्टिंग नॉब घड्याळाच्या विरुद्ध दिशेने किमान स्थितीपर्यंत फिरवून करंट शून्यावर आणा.
2. दुसऱ्या कॉइलची स्थिती पहिल्या कॉइलपासून कॉइल्सच्या त्रिज्याइतकेच अंतरावर निश्चित करा.
3. सेन्सरला पहिल्या कॉइलपासून सुमारे 60 mm दूर ठेवा आणि ZERO ADJ नॉबसह करंट 0.0mA ठेवून गॉसमीटरचा शून्य अँडजस्ट करा.
4. कॉइल नॉबला स्थिती 1 वर ठेवा जेणेकरून 1 ला कॉइल करंट स्रोताशी जोडलेले असेल. करंट 500 mA अँडजस्ट करा.
5. पहिल्या कॉइलच्या अक्षासह सुमारे 60 mm वर मॅग्नेटिक फील्ड नोंदवा. आता कॉइल नॉबला स्थिती 2 वर ठेवा, जेणेकरून 2 रा कॉइल करंट स्रोताशी जोडलेला असेल आणि मॅग्नेटिक फील्ड नोंदवा.

6. कॉइल नॉब 3 स्थितीत ठेवा, म्हणजे BOTH, म्हणजे 1 ली आणि 2 री कॉइल स्त्रोताशी जोडली जाईल. आता पुन्हा नोंद घ्या.
7. करंट समान ठेवा आणि 1 ल्या कॉइलसाठी, 2 व्या कॉइलसाठी आणि त्या दोन्हीसाठी 5 mm च्या अंतराने सुमारे 270 mm श्रेणीसाठी मॅग्नेटिक फील्ड नोंदवा.
8. पहिल्या कॉइल, दुसऱ्या कॉइल आणि दोन्ही कॉइलच्या अक्षासह आकृती (2) मध्ये दाखवल्या प्रमाणे अंतर आणि मॅग्नेटिक फील्ड मधील आलेख काढा.

### निरीक्षणे

वळणांची संख्या = ..... ; पहिल्या कॉइलची स्थिती = ..... ; दुसऱ्या कॉइलची स्थिती = ... ..

तक्ता 1: कॉइल 1, कॉइल 2 आणि त्या दोघांसाठी मॅग्नेटिक फील्ड शोधणे

क्र.	सेन्सरचे स्थान (सेमीमध्ये)	मॅग्नेटिक फील्ड (गॉसमध्ये)			
		कॉइल 1 (बी <sub>1</sub> )	कॉइल 2 (बी <sub>2</sub> )	दोन्ही कॉइल (बी)	ब' = बी <sub>1</sub> + बी <sub>2</sub>
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

### परिणाम

करंट वाहून नेत असलेल्या वर्तुळाकार कॉइलच्या स्थितीनुसार मॅग्नेटिक फील्डमध्ये होणारे बदल समजून घेण्यासाठी एक आलेख काढा. आपण हे तपासू शकता की जेव्हा दोन्ही कॉइल मधून करंट वाहत असेल तेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड वेगवेगळ्या कॉइलमुळे असलेल्या मॅग्नेटिक फील्डची बेरीज असते. तसेच जेव्हा वैयक्तिक कॉइलमधील अंतर त्यांच्या लिज्याइतके असते तेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड मोठ्या रिजनमध्ये एकसारखी असते हे आपण तपासू शकता. या गुणधर्म चा वापर वैज्ञानिक तसेच औद्योगिक अनुप्रयोगांसाठी मोठ्या प्रमाणात केला जाऊ शकतो.

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-3}}{2a} nI \text{ संबंध वापरून, कॉइलची लिज्या अशी मोजली जाऊ शकते:}$$

$$a = \frac{2\pi nI \times 10^{-3}}{B} \text{ m} \quad \dots(5)$$

$n$ ,  $I$  आणि  $B$  ची मूल्ये वापरून कॉइलची तिज्या  $a$  ठरवता येते..

### खबरदारी

1. प्रयोग करत असताना काळजी घ्यावी जेणेकरून कोणतेही स्ट्रे मॅग्नेटिक फील्ड किंवा फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ जसे चाव्या, स्कू ड्रायव्हर किंवा तत्सम गोष्टी प्रायोगिक संचाजवळ जवळ नसतील.
2. प्रयोग सुरू करण्यापूर्वी प्रत्येक वेळी गॉस मीटर शून्य ॲडजस्ट केले पाहिजे आणि प्रयोग पूर्ण झाल्यानंतर दोन्ही कॉइल मधील करंट शून्यावर कमी करून पुन्हा त्याची पडताळणी केली पाहिजे.
3. वैयक्तिक मॅग्नेटिक फील्डचा हस्तक्षेप टाळण्यासाठी कॉइलचा अक्ष पूर्व-पश्चिम दिशेकडे ठेवला पाहिजे.
4. कॉइलची तिज्या वळणाच्या मध्यभागातून मोजली जाणार आहे.

## 2. हॉल इफेक्ट प्रयोगाचा वापर करून अर्ध-कंडक्टर नमुन्याचे हॉल कोईफिशंट आणि कॅरिअर कॉन्सन्ट्रेशन/चे मोजमाप

### ध्येय

1. हॉल कोईफिशंट  $R_H$  निश्चित करणे
2. दिलेल्या सेमीकंडक्टिंग सॅम्पलचे कॅरीयर कॉन्सन्ट्रेशन निश्चित करणे

### उपकरण

गॉस मीटर, हॉल प्रोब, सेमीकंडक्टिंग (p-प्रकार, n-प्रकार Ge सिंगल क्रिस्टल) नमुना पीसीबी माउंटिंग सोबत, पॉवर सप्लाय (0-16 V, 5A), कॉन्स्टंट करंट पॉवर सप्लाय (0-50 mA).

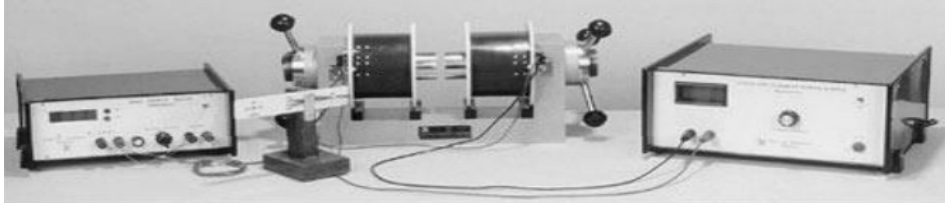
### सिद्धांत

हॉल इफेक्ट कंडक्टरमधील करंटच्या स्वरूपामुळे होतो. करंटमध्ये अनेक लहान चार्ज कंडक्टर, विशेषतः इलेक्ट्रॉन, होल्स, आयन किंवा तिन्हीच्या हालचाली असतात. जेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड असते, तेव्हा हे चार्ज एक फोर्स अनुभवतात, ज्याला नियम लॉरेंट्झ फोर्स म्हणतात. जेव्हा असे मॅग्नेटिक फील्ड अनुपस्थित असते, तेव्हा चार्ज अंदाजे सरळ इम्प्युरिटीज, फोटॉन्स इत्यादींशी टक्कर देतात त्या दरम्यान ' लाईन ऑफ साइट ' मार्गाचे अनुसरण करतात. तथापि, जेव्हा लंब घटक असलेले मॅग्नेटिक फील्ड लागू केले जाते, तेव्हा त्यांचे टक्कर दरम्यानचे मार्ग वक्र असतात जेणेकरून हलवणारे चार्ज पदार्थाच्या एका भागावर जमा होतात. यामुळे दुसऱ्या भागावर समान आणि उलट चार्ज उघड होते, जिथे मोबाईल चार्ज ची कमतरता असते. परिणाम हॉल घटकामध्ये चार्ज डेन्सिटीचे असममित वितरण आहे, जो लाईन ऑफ साइट ' मार्ग आणि लागू मॅग्नेटिक फील्ड दोन्हीसाठी लंब असलेल्या फोर्स पासून उद्भवतो. चार्ज वेगळे केल्याने एक इलेक्ट्रिक फील्ड तयार होते जे नवीन चार्ज च्या स्थलांतराला विरोध करते. परिणामी, चार्जच्या प्रवाहाच्या काळात स्थिर इलेक्ट्रिक पोटेंशियल निर्माण होते.

जेव्हा इलेक्ट्रिक करंट मॅग्नेटिक फील्ड मध्ये कंडक्टरमधून जातो, तेव्हा तो हलत्या चार्जच्या वाहकांवर एक उलटा जोर लावतो ज्यामुळे ते कंडक्टरच्या एका बाजूला ढकलले जातात. हे आपण स्पष्ट केल्याप्रमाणे पातळ फ्लॅट कंडक्टरच्या बाबतीत मोठ्या प्रमाणात पाहिले जाऊ शकते.

कंडक्टरच्या बाजूने चार्जचा एकलीकरण या मॅग्नेटिक प्रभावाचे संतुलन करेल, ज्यामुळे कंडक्टरच्या दोन बाजूंच्या दरम्यान मोजण्यायोग्य व्होल्टेज तयार होईल. 1879 मध्ये हे योगदान देणाऱ्या ई. एच. हॉलच्या नावानंतर या मोजता येण्याजोग्या ट्रान्सव्हर्स व्होल्टेजला हॉल इफेक्ट म्हणून संबोधले जाते. हे लक्षात आणून दिले जाऊ शकते की करंट  $I$  पारंपारिक करंट आहे, जेणेकरून इलेक्ट्रॉनची गती उलट दिशेने असेल. हा परिणाम निश्चित करण्यासाठी खूप उपयुक्त आहे:

1. वाहणाऱ्या चार्जचा प्रकार उदा. एन-टाइप किंवा पी-टाइप
2. कॅरीअर कॉन्सन्ट्रेशन किंवा नंबर डेन्सिटी ऑफ चार्जे कॅरीज
3. चार्ज वाहकांची गतिशीलता



आकृती (i)

### प्रक्रिया

1. इलेक्ट्रोमॅग्नेटचा इलेक्ट्रीसिटी पुरवठा चालू करा आणि गॉस प्रोबचा वापर करून पोल फेसेस मधील मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी मोजा.
2. पोलच्या फेसच्या मध्ये नमुना ठेवा जेणेकरून मॅग्नेटिक फील्ड पट्टीला लंब होईल.
3. विरुद्ध फेसवरील नमुन्यांच्या संपर्काची एक जोडी करंट स्त्रोताशी आणि दुसरी जोडी हॉल इफेक्ट सेटअपच्या मल्टी-मीटरशी कनेक्ट करा.
4. करंट स्त्रोताचा वापर करून, करंट (mA) नमुन्याद्वारे पास करा आणि परिणामी हॉल व्होल्टेज मल्टी-मीटरमध्ये मोजा.
5. हळूहळू नमुन्याद्वारे करंट वाढवा आणि संबंधित हॉल व्होल्टेज मोजा.

### निरीक्षणे

तक्ता 1: हॉल करंट आणि हॉल व्होल्टेजचा निर्धार

कॉन्स्टंट करंट सप्लाय: 1.5 A

अनु क्र.	करंट $I$ (mA)	हॉल व्होल्टेज $V_H$ (mV)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		



अनु क्र.	करंट I (mA)	हॉल व्होल्टेज $V_H$ (mV)
8.		
9.		
10.		

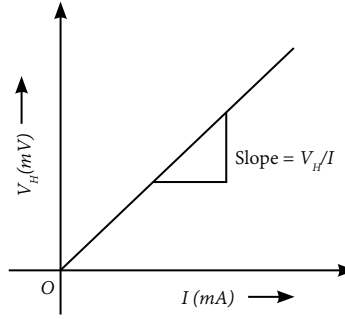
### खबरदारी

1. गॉस मीटर सुरुवातीला शून्य मूल्य दर्शवत आहे किंवा नाही हे तपासण्यासाठी काळजी घेतली पाहिजे. प्रोब कुठेतरी ठेवून आणि शून्य प्रदर्शित होईपर्यंत ऑफसेट शून्य नॉब समायोजित करून हे केले जाऊ शकते.
2. हा नमुना इलेक्ट्रोमॅग्नेटिकच्या पोल पिसेसच्या मध्यभागी ठेवा आणि मॅग्नेटिक फील्डशी अगदी लंब आहे याची खात्री करा.
3. मॅग्नेटिक करंट डेन्सिटीच्या मोजमापासाठी, हॉल प्रोब पोल पिसेसच्या केंद्रस्थानी ठेवला जाणार आहे.
4. इलेक्ट्रोमॅग्नेट कॉइल्सची दिशा तपासा जेणेकरून ते जास्तीत जास्त मॅग्नेटिक फील्ड निर्माण करेल, हे जनरेटेड मॅग्नेटिक फील्डजवळ मऊ लोह (Soft iron) ठेवून तपासले जाऊ शकते आणि ते मॅग्नेटिक पोलकडे जोरदार किंवा कमकुवतपणे आकर्षित झाले आहे का हे पाहता येते.

### परिणाम

हॉलसह-कार्यक्षमतेची अभिव्यक्ती अशी आहे:

$$R_H = \frac{V_H}{I} \times \frac{t}{B} \quad (i)$$



आकृती (ii)

इथे  $V_H$  = हॉल व्होल्टेज (mV),

$I$  = नमुन्याद्वारे करंट (mA),

$t$  = मधील नमुन्याची जाडी (m),

आणि  $B$  = मॅग्नेटिक फ्लेक्स डेन्सिटी (T).

सामान्यतः  $t = 0.5$  मिमी आणि आकृतीतील वक्राच्या उतारावरून मोजता येते. आकृती (ii).

तर, हॉल सह-कार्यक्षम  $RH = \dots\dots\dots \Omega\text{-m/T}$ .

कॅरियर कॉन्सन्ट्रेशनची अभिव्यक्ती अशी आहे:

$$n = \frac{1}{qR_H} \quad \dots(ii)$$

इथे  $q = \text{इलेक्ट्रॉन/होलचे चार्ज,}$

आणि  $RH = \text{हॉल कोईफिशंट.}$

तर, कॅरियर कॉन्सन्ट्रेशन  $n = \dots / m^3.$

## अधिक जाणून घ्या

मॅग्नेटोस्टॅटिक स्टेडी इलेक्ट्रिक करंट किंवा कायमस्वरूपी मॅग्नेटद्वारे तयार होणाऱ्या मॅग्नेटिक फील्डप्रमाणे स्टेडी स्टेडी मॅग्नेटिक फील्डवर लक्ष केंद्रित करणारे इलेक्ट्रोमॅग्नेट उपफील्ड म्हणून मानले जाऊ शकते. प्राचीन ग्रीस आणि चीनच्या लोकांना असे आढळले की एक लोडेस्टोन प्रत्येक वेळी रेखांशाच्या दिशेने स्वतःला संरेखित करतो जेव्हा मुक्तपणे फिरण्याची परवानगी दिली जाते. लोडेस्टोन हे पहिले ज्ञात मॅग्नेट होते जे लोहखनिजाचा एक प्रकार आहे ज्याला मॅग्नेटाइट ( $Fe_3O_4$ ) म्हणतात.

### क्रियाकलाप

कोणत्याही मॅग्नेटोस्टॅटिक फील्डचा आवश्यक स्त्रोत म्हणजे स्थायी मॅग्नेट आणि सतत इलेक्ट्रिक करंट. मॅग्नेटोस्टॅटिक फील्डचे मोठ्या प्रमाणावर वापरले जाणारे कायदे म्हणजे बायोट-सावर्टचा नियम तसेच ऍंपिअरचा नियम. लोडेस्टोनचा गुणधर्म दोन हजार वर्षांपूर्वी होकायंत्र बनविण्यास उपयुक्त ठरला. मॅग्नेटचा हा पहिला ज्ञात वापर होता.

### मनोरंजक तथ्ये

1263 मध्ये पियरे डी मॅरिकोर्टने चुंबकाचे दोन ध्रुव शोधून काढताना कंपासच्या मदतीने लोडेस्टोनच्या मॅग्नेटिक फील्डचा नकाशा तयार केला. राणी एलिझाबेथ 1 चे वैद्य विल्यम गिल्बर्ट यांनी काही प्रयोगांद्वारे 1600 च्या दशकात या निष्कर्षावर आले की पृथ्वी स्वतः एक प्रचंड मॅग्नेट आहे.

कायमस्वरूपी मॅग्नेट मॅग्नेटोस्टॅटिक्सचा नैसर्गिक स्रोत म्हणून स्वीकारले जाऊ शकते. बदलते इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड निर्माण करण्यासाठी ऍक्सलरेटेड चार्ज जबाबदार आहे.

यामुळे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डच्या प्रपोगेशनला आणखी चालना मिळते आणि म्हणूनच यामुळे स्थिर मॅग्नेटिक फील्ड तयार होत नाही.

### उपमा

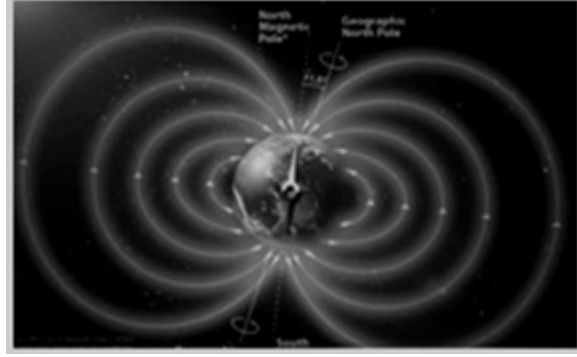
डॅनिश भौतिकशास्त्रज्ञ हॅन्स ख्रिश्चन ओर्सेड यांनी 1820 मध्ये शोधून काढले की, तारेतून वाहणारा इलेक्ट्रिक करंट कंपासच्या सुईला विचलित करू शकतो. यावरून असाही निष्कर्ष निघतो की मॅग्नेटिसम आणि इलेक्ट्रीसिटी यांचा संबंध आहे.

### इतिहास

प्राचीन ग्रीक लोक प्रथम हे खनिज वापरत होते, ज्याला त्यांनी एकाच पदार्थाचे आणि लोखंडाचे इतर तुकडे आकर्षित करण्याच्या क्षमतेमुळे मॅग्नेट म्हणून संबोधले.

इंग्रज विल्यम गिल्बर्ट (1540-1603 ) यांनी प्रथम त्याच्या गुणधर्माची चौकशी केली मॅग्नेटिसम पद्धतशीरपणे वैज्ञानिक पद्धतीचे पालन करणे.

### कालमर्यादा



- इ.पू. 600: मिलेटसच्या थेल्सने लोडेस्टोनचे लोखंडाचे आकर्षण शोधून काढले
- 1200 इ.स.: चिनी लोडेस्टोन कंपास चा वापर नेव्हिगेशनसाठी करू लागले
- 1259 इ.स.: पेट्रोस पेरिग्रिनस इटलीच्या आणखी सुधारणेसह हीच गोष्ट सापडली
- 1600 इ.स.: विलियम गिल्बर्ट पृथ्वीला एक विशाल मॅग्नेटिक फील्ड असल्याचे समजले
- 1742 इ.स.: थॉमस लेस्युअर मॅग्नेट साठी उलटा घन नियम स्थापित केला
- 1820 इ.स.: हान्स ख्रिश्चन ओर्सेड सध्याचे मॅग्नेट वळतात हे शोधून काढले
- आंद्रे मेरी ॲम्पीअर हे दाखवून दिले की समांतर करंट आकर्षित करतात/ प्रतिकर्षित करतात
- जीन-बॅप्टिस्ट बायोटा आणि फेलिक्स सावर्ट प्रस्थापित उलटचौरस नियम केला

### अनुप्रयोग (वास्तविक जीवन / औद्योगिक)

संगणक मेमरीशी संबंधित मॅग्नेटिक स्टोरेज डिव्हाइसेसच्या मॉडेलससारख्या मायक्रोमॅग्नेटिक्सच्या विविध अनुप्रयोगांमध्ये मॅग्नेटोस्टॅटिक्सचा मोठ्या प्रमाणावर वापर केला जातो. मॅग्नेटोस्टॅटिक फोकसिंग एकतर कायम चुंबकाद्वारे किंवा वायरच्या कॉइलद्वारे करंट पाठवून मिळवता येते ज्याचा अक्ष बीम अक्षाशी जुळतो.

1269 मध्ये पियरे डी मॅरीकोर्टने निरिक्षणांच्या मालिकेतून असे आढळून आले की मॅग्नेटच्या जवळ होकायंताची दिशा वक्र रेषा बनवते, जे एकमेकांच्या विरुद्ध दोन बिंदूंमधून जातात. या बिंदूंना त्याने पोल म्हणून संबोधले होते.

इ.स.1600 मध्ये विल्यम गिल्बर्ट यांनी मॅग्नेटिसम च्या प्रयोगांचे काही मनोरंजक निष्कर्ष प्रकाशित केले. पृथ्वीमध्येच एक मोठे कायमस्वरूपी मॅग्नेट आहे हे त्याने सिद्ध केले.

### केस स्टडी (पर्यावरण / शाश्वतता / सामाजिक / नैतिक मुद्दे)

मॅग्नेट हा शब्द प्राचीन ग्रीक शहर मॅग्नेशियामधून आला, ज्यामध्ये अनेक नैसर्गिक मॅग्नेट सापडले. 121 एडीच्या सुरुवातीला, चिनी लोकांना हे माहित होते की नैसर्गिक लोहमॅग्नेटच्या जवळ आणल्यावर लोखंडी रॉड मॅग्नेटिक गुणधर्म प्राप्त करेल आणि टिकवून ठेवेल.

तसेच जेव्हा ही लोखंडी रॉड एका स्ट्रिंगमधून निलंबित झाली तेव्हा त्यांनी पाहिले की ती स्वतः उत्तर-दक्षिण दिशेने सरेखित होते. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की बंद पृष्ठभागावरून मॅग्नेटिक फ्लक्स नेहमी शून्य होतो परंतु खुल्या पृष्ठभागाद्वारे मॅग्नेटिक फ्लक्स शून्य असणे आवश्यक नाही. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझममध्ये हे एक महत्वाचे प्रमाण मानले जाते, विशेषतः जेव्हा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव वातावरणातून पसरते.

### जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलविषय

फॅराडेच्या नियमाची पुन्हा ओळख करून देण्यासाठी या उपायांचा वापर करण्याच्या हेतूने वाढत्या वेळेच्या चरणांमध्ये मॅग्नेटोस्टॅटिक समस्यांची मालिका सोडवण्याचे नेहमीचे तंत्र आहे. {प्रदर्शनशैली /पटकथाशैली /आंशिक /मॅथबीफ {बी} //आंशिक टी} इतका निकाल लागू केल्याने फॅराडेच्या नियमात अशा मूल्याची अंमलबजावणी होऊ शकते ज्याचा पूर्वी विचार केला गेला नव्हता. लागू केलेले तंत्र मॅक्सवेलच्या समीकरणांचा खरा उपाय नसला तरी हळूहळू भिन्न क्षेत्रांसाठी ते खूप चांगले अंदाज देऊ शकते.

प्रसिद्ध भारतीय शल्यचिकित्सक सुश्रुत यांनी सर्वप्रथम अत्याधुनिक शस्त्रक्रियेच्या उद्देशाने मॅग्नेटचा वापर केला.

### संदर्भ आणि सुचविलेले वाचन

1. D. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, Pearson, 4th Edition, 2012.
2. D. Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker, Halliday and Resnick's Principles of Physics, 11th Edition, Global Edition, 2020.
3. W. Saslow, Electricity, Magnetism and Light, Elsevier Science Publishing Co Inc, 1st Edition, 2002.
4. K. C. Kao, Dielectric Phenomena in Solids. London: Elsevier Academic Press. pp. 92–93, 2004.
5. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd Edition, John Wiley & Sons, 1998.
6. B. Scaife, Principles of Dielectrics (Monographs on the Physics & Chemistry of Materials), 2nd Edition, Oxford University Press, 1998.
7. <https://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/coursenotes/modules/guide05.pdf>
8. <https://physics.iitm.ac.in/~manianvs/PH102-3.pdf>
9. [https://uomustansiriyah.edu.iq/media/lectures/9/9\\_2018\\_12\\_19!12\\_27\\_30\\_AM.pdf](https://uomustansiriyah.edu.iq/media/lectures/9/9_2018_12_19!12_27_30_AM.pdf)
10. <https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/115101005/downloads/lectures-doc/Lecture-22.pdf>

# 4

## लिनीअर डायइलेक्ट्रिक माध्यमात मॅग्नेटोस्टॅटिक्स

### युनिट वैशिष्ट्ये

आम्ही या युनिटमध्ये खालील विषयांवर चर्चा केली आहे:

- मॅग्नेटायझेशन, मॅग्नेटिक इंटेंसिटी, मॅग्नेटिक इंटेंसिटी आणि मॅग्नेटायझेशन यांच्यातील संबंध;
- डायमॅग्नेटिझम आणि लार्मर फ्रिक्वेंसी;
- संवेदनशीलता आणि क्युरीचा नियम ;
- वेस मॉल्यूलर फील्डचा सिद्धांत;
- क्युरी-वेस लॉ;
- अँटीफेरोमॅग्नेटिझम;
- फेरोमॅग्नेटिझम;
- वेगवेगळ्या प्रकारचे फेराइट्स.

पुढील कुतूहल आणि सर्जनशीलता निर्माण करण्यासाठी तसेच समस्या सोडविण्याची क्षमता सुधारण्यासाठी विषयांच्या व्यावहारिक अनुप्रयोगांवर चर्चा केली आहे.

ब्लूमच्या खालच्या आणि उच्च क्रमानंतर दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित केलेल्या अनेक निवड प्रश्न तसेच लघु आणि लांब उत्तर प्रकारांचे प्रश्न मोठ्या संख्येने देण्याबरोबरच, अनेक संख्यात्मक उदाहरणांद्वारे असाइनमेंट्स, संदर्भांची यादी आणि सुचवलेले वाचन युनिटमध्ये दिले आहे जेणेकरून एखाद्याला सरावासाठी त्यांच्यामधून जाता येईल. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की आवडीच्या विविध विषयांवर अधिक माहिती मिळविण्यासाठी काही क्यूआर कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये प्रदान केले गेले आहेत जे संबंधित समर्थनात्मक ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

संबंधित प्रात्यक्षिक, साहित्याच्या आधारे, “अधिक जाणून घ्या” विभाग आहे. या भागात दिलेली पूरक माहिती पुस्तकाच्या वाचकासाठी फायदेशीर ठरेल म्हणून हा विभाग विवेकाने डिझाइन केला गेला आहे. हा विभाग प्रामुख्याने सुरुवातीच्या क्रियाकलापांवर प्रकाश टाकतो, काही मनोरंजक तथ्ये, उपमा, विषयाच्या विकासाचा इतिहास, ठळक निरीक्षणे आणि शोधणे यावर लक्ष केंद्रित करणे, संबंधित विषयांच्या विकासापासून अलीकडील काळापर्यंत सुरू होणारी कालमर्यादा, आपल्या दैनंदिन वास्तविक जीवनासाठी विषयाचे अनुप्रयोग किंवा/आणि विविध पैलूंवर औद्योगिक अनुप्रयोग, पर्यावरण, टिकाऊपणा, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी जे लागू होतात, आणि शेवटी युनिटच्या जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलाचे विषय.

## भूमिका

लिनीअर डायइलेक्ट्रिक मीडियममधील मॅग्नेटोस्टॅटिक्सवरील हे युनिट आपल्या विद्यार्थ्यांना मॅग्नेटायझेशन M, आणि B, H आणि M यांच्यातील संबंधांबद्दल स्पष्ट कल्पना मिळविण्यात मदत करेल. हे डायमॅग्नेटिझम आणि लार्मर फ्रिक्वेन्सी तसेच संवेदनशीलता आणि क्युरीच्या नियमावरील काही महत्त्वपूर्ण कल्पना विकसित करण्यास मदत करेल. वेस मॉल्यूलर फील्डचा सिद्धांत आणि क्युरी-वीस लॉ वरील स्पष्टीकरण हे असे विषय आहेत ज्यांच्या समजूतीमुळे या विषयाच्या पुढील विकासासाठी मदत होते. अनुप्रयोगांच्या मोठ्या क्षेत्रासह फेरोमॅग्नेटिझम आणि अँटीफेरोमॅग्नेटिझम हे सहाय्यक विषय म्हणूनही सांगितले जातात.

मॅग्नेटायझेशन स्थिर असण्याची गरज नाही हे नमूद करणे महत्वाचे आहे. मॅग्नेटोस्टॅटिक्सवरील शास्त्रज्ञांनी विकसित केलेल्या समीकरणांचा उपयोग नॅनोसेकंद किंवा कमी वेळेत होणाऱ्या वेगवान मॅग्नेटिक स्विचिंग घटनांचा अंदाज वर्तविण्यासाठी यशस्वीपणे केला जाऊ शकतो. विशेष म्हणजे, जेव्हा करंट कॉन्स्टंट नसतो तेव्हा मॅग्नेटोस्टॅटिक परिस्थिती हा खूप चांगला अंदाज आहे. सूक्ष्म मॅग्नेटिक क्षेत्राच्या विविध उदयोन्मुख अनुप्रयोगांमध्ये त्याचा व्यापक वापर आहे, उदा., संगणक स्मृतीमध्ये मॅग्नेटिक साठवण.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

- गणित: व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता 12वी)
- भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझम (इयत्ता 12वी)

## युनिट आउटकम

या युनिटच्या परिणामांची यादी खालीलप्रमाणे आहे:

- U4-O1: मॅग्नेटायझेशन, मॅग्नेटिक इंटेंसिटी, मॅग्नेटिक इंटेंसिटी आणि मॅग्नेटायझेशन यांच्यातील संबंध वर्णन करा
- U4-O2: डायमॅग्नेटिझम आणि लार्मर फ्रिक्वेन्सी वर्णन करा
- U4-O3: संवेदनशीलता आणि क्युरी लॉ समजावून सांगा
- U4-O4: वेस मॉल्यूलर फील्डचा सिद्धांत आणि क्युरी-वेस लॉ समजावून सांगा
- U4-O5: फेरोमॅग्नेटिझम, अँटीफेरोमॅग्नेटिझम आणि फेराइट्स चर्चा करा

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U4-O1	3	2	-	1	1	1
U4-O2	-	-	-	-	3	-
U4-O3	-	-	-	-	3	-
U4-O4	-	-	-	-	3	-
U4-O5	-	-	-	-	3	-

#### 4.1 इंट्रोडक्शन (Introduction)

बाह्य मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवल्यावर जे पदार्थ मॅग्नेटाईज केले जाऊ शकतात त्यांना मॅग्नेटिक पदार्थ (magnetic materials) म्हणतात आणि संबंधित मॅग्नेटिक फील्डला मॅग्नेटाइझिंग फील्ड (magnetizing field) म्हणतात. प्रदर्शित केलेल्या मॅग्नेटिक गुणधर्मावर अवलंबून, पदार्थाचे खालील प्रकारे वर्गीकरण केले जाऊ शकते:

- डायमॅग्नेटीक
- पॅरामॅग्नेटीक
- फेरोमॅग्नेटीक
- अँटीफेरोमॅग्नेटीक आणि
- फेरीमॅग्नेटीक

यातील काही पदार्थ कोणतेही कायमचे मॅग्नेटिक डायपोल (dipole) मोमेंट दाखवत नाहीत, तर इतर काही पदार्थ बाह्य मॅग्नेटिक फील्ड काढून टाकल्यानंतरही कायमस्वरूपी मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंट दर्शवतात. या वैशिष्ट्याच्या आधारावर, या युनिटमध्ये आम्ही साहित्याच्या काही महत्त्वपूर्ण मॅग्नेटिक गुणधर्मावर चर्चा करू.

#### 4.2 मॅग्नेटिक इंडक्शन अँड इंटेंसिटी (Magnetic induction and intensity)

मॅग्नेटीक इंडक्शन हे मॅग्नेटिक फ्लक्सच्या दिशेला लंब (perpendicular) असणाऱ्या कोणत्याही एरियातील मॅग्नेटिक फ्लक्सचे (magnetic flux) एकूण प्रमाण म्हणून परिभाषित केले जाऊ शकते.

त्याचे SI युनिट  $\text{Wb/m}^2$  किंवा टेस्ला (T) आहे तर CGS युनिट गॉस (G) आहे. दोन युनिटमधील संबंध  $1\text{ T} = 10^4\text{ G}$  आहे.

मॅग्नेटिक फील्डच्या कोणत्याही दिलेल्या पॉइंटवर, मॅग्नेटिक फील्डची इंटेंसिटी ही युनिट मॅग्नेटिक नॉर्थ पोलने (North pole) अनुभवलेला फोर्स म्हणून परिभाषित केली जाते जो संबंधित मॅग्नेटिक फील्डमधील त्या (दिलेल्या) पॉइंटवर ठेवला जातो.

दुसऱ्या शब्दात, मॅग्नेटिक फील्डची इंटेंसिटी म्हणजे मॅग्नेटिक फील्डच्या दिशेला लंब (perpendicular) असलेल्या फील्डमधील मॅग्नेटिक फ्लक्सचे प्रमाण. त्याचे SI युनिट  $\text{A/m}$  आहे आणि CGS युनिट  $\text{Oe}$  आहे.

व्हॅक्यूममध्ये मॅग्नेटिक इंडक्शन  $B$  आणि मॅग्नेटिक फील्ड इंटेंसिटी  $H$  मधील संबंध खालील प्रकारे लिहिता येतो,

$$B = \mu_0 H \quad \dots(4.1)$$

समीकरण (4.1) मध्ये,  $\mu_0$  फ्री स्पेसची परमिअॅबिलिटी आहे. SI युनिट मध्ये  $4\pi \times 10^{-7}\text{ H/m}$  ही त्याची किंमत असते.

#### 4.3 मॅग्नेटाइझेशन (Magnetization)

बाह्य मॅग्नेटिक फील्डमध्ये, जर एखादा मॅग्नेटिक पदार्थ ठेवला तर तो मॅग्नेटिक इंडक्शन प्रक्रियेमुळे मॅग्नेटिक बनते. मॅग्नेटाइझेशनची इंटेंसिटी पदार्थात तयार होणारा मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंट प्रति युनिट व्हॉल्यूम (magnetic dipole moment) म्हणून परिभाषित केली जाते. म्हणून,

$$\text{Magnetization } (M) = \frac{\text{Magnetic moment } (\mu)}{\text{Volume } (V)}$$

$$\text{किंवा, } M = \frac{\mu}{V} \quad \dots(4.2)$$

खरं तर, मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवल्यावर मॅग्नेटिक पदार्थात तयार झालेल्या मॅग्नेटीझमचे मोजमाप आहे. 1 लांबीच्या चुंबकासाठी, पोल स्ट्रेन्थ  $m$  आणि क्रॉस-सेक्शनल एरिया  $\alpha$  असेल तर मॅग्नेटायझेशन खालील प्रकारे लिहिता येते.

$$M = \frac{\mu}{V} = \frac{lm}{l\alpha} = \frac{m}{\alpha} \quad \dots(4.3)$$

अशा प्रकारे मॅग्नेटायझेशनाची इंटेंसिटी म्हणजे मॅग्नेटिक पदार्थाच्या प्रति युनिट फील्डमधील पोलची स्ट्रेन्थ.  $n$  टर्न प्रति युनिट लांबीच्या सोलेनॉइडमध्ये, मॅग्नेटायझेशन खालील प्रकारे असेल,

$$M = \frac{nI\alpha}{\alpha} = nI \quad \dots(4.4)$$

त्याचे SI युनिट A/m आहे आणि CGS युनिट  $Oe$  (मॅग्नेटिक फील्डच्या इंटेंसिटी सारखे) आहे.

#### 4.4 मॅग्नेटिक संवेदनशीलता (Magnetic Susceptibility)

मॅग्नेटिक संवेदनशीलता म्हणजे कोणत्याही लागू केलेल्या मॅग्नेटिक फील्डमध्ये पदार्थ किती प्रमाणात मॅग्नेटिक होईल याचे मोजमाप. हे मॅग्नेटायझेशनचे प्रमाण म्हणून परिभाषित केले जाऊ शकते,  $\vec{M}$  म्हणजे, मॅग्नेटीक मोमेन्ट प्रति युनिट व्हॉल्यूम आणि तेथे लागू केलेल्या मॅग्नेटिक फील्ड इंटेंसिटी  $\vec{H}$  यांचे गुणोत्तर

समस्थानिक पदार्थासाठी  $\vec{M}$ , आणि  $\vec{H}$  समांतर आहेत आणि संवेदनशीलता म्हणून व्यक्त केली जाते,

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

$$\text{किंवा, } \chi = \frac{M}{H} \quad \dots(4.5)$$

$\chi$  एक स्केलर आहे, ज्याला मॅग्नेटिक संवेदनशीलता म्हणून ओळखले जाते आणि मूलतः एक युनिटलेस (युनिट नसणारी) संख्या (दोन समान प्रमाणांचे गुणोत्तर) आहे. ही मॅग्नेटिक पदार्थाचे गुणधर्म म्हणजेच मॅग्नेटिक पदार्थ किती सहजपणे मॅग्नेटाईझ केले जाऊ शकते हे दाखवते. ग्रॅम-रेणूच्या बाबतीत मोलर संवेदनशीलता  $\chi_m$  परिभाषित करू शकतो.

उदाहरण 4.1

**उदाहरण 4.1:** जर सोलेनॉइड रिकामे असेल तर आत मॅग्नेटिक फील्ड  $10^{-3}T$  असते आणि जेव्हा ते लोहाने भरलेले असते तेव्हा  $2T$  असते. तर लोहाच्या रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटीची गणना करा.

**उत्तर:**

इकडे  $M = 2T$  आणि  $H = 10^{-3}T$

तर, लोखंडाची संवेदनशीलता आहे  $\chi = \frac{M}{H} = \frac{2}{10^{-3}} = 2000$ .

अशाप्रकारे, लोखंडाची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी  $\mu_r = 1 + \chi = 1 + 2000 = 2001$ . आहे



**उदाहरण 4.2:** जर माध्यमाची संवेदनशीलता 3.7 असेल, तर निरपेक्ष आणि रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी शोधा.

**उत्तर:**

माध्यमाची संवेदनशीलता  $\chi = 3.7$ . अशी आहे

अशाप्रकारे, माध्यमाची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी  $\mu_r = 1 + \chi = 1 + 3.7 = 4.7$ . आहे.

आणि माध्यमाची निरपेक्ष परमिअॅबिलिटी  $\mu = \mu_r \mu_0 = 4.7 \times 4\pi \times 10^{-7} = 5.9 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$ .

उदाहरण 4.2

**उदाहरण 4.3:** जर पदार्थाची जास्तीतजास्त परमिअॅबिलिटी  $0.15 \times 10^{-2} \text{ N/A}^2$  असेल तर रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी आणि पदार्थाच्या संवेदनशीलतेची गणना करा.

**उत्तर:**

दिले,  $0.15 \text{ N/A}^2$  and  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ .

अशाप्रकारे, पदार्थाची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी खालील प्रकारे काढता येईल.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.15 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7}} = 11.94 \times 10^2$$

आणि पदार्थाची संवेदनशीलता  $\chi = \mu_r - 1 = 11.94 \times 10^2 - 1 = 1193$ .

उदाहरण 4.3

**उदाहरण 4.4:** धातूच्या मिश्रधातूच्या बारसाठी मॅग्नेटायझेशन आहे जेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड  $200 \text{ A/m}$  असते तेव्हा मिश्रधातूमध्ये मॅग्नेटिक संवेदनशीलता आणि मॅग्नेटिक इंडक्शन शोधा.

**उत्तर:**

इथे  $M = 1.2 \times 10^6 \text{ A/m}$  आणि  $H = 200 \text{ A/m}$ .

अशाप्रकारे, मॅग्नेटिक संवेदनशीलता  $\chi = \frac{M}{H} = \frac{1.2 \times 10^6}{200} = 6000$ .

आणि मिश्रधातूमधील मॅग्नेटिक इंडक्शन आहे  $B = \mu H = \mu_0 (1 + \chi) H$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \times (1 + 6000) \times 200 = 1.507 \text{ T}.$$

उदाहरण 4.4

**उदाहरण 4.5:** लोखंडाच्या बारमध्ये  $1000 \text{ A/m}$  चे मॅग्नेटिक फील्ड  $10^5 \text{ Wb}$  मॅग्नेटिक फ्लक्स तयार करते  $2.0 \text{ cm}^2$  क्रॉससेक्शनल एरियाच्या बारची संवेदनशीलता आणि परमिअॅबिलिटी शोधा.

**उत्तर:**

दिलेले,  $H = 1000 \text{ A/m}$ ,  $\phi = 10^5 \text{ Wb}$  आणि  $A = 0.2 \text{ cm}^2 = 0.00002 \text{ m}^2$

उदाहरण 4.5

$$\text{तर, } B = \frac{\phi}{A} = \frac{10^{-5}}{0.00002} = 0.5 \text{ Wb/m}^2.$$

$$\text{तर, बारची परमिअॅबिलिटी आहे } \mu = \frac{B}{H} = \frac{0.5}{1000} = 5 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2.$$

$$\text{आणि बारची संवेदनशीलता आहे } \chi = \frac{\mu}{\mu_0} - 1 = \frac{5 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}} - 1 = 397.1.$$

**उदाहरण 4.6:** 5 cm लांबी 2m<sup>2</sup> क्रॉससेक्शनल फील्ड असलेल्या लोखंडाच्या नमुन्यात 1000A/m<sup>2</sup> चा मॅग्नेटीक मोमेन्ट विकसित करतो. मॅग्नेटिक फील्डची इंटेन्सिटी 10<sup>6</sup>A/m असल्यास मॅग्नेटायझेशन आणि मॅग्नेटिक इंडक्शनची इंटेन्सिटी शोधा.

**उत्तर:**

दिलेला, नमुन्याचा मॅग्नेटीक मोमेन्ट ( $\mu$ ) = 1000A/m<sup>2</sup>, नमुन्याची लांबी (l) = 5cm, नमुन्याचा क्रॉससेक्शनल एरिया (A) = 2m<sup>2</sup> आणि मॅग्नेटायझेशन फील्ड (H) = 10<sup>6</sup>A/m

अशाप्रकारे, नमुन्याचे व्हॉल्युम  $V = lA = 5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-4} = 10^{-5} \text{ m}^3$ .

$$\text{तर, मॅग्नेटायझेशनाची इंटेन्सिटी, } M = \frac{\mu}{V} = \frac{1000}{10^{-5}} = 10^8 \text{ A/m},$$

$$\text{तर, नमुन्याची संवेदनशीलता : } \chi = \frac{M}{H} = \frac{10^8}{10^6} = 10^2 \text{ A/m}$$

$$\text{आणि नमुन्याची परमिअॅबिलिटी : } \mu = \mu_0(1 + \chi) = 4\pi \times 10^{-7}(1 + 10^2) = 1.27 \times 10^{-4}$$

$$\text{अशाप्रकारे, मॅग्नेटिक इंडक्शन आहे } B = \mu H = 1.27 \times 10^{-4} \times 10^6 = 0.0127 \text{ T}.$$

उदाहरण 4.6

#### 4.5 B, H आणि M मध्ये संबंध (Relation among B, H and M)

परमिअॅबिलिटी ( $\mu = \mu_0 \mu_r$ ) असलेल्या कोणत्याही माध्यमासाठी, मॅग्नेटिक इंडक्शन B आणि मॅग्नेटिक फील्डची इंटेन्सिटी H संबंधित असतात:

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r H + \mu_0 H - \mu_0 H \quad [\text{जिथे रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी आहे}]$$

$$\text{किंवा, } B = \mu_0 H + \mu_0 H (\mu_r - 1) = \mu_0 H + \mu_0 \chi H$$

$$= \mu_0 H + \mu_0 M \quad [\text{जिथे } M = \chi H \text{ मॅग्नेटायझेशन आहे}]$$

$$\text{किंवा, } \vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H}) \quad \dots(4.6) \text{ (a)}$$

$$\text{जिथे, } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \dots(4.6) \text{ (b)}$$

**उदाहरण 4.7:** जर मॅग्नेटिक फील्डची इंटेंसिटी 106A/m आणि संवेदनशीलता  $10^{-3}$  असेल, मॅग्नेटायझेशन फील्ड आणि फ्लक्स डेन्सिटी मोजा.

**उत्तर:**

इथे,  $H = 106 \text{ A/m}$  and  $\chi = 10^{-3}$ .

तर, मॅग्नेटायझेशन फील्ड आहे  $M = \chi H = 10^{-3} \times 10^6 = 10^3 \text{ A/m}$ .

आणि फ्लक्स डेन्सिटी आहे  $B = \mu_0 (M + H) = 4\pi \times 10^{-7} \times (10^3 + 10^6) = 1.26 \text{ T}$ .

उदाहरण 4.7

**उदाहरण 4.8:** मॅग्नेटिक फील्डची इंटेंसिटी 106A/m असल्यास नमुन्याच्या मॅग्नेटिक इंडक्शनची गणना करा आणि नमुन्याच्या पदार्थाची संवेदनशीलता  $10^{-4}$  आहे.

**उत्तर:**

मॅग्नेटिक फील्डची इंटेंसिटी 106A/m आणि नमुना पदार्थाची संवेदनशीलता  $10^{-4}$ .

अशाप्रकारे मॅग्नेटायझेशनची इंटेंसिटी,  $M = \chi H = 10^{-4} \times 10^6 = 10^2 \text{ A/m}$ .

आणि मॅग्नेटिक इंडक्शन  $B = \mu_0 (H + M) = 4\pi \times 10^{-7} \times (10^6 + 10^2) = 1.256 \text{ T}$ .

उदाहरण 4.8

#### 4.6 मॅग्नेटिक पदार्थाचे वर्गीकरण (Classifications of magnetic materials)

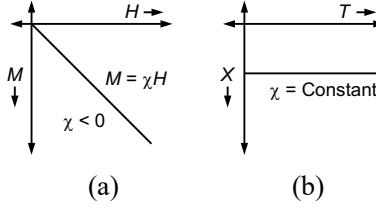
इलेक्ट्रॉन आणि प्रोटॉनचे बनलेले सर्व पदार्थ काही प्रकारचे मॅग्नेटिक वर्तन दर्शवतात. ही मॅग्नेटिक उत्पत्ती इलेक्ट्रॉनच्या कक्षीय गती आणि स्पिनमुळे आणि त्यांच्या परस्पर इंटरअॅक्शनमुळे पदार्थात होते. वैयक्तिक किंवा अणूचा समूह लागू केलेल्या मॅग्नेटिक फील्डच्या दिशेने मॅग्नेटिक डायपोल म्हणून प्रभावीपणे वागतात. अशा सर्व डायपोलचा निव्वळ परिणाम (net effect) पदार्थात मॅग्नेटिक वर्तन विकसित करतो. पदार्थाचे मॅग्नेटिक गुणधर्म खालील पाच श्रेणींमध्ये विभागले जाऊ शकतात:

- (i) डायमॅग्नेटिझम,
- (ii) पैरामॅग्नेटायझेशन,
- (iii) फेरोमॅग्नेटिझम,
- (iv) ॲन्टीफेरोमॅग्नेटिझम आणि
- (v) फेरीमॅग्नेटिझम.

पहिल्या दोन श्रेणीतील साहित्य कोणतेही सामूहिक इंटरअॅक्शन दाखवत नाही. ते मॅग्नेटिकली विशिष्ट पद्धतीने रचलेले नसतात. दुसरीकडे, एका विशिष्ट तापमानापेक्षा कमी तापमानावर शेवटचे तीन मॅग्नेटिक पदार्थ मॅग्नेटिकली विशिष्ट पद्धतीने रचलेले असतात. हे तापमान क्रिटिकल तापमान म्हणून ओळखले जाते. सामान्यतः फेरोमॅग्नेटिक आणि फेरीमॅग्नेटिक पदार्थांना मॅग्नेटिक (लोहासारखे) मानले जाते. उर्वरित तीन श्रेणी इतक्या कमी मॅग्नेटिक आहेत की त्यांना सामान्यतः नॉन-मॅग्नेटिक म्हटले जाते.

#### 4.6.1 डायमॅग्नेटिझम (Diamagnetism)

डायमॅग्नेटिक पदार्थ एकूण शून्य मॅग्नेटीक मोमेन्ट असलेल्या अणूंचे बनलेले असतात. हे यामुळे घडते की सर्व कक्षांमध्ये इलेक्ट्रॉनच्या जोड्या असतात. परंतु फील्ड वापरल्यामुळे तेथे निगेटिव्ह मॅग्नेटायझेशन विकसित होईल जे संवेदनशीलतेला निगेटिव्ह बनवते. आकृती (4.1 (a)) M विरुद्ध H चा ग्राफ दाखवते, ज्यावरून जेव्हा फील्ड शून्य असते तेव्हा मॅग्नेटायझेशन शून्य असते असे म्हणता येते. डायमॅग्नेटिक पदार्थाचे आणखी एक महत्त्वाचे वैशिष्ट्य म्हणजे संवेदनशीलता तापमानावर अवलंबून नसते [आकृती 4.1 (b)], उदा., क्वार्ट्ज ( $\text{SiO}_2$ ), कॅल्साइट ( $\text{CaCO}_3$ ), पाणी, इ.

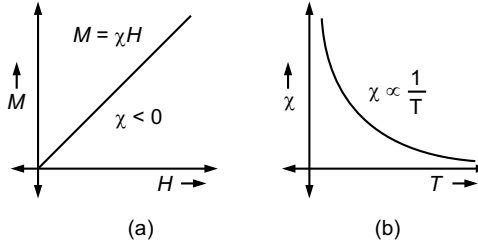


आकृती 4.1: (a) M-H आणि (b)  $\chi$  -T डायमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कर्व्ह

डायमॅग्नेटिक पदार्थाचे गुणधर्म: डायमॅग्नेटिक पदार्थाचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म खाली दिले आहेत.

- या प्रकारच्या पदार्थाची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी एकपेक्षा किंचित कमी आहे.
- या प्रकारच्या पदार्थाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता निगेटिव्ह आहे आणि लागू केलेल्या मॅग्नेटिक फील्डच्या स्ट्रेन्थवर अवलंबून नाही.
- कोणत्याही मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवल्यावर, फील्ड लाईन्स रीपेल होतात.
- या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये कायम डायपोल अनुपस्थित असतात.

#### 4.6.2 पॅरामॅग्नेटिझम (Paramagnetism)



आकृती 4.2: (a) M-H आणि (b)  $\chi$  -T पॅरामॅग्नेटिक पदार्थासाठी कर्व्ह

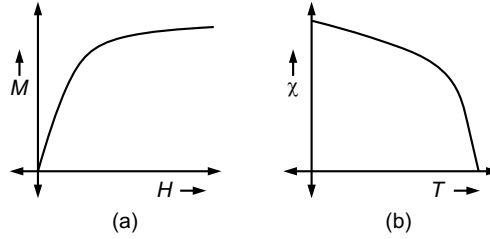
अणू किंवा आयन या श्रेणीमध्ये अंशतः भरलेल्या शेलमध्ये न जोडलेल्या (unpaired) इलेक्ट्रॉनमुळे परिणामी मॅग्नेटीक मोमेन्ट असतो. परंतु वैयक्तिक मॅग्नेटीक मोमेन्टांमध्ये मॅग्नेटिक इंटरअॅक्शनची क्षमता नसते आणि जेव्हा फील्ड काढले जाते तेव्हा मॅग्नेटायझेशन शून्य होते. फील्डच्या उपस्थितीत, फील्डच्या दिशेने अणू मॅग्नेटीक मोमेन्टांचे थोडेसे ओरीएन्टेशन होते, परिणामी निव्वळ पॉझिटिव्ह मॅग्नेटायझेशन आणि पॉझिटिव्ह संवेदनशीलता मिळते (आकृती 4.2).

शिवाय मोमेंट संरेखित करण्यासाठी, फील्डच्या परिणामाला तापमानाच्या प्रभावामुळे विरोध होतो. मॅग्नेटोस्टॅटिक्सच्या क्युरी लॉ चा वापर करून, आपण संवेदनशीलतेचे तापमान अवलंबित्व व्यक्त करू शकतो.

पॅरामॅग्नेटिक पदार्थाचे गुणधर्म: पॅरामॅग्नेटिक पदार्थाचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म आहेत:

- (i) या प्रकारच्या पदार्थाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता पॉझिटिव्ह आहे आणि लागू केलेल्या फील्ड स्ट्रेन्थवर अवलंबून नाही, परंतु तापमानावर अवलंबून असते.
- (ii) या प्रकारच्या पदार्थाची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी 1 पेक्षा किंचित जास्त आहे
- (iii) कोणत्याही मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवल्यास, फील्ड लाईन्समध्ये आकर्षण निर्माण होईल.
- (iv) या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये कायम डायपोल असतात.
- (v) बाह्य मॅग्नेटिक फील्डच्या अनुपस्थितीत, डायपोल वाट्टेल त्या दिशेने विखुरलेले असतात.
- (vi) या प्रकारच्या पदार्थाचे स्पिन ओरीएन्टेशनदेखील विशिष्ट दिशेने नसते.

#### 4.6.3 फेरोमॅग्नेटिझम (Ferromagnetism)



आकृती 4.3: (a)  $M$ - $H$  आणि (b)  $\chi$  - $T$  फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कर्व्ह

या प्रकारचे पदार्थाचे मॅग्नेटिक मोमेंट एकमेकांना समांतर असतात, ज्यामुळे मॅग्नेटिक फील्ड नसतानाही प्रचंड नेट मॅग्नेटायझेशन होते. फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाची दोन वैशिष्ट्ये: i) उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन आणि ii) मॅग्नेटिक ऑर्डरिंग तापमानाचे अस्तित्व.

आकृती 4.3  $M$  vs  $H$  and  $\chi$  vs  $T$  चा ठराविक फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कर्व्ह प्लॉट दाखवते.

फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचे गुणधर्म: फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म आहेत-

1. या प्रकारच्या पदार्थाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता अत्यंत पॉझिटिव्ह आहे आणि ते क्युरी तापमानापेक्षा जास्त तापमानावर पॅरामॅग्नेटिक पदार्थ म्हणून वागतात.
2. या प्रकारच्या पदार्थाची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी एकपेक्षा खूप जास्त आहे.
3. मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवल्यावर मजबूत आकर्षण दिसून येते.
4. या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये हिस्टेरिसिस आहे.
5. या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये अनेक उत्स्फूर्त मॅग्नेटिक डोमेन असतात.
6. या प्रकारच्या पदार्थाचे स्पिन ओरीएन्टेशनदेखील विशिष्ट दिशेने असते.

#### 4.6.4 फेरिमॅग्नेटिझम (Ferrimagnetism)

फेरिमॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये उच्च रेझीस्टीविटी असते. त्यांच्याकडे अॅनिसोट्रोपिक गुणधर्म देखील आहेत. दैनंदिन जीवनात अॅनिसोट्रॉपी बाह्य लागू फील्डमुळे इन्ड्युस (induced) होते. ज्या वेळी लागू केलेले मॅग्नेटिक फील्ड मॅग्नेटिक डायपोलशी संरेखित (align) होते,

तेथे निव्वळ मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंट तयार होतो. यामुळे लागू केलेल्या फील्डद्वारे नियंत्रित केलेल्या फ्रिक्वेन्सीनुसार(frequency) डायपोल (भोवऱ्यांसारखे) डोलतात. ही फ्रिक्वेन्सी लामोर् प्रीसेशन फ्रिक्वेन्सी म्हणून ओळखली जाते ज्याची नंतर चर्चा केली जाईल. ते क्युरी तापमानापेक्षा कमी तापमानावर उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन दाखवतात आणि या तापमानापेक्षा जास्त तापमानावर (पॅरामॅग्नेटिक बेहेव्हायर) मॅग्नेटिक ऑर्डरिंग दाखवत नाही.

तथापि, काही विशिष्ट परिस्थितीत क्युरी तापमानापेक्षा कमी तापमानावर दोन विरोधी मोमेंट समान होतात, ज्यामुळे नेट मॅग्नेटिक मोमेन्ट शून्य होतो. याला मॅग्नेटायझेशन कंपेन्सेशन पॉइंट म्हणून ओळखले जाते. फेरिमॅग्नेटिझममध्ये मॉल्युक्लर मॅग्नेट आढळतात उदाहरणार्थ फेराईट्स. येथे आपण सर्वात जुना माहिती असलेला मॅग्नेटिक पदार्थ मॅग्नेटाइट ( $Fe_3O_4$ ) च्या नावाचा उल्लेख करू शकतो, जो फेरिमॅग्नेट आहे.

फेरिमॅग्नेटिक पदार्थाचे गुणधर्म: फेरिमॅग्नेटिक पदार्थाचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म आहेत-

1. या प्रकारच्या पदार्थाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता अत्यंत पॉझिटिव्ह आहे आणि ते नील (Neel) तापमानाखाली पॅरामॅग्नेटिक पदार्थ म्हणून वागतात.
2. क्युरी तापमानापेक्षा जास्त तापमानावर ते पॅरामॅग्नेटिक बनतात.
3. या प्रकारच्या पदार्थात निव्वळ मॅग्नेटिक मोमेन्ट असतो.
4. या प्रकारच्या पदार्थाचे स्पिन ओरीएन्टेशनदेखील समांतर परंतु विरुद्ध दिशेने असते.

#### 4.6.5 अँटी-फेरोमॅग्नेटिझम (Anti-ferromagnetism)

या पदार्थासाठी अणू किंवा रेणूचे मॅग्नेटिक मोमेन्ट सामान्यतः इलेक्ट्रॉनच्या स्पिनशी संबंधित असतात. विविध सब-लॅटिसवर नियमित पॅटर्नमध्ये अणू स्पिनच्या दिशेने वळलेले असतात, जे उलटसुलट दिशेने असतात. सहसा, अँटी-फेरोमॅग्नेटिक ऑर्डर बऱ्याच कमी तापमानात अस्तित्वात असल्याचे आढळून येते आणि विशिष्ट तापमानावर अदृश्य होते ज्याला नील तापमान म्हणतात. अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी संवेदनशीलता या तापमानावर जास्तीतजास्त असते. जेव्हा आपण या तापमानापेक्षा जास्त तापमान लागू करतो तेव्हा ते पदार्थ सामान्यतः पॅरामॅग्नेटिक बनतात.

कोणत्याही बाह्य लागू फील्डच्या अनुपस्थितीत अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये निव्वळ मॅग्नेटायझेशन शून्य असते. लागू केलेल्या बाह्य मॅग्नेटिक फील्डच्या उपस्थितीत, फेरिमॅग्नेटिक फेजमध्ये फेरिमॅग्नेटिक गुणधर्माचा एक प्रकार प्रदर्शित केला जाऊ शकतो, ज्यामध्ये सब-लॅटिसच्या चुंबकातील एकाचे निरपेक्ष मूल्य इतर सब-लॅटिसपेक्षा भिन्न असते, परिणामी नॉनझीरो निव्वळ मॅग्नेटायझेशन. हे लक्षात घेणे महत्त्वाचे आहे की निव्वळ मॅग्नेटायझेशन अँबसोल्युट झीरो तापमानावर शून्य असावे. हेमेटाइट (Hematite) हे ठराविक अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचे एक चांगले उदाहरण आहे.

अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचे गुणधर्म: फेरो-मॅग्नेटिक पदार्थाचे काही महत्त्वाचे गुणधर्म-

1. या प्रकारच्या पदार्थाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता कमी आणि पॉझिटिव्ह आहे आणि ते मुख्यत्वे तापमानावर अवलंबून असते.
2. क्युरी तापमानापेक्षा कमी तापमानावर संवेदनशीलता तापमानासह वाढते आणि क्युरी तापमानापेक्षा अधिक तापमानावर ती तापमानासह कमी होते.
3. या प्रकारच्या पदार्थाचे स्पिन ओरीएन्टेशनदेखील समांतर पर्यन्त विरुद्ध दिशेने असते.

#### 4.7 कायमस्वरूपी मॅग्नेटिक डायपोल्स (Permanent Magnetic Dipoles)

मॅग्नेटिक पदार्थाचे काही गुणधर्म प्राथमिक चुंबकांच्या उपस्थितीद्वारे निश्चित केले जाऊ शकतात ज्याला कायम मॅग्नेटिक डायपोल म्हणतात. तसेच जर एखाद्या चार्ज केलेल्या कणाला अँगुलर मोमेन्टम असेल तर ते कायम मॅग्नेटिक डायपोलसारखा वागू शकतो. अणूचा एकूण मॅग्नेटिक डायपोल (dipole) मोमेंट म्हणजे i) ऑर्बिटल अँगुलर मोमेन्टम (orbital angular momentum), ii) स्पिन अँगुलर मोमेन्टम (spin angular momentum) आणि iii) अणूमधील इलेक्ट्रॉनचे न्यूक्लियर स्पिन अँगुलर मोमेन्टम (nuclear spin angular momentum).

(i) **ऑर्बिटल अँगुलर मोमेंटम:** अणूच्या कोणत्याही इलेक्ट्रॉनसाठी गती क्वान्टाइझ केले जाते आणि त्याचे वर्णन खालील प्रकारे केले जाऊ शकते:

(a) **प्रिंसिपल क्वांटम नंबर ( $n$ ):** हा पूर्णांक असतो (1, 2, 3, ...). संबंधित इलेक्ट्रॉनिक शेल K, L, M, ...

(b) **अँगुलर मोमेंटम क्वांटम नंबर ( $l$ ):** दिलेल्या  $n$  साठी, हे  $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$  पर्यंत मर्यादित आहे आणि इलेक्ट्रॉन अनुक्रमे s, p, d, f, g, ... इलेक्ट्रॉन. दिलेल्या  $l$  शी संबंधित टोटल अँगुलर मोमेन्टम  $\hbar[l(l + 1)]^{1/2}$ .

(c) **मॅग्नेटिक क्वांटम नंबर ( $m_l$ ):** मॅग्नेटिक फील्डच्या कोणत्याही दिशेला अँगुलर मोमेन्टमचा पोटेन्शियल कांपोनेंट या क्वांटम संख्येने प्राप्त होतो. दिलेल्या  $l$  साठी, ते मर्यादित किमती आहे. दिलेल्या  $m_l$  शी संबंधित टोटल अँगुलर मोमेन्टम  $m_l \hbar$  आहे.

P -इलेक्ट्रॉनसाठी, मॅग्नेटिक फील्डच्या दिशेने अँगुलर मोमेन्टमचे संभाव्य कांपोनेंट खालील प्रकारे आहेत:

$$-\frac{e\hbar}{2m}, 0, \frac{e\hbar}{2m} \text{ क्वांटिटी } \frac{e\hbar}{2m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2 \text{ बोर (Bohr) मॅग्नेटॉन म्हणून ओळखले जाते. हे मॅग्नेटिक मोमेन्टाचे}$$

अॅटोमिक यूनिट म्हणून वापरले जाते आणि  $\mu_B$  द्वारे दर्शविले जाते.

(ii) **स्पिन अँगुलर मोमेंटम:** लागू केलेल्या फील्डच्या दिशेने इलेक्ट्रॉनच्या स्पिनच्या अँगुलर मोमेन्टमचे संभाव्य कांपोनेंट  $\pm \frac{\hbar}{2}$  आहेत जे दोन स्पिन क्वांटम संख्या देतात,  $m_s = \pm \frac{1}{2}$  जे मॅग्नेटिक फील्डच्या दिशेने मॅग्नेटिक मोमेन्टचा कांपोनेंट खालील प्रकारे लिहिता येतो.

$$\mu = g \left( \frac{e}{2m} \right) \frac{\hbar}{2}$$

जेथे  $g$  स्पेक्ट्रोस्कोपिक स्प्लिटिंग फॅक्टर आहे आणि इलेक्ट्रॉनिक स्पिनसाठी  $g = 2.0023$  तर, इलेक्ट्रॉनिक स्पिनसाठी, मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंट ( $\mu$ ) मॅग्नेटिक फील्डच्या दिशेने किंवा विरुद्ध बोर मॅग्नेटॉनच्या जवळपास आहे.

एकूण अँगुलर मोमेन्टम प्राप्त करण्यासाठी ऑर्बिटल आणि स्पिन अँगुलर मोमेन्टम व्हेक्टर एकत्रित केली जाऊ शकते,

जे क्वांटम क्रमांक  $J$  द्वारे निर्धारित केले जाते, दिलेल्या  $l$  साठी, ही किंमत  $J = l \pm \frac{1}{2}$  म्हणून घेतले जाऊ शकते. असंख्य

इलेक्ट्रॉन असलेल्या अणूसाठी, वैयक्तिक ऑर्बिटल आणि स्पिन अँगुलर मोमेन्टमला परिणामी  $l$  आणि  $s$  एकत्र केले जाऊ शकते अशा प्रणालीसाठी समीकरण खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$g = 1 + \frac{J(J + 1) + S(S + 1) - L(L + 1)}{2J(J + 1)} \dots (4.7)$$

**उदाहरण 4.9:**  $2P_{3/2}$  स्टेट मध्ये Lande चा  $g$  फॅक्टर शोधा.

**उत्तर:**

$$2P_{3/2} \text{ स्टेट } L = 1, S = \frac{1}{2}, J = \frac{3}{2}$$

$$\text{म्हणून, } g = 1 + \frac{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) - 1(1+1)}{2\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}$$

$$\text{किंवा, } = 1 + \frac{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) - 1(1+1)}{2\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)}$$

$$g = 1 + \frac{\frac{9}{2} - 2}{\frac{15}{2}} = \frac{4}{3}.$$

उदाहरण 4.9

(iii) न्यूक्लीअर स्पिन अँगुलर मोमेंटम (Nuclear spin angular momentum): न्यूक्लियसचे स्पिनिंग देखील अणूच्या कायम डायपोल मोमेंटला योगदान देते आणि ते खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\mu_n = \frac{eh}{2M} \quad \dots(4.8)$$

जेथे  $M$  हा अणु वस्तुमान आहे. न्यूक्लियसचे वस्तुमान इलेक्ट्रॉनच्या वस्तुमानापेक्षा  $10^3$  पट आहे, इलेक्ट्रॉनिक मॅग्नेटीक मोमेन्ट अँटोमिक मॅग्नेटीक मोमेन्टापेक्षा  $10^3$  पट मोठा आहे.

#### 4.8 हुंडचा नियम (Hund's Rule)

सर्व भरलेले इलेक्ट्रॉनिक शेल अणूच्या मॅग्नेटीक मोमेन्टाला योगदान देत नाहीत आणि ते फक्त अंशतः भरलेल्या इलेक्ट्रॉनिक शेलमुळे उद्भवतात. कोणत्याही दोन इलेक्ट्रॉनमध्ये चारही क्वांटम संख्या एकसारख्या नसतात हे पौलीच्या बहिष्काराचे तत्त्व (Pauli's exclusion principle) लक्षात ठेवून, अशा अणूच्या अपूर्ण शेलसाठी हुंडचा नियम असे म्हणतो:

1. ऑर्बिटल मोमेंटस् एकत्र करून कमाल  $L$  मूल्य देतात
2. बहिष्कृत तत्त्वाशी सुसंगत इलेक्ट्रॉन स्पिनचे  $S$  चे एकत्रित कमाल मूल्य आणि
3. अर्ध्यापेक्षा कमी व्यापलेल्या शेलसाठी  $J = L - S$  आणि अर्ध्याहून अधिक व्यापलेले शेलसाठी  $J = L + S$ .

#### 4.9 लॅन्जेविनचा डायमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत (Langevin's Diamagnetism)

मॅग्नेटिक डायपोलचे मूळ इलेक्ट्रिक प्रवाहांच्या प्रवाहात आहे. विजेच्या सिद्धांतावरून हे सर्वज्ञात आहे की प्लेनमध्ये वाहणारा एक स्थिर लूप करंट एक मॅग्नेटिक फील्ड तयार करतो ज्याचे वर्णन मोठ्या अंतरावर मोमेंटच्या डायपोलमुळे होते,



$$\vec{\mu} = I\vec{S} \quad \dots(4.9)$$

जिथे  $I$  करंट आहे आणि  $\vec{S}$  लूपचे फील्ड आहे. मॅग्नेटिक डायपोलची दिशा लूपच्या प्लेनला लंब असते. हे वापरून, आपण लिज्या  $r$  (आकृती. 4.4) च्या वर्तुळाकार कक्षेत वर्णन केलेल्या इलेक्ट्रॉनशी संबंधित मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंटचा विचार करूया. समजा, इलेक्ट्रॉनची अँग्युलर व्हेलॉसिटी  $\omega_0$  आहे. अशाप्रकारे या प्रकरणात लूप करंट,

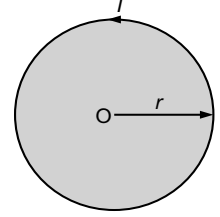
$$I = -\frac{e\omega_0}{2\pi} = -\frac{e}{T} \quad \dots(4.10)$$

जेथे  $T$  हा कालावधी आहे. अशा प्रकारे संबंधित इलेक्ट्रॉन कक्षाचा मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंट आहे,

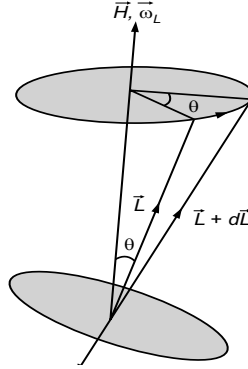
$$\vec{\mu} = -\frac{e}{T} \pi r^2 \hat{n} \quad \dots(4.11)$$

जिथे,  $\pi r^2$  लूप एरिया आहे

$$\text{आता, आपल्याकडे इलेक्ट्रॉनची अँग्युलर मोमेंटम, } \vec{L} = I\vec{\omega}_0 = mr^2 \frac{2\pi}{T} \hat{n} \quad \dots(4.12)$$



आकृती 4.4: इलेक्ट्रॉनिक लिज्याची कक्षा  $r$



आकृती 4.5: लार्मर प्रीक्सेन्सिने  $L$  चे  $H$  भोवती प्रीसेशन

मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंटची इलेक्ट्रॉनच्या अँग्युलर मोमेंटमशी तुलना करून

$$\vec{\mu} = -\frac{e\vec{L}}{2m} \quad \left[ \because \frac{\pi r^2}{T} \hat{n} = \frac{\vec{L}}{2m} \right]$$

$$\text{किंवा, } \vec{\mu} = g\vec{L} \quad \dots(4.13)$$

जिथे  $g = -\frac{e}{2m}$  ह्याला गायरोमॅग्नेटिक रेशो (gyromagnetic ratio) म्हणून ओळखले जाते

आता आपण अणूमध्ये इलेक्ट्रॉनच्या गतीवर मॅग्नेटिक फील्डच्या प्रभावाचा परिमाणवाचक विचार करूया. अँग्युलर मोमेंटम व्हेक्टरसाठी मॅग्नेटिक फील्डशी संबंधित एक कोणतीही दिशा विचारात घेऊया, त्यासाठी मॅग्नेटिक मोमेंट खालील प्रकारे व्यक्त करू शकतो,

$$\vec{\mu} = -\frac{e\vec{L}}{2m} \quad \dots(4.14)$$

हा मॅग्नेटीक मोमेन्ट डायपोल वर टॉर्क तयार करेल, जेणेकरून न्यूटोनियन मेकॅनिक्सनुसार आपण लिहू शकतो,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \times \vec{B} = -\vec{L} \times \frac{e}{2m} \vec{B} = \vec{\omega}_L \times \vec{L} \quad \dots(4.15)$$

हे व्हेक्टरच्या गतीचे समीकरण आहे, जो भोवती खालील अँगुलर फ्रीक्वेन्सिने प्रीसेस करत आहे (आकृती 4.5),

$$\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m} \vec{B} \quad \dots(4.16)$$

जिथे  $\omega_L$  ला लार्मर फ्रीक्वेन्सी (Larmor frequency) म्हणतात. वर म्हटल्याप्रमाणे पूर्वस्थितीसाठी, आकृती. 4.5 पासून आपल्याकडे आहे,

$$dL = L \sin \theta d\theta = L \sin \theta \omega_L dt$$

$$\frac{dL}{dt} = \omega_L L \sin \theta = \left| \vec{\omega}_L \times \vec{L} \right| \quad \dots(4.17)$$

बाह्य फील्डमध्ये, कक्षाचे प्लेन स्थिर नसते, परंतु ते भोवती प्रीसेस करत असते. इलेक्ट्रॉनच्या चार्जचा परिणाम म्हणून, प्रीसेशन एक इन्ड्युस्ड (induced) मॅग्नेटीक मोमेन्ट तयार करते, ज्याचा कांपोनेंट  $\vec{B}$  च्या विरुद्ध असतो.

इन्ड्युस्ड (induced) मॅग्नेटीक मोमेन्ट खालील समीकरणद्वारे दिले जाते,

$$\vec{\mu}_{in} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_{in} = -\frac{e}{2m} I \vec{\omega}_L = -\frac{e}{2m} m \rho^{-2} \frac{e}{2m} \vec{B}$$

$$\text{किंवा, } \vec{\mu}_{in} = -\frac{\mu_0 e^2}{4m} \rho^{-2} \vec{H} \quad \dots(4.18)$$

जिथे,  $\rho^{-2}$  हा  $\vec{H} (= \vec{B} / \mu_0)$  ला लंब असलेल्या प्लेनवरील कक्षाच्या प्रोजेक्शनच्या त्रिज्याच्या वर्गाच्या सरासरी एवढा असतो.

स्फेरिकल चार्ज डिस्ट्रिब्युशनसाठी,  $\bar{x}^2 = \bar{y}^2 = \bar{z}^2$

पुढे,  $\bar{r}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2$  आणि  $\bar{\rho}^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2$

$$\bar{r}^2 = \frac{3\bar{\rho}^2}{2} \quad (\text{स्फेरिकल सिमेट्री साठी}) \quad \dots(4.19)$$

म्हणून इन्ड्युस्ड (induced) मॅग्नेटीक मोमेन्ट,

$$\vec{\mu}_{in} = -\frac{\mu_0 e^2}{4m} \frac{2\bar{r}^2}{3} \vec{H} = -\frac{\mu_0 e^2 \bar{r}^2}{6m} \vec{H} \quad \dots(4.20)$$

अशाप्रकारे इन्ड्युस्ड (induced) डायमॅग्नेटिक मोमेंट हे ला प्रपोर्शनल आणि त्याच्या विरुद्ध आहे असल्याचे आढळले आहे. जेव्हा हि प्रोसेस घन N अणू/m<sup>3</sup> पर्यंत विस्तारित केली जाते, प्रत्येक अणू जे Z इलेक्ट्रॉन असतात, तेव्हा आपल्याला डायमॅग्नेटिक संवेदनशीलता मिळते, म्हणजे इन्ड्युस्ड (induced) मोमेंट प्रति युनिट व्हॉल्यूम (m<sup>3</sup>) प्रति युनिट मॅग्नेटिक फील्ड,

$$\chi_{dia} = -\frac{N \mu_0 Z e^2}{6m} \bar{r}^2 \quad \dots(4.21)$$

एक इलेक्ट्रॉन साठी, = 0.1 nm आणि N = 5 × 10<sup>28</sup> / m<sup>3</sup>,  $\chi_{dia} = -3 \times 10^{-6}$ .

आकृती (4.21) डायमॅग्नेटिझमसाठी लॅन्जेविन समीकरण (Langevin equation) म्हणून ओळखले जाते. या समीकरणातून हे स्पष्ट होते की

1.  $\chi_{dia}$  मध्ये अणूंचे बाह्य इलेक्ट्रॉन सर्वात मोठे योगदान देतात कारण  $\chi_{dia} \propto r^{-2}$ ,
2. अणूंची संख्येनुसार  $\chi_{dia}$  वाढते,
3.  $\chi_{dia}$  नेहमी निगेटिव्ह असते आणि तापमानापासून स्वतंत्र असते.
4. बाह्य मॅग्नेटिक फील्डच्या इनटेन्सिटी पासून  $\chi_{dia}$  स्वतंत्र आहे.

**उदाहरण 4.10:** जर 4 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळाकार वळणात 100 mA चा करंट असेल तर त्याच्याशी संबंधित मॅग्नेटिक मोमेन्टची गणना करा.

**उत्तर:**

येथे,  $r = 4 \text{ cm}$  आणि  $I = 100 \text{ mA}$

अशा प्रकारे, लूपशी संबंधित मॅग्नेटिक मोमेन्ट,

$$\mu = IA = \pi r^2 I = 3.14 \times (0.04)^2 \times 100 \times 10^{-3} = 5.024 \times 10^{-4} \text{ Am}^2.$$

उदाहरण 4.10

**उदाहरण 4.11:**  $\bar{r} = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$  आणि  $N = 5 \times 10^{28} / \text{m}^3$  गृहीत धरून हायड्रोजन अणूची संवेदनशीलता निश्चित करा

**उत्तर:**

येथे  $N = 5 \times 10^{28} / \text{m}^3$ ,  $\bar{r} = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ ,  $Z = 1$

खालील प्रकारे हायड्रोजन अणूची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता दिली जाते

$$\begin{aligned} \chi_H &= -\frac{N \mu_0 Z e^2}{6m} \bar{r}^{-2} \\ &= -\frac{5 \times 10^{28} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{6 \times 9.1 \times 10^{-31}} \times (5.3 \times 10^{-11})^2 = -8.27 \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

उदाहरण 4.11

#### 4.10 पॅरामेग्नेटिझमची लॅन्जेव्हिन्स थेअरी (Langevin's Theory of Paramagnetism)

1905 मध्ये लॅन्जेव्हिन्सने प्रस्तावित केलेल्या पॅरामेग्नेटिझमच्या क्वांटम सिद्धांतानुसार, दिलेल्या अणू किंवा आयनचा कायमचा मॅग्नेटिक मोमेन्ट मुक्तपणे फिरत नाही परंतु लागू केलेल्या फील्डशी संबंधित ओरिएन्टेशन विशिष्ट दिशेतच मर्यादित असतो. आपण  $N$  अणू असलेले माध्यम विचारात घेऊया, प्रत्येक अणूची एकूण टोटल ॲंगुलर मोमेन्टम क्वांटम नंबर  $J$  आहे. त्यानुसार मॅग्नेटिक मोमेन्ट,

$$\mu = g \mu_B M_J \quad \dots(4.22)$$

जिथे  $M_J = J, (J-1), (J-2), \dots, -J$ .

येथे  $M_J$  मॅग्नेटिक क्वांटम संख्या आहे जी  $J$  शी संबंधित आहे.

मॅग्नेटिक डायपोलच्या पोटेंशियल एनर्जीचा कांपोनेंट  $\mu = g\mu_B M_J$

H दिशेने  $= -g\mu_B M_J H$ .

तर, सांख्यिकीय यांत्रिकी (statistical mechanics) नुसार, मॅग्नेटाइझेशन,

$$M = \sum_J N P_J \mu_J \quad \dots(4.23)$$

जेथे  $N$  कणांची एकूण संख्या आहे आणि  $P_J$  हि प्रोबॅबिलिटी डिस्ट्रिब्युशन म्हणजे,

$$P_J = \frac{e^{-E_J/kT}}{\sum_J e^{-E_J/kT}} \quad \dots(4.24)$$

अशा प्रकारे आपल्याकडे मॅग्नेटाइझेशन प्रति युनिट व्हॉल्यूम,

$$M = Ng\mu_B \frac{\sum_{-J}^{+J} M_J e^{-E_J/kT}}{\sum_{-J}^{+J} e^{-E_J/kT}} \quad [\because \mu_J = g\mu_B M_J] \quad \dots(4.25)$$

जिथे

$$E_J = -M_J g\mu_B H \quad \dots(4.26)$$

$$M = Ng\mu_B \frac{\sum_{-J}^{+J} M_J e^{\frac{g\mu_B M_J H}{kT}}}{\sum_{-J}^{+J} e^{\frac{g\mu_B M_J H}{kT}}} \quad \dots(4.27)$$

आता दोन प्रकरणे उद्भवू शकतात:

**Case I:** जेव्हा  $g\mu_B M_J H \ll kT$

या स्थितीत समीकरण (4.27) मधील घातांक  $e^{\frac{g\mu_B M_J H}{kT}} = 1 + \frac{g\mu_B M_J H}{kT}$  अंदाजे असू शकतात [मध्यम तापमान

आणि फील्डसाठी] आणि आपण मॅग्नेटाइझेशन प्रति युनिट व्हॉल्यूम शोधू शकतो

$$\begin{aligned} M &= Ng\mu_B \frac{\sum_{-J}^{+J} M_J \left(1 + \frac{g\mu_B M_J H}{kT}\right)}{\sum_{-J}^{+J} \left(1 + \frac{g\mu_B M_J H}{kT}\right)} = Ng\mu_B \frac{g\mu_B H}{kT} \frac{\sum_{-J}^{+J} M_J^2}{2J+1} \\ &= \frac{Ng^2 \mu_B^2 H}{kT} \frac{J(J+1)(2J+1)}{3(2J+1)} \quad \left[ \because \sum_{-J}^{+J} M_J^2 = 2 \sum_0^J M_J^2 = 2 \frac{J(J+1)(2J+1)}{6} = \frac{J(J+1)(2J+1)}{3} \right] \end{aligned}$$

$$\text{किंवा, } M = \frac{Ng^2 \mu_B^2 J(J+1)H}{3kT} \quad \dots(4.28)$$

अशा प्रकारे, आपल्याला पॅरामॅग्नेटिक संवेदनशीलता मिळते,

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{Ng^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3kT} = \frac{N\mu_J^2}{3kT} \quad \dots(4.29)$$

$$\text{जिथे, } \mu_J^2 = g^2 \mu_B^2 J(J+1) \quad \dots(4.30)$$

$$\text{किंवा, } \chi = \frac{C}{T} \quad \dots(4.31)$$

$$\text{जिथे, } C = \frac{N\mu_J^2}{3k} \quad \dots(4.32)$$

हा कॉन्स्टंट म्हणून क्युरी कॉन्स्टंट (Curie constant) नावाने ओळखला जातो. समीकरण (4.31) शास्त्रीय परिणामांसारखाच आहे आणि सुप्रसिद्ध क्युरी नियम आहे आणि तो म्हणतो की पॅरामॅग्नेटिक पदार्थाची संवेदनशीलता पूर्ण तापमानाप्रमाणे व्यस्त प्रमाणात बदलते.

एकूण मॅग्नेटिक मोमेन्ट  $\mu_J$  हे  $J$  शी संबंधित आहे, आणि ते खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\mu_J^2 = g^2 \mu_B^2 J(J+1) = p_{eff}^2 \mu_B^2 \quad \dots(4.33)$$

$$\text{जिथे } p_{eff}^2 = g^2 J(J+1) \quad \dots(4.34)$$

अशाप्रकारे आपण लक्षात घेतो की क्युरीचा नियम असलेल्या श्रेणीतील संवेदनशीलतेच्या मोजमापांमधून, बोहर मॅग्नेटॉनची (Bohr magnetons) प्रभावी संख्या निश्चित करणे शक्य आहे

$$p_{eff} = g\sqrt{J(J+1)} \quad \dots(4.35)$$

हा एक सैद्धांतिक परिणाम आहे. प्रायोगिकदृष्ट्या,

$$\chi = \frac{N\mu_J^2}{3kT} = \frac{Np_{eff}^2 \mu_B^2}{3kT} \quad \dots(4.36)$$

$$p_{eff} = \sqrt{\frac{3kT\chi}{N}} \frac{1}{\mu_B} \quad \dots(4.37)$$

**Case II:** जेव्हा  $g\mu_B M_J H > kT$

या स्थितीत अर्थात, कमी तापमान आणि तीव्र मॅग्नेटिक फील्डवर, आपल्याला मॅग्नेटायझेशन प्रति युनिट व्हॉल्यूम,

$$M = Ng\mu_B \frac{\sum_{-J}^{+J} M_J e^{\frac{g\mu_B M_J H}{kT}}}{\sum_{-J}^{+J} e^{\frac{g\mu_B M_J H}{kT}}}$$

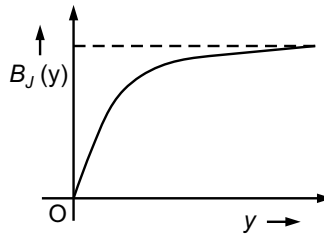
$$\text{समजा, } \frac{g\mu_B H}{kT} = x$$

$$\begin{aligned}
 \text{तर, } M &= Ng\mu_B \frac{\sum_{-J}^{+J} M_J e^{M_J x}}{\sum_{-J}^{+J} e^{M_J x}} = Ng\mu_B \frac{d}{dx} \ln \sum_{-J}^{+J} e^{M_J x} \\
 &= Ng\mu_B \frac{d}{dx} \ln \left[ e^{Jx} + e^{(J-1)x} + \dots + e^{-Jx} \right] \\
 &= Ng\mu_B \frac{d}{dx} \ln \left[ e^{Jx} \left\{ 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots + e^{-2Jx} \right\} \right] \\
 &= Ng\mu_B \frac{d}{dx} \ln \left[ e^{Jx} \frac{1 - (e^{-x})^{2J+1}}{1 - e^{-x}} \right] = Ng\mu_B \frac{d}{dx} \ln \left[ \frac{e^{\left(J+\frac{1}{2}\right)x} - e^{-\left(J+\frac{1}{2}\right)x}}{e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}} \right] \\
 &= Ng\mu_B \frac{d}{dx} \ln \left[ \frac{\sinh \left( J + \frac{1}{2} \right) x}{\sinh x} \right] = Ng\mu_B \left[ \left( J + \frac{1}{2} \right) \coth \left( J + \frac{1}{2} \right) x - \frac{1}{2} \coth \frac{x}{2} \right] \\
 &= Ng\mu_B J \left[ \frac{2J+1}{2J} \coth \left( \frac{2J+1}{2} \right) x - \frac{1}{2J} \coth \frac{x}{2} \right] \\
 &= Ng\mu_B J \left[ \frac{2J+1}{2J} \coth \left( \frac{2J+1}{2J} \right) xJ - \frac{1}{2J} \coth \frac{xJ}{2J} \right] \\
 &= Ng\mu_B J \left[ \frac{2J+1}{2J} \coth \left( \frac{2J+1}{2J} \right) y - \frac{1}{2J} \coth \frac{y}{2J} \right]
 \end{aligned}$$

किंवा,  $M = Ng\mu_B JB_J(y)$  ... (4.38)

जिथे,  $y = xJ = \frac{g\mu_B HJ}{kT}$  ... (4.39)

येथे  $B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \coth \left( \frac{2J+1}{2J} \right) y - \frac{1}{2J} \coth \frac{y}{2J}$  ... (4.40)



आकृती 4.6:  $B_J(y)$  -  $y$  कव्ह

हे ब्रिलॉइन फंक्शन (Brillouin function) आहे. आकृती. 4.6 y नुसार या फंक्शनचा प्लॉट दर्शवते.

जसे  $y \rightarrow \infty$  (i.e.,  $T \rightarrow 0, H \rightarrow \infty, J \rightarrow \infty$ )

$$B_J(y) \rightarrow 1$$

आणि आपल्याला मिळेल,

$$M = Ng \mu_B J = N \mu_J = M_S \quad \dots(4.41)$$

या स्थितीत सर्व डायपोल मॅग्नेटिक फील्डशी समांतर असतात. पदार्थांमध्ये संबंधित मॅग्नेटायझेशन MS ला सॅच्युरेशन मॅग्नेटायझेशन (saturation magnetization) म्हणतात.

**फेल्युअर ऑफ लॅंजेव्हिन्स थेअरी ऑफ पॅरामेग्नेटिझमचे (Failure of Langevin's theory of paramagnetism):**

लॅंजेव्हिनचा पॅरामॅग्नेटिझमचा सिद्धांत असे गृहीत धरतो की डायपोल मोठ्या अंतरावर आहेत जेणेकरून त्यांच्यात नगण्य इंटरअॅक्शन आहे. तर, हा सिद्धांत पॅरामॅग्नेटिक डायपोलच्या मोठ्या इंटरअॅक्शनचे स्पष्टीकरण करण्यात अपयशी ठरतो आणि म्हणूनच पॅरामॅग्नेटिक संवेदनशीलतेचे जटिल तापमान अवलंबित्व. नंतर वीसने (Weiss) त्याच्या मॉल्युक्लर फील्डच्या सिद्धांतासह लॅंजेव्हिनचा सिद्धांत सुधारित केला.



**उदाहरण 4.12:** एका पॅरामॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये  $10^{28}$  atoms/m<sup>3</sup> आहेत. 330 K ला त्याची संवेदनशीलता  $3.7 \times 10^{-4}$  आहे. तर 300 K वर संवेदनशीलतेची गणना करा.

**उत्तर:**

$$\text{Curie law वरून आपल्याकडे, } \frac{\chi_1}{\chi_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{येथे, } T_1 = 330\text{K, } T_2 = 300\text{K and } \chi_1 = 3.7 \times 10^{-4}.$$

$$\chi_2 = \frac{T_1}{T_2} \chi_1 = \frac{330}{300} \times 3.7 \times 10^{-4}$$

$$\text{म्हणून, } = 4.07 \times 10^{-4}.$$

उदाहरण 4.12

**उदाहरण 4.13:** Gd+3 (4f7 5s2 5p6) साठी प्रभावी बोहर मॅग्नेटॉनची (Bohr magneton) गणना करा.

**उत्तर:**

$$\text{येथे, } L = 0 \text{ आणि } J = L + S = S = 7/2$$

अशाप्रकारे, प्रभावी बोहर मॅग्नेट Gd+3 साठी आहे,

$$p_{eff} = g \sqrt{J(J+1)}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{7}{2} \times \frac{9}{2}} = 7.94.$$

उदाहरण 4.13

**उदाहरण 4.14:** एक आयन साठी एकूण मॅग्नेटिक मोमेंट शोधा  $2P_{1/2}$  state.

**उत्तर:**

$$2P_{1/2} \text{ स्टेट साठी, } L = 1, S = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2}.$$

$$\text{म्हणून, } g = 1 + \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) - 1(1+1)}{2 \times \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} = 1 + \frac{\frac{3}{2} - 2}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}.$$

तर, एकूण मॅग्नेटिक मोमेंट

$$\mu_J = \mu_{eff} \mu_B = g \sqrt{J(J+1)} \mu_B$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}} \times 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2 = 16.05 \times 10^{-24} \text{ Am}^2.$$

उदाहरण 4.14

#### 4.11 क्युरी-वीस लॉ (Curie-Weiss Law)

1907 मध्ये वीसने लॅंजेव्हिन सिद्धांत (Langevin theory) सुधारित केला की प्रभावी मॅग्नेटिक फील्ड हे बाह्यरित्या लागू केलेले मॅग्नेटिक फील्ड  $H$  असते, जे रेणूना जोडते आणि अंतर्गत किंवा मॉल्युक्लर फील्ड  $H_{int}$  जे शेजारच्या अॅटोमिक डायपोलमधील इंटरअॅक्शनमुळे होते. वीसने असेही गृहीत धरले की फील्ड  $H_{int}$  मॅग्नेटाइझेशन  $M$  च्या प्रमाणात आहे, म्हणजे,

$$H_T = H_{ext} + H_{int} = H + N_W M \quad \dots(4.42)$$

जिथे,  $N_W$  हा Weiss कॉन्स्टन्ट आहे.

अशाप्रकारे मॅग्नेटाइझेशन,

$$M = \frac{C}{T} H_T = \frac{C[H + N_W M]}{T} \quad \dots(4.43)$$

$$\text{किंवा, } M \left[ 1 - \frac{CN_W}{T} \right] = \frac{C}{T} H$$

$$\text{तर, संवेदनशीलता } \chi = \frac{M}{H} = \frac{\frac{C}{T}}{\left[ 1 - \frac{CN_W}{T} \right]} = \frac{C}{T - CN_W}$$

$$\text{किंवा, } \chi = \frac{C}{T - \theta} \quad \dots(4.44)$$

जिथे  $\theta = CN_W$  पैरामॅग्नेटिक क्युरी तापमान आहे.



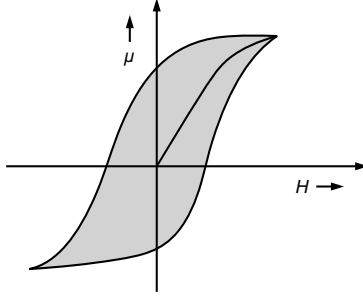
for more on  
Curie Weiss law



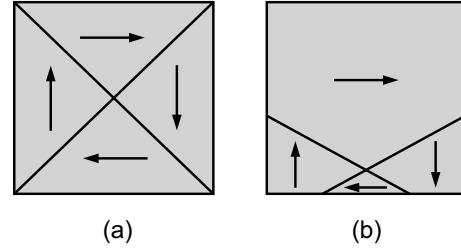
हे असे तापमान आहे ज्याच्या खाली पॅरामॅग्नेटिक पदार्थ डायमॅग्नेटिक पदार्थाप्रमाणे वागतो आणि पॅरामॅग्नेटिक पदार्थाची संवेदनशीलता निगेटिव्ह होते. समीकरण (4.44) क्युरी-वीस पॅरामॅग्नेटिझमचा लॉ म्हणून ओळखला जातो. क्युरी तापमानापेक्षा जास्त असताना हे पॅरामॅग्नेटिक पदार्थासाठी लागू आहे.

#### 4.12 फेरोमॅग्नेटिक मटेरियल्स (Ferromagnetic Materials)

फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये, मॅग्नेटायझेशन विरुद्ध मॅग्नेटिक फील्ड संबंध हिस्टेरिसिस दर्शविते (आकृती. 4.7). फेरोमॅग्नेटिक डोमेन आकृती 4.8 मध्ये स्पष्ट केले आहे. हे लक्षात घेतले जाऊ शकते की फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ बाह्य मॅग्नेटिक फील्ड काढून टाकल्यानंतरही मॅग्नेटायझेशन टिकवून ठेवू शकते. या प्रकारचे पदार्थ मॅग्नेटायझेशनची उच्च इंटेंसिटी दर्शवतात.  $Fe$ ,  $Ni$ ,  $Co$ ,  $Gd$  आणि  $Dy$  फेरोमॅग्नेटिक आहेत जरी फेरोमॅग्नेटिक मिश्र आणि ऑक्साईड तुलनेने मोठ्या प्रमाणात आहेत. या प्रकारच्या पदार्थांची संवेदनशीलता मॅग्नेटिक फील्ड आणि परिपूर्ण तापमानाचे कार्य आहे. जास्त तापमान  $\theta_f$  ला फेरोमॅग्नेटिक क्युरी तापमान म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या, उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन नाहीसे होते आणि पदार्थ पॅरामॅग्नेटिक बनते.



आकृती 4.7:  $\mu$ -फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी एच (हिस्टेरिसिस) कर्व्ह



आकृती 4.8: फेरोमॅग्नेटिक डोमेन

क्युरी तापमानापेक्षा खूप जास्त तापमानावर संवेदनशीलता क्युरी-वीस पॅरामॅग्नेटिझमच्या लॉ चे अनुसरण करते,

$$\chi = \frac{C}{T - \theta}$$

जेथे  $C$  हा क्युरी कॉन्स्टंट आहे, तापमान  $\theta$  पॅरामॅग्नेटिक पदार्थासाठी क्युरी तापमान आहे जे साधारणपणे काही अंश  $> \theta_f$  असते .

##### 4.12.1 डोमेन थेअरी (Domain Theory)

फेरोमॅग्नेटिझमचा डोमेन सिद्धांत 1907 मध्ये वीसने मांडलेल्या खालील दोन गृहितकांवर केंद्रित आहे:

- मॅक्रोस्कोपिक परिमाणांच्या फेरोमॅग्नेटिक नमुनामध्ये सामान्यतः अनेक लहान फील्ड्स (domains) असतात जे सहजपणे मॅग्नेटिक असतात; नमुन्याच्या उत्स्फूर्त मॅग्नेटिककरणाची परिमाण प्रत्येक डोमेनच्या मॅग्नेटिक क्षणांच्या व्हेक्टर बेरीजद्वारे निर्धारित केली जाते. या डोमेनच्या अस्तित्वामुळे बाह्य मॅग्नेटिक फील्ड नसतानाही फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ आंतरिकरित्या मॅग्नेटिक असतात. सामान्यतः मॅग्नेटिक पदार्थाचा तुकडा (उदा. लोह) मॅग्नेट म्हणून वागत नाही कारण मॅग्नेटिक डोमेन त्याच्या आत इतक्या व्यवस्थित असतात की त्यांचा प्रभाव तटस्थ होतो परिणामी शून्य निव्वळ मॅग्नेटिक मोमेंट [आकृती 4.8 (a)]. आकृती 4.8 (a) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे, कोणत्याही मॅग्नेटिक फील्डच्या अनुपस्थितीत डोमेनचा आकार समान असतो



for more on  
Magnetic  
Domains

- (ii) जेव्हा लहान मॅग्नेटिक फील्ड लागू केले जाते, तेव्हा डोमेनचा आकार ज्याचे मॅग्नेटिक क्षेत्रासह त्यांचे मॅग्नेटिक अभिमुखता असते ते त्या दिशेने वाढते जे अनुकूल नसतात [आकृती 4.8 (b)]. प्रत्येक डोमेनमध्ये उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन मॉल्युक्लर फील्डच्या अस्तित्वामुळे होते जे अणू द्विध्रुवीचे समांतर संरेखन निर्माण करते ज्यामुळे शून्य नसलेला निव्वळ मॅग्नेटिक मोमेंट निर्माण होतो. जसजसे मॅग्नेटिक फील्डची ताकद आणखी वाढते, सर्व डायपोल एकाच डोमेनमध्ये मॅग्नेटिक फील्डशी समांतर असतात आणि मॅग्नेटायझेशन एका विशिष्ट मॅग्नेटिक फील्डमध्ये सॅच्युरेशन अवस्थेपर्यंत पोहोचते ज्याच्या पलीकडे मॅग्नेटायझेशन वाढत नाही.

#### 4.13 वीस मोलेक्युलर फील्ड थेअरी (Weiss Molecular Field Theory)

फेरोमॅग्नेटिझमच्या मॉल्युक्लर फील्डच्या सिद्धांताच्या व्युत्पत्तीसाठी वीसने खालील दोन गृहितके मांडली:

- (i) डोमेनचे मॅग्नेटिक मोमेंट यादृच्छिकपणे वितरीत केले जातात आणि अशा प्रकारे निव्वळ मूल्य शून्य असू शकते.  
(ii) काही प्रकारचे कमकुवत अंतर्गत मॅग्नेटिक फील्ड आहे जे अणू चुंबकांना एका दिशेने संरेखित करण्यास मदत करते.

उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन म्हणजे एकाच डोमेनमधील अणू द्विध्रुवांमधील सहकार्य म्हणजेच अणूंमध्ये काही प्रकारचे संवाद असणे आवश्यक आहे जे अणू मॅग्नेटिक द्विध्रुवांच्या समांतर संरेखनाची प्रवृत्ती निर्माण करते. उत्स्फूर्त मॅग्नेटिककरणाचे अभूतपूर्व वर्णन प्राप्त करण्यासाठी, वीसने (Weiss) असे गृहीत धरले की दिलेल्या द्विध्रुवावर काम करणारे मॉल्युक्लर फील्ड  $H_T$  स्वरूपात लिहिले जाऊ शकते,

$$H_T = H_{ext} + H_{int} = H_{ext} + N_W M \quad \dots(4.45)$$

जिथे  $H_{ext}$  हे अप्लाईड फील्ड आहे,  $M$  मॅग्नेटायझेशनच्या प्रमाणानुसार  $H_{int}$  आहे i.e.,  $H_{int} = N_W M$  जे सहकारी प्रभाव प्रदान करते आणि  $N_W$  हे वेस मॉल्युक्लर फील्ड स्थिर आहे

आता, घन युक्त  $N$  अणू प्रति युनिट व्हॉल्यूमचा विचार करा, प्रत्येकी एकूण कोनीय गती क्वांटम क्रमांक  $J$  सह, ज्यात एकूण ऑर्बिटल आणि स्पिन योगदान ( $L$  आणि  $S$ ) समाविष्ट आहे. मग निव्वळ मॅग्नेटायझेशन असेल,

$$M = Ng\mu_B JB_J(y) \quad \dots(4.46)$$

$$\text{जिथे, } B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}y\right) - \frac{1}{2J} \coth\frac{y}{2J} \quad \dots(4.47)$$

$$\text{आणि } y = xJ = \frac{g\mu_B HJ}{kT} = \frac{\mu_J H}{kT} \quad [\mu_J = g\mu_B J]$$

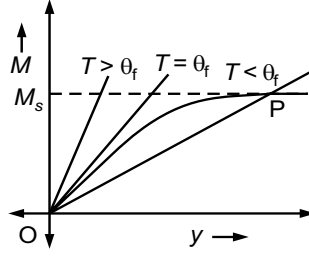
$$\text{किंवा, } y = \frac{\mu_J [H_{ext} + N_W M]}{kT} \quad \dots(4.48)$$

आता, दोन प्रकरणे उद्भवू शकतात:

**Case I:** जेव्हा : जोपर्यंत आपल्याला उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन रस आहे आणि आपण सॅच्युरेशन मॅग्नेटायझेशन असे लिहू शकतो,

$$M_S = N\mu_J B_J\left(\frac{\mu_J N_W M_S}{kT}\right) = M_m B_J\left(\frac{\mu_J N_W M_S}{kT}\right) \quad \dots(4.49)$$

जिथे  $M_m = N\mu_J$  मॅग्नेटायझेशनचे कमाल मूल्य आहे म्हणजे., एकूण मॅग्नेटायझेशन.


 आकृती 4.9:  $M - y$  कर्व्ह (a)  $T < \theta_f$ , (b)  $T = \theta_f$  and (c)  $T > \theta_f$ 

$$\frac{M_s}{M_m} = B_J \left( \frac{\mu_J N_W M_s}{kT} \right) \quad \dots(4.50)$$

पुन्हा आपल्याकडे

$$\frac{M_s}{M_m} = \frac{y k T}{\mu_J N_W M_m} \quad \dots(4.51)$$

तर  $M_s$  वरील दोन्ही समीकरणे पूर्ण केली पाहिजेत, दिलेल्या तापमानात त्याचे मूल्य संबंधितच्या छेदनपॉइंटपासून मिळू शकते  $M_s$  vs  $y$  कर्व्ह आकृती 4.9. मध्ये आहे तर Eq. (4.51) एका सरळ रेषेचे प्रतिनिधित्व करते, रेषेचा उतार तापमान  $T$  च्या प्रमाणात आहे. कर्व्ह पासून  $T < \theta_f$  ते खालीलप्रमाणे आहे, जरी  $H_{ext} = 0$ . असेल आपल्याला  $M$  ची नाहीशी न होणारी मूल्ये मिळतात .

म्हणून  $T < \theta_f$  साठी उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन हा परिणाम आहे.  $T = \theta_f$  साठी Eq ने दिलेल्या सरळ रेषेचा उतार. Eq (4.50) साठी कर्व्ह स्पर्शिकेच्या (tangent of curve) बरोबरीचे आहे. तसेच  $T \geq \theta_f$  करिता, उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन नाहीसे होते आणि पदार्थ एक पॅरामॅग्नेटसारखे वागतो. हे स्पष्ट आहे की क्युरी तापमाना  $\theta_f$  आणि मॉल्युलर फील्ड कॉन्स्टंट  $NW$  मध्ये एक संबंध असणे आवश्यक आहे. किंबहुना, एखाद्याची अपेक्षा असते  $N_w$  नुसार  $\theta_f$  वाढवा कारण जशी जशी  $N_w$  ची किंमत वाढते, समांतर संरेखनाची प्रवृत्ती वाढते. आता  $\theta_f$  आणि  $N_w$  यांच्यात संबंध प्रस्थापित करण्यासाठी,  $y \ll 1$  (आकृती 4.9 च्या ओरिजिनजवळ), ब्रिलोइन फंक्शन अंदाजे दिले जाते,

$$B_J(y) = \frac{J+1}{3J} y \quad \dots(4.52)$$

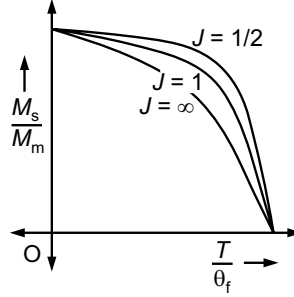
तर, Eq. (4.51) आणि Eq. (4.52) पासून आपल्याला मिळते,

$$B_J(y) = \frac{y k \theta_f}{\mu_J N_W M_m} = \frac{J+1}{3J} y \quad \dots(4.53)$$

किंवा,

$$\begin{aligned} \theta_f &= \frac{\mu_J N_W (J+1) M_m}{3Jk} = \frac{g \mu_B J N_W (J+1) N \mu_J}{3Jk} \\ &= \frac{Ng \mu_B N_W (J+1) g \mu_B J}{3k} = \frac{Ng^2 \mu_B^2 J (J+1) N_W}{3k} \\ &= \frac{N \mu_J^2 N_W}{3k} \end{aligned} \quad \dots(4.54)$$

$$\text{किंवा, } \theta_f = CN_W \quad \dots(4.55)$$



आकृती 4.10: J च्या वेगवेगळ्या मूल्यांसाठी  $\frac{M_s}{M_m}$  आणि  $\frac{T}{\theta_f}$  कव्हेरेषा

जिथे,  $C = \frac{N\mu_J^2}{3k}$  एक कॉन्स्टन्ट आहे ... (4.56)

आता,  $\frac{M_s}{M_m} = B_J \left( \frac{\mu_J N_W M_s}{kT} \right) = B_J \left( \frac{M_s}{T} \frac{3J}{J+1} \frac{\theta_f}{M_m} \right)$  ... (4.57)

तसेच Eq. (4.51) प्रमाणे,

$$\frac{M_s}{M_m} = \frac{y k T}{\mu_J N_W M_m} = \frac{y k T}{\mu_J^2 N_W N} = \frac{y k T}{g^2 \mu_B^2 J^2 N_W N} = \frac{y T (J+1)}{3J \theta_f} \quad \dots (4.58)$$

हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की दिलेल्या J च्या मूल्यासाठी, आपण सार्वत्रिक कव्ह मिळवू शकतो जेव्हा  $\frac{M_s}{M_m}$  हे  $\frac{T}{\theta_f}$  चे फंक्शन म्हणून प्लॉट केले आहे जे Eq. (4.57) आणि Eq. (4.58) वरून स्पष्ट होते. आकृती. 4.10 मध्ये आपण अशा कव्हेचे  $J = \frac{1}{2}, J = 1$  and  $J = \infty$  साठी प्रतिनिधित्व केले आहे.

नंतरची केस मुक्तपणे फिरणाऱ्या डायपोलशी संबंधित आहे. कव्ह प्रायोगिक परिणामांसह उत्तम प्रकारे बसवलेले आहे, जे सूचित करते की मॅग्नेटायझेशन इलेक्ट्रॉनच्या कक्षीय गतीशी जोडण्याऐवजी इलेक्ट्रॉन स्पिनशी संबंधित आहे. खरोखरच या प्रकरणाची जायरोमॅग्नेटिक प्रयोगांनी पुष्टी केली आहे. अशा प्रयोगांमध्ये, एकतर मुक्तपणे निलंबित नमुन्याचे मॅग्नेटायझेशन उलटते किंवा परिणामी रोटेशनचे निरीक्षण करते किंवा परिणामी मॅग्नेटायझेशनचे निरीक्षण करण्यासाठी नमुना फिरवते; पूर्वी आयन्स्टाईन-डी-हॅस (Einstein-de-Hass) पद्धत म्हणतात आणि नंतरची बार्नेट (Barnett) पद्धत आहे. अशा प्रयोगांमधून, एखादी व्यक्ती जी-मूल्य प्राप्त करते, म्हणजे, मॅग्नेटिक मोमेंट आणि कोनीय गती यांच्यातील गुणोत्तर.

इलेक्ट्रॉन फिरकी साठी  $g = 2$  आणि कक्षीय गती साठी  $g = 1$ .

**Case II:** जेव्हा : येथे,  $T > \theta_f$

किंवा,  $M = NgJ\mu_B B_J(y) = NgJ\mu_B \frac{(J+1)y}{3J} \quad \left[ \because B_J(y) = \frac{J+1}{3J} y \text{ for } y \ll 1 \right]$

किंवा,  $M = NgJ\mu_B \frac{(J+1)}{3J} \frac{gJ\mu_B H}{kT} = \frac{N\mu_J^2}{3kT} H \quad \left[ \because y = \frac{gJ\mu_B H}{kT} \right]$

किंवा,  $M = \frac{N\mu_J^2}{3kT} [H_{ext} + N_W M]$

$$M \left[ 1 - \frac{N \mu_J^2 N_W}{3kT} \right] = \frac{N \mu_J^2}{3kT} H_{ext} \quad \dots(4.59)$$

अशाप्रकारे मॅग्नेटिक संवेदनशीलता दिली जाते,

$$\chi = \frac{M}{H_{ext}} = \frac{\frac{N \mu_J^2}{3kT}}{\left[ 1 - \frac{N \mu_J^2 N_W}{3kT} \right]} = \frac{\frac{N \mu_J^2}{3k}}{\left[ T - \frac{N \mu_J^2}{3k} N_W \right]}$$

किंवा,  $\chi = \frac{C}{T - \theta_f} \quad \dots(4.60)$

जेथे,  $C = \frac{N \mu_J^2}{3k}$  एक कॉन्स्टन्ट आहे

आणि  $\theta_f = C N_W \quad \dots(4.61)$

**उदाहरण 4.15:**  $10^{27}$  अणू प्रति युनिट व्हॉल्यूम असलेल्या दुर्मिळ पृथ्वी घटकासाठी संपृक्तता मॅग्नेटिककरणाची गणना करा, जर घटकाचा मॅग्नेटिक मोमेंट 1 बोहर मॅग्नेटॉन असेल.

**उत्तर:**

येथे,  $N = 10^{27} \text{ atoms/m}^3$  आणि  $M_m = 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$ .

तर, पदार्थाचे सॅच्युरेशन मॅग्नेटायझेशन आहे

$$\begin{aligned} M_S &= N \mu_0 M_m = 10^{27} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 9.27 \times 10^{-24} \\ &= 1.164 \times 10^{-2} \text{ Wb/m}^2. \end{aligned}$$

उदाहरण 4.15

**उदाहरण 4.16:**  $10^{27}$  अणू प्रति युनिट व्हॉल्यूम असलेल्या पदार्थाच्या मॅग्नेटिक मोमेंटची गणना करा, जर त्यात संपृक्ति मॅग्नेटायझेशन  $1 \text{ Wb/m}^2$  असेल.

**उत्तर:**

येथे,  $N = 10^{27} \text{ atoms/m}^3$  आणि  $M_S = 1 \text{ Wb/m}^2$

तर, पदार्थाचा मॅग्नेटिक मोमेंट आहे

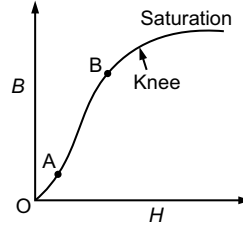
$$M_m = \frac{M_S}{N \mu_0} = \frac{1}{10^{27} \times 4\pi \times 10^{-7}} = 7.96 \times 10^{-24} \text{ Am}^2.$$

उदाहरण 4.16

#### 4.14 तीन मॅग्नेटिक पदार्थांचे फरक

डायमॅग्नेटिक पदार्थ	पॅरामॅग्नेटिक पदार्थ	फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ
(i) चुंबकांद्वारे किंचित मागे हटवले जाते.	(i) चुंबकांद्वारे किंचित आकर्षित.	(i) चुंबकांद्वारे जोरदार आकर्षित.
(ii) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता परिपूर्ण तापमानापासून स्वतंत्र आहे.	(ii) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता निरपेक्ष तापमानाच्या उलट प्रमाणात असते.	(ii) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता तापमानावर जटिल अवलंबन दर्शवते.
(iii) मॅग्नेटिक परमिअॅबिलिटी $\mu < 1$	(iii) मॅग्नेटिक परमिअॅबिलिटी $\mu > 1$	(iii) मॅग्नेटिक परमिअॅबिलिटी $\mu \gg 1$
(iv) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता $\chi < 1$	(iv) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता $\chi > 1$	(iv) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता $\chi \gg 1$
(v) हिस्टेरिसिस दर्शवत नाही.	(v) हिस्टेरिसिस दर्शवत नाही.	(v) हिस्टेरिसिस दर्शवतो.
(vi) क्युरी तापमान नाही.	(vi) क्युरी तापमान नाही.	(vi) मर्यादित क्युरी तापमान आहे.
(vii) Eg. H, He, Au, Bi, Sb, Cu, $H_2O$ etc.	(vii) Eg. Na atoms, Gaseous NO etc.	(vii) Eg. Fe, Ni, Co etc.

#### 4.15 B-H कर्व्ह (B-H Curve)



आकृती 4.11: फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचा बी-एच कर्व्ह

या हेतूसाठी, प्रश्नातील पदार्थाचा B-H कर्व्ह खूप उपयुक्त असू शकतो. बी-एच कर्वचा वापर योग्य प्रमाणात सहजतेने मॅग्नेटिक सर्किटची गणना करण्यास परवानगी देतो.

##### 4.15.1 B-H कर्व्ह पासून मॅग्नेटिक कॅल्क्युलेशन्स (Magnetic calculations from B-H curves)

खालील प्रकारे B-H कर्व्ह वापरून मॅग्नेटिक सर्किटचे समाधान सहज मिळवता येते:

1. पदार्थांमध्ये फ्लक्स डेन्सिटी B शी संबंधित, पदार्थाच्या B-H कर्व्यातून H मॅग्नेटिक शक्ती शोधणे
2. मॅग्नेटिक लांबीची गणना l.
3. m.m.f ची गणना करणे आवश्यक ( $= H.l$ ).

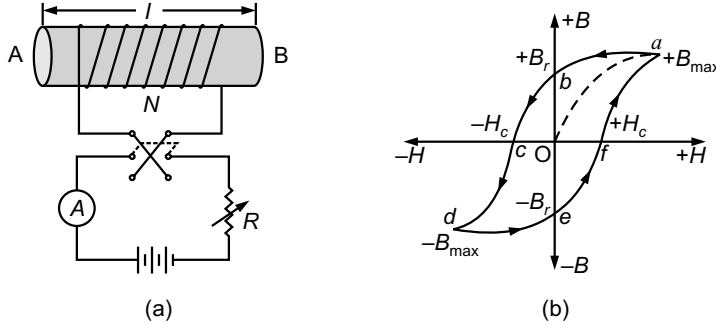
#### 4.16 मॅग्नेटिक हिस्टेरिसिस (Magnetic Hysteresis)

जेव्हा फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाला मॅग्नेटाइझेशनच्या चक्राचा अनुभव येतो, तेव्हा पदार्थांमध्ये फ्लक्स डेन्सिटी बी लागू केलेल्या मॅग्नेटाइझिंग फोर्स H च्या मागे राहते. या घटनेला हिस्टेरिसिस म्हणतात. मॅग्नेटाइझेशन चक्रांच्या अधीन असलेल्या मॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये मॅग्नेटिक द्रव्य (H) च्या मागे फ्लक्स डेन्सिटी (B) मागे पडण्याच्या घटनेला मॅग्नेटिक हिस्टेरिसिस म्हणतात.

#### 4.16.1 हिस्टेरेसिस लूप (Hysteresis Loop)

आकृती. 4.12 (a) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे  $N$  वळणांसह नॉन-मॅग्नेटाइज्ड लोह बार  $AB$  जखमेचा विचार करा. या सोलेनॉइडद्वारे निर्माण होणारी मॅग्नेटिक शक्ती  $H (= NI/l)$  कॉइलद्वारे करंट बदलून बदलली जाऊ शकते. जेव्हा लोखंडाचा तुकडा मॅग्नेटायझेशनच्या एका चक्राच्या अधीन असतो, परिणामी  $B$ - $H$  कर्व्ह हिस्टेरेसिस लूप नावाच्या लूप  $abcdefa$  चा शोध घेतो.

- जेव्हा सोलेनॉइडमध्ये करंट शून्य असतो,  $H = 0$ ,  $H$  वाढते म्हणून फ्लक्स डेन्सिटी ( $B$ ) देखील वाढते जोपर्यंत जास्तीत जास्त फ्लक्स डेन्सिटी ( $+B_{\max}$ ) पर्यंत पोहोचत नाही. लोहाचा  $B$ - $H$  कर्व्ह  $Oa$  मार्ग अनुसरण करतो.
- जर  $H$  हळूहळू कमी होत असेल तर फ्लक्स डेन्सिटी  $B$   $AO$  सोबत कमी होत नाही परंतु  $ab$  मार्ग अनुसरण करते. पॉइंट  $b$  वर, मॅग्नेटिक शक्ती  $H$  शून्य आहे परंतु पदार्थांमध्ये फ्लक्स डेन्सिटीचे मर्यादित मूल्य  $+B_r (= Ob)$  आहे ज्याला रेसीड्यूअल फ्लक्स डेन्सिटी म्हणतात. दुसऱ्या शब्दांत,  $B$  हा  $H$  च्या मागे आहे. जितका मोठा अंतराल तितक जास्त रेसीड्यूअल मॅग्नेटायझेशन आहे.
- लोखंडाचा तुकडा डी-मॅग्नेटाइझ करण्यासाठी (म्हणजे रेसीड्यूअल मॅग्नेटायझेशन  $Ob$  काढून टाकण्यासाठी), मॅग्नेटिक शक्ती  $H$  कॉइलद्वारे करंट उलट करून उलट केली जाते. जेव्हा  $H$  हळूहळू उलट दिशेने वाढवले जाते, तेव्हा  $B$ - $H$  कर्व्ह  $bc$  मार्ग अनुसरण करतो जेणेकरून जेव्हा  $H = Oc$ , रेसीड्यूअल मॅग्नेटायझेशन शून्य असेल. रेसीड्यूअल मॅग्नेटायझेशन पुसण्यासाठी आवश्यक एच ( $= Oc$ ) चे मूल्य जबरदस्ती फोर्स (coercive force) ( $H_c$ ) म्हणून ओळखले जाते.



आकृती 4.12: (a) लोह पट्टी मॅग्नेटायझेशन चक्र आणि (b) त्याच्या  $B$ - $H$  कर्व्ह च्या अधीन आहे

- जर  $H$  ने निगेटिव्ह दिशेने आणखी वाढ केली, तर पदार्थ पुन्हा निगेटिव्ह दिशेने (पॉइंट  $d$ ) संतृप्त होते.  $H$  शून्यावर कमी करणे आणि नंतर ते पॉझिटिव्ह दिशेने वाढवणे कर्व्ह  $df$  पूर्ण करते. अशाप्रकारे जेव्हा लोखंडाचा तुकडा मॅग्नेटायझेशनच्या एका चक्राच्या अधीन असतो, तेव्हा  $B$ - $H$  कर्व्ह हिस्टेरेसिस लूप नावाच्या बंद लूपचा शोध घेतो. हिस्टेरेसिस लूपवरून हे स्पष्ट होते की  $B$  हा  $H$  च्या मागे आहे.

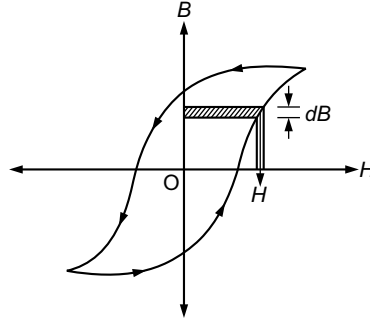
#### 4.16.2 हिस्टेरेसिस लॉस (Hysteresis Loss)

जर आपण मॅग्नेटिक साहित्य घेतले आणि जर ते मॅग्नेटायझेशनच्या चक्रातून पाठवले तर पदार्थांमधील मॉल्युकूलर घर्षणामुळे एनर्जी कमी होईल. याचा अर्थ डोमेन किंवा ज्याला दुसऱ्या शब्दात पदार्थांचे मॉल्युकूलर मॅग्नेट म्हणतात, ते अशा प्रकारे प्रतिकार करतात की ते प्रथम एका दिशेने व त्यायोगे, दुसऱ्या दिशेने वळतात. या विरोधावर मात करण्याच्या हेतूने पदार्थांमध्ये एनर्जी खर्च केली जाते. हा लॉस उष्णतेच्या स्वरूपात बाहेर येते जो सुप्रसिद्ध हिस्टेरेसिस लॉस (hysteresis loss) आहे. हा लॉस वेगवेगळ्या प्रकारच्या

इलेक्ट्रिकल मशीनमध्ये नोंदवले जाऊ शकतो, ज्यांचे लोखंडी भाग मॅग्नेटायझेशनच्या चक्रात योगदान देण्यासाठी भूमिका घेतात. हिस्टेरेसिसच्या परिणामामुळे या मशीनच्या तापमानात वाढ होईल.

- व्यावहारिक हेतूसाठी, अल्टरनेटिंग करंट वापरून, ट्रान्सफॉर्मर आणि बहुतेक इलेक्ट्रिक मोटर्स चालवल्या जातात. या सर्व उपकरणांमध्ये, फ्लक्स सतत लोह बदलांशी संबंधित आहे ज्यामुळे या प्रकारच्या मशीनमध्ये हिस्टेरेसिस लॉस होतो.
- लोह भाग स्थिर मॅग्नेटिक फील्डमध्ये फिरतो तेव्हादेखील हिस्टेरेसिस लॉस होते उदा. *d.c.* मशीन.

**हिस्टेरेसिस लॉसची गणना:**



आकृती 4.13: हिस्टेरेसिस लॉस

हिस्टेरेसिस लूपचे क्षेत्रफळ, एनर्जी लॉस/ $\text{m}^3/\text{cycle}$  दर्शवते. फील्ड फ्री स्पेसमध्ये असल्यास, फील्ड कोसळल्यावर साठवलेली एनर्जी सर्किटमध्ये परत येते. जर फील्ड मॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये असेल तर पुरवलेली सर्व एनर्जी परत करता येत नाही; हिस्टेरेसिस परिणामामुळे त्याचा काही भाग उष्णतेमध्ये रूपांतरित झाला असतो.

$L$  = लोखंडी पट्टीची लांबी,  $A$  = बारचे क्रॉस-सेक्शनल फील्ड आणि  $N$  = सोलेनॉइडच्या वायरचे वेढे. समजा कोणत्याही क्षणी, करंट  $i$  सोलेनॉइडमधून वाहतो.

$$\text{तर, } H = \frac{Ni}{l} \quad \dots(4.62)$$

$$\text{किंवा, } i = \frac{HL}{N} \quad \dots(4.63)$$

समजा थोड्या वेळात  $di$  ने करंट वाढते दि. यामुळे  $dB$  द्वारे फ्लक्स डेन्सिटी वाढेल आणि म्हणून फ्लक्स  $d\phi$  ( $= AdB$ ) मध्ये वाढ होईल. यामुळे *e.m.f.*  $e$  सोलेनॉइडमध्ये इंड्यूस होईल.

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = NA \frac{dB}{dt}$$

लेन्झच्या लॉ नुसार, हे *e.m.f.* करंट  $i$  ला विरोध करतो जेणेकरून यावर मात करण्यासाठी *e.m.f.* ला विरोध करण्यासाठी एनर्जी  $dW$  खर्च होईल म्हणजे

$$dW = ei \, dt = \left( NA \frac{dB}{dt} \right) \times \left( \frac{HI}{N} \right) \times dt = AI \times H \times dB$$

$$= V \times (H \times dB) \, J \quad \text{where } AI = V = \text{volume of iron bar.}$$

आता  $H \times dB$  हे छायांकित पट्टीचे फील्ड आहे (आकृती 4.13). मॅग्नेटायझेशनच्या एका चक्रासाठी,  $H \times dB$  फील्ड हिस्टेरेसिस लूपच्या फील्डच्या बरोबरीचे असेल.





∴ Hysteresis energy loss/cycle,

$$Wh = V \times (\text{area of loop}) \text{ joules} \quad \dots(4.64)$$

जर  $f$  ही मॅग्नेटायझेशन उलटण्याच्या फ्रिक्वेन्सीची असेल तर हिस्टेरेसिस पॉवर लॉस,

$$Ph = Wh \times f = V \times (\text{area of loop}) \times f \quad \dots(4.65)$$

**उदाहरण 4.17:** जर हिस्टेरेसिसचे energy/ unit volume/ cycle चे लॉस  $0.4\text{J/m}^3$  असेल आणि ट्रान्सफॉर्मरच्या कोअरचे व्हॉल्यूम  $10^{-3}\text{m}^3$  असेल, तर  $50\text{Hz}$  च्या AC ने भरल्यावर प्रति तास ऊर्जेचे लॉस शोधा.

**उत्तर:**

येथे,  $A = 0.4\text{J/m}^3$ ,  $f = 50\text{Hz}$  आणि  $V = 10^{-3}\text{m}^3$

तर, hysteresis power loss per hour =  $V Af \times 3600 = 10^{-3} \times 0.4 \times 50 \times 3600 = 72 \text{ J/s}$ .

उदाहरण 4.17

**उदाहरण 4.18:** फेरोमॅग्नेटिक नमुन्याच्या हिस्टेरेसिस लूपचे क्षेत्रफळ  $005\text{J/m}^3$  आहे. जर नमुनाची डेन्सिटी  $7400\text{kg/m}^3$  असेल आणि नमुन्याचे वजन 2 किलो असेल तर  $100\text{Hz}$  वर एनर्जी लॉस होण्याचे प्रमाण शोधा.

**उत्तर:**

जर  $f$  ही मॅग्नेटायझेशन उलटण्याची फ्रिक्वेन्सी असेल तर हिस्टेरेसिस पॉवर लॉस,

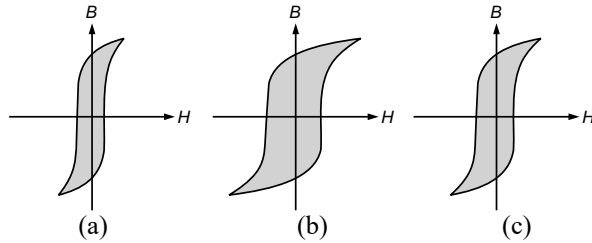
$$Ph = Wh \times f = V \times (\text{area of loop}) \times f = V Af$$

येथे,  $A = 500\text{J/m}^3$ ,  $f = 100\text{Hz}$  and  $V = M/d = (2/7400) \text{ m}^3$

तर, hysteresis power loss =  $\frac{2}{7400} \times 500 \times 100 = 13.51 \text{ J/s}$ .

उदाहरण 4.18

**हिस्टेरेसिस लूपचे महत्त्व:**



आकृती 4.14: (a) सिलिकॉनस्टील, (b) हार्डस्टील आणि (c) तयार केलेल्या लोहासाठी हिस्टेरेसिस कर्व्ह

हिस्टेरेसिस लूपचा आकार आणि साईज मुख्यत्वे पदार्थाच्या स्वरूपावर अवलंबून असतो. एखाद्या विशिष्ट अनुप्रयोगासाठी मॅग्नेटिक पदार्थाची निवड अनेकदा हिस्टेरेसिस लूपच्या आकार आणि आकारावर अवलंबून असते.

- (i) जर मॅग्नेटिक पदार्थाचे हिस्टेरेसिस लूप फील्ड लहान असेल तर हिस्टेरेसिसचे लॉस कमी होते. सिलिकॉन स्टीलसाठी हिस्टेरेसिस लूप फील्ड खूप लहान आहे [आकृती. 4.14 (a)] आणि म्हणूनच सिलिकॉन स्टीलचा वापर मुख्यत्वे

ट्रान्सफॉर्मर कोअरसाठी आणि मॅग्नेटायझेशनच्या वेगाने उलटण्याच्या अधीन असलेल्या मशीन फिरवण्यासाठी केला जातो.

(ii) हार्ड स्टीलसाठी हिस्टेरिसिस लूप [आकृती. 4.14 (b)] उच्च धारणशीलता आणि दर्शवते आणि म्हणूनच हार्ड मॅग्नेट तयार करण्यासाठी हार्ड स्टील अतिशय योग्य आहे. परंतु लूपच्या मोठ्या एरियामुळे जास्त हिस्टेरिसिसचे लॉस होते. या कारणासाठी, हार्ड स्टील इलेक्ट्रिकल मशीनच्या बांधकामासाठी योग्य नाही.

(iii) लोखंडासाठी हिस्टेरिसिस लूप [आकृती. 4.14 (c)] बऱ्यापैकी चांगले रेसीड्यूअल मॅग्नेटायझेशन आणि कोर्सिंहिटी दर्शवते आणि म्हणून इलेक्ट्रोमॅग्नेटचे कोअर बनवण्यासाठी ते सुयोग्य मानले जाते.

हिस्टेरिसिस लूपचे रूप (shape) आणि आकार (size) खालील गोष्टींवर अवलंबून असते,

(a) स्थापित फ्लक्स डेन्सिटीचे जास्तीत जास्त मूल्य आणि

(b) पदार्थाची प्रारंभिक मॅग्नेटिक अवस्था.

#### 4.17 अँटीफेरोमॅग्नेटिझम (Antiferromagnetism)

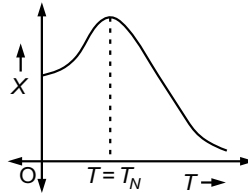
फेरोमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत एक्सचेंज इंटीग्रल पॉझिटिव्ह आहे या गृहितकावर आधारित आहे. जेव्हा एक्सचेंज इंटीग्रल निगेटिव्ह असते (शेजारच्या स्पिनचे अँटीपॅरलल ओरिएंटेशन), आपल्याला अँटीफेरोमॅग्नेटिक पदार्थ मिळतो. अशा प्रणालींची प्रथम सैद्धांतिकदृष्ट्या नील (Neel) आणि बिटर (Bitter) यांनी तपासणी केली आणि व्हॅन व्लेकने (Van Vleck.) पुढे अधिक खोलात जाऊन तपासली. 1938 मध्ये, बिझेट, स्कॉयर आणि त्साई यांनी प्रथम  $MnO$  ची प्रवृत्ती प्रायोगिकपणे शोधली.  $MnF_2$  हा अँटीफेरोमॅग्नेटिक पदार्थ तापमानानुसार जास्तीत जास्त संवेदनशीलता दर्शवते. हे आकृती 4.15 मध्ये दर्शविले आहे.

अँटीफेरोमॅग्नेटिझमची मूलभूत रचना न्यूट्रॉन डीफ्रॅक्शन (diffraction) द्वारे थेट प्रायोगिक पुराव्याने सिद्ध केली आहे. जेव्हा न्यूट्रॉन क्रिस्टलवर आदळतात तेव्हा ते केवळ अणू केंद्रकांद्वारे विखुरलेले नसतात तर न्यूट्रॉन स्पिन आणि पॅरामॅग्नेटिक आयन यांच्या दरम्यान इंटरअॅक्शनही होते. परिणामी, ज्याप्रमाणे ऑर्डर्ड अॅलॉयसाठी अतिरिक्त क्ष-किरण डीफ्रॅक्शन लाईन्सचे आपण निरीक्षण करतो, तसेच ऑर्डर्ड अँटीफेरोमॅग्नेटिक स्थितीमुळे अतिरिक्त डीफ्रॅक्शन लाईन्स (diffraction lines) तयार होतात .

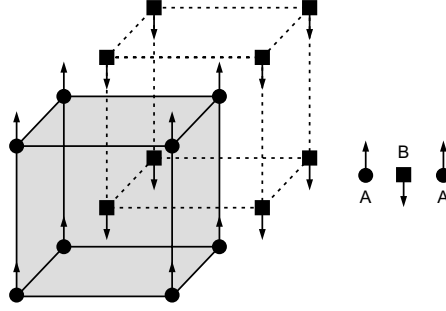
तापमान वाढल्याने या अतिरिक्त ओळींची इंटेन्सिटी कमी होते कारण अँटीफेरोमॅग्नेटिक ऑर्डर कमी होते. अँटीफेरोमॅग्नेटिक तापमानाच्या वर अतिरिक्त रेषा अदृश्य होतात. नील तापमानाच्या वर असलेल्या अँटीफेरोमॅग्नेटमध्ये, अणू उत्स्फूर्तपणे मॅग्नेटाइझ होतात आणि त्याच्या वर पदार्थ एक पॅरामॅग्नेट बनतो.

#### 4.18 नीलची मॉलेक्युलर फिल्ड थेअरी (Neel's Molecular Field Theory)

आपण दोन सब-लॅटीस मॉडेलचा विचार करू ज्यामध्ये अणू A चे जवळचे सर्व शेजारी अणू B आणि त्याउलट (आकृती 4.16) आहेत. तथापि, आपण असे गृहीत धरू की, अँटीफेरोमॅग्नेटिक AB इंटरअॅक्शनव्यतिरिक्त, अँटीफेरोमॅग्नेटिक AA आणि BB इंटरअॅक्शनदेखील आहेत. N अणू प्रणालीसाठी, A सब-लॅटीससाठी N/2 अणू आणि B सब-लॅटीससाठी N/2 अणू आहेत.



आकृती 4.15:  $\chi$ -T अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी कव्ह



आकृती 4.16: दोन सबलॅटिस मॉडेल: नीलचा सिद्धांत

आता, A साइट वर इंटर्नल मॉल्युक्लर फील्ड खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\vec{H}_{mA} = -N_{AB} \vec{M}_B - N_{AA} \vec{M}_A = -N_{AB} \vec{M}_B - N_{ii} \vec{M}_A \quad \dots(4.66)$$

आणि B साइट वर इंटर्नल मॉल्युक्लर फील्ड खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\vec{H}_{mB} = -N_{BA} \vec{M}_A - N_{BB} \vec{M}_B = -N_{AB} \vec{M}_A - N_{ii} \vec{M}_B \quad \dots(4.67)$$

जिथे,  $N_{AA} = N_{BB} = N_{ii}$  and  $N_{AB} = N_{BA}$  मॉल्युक्लर फील्ड स्थिर आहेत.

आता A साइटवरील फील्ड अशा प्रकारे आहे,

$$\vec{H}_A = \vec{H} - N_{AB} \vec{M}_B - N_{ii} \vec{M}_A \quad \dots(4.68)$$

B साइटवरील फील्ड अशा प्रकारे आहे

$$\vec{H}_B = \vec{H} - N_{AB} \vec{M}_A - N_{ii} \vec{M}_B \quad \dots(4.69)$$

आता, तापमानाच्या दोन रेंजवर चर्चा केली जाऊ शकते:

**Case I:** जेव्हा  $T > T_N$

या केससाठी अर्थात, जेव्हा तापमान नीलच्या तापमानापेक्षा जास्त असते, तेव्हा आपण सॅच्युरेशन पासून खूप दूर असतो आणि A लॅटिसचे मॅग्नेटाइझेशन असे लिहिले जाऊ शकते,

$$\begin{aligned} \vec{M}_A &= \frac{N}{2} g \mu_B S_A B_S(x_A) = \frac{N}{2} g \mu_B S \frac{S+1}{3S} x_A \\ &= \frac{N}{2} g \mu_B \frac{S+1}{3} \frac{g \mu_B S_A \vec{H}_A}{kT} \quad \left[ \because x_A = \frac{g \mu_B S_A \vec{H}_A}{kT} \right] \\ &= \frac{Ng^2 \mu_B^2 (S+1)}{6kT} \vec{H}_A \\ &= \frac{Ng^2 \mu_B^2 (S+1)}{6kT} \left[ \vec{H} - N_{AB} \vec{M}_B - N_{ii} \vec{M}_A \right] \\ &= \frac{C}{2T} \left[ \vec{H} - N_{AB} \vec{M}_B - N_{ii} \vec{M}_A \right] \end{aligned}$$

$$\left[ \because C = \frac{Ng^2 \mu_B^2 (S+1)}{3k} \right] \quad \dots(4.70)$$

त्याचप्रमाणे, B लॅटिसचे मॅग्नेटायझेशन खालील प्रकारे लिहिले जाऊ शकते,

$$\begin{aligned} \overline{M}_B &= \frac{N}{2} g \mu_B S_B B_S(x_B) = \frac{N}{2} g \mu_B S \frac{S+1}{3S} x_B \\ &= \frac{N}{2} g \mu_B \frac{S+1}{3} \frac{g \mu_B S_B \overline{H}_B}{kT} \\ \left[ \because x_B &= \frac{g \mu_B S_B \overline{H}_B}{kT} \right] \\ &= \frac{Ng^2 \mu_B^2 (S+1)}{6kT} \overline{H}_B = \frac{Ng^2 \mu_B^2 (S+1)}{6kT} \left[ \overline{H} - N_{AB} \overline{M}_A - N_{ii} \overline{M}_B \right] \\ &= \frac{C}{2T} \left[ \overline{H} - N_{AB} \overline{M}_A - N_{ii} \overline{M}_B \right] \quad \left[ \because C = \frac{Ng^2 \mu_B^2 (S+1)}{3k} \right] \quad \dots(4.71) \end{aligned}$$

अशाप्रकारे, दोन सबलॅटिसचे एकूण मॅग्नेटायझेशन खालील प्रकारे व्यक्त केल्या जाऊ शकते,

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \overline{M}_A + \overline{M}_B = \frac{C}{2T} \left[ 2H - N_{AB}(\overline{M}_A + \overline{M}_B) - N_{ii}(\overline{M}_A + \overline{M}_B) \right] \\ &= \frac{C}{2T} \left[ 2H - N_{AB} \overline{M} - N_{ii} \overline{M} \right] \quad \dots(4.72) \end{aligned}$$

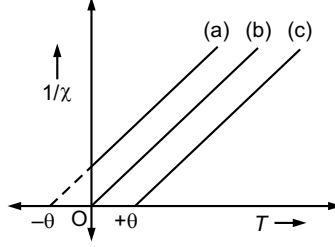
$$\text{किंवा,} \quad \overline{M} \left[ 1 + \frac{C}{2T} (N_{AB} + N_{ii}) \right] = \frac{C}{T} \overline{H} \quad \dots(4.73)$$

समजा आपण  $\overline{M}$  आणि  $\overline{H}$  समांतर असतील तर समीकरणे स्केलर होतील आणि आपल्याला संवेदनशीलता मिळेल,

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{\overline{M}}{\overline{H}} = \frac{\frac{C}{T}}{\left[ 1 + \frac{C}{2T} (N_{AB} + N_{ii}) \right]} \\ &= \frac{C}{T + \frac{C}{2} (N_{AB} + N_{ii})} \end{aligned}$$

$$\text{किंवा,} \quad \chi = \frac{C}{T + \theta} \quad \dots(4.74)$$

$$\text{जिथे,} \quad \theta = \frac{C}{2} (N_{AB} + N_{ii}) \quad \dots(4.75)$$



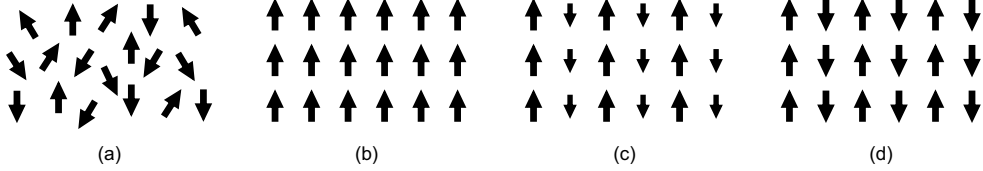
आकृती 4.17:  $1/\chi$  -T कव्ह (a) अँटी -फेरोमॅग्नेटिक, (b) पॅरामॅग्नेटिक आणि (c) फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ

अशा प्रकारे जेव्हा क्रिटिकल तापमानापेक्षा जास्त फेरोमॅग्नेटिक संवेदनशीलतेशी तुलना केली जाते, तेव्हा असे दिसून येते की फेरोमॅग्नेटिक केसमध्ये  $(T - \theta)$  ऐवजी  $(T + \theta)$  असते. शिवाय, क्युरी कॉन्स्टंट  $C$  हा वैयक्तिक  $A$  आणि  $B$  लॅटीसच्या क्युरी कॉन्स्टंटच्या दुप्पट असतो. पॅरामॅग्नेटिक, फेरोमॅग्नेटिक आणि अँटी -फेरोमॅग्नेटिक वर्तनामधील फरक समजण्यासाठी आपण आकृती 4.17 प्रमाणे  $1/\chi$  आणि  $T$  असा कव्ह प्लॉट करू शकतो.

#### 4.19 फेरिमॅग्नेटिक पदार्थ

फेरिमॅग्नेटिक पदार्था विशिष्ट अणूस्थळावर मोमेंटचे (समांतर फेरोमॅग्नेटिक पदार्था सारखे) अँटी पॅरलल अलाइनमेंट दर्शवतात आणि शेजारच्या डोमेनमधील

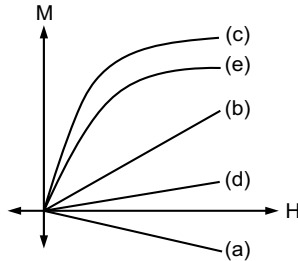
लहान फरक पदार्थांमध्ये पोटेंशियल मॅग्नेटिक फील्ड बनवतो (आकृती 4.18).



आकृती 4.18: (a) पॅरामॅग्नेटिक, (b) फेरोमॅग्नेटिक, (c) फेरीमॅग्नेटिक आणि (d) अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांसाठी स्पिन अलाइनमेंट

फेराईट्स फेरिमॅग्नेटिझम प्रदर्शित करतात. हे मॉल्युकूलर मॅग्नेटमध्ये देखील होऊ शकते. सर्वात जुना फेरीमॅग्नेटिक पदार्थ मॅग्नेटाइट ( $Fe_3O_4$ ) आहे. फेरीमॅग्नेटिक पदार्थाचे क्युरी तापमान (उदा. मॅग्नेटाइटसाठी  $580^\circ C$ ) फेरोमॅग्नेटिक पदार्थापेक्षा कमी आहे (उदा. Co साठी  $1131^\circ C$ ).

या पदार्थांचे फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांप्रमाणेच क्युरी पॉईंट जवळ मॅग्नेटायझेशन आणि संवेदनशीलतेच्या तापमानावर अवलंबून असतात. त्यांच्याकडे क्युरी तापमानापेक्षा कमी तापमानवर लक्षणीय मोठे मॅग्नेटायझेशन असते. डायमॅग्नेटिक, पॅरामॅग्नेटिक, फेरोमॅग्नेटिक, अँटीफेरोमॅग्नेटिक, आणि फेरीमॅग्नेटिक पदार्थांसाठी M-H कव्हचा प्लॉट आकृती 4.19 मध्ये दर्शविला आहे.



आकृती 4.19: M-H कव्ह (a) डायमॅग्नेटिक, (b) पॅरामॅग्नेटिक, (c) फेरोमॅग्नेटिक, (d) अँटीफेरोमॅग्नेटिक, (e) फेरीमॅग्नेटिक

## 4.20 फेराइट्स (Ferrites)

फेराइट्स धातू नसलेले, सिरेमिकसारखे पदार्थ असतात आणि  $M$  ( $Fe_xO_y$ ) रासायनिक सूत्राद्वारे लिहिल्या जातात, जेथे  $M$  कोणत्याही धातूचे प्रतिनिधित्व करते जे निकेल फेराइट ( $NiFe_2O_4$ ) सारखे डाय-व्हॅलेंट बाँड तयार करते.

फेराइट्सच्या खालील काही गुणधर्म समाविष्ट आहेत:

- लक्षणीय सॅच्युरेशन मॅग्नेटायझेशन (saturation magnetization)
- उच्च इलेक्ट्रिक रेझिस्टिविटी
- कमी इलेक्ट्रिक लॉस
- खूप चांगली रासायनिक स्थिरता

फेराइट खालील अनुप्रयोगात वापरला जातो :

- परमनंट मॅग्नेट (कायम मॅग्नेट)
- ट्रान्सफॉर्मर्स आणि टॉरॉइडल इंडक्टर्स (फेराइट कोअर म्हणून)
- कम्प्युटर मेमरी घटक
- सॉलिड-स्टेट डिव्हाइसेस

फेराइट्सचे हिस्टेरेसिस कर्व आयताच्या स्वरूपात असते.

फेराइट्स आणि फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमधील फरक

फेराइट्स फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांपेक्षा खालील प्रकारे भिन्न आहेत:

- फेराइट्समध्ये मॅग्नेटिक इन्डक्शन फेरोमॅग्नेटपेक्षा खूपच कमी असते.
- फेरोमॅग्नेट्सच्या तुलनेत फेराइट्समध्ये जास्त रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी आणि कमी हिस्टेरेसिस लॉस असतो.
- फेरोमॅग्नेटच्या तुलनेत फेराइट्समध्ये नगण्य इलेक्ट्रिकल कन्डक्टिविटी असते.

फेराइट्सचे त्यांच्या मॅग्नेटिक गुणधर्मांच्या दृष्टीने सॉफ्ट मॅग्नेटिक पदार्थ आणि हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थ म्हणून वर्गीकरण केले जाते.

### 4.20.1 सॉफ्ट मॅग्नेटिक मटेरिअल्स (Soft Magnetic Materials)

या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये डोमेन वॉलच्या हालचालीमुळे त्यांना सहजपणे मॅग्नेटाइझ आणि डीमॅग्नेटाइझ करण्यात मदत होते. तर, या प्रकारच्या पदार्थांचा वापर तात्पुरते मॅग्नेट (इलेक्ट्रोमॅग्नेट) बनवण्यासाठी केला जाऊ शकतो. त्यांच्यात कोणतीही व्हॉइड नसतात आणि त्यांची रचना एकसंध (Homogeneous) आहे जेणेकरून पदार्थ अशुद्धतेमुळे (Impurities) ते प्रभावित होत नाही. या प्रकारच्या पदार्थांचे इतर काही महत्त्वाचे गुणधर्म खालील प्रकारे आहेत:

- छोट्या हिस्टेरीसिस एरियामुळे त्यांचा हिस्टेरेसिस लॉस कमी असतो.
- संवेदनशीलता आणि परमिअॅबिलिटी जास्त आहे.
- कोर्सिंहिटी आणि रिटेंटीव्हिटी कमी आहे.
- साठवलेली मॅग्नेटिक एनर्जी कमी असते.
- उच्च रेझिस्टिविटीमुळे एडी करंटस् चे लॉस कमी होते.
- कमी कोर्सिंहिटी आणि रिटेंटीव्हिटी असल्यामुळे, ते परमनंट मॅग्नेट बनवण्यासाठी वापरले जाऊ शकत नाहीत.

#### 4.20.2 हार्ड मॅग्नेटिक मटेरिअल्स (Hard Magnetic Materials)

बाह्य मॅग्नेटिक फील्ड काढून टाकण्याऐवजी, या प्रकारचे पदार्थ त्यांचे मॅग्नेटायझेशन टिकवून ठेवू शकते आणि व्यावहारिकपणे त्यांना डीमॅग्नेटाइझ करणे कठीण आहे. म्हणून या प्रकारच्या पदार्थांचा वापर परमनंट मॅग्नेट तयार करण्यासाठी केला जाऊ शकतो. परमनंट मॅग्नेटमध्ये, मॅग्नेटिक पदार्थाला इच्छित तापमानाला गरम केले जाते आणि नंतर थंड (quenched) केले जाते जेणेकरून डोमेनच्या वॉलच्या हालचालींना प्रतिबंध करता येईल. हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थांची ताकद त्यात काही अशुद्धता (impurity) जोडून वाढवता येते. या प्रकारच्या पदार्थांचे इतर काही महत्वाचे गुणधर्म आहेत:

- मोठ्या हिस्टेरिसिस लूप एरियामुळे त्यांचा हिस्टेरिसिस लॉस मोठ्या प्रमाणात असतो.
- संवेदनशीलता आणि परमिअॅबिलिटी कमी आहे.
- कोर्सिंहिटी आणि रिटेंटीव्हिटी मूल्ये जास्त असतात.
- साठवलेली मॅग्नेटिक एनर्जी जास्त असते.
- ते उच्च B-H मूल्य प्रदर्शित करतात.
- एडी करंटस् मुळे लॉस जास्त असतो.

#### युनिट सारांश

- मॅग्नेटिक इन्डक्शन किंवा मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी (B) (Magnetic induction or magnetic flux density (B))

त्याच्या दिशेला लंब घेतलेल्या फील्डमध्ये मॅग्नेटिक फ्लक्सचे प्रमाण

- मॅग्नेटिक फिल्ड इंटेंसिटी (H) (Magnetic field intensity (H))

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

- मॅग्नेटायझेशन (M) (Magnetization (M))

$$M = \frac{\mu}{V} = \frac{m}{\alpha}$$

- मॅग्नेटिक संवेदनशीलता (Magnetic susceptibility)

$$\chi = \frac{M}{H}$$

- B, H and M मधील संबंध (Relation between B, H and M)

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H})$$

- मॅग्नेटिक पदार्थ आणि त्यांचे वर्गीकरण (Magnetic materials and their classification)

डायमॅग्नेटिक: या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये कायम डायपोल अनुपस्थित असतात.

पॅरामॅग्नेटिक: या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये कायम डायपोल असतात.

फेरोमॅग्नेटिक: या प्रकारच्या पदार्थांमध्ये हिस्टेरेसिस असते.

फेरिमॅग्नेटिक: क्युरी तापमानापेक्षा जास्त तापमानवर ते पॅरामॅग्नेटिक बनतात

अँटी-फेरोमॅग्नेटिक: क्युरी तापमानाच्या खाली संवेदनशीलता वाढते आणि क्युरी तापमानाच्या वर ती कमी होते.

- कायम मॅग्नेटिक डायपोलचा सिद्धांत (Theory of permanent magnetic dipoles)

$$\text{स्पिन अँगुलर मोमेंटम: } \mu = g \left( \frac{e}{2m} \right) \frac{\hbar}{2}$$

$$\text{न्यूक्लियर स्पिन अँगुलर मोमेंटम: } \mu_n = \frac{e\hbar}{2M}$$

- हुंड रूल (Hund's rule)

सर्व भरलेले इलेक्ट्रॉनिक शेल मॅग्नेटिक मोमेंटला योगदान देत नाहीत, आणि ते फक्त अंशतः भरलेल्या इलेक्ट्रॉनिक शेलमुळे उद्भवते.

- लॅन्जेविनचा डायमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत (Langevin's theory of diamagnetism)

$$\overrightarrow{\mu_{in}} = -\frac{\mu_0 e^2 \overrightarrow{r}^2}{6m} \overrightarrow{H} \quad \chi_{dia} = -\frac{N \mu_0 Z e^2}{6m} \overrightarrow{r}^2$$

- लॅन्जेविनचा पॅरामॅग्नेटिझमचा सिद्धांत (Quantum theory (Langevin theory) of Paramagnetism)

$$\chi = \frac{C}{T}$$

- वीस मोलेक्युलर फील्ड थेअरी क्युरी वीस नियम (Weiss molecular field theory: Curie-Weiss law)

$$\chi = \frac{C}{T - \theta}$$

- फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ वीस मोल्युक्लर फील्ड सिद्धांत (Ferromagnetism- Weiss molecular field theory of ferromagnetism)

$$\chi = \frac{C}{T - \theta_f}$$

- डायमॅग्नेटिक, पॅरामॅग्नेटिक आणि फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमधील फरक (Difference of diamagnetic, paramagnetic and ferromagnetic substances)

डायमॅग्नेटिक: मॅग्नेटिक परमॅबिलिटी आणि संवेदनशीलता < 1

पॅरामॅग्नेटिक: मॅग्नेटिक परमॅबिलिटी आणि संवेदनशीलता > 1

फेरोमॅग्नेटिक: मॅग्नेटिक परमॅबिलिटी आणि संवेदनशीलता >> 1

- B-H कर्व्ह (B-H Curve)

फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाचा B-H कर्व्ह (किंवा मॅग्नेटायझेशन कर्व्ह) हा मॅग्नेटायझेशन फोर्स (H) मुळे फ्लक्स डेन्सिटी कशी बदलते ते दाखवतो.



- मॅग्नेटिक हिस्टेरिसिस (Magnetic hysteresis)

$$W_h = V \times (\text{लुपचे क्षेत्रफळ}) \text{ Joules}$$

- अँटीफेरोमॅग्नेटिझम (Antiferromagnetism)

नील तापमानापेक्षा कमी तापमानाला अणू उत्स्फूर्तपणे मॅग्नेटाइझ असतात आणि त्याच्या वर पदार्थ एक पॅरामॅग्नेट बनतो.

- नीलचा फेरोमॅग्नेटिझमचा मॉल्युक्लर फील्ड सिद्धांत (Neel's molecular field theory of anti-ferromagnetism)

$$\chi = \frac{C}{T + \theta}$$

- फेरिमॅग्नेटिक पदार्थ (Ferrimagnetic materials)

त्यांच्याकडे क्युरी तापमानाच्या खाली लक्षणीय मोठे मॅग्नेटायझेशन असते.

- फेराइट्स (Ferrites)

फेराइट हे धातू नसलेले, सिरेमिकसारखे पदार्थ असतात, सहसा फेरिक ऑक्साईडचे इतर ऑक्साईडसोबत, फेरोमॅग्नेटिक संयुगे असतात, अत्यंत उच्च इलेक्ट्रिक रेझिस्टिविटी ही या कंपाऊंडची विशेषता असते.

फेराइट्सला त्यांच्या मॅग्नेटिक गुणधर्मांच्या दृष्टीने, अनेकदा सॉफ्ट मॅग्नेटिक पदार्थ आणि हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थ असे वर्गीकृत केले जाते.

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

4.1 फेरोमॅग्नेटिक पदार्थाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता खालील पैकी कोणती आहे?

- (a)  $\chi = \frac{1}{T}$  (b)  $\chi = \frac{c}{T - \theta}$  (c)  $\chi = \frac{c}{T + \theta}$  (d) यापैकी काहीही नाही

4.2 बोहर मॅग्नेटॉनची अभिव्यक्ती खालील पैकी कोणती आहे?

- (a)  $\frac{eh}{2m}$  (b)  $\frac{eh}{4m}$  (c)  $\frac{eh}{4\pi m}$  (d)  $\frac{eh}{4\pi m}$

4.3 क्युरी-वीस नियमाचे पालन खालील पैकी कोण करतो?

- (a) पॅरामॅग्नेटिक पदार्थ  
(b) अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ  
(c) क्युरी तापमानापेक्षा जास्त तापमानवर फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ  
(d) क्युरी तापमानापेक्षा कमी तापमानवर फेरोमॅग्नेटिक पदार्थ

- 4.4 निगेटिव्ह मॅग्नेटिक संवेदनशीलता दर्शविणारे पदार्थ म्हणजे  
 (a) पॅरामॅग्नेटिक (b) डायमॅग्नेटिक (c) फेरोमॅग्नेटिक (d) अँटी-फेरोमॅग्नेटिक
- 4.5 अँटी-फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी क्युरी-वीस नियम खालील पैकी कोणता आहे.  
 (a)  $\chi_m = \frac{C}{T - \theta_N}$  (b)  $\chi_m = \frac{C}{T}$  (c)  $\chi_m = \frac{C}{T + \theta_N}$  (d)  $\chi_m = \frac{CT}{T + \theta_N}$
- 4.6 पॅरामॅग्नेटिक संवेदनशीलता कशाच्या प्रमाणात बदलते?  
 (a)  $1/T$  (b)  $T$  (c)  $T^2$  (d) none of these
- 4.7 मॅग्नेटिक फील्ड तीव्रतेचे युनिट खालील पैकी कोणते आहे?  
 (a)  $\text{Am}^2$  (b)  $\text{A/m}$  (c)  $\text{Wb/m}^2$  (d)  $\text{Wb/m}$
- 4.8  $B$ ,  $H$  आणि  $M$  खालील पैकी कसे संबंधित आहेत?  
 (a)  $\vec{B} = \frac{\vec{H}}{\mu_0} - \vec{M}$  (b)  $\vec{H} = \frac{\vec{M}}{\mu_0} - \vec{B}$  (c)  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$  (d)  $\vec{H} = \vec{B} - \mu_0 \vec{M}$
- 4.9 1 बोहर मॅग्नेटॉन = ?  
 (a)  $7.29 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$  (b)  $7.92 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$   
 (c)  $9.72 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$  (d)  $9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$
- 4.10 फ्री स्पेस परमिअॅबिलिटी किती असते?  
 (a)  $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$  (b)  $4\pi \times 10^{-7} \text{ H-m}$   
 (c)  $4\pi \times 10^7 \text{ H-m}$  (d)  $4\pi \times 10^7 \text{ H/m}$
- 4.11 फेरो मॅग्नेटिक ते पॅरामॅग्नेटिक स्थितीचे संक्रमण येथे होते  
 (a) क्युरी-वीस तापमान (b) क्युरी तापमान (c) नील तापमान (d) यापैकी नाही.
- 4.12 डायमॅग्नेटिक पदार्थासाठी, संवेदनशीलताही आहे  
 (a) कमी आणि पॉसिटीव्ह (b) खूप जास्त आणि पॉसिटीव्ह  
 (c) कमी आणि निगेटिव्ह (d) जास्त आणि निगेटिव्ह
- 4.13 खालीलपैकी कोणत्या मॅग्नेटिक पदार्थात कायमस्वरूपी मॅग्नेटिक डायपोल नाहीत?  
 (a) डायमॅग्नेटिक (b) पॅरामॅग्नेटिक (c) फेरोमॅग्नेटिक (d) फेरीमॅग्नेटिक
- 4.14 पॅरामॅग्नेटिक पदार्थ डायमॅग्नेटिक पदार्थासारखे कधी वागतात ?  
 (a) क्युरी तापमानाला (b) क्युरी तापमानाच्या खाली  
 (c) क्युरी तापमानाच्यावर (d) यापैकी नाही.
- 4.15 फेरीमॅग्नेटिकचे फेरिमॅग्नेटिक ते फेरोमॅग्नेटिक स्थितीचे संक्रमण खालील तापमानात होते  
 (a) क्युरी-वीस तापमान (b) क्युरी तापमान  
 (c) नील तापमान (d) यापैकी नाही.

- 4.16 डायपोल्सची अँटिपॅरलल अलाइनमेंट खालीलपैकी कोणत्या पदार्थांमध्ये होते?
- (a) डायमॅग्नेटिक (b) पॅरामॅग्नेटिक (c) फेरोमॅग्नेटिक (d) फेरीमॅग्नेटिक
- 4.17 इलेक्ट्रोमॅग्नेट कसे असावेत?
- (a) कमी कोर्सिव्हिटी आणि कमी रिटेंटीव्हिटी (b) कमी कोर्सिव्हिटी आणि जास्त रिटेंटीव्हिटी  
(c) जास्त कोर्सिव्हिटी आणि कमी रिटेंटीव्हिटी (d) जास्त कोर्सिव्हिटी आणि जास्त रिटेंटीव्हिटी
- 4.18 खालीलपैकी कोणते पदार्थ हिस्टेरेसिस दर्शविते?
- (a) डायमॅग्नेटिक (b) पॅरामॅग्नेटिक (c) फेरोमॅग्नेटिक (d) यापैकी काहीही नाही
- 4.19 खालीलपैकी कोणत्या पोलादाचे मॅग्नेटायझेशन करणे सोपे आहे?
- (a) नॉन ग्रेन ओरीएन्टेड (b) ग्रेन ओरीएन्टेड (c) कास्ट आयर्न (d) स्टेनलेस स्टील
- 4.20 उच्चफ्रिक्वेंसी अनुप्रयोगांमध्ये, फेरोमॅग्नेटिक पदार्थापेक्षा फेराइट्सला प्राधान्य दिले जाते कारण त्यात खालीलपैकी काय आहे?
- (a) उच्च परमीअॅबिलिटी (b) उच्च रेसिस्टिविटी  
(c) उच्च सॅच्युरेशन मॅग्नेटायझेशन (d) चौरस हिस्टेरेसिस लूप
- 4.21 हार्डफेराइट्स कशासाठी वापरले जातात ?
- (a) ट्रान्सफॉर्मर कोअर (b) इलेक्ट्रिक यंत्रपदार्थ  
(c) हलके कायमस्वरूपी मॅग्नेट (d) उच्च फ्रिक्वेंसी उपकरणे
- 4.22 ज्या तापमानाच्या खाली विशिष्ट पदार्थ प्रतिफेरोमॅग्नेटिक असतात आणि ज्याच्यावर ते प्रतिमॅग्नेटिक असतात त्याला म्हणतात
- (a) क्युरी तापमान (b) नील तापमान (c) ट्रान्सीशन तापमान (d) वीस तापमान
- 4.23 प्रतिफेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी संवेदनशीलता जास्तीत जास्त असते
- (a) क्युरी तापमान (b) नील तापमान (c) ट्रान्सीशन तापमान (d) वीस तापमान
- 4.24 क्युरी-वेस लॉ कोणत्या परिस्थितीत चांगला आहे
- (a) क्युरी तापमानावर (b) क्युरी तापमान खाली  
(c) क्युरी तापमानावर (d) नील तापमानापेक्षा जास्त
- 4.25 सॉफ्ट मॅग्नेटिक पदार्थासाठी B-H लूपचा एरिया
- (a) हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थाच्या बरोबरीने असतो.  
(b) हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थापेक्षा कमी असतो  
(c) हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थापेक्षा जास्त असतो  
(d) यापैकी नाही.
- 4.26 फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये संवेदनशीलता असते
- (a) खूप लहान आणि पॉसिटीव्ह (b) खूप लहान आणि निगेटिव्ह  
(c) खूप जास्त आणि पॉसिटीव्ह (d) खूप जास्त आणि निगेटिव्ह
- 4.27 कोणत्या पदार्थांमध्ये कायमस्वरूपी मॅग्नेटिक डायपोल मोमेंट नसतात?
- (a) पॅरामॅग्नेटिक (b) फेरोमॅग्नेटिक (c) फेरीमॅग्नेटिक (d) डायमॅग्नेटिक

4.28 उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन कोण दर्शविते?

- (a) पॅरामॅग्नेटिक (b) फेरोमॅग्नेटिक (c) अँन्टी फेरोमॅग्नेटिक (d) फेरीमॅग्नेटिक

4.29 फेराइट्स कोणत्या प्रकारात मोडतात ?

- (a) फेरोमॅग्नेटिक (b) फेरीमॅग्नेटिक (c) पॅरामॅग्नेटिक (d) डायमॅग्नेटिक

4.30 पॅरामॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये कशी असते?

- (a) खूप लहान आणि पॉझिटिव्ह (b) खूप लहान आणि निगेटिव्ह  
(c) खूप मोठी आणि पॉझिटिव्ह (d) खूप मोठी आणि निगेटिव्ह

4.31 फेरोमॅग्नेटिकसाठी क्युरी-वेस लॉ (Curie-Weiss law) खालील पैकी कोणता आहे ?

- (a)  $\chi = \frac{C}{T - \theta}$  (b)  $\chi = \frac{C}{T}$  (c)  $\chi = \frac{C}{T + \theta}$  (d)  $\chi = \frac{CT}{T - \theta}$

4.32 जर एक नमुन्याची रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी 0.95 आहे तर तो पदार्थ

- (a) पॅरामॅग्नेटिक (b) फेरोमॅग्नेटिक (c) फेरीमॅग्नेटिक (d) डायमॅग्नेटिक

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

4.1 (b), 4.2 (c), 4.3 (c), 4.4 (b), 4.5 (c), 4.6 (a), 4.7 (b), 4.8 (c), 4.9 (d), 4.10 (a), 4.11 (b), 4.12 (c), 4.13 (a), 4.14 (b), 4.15 (b), 4.16 (d), 4.17 (a), 4.18 (c), 4.19 (b), 4.20 (b), 4.21 (d), 4.22 (b), 4.23 (b), 4.24 (a), 4.25 (c), 4.26 (c), 4.27 (d), 4.28 (b), 4.29 (b), 4.30 (a), 4.31 (a), 4.32 (d)

## लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

### श्रेणी I

- 4.1 वीस मॉल्युकूलर फील्ड सिद्धांताच्या अपयशाची रूपरेषा.  
4.2 लार्मर फ्रिक्वेंसीचा वापर करून इन्ड्यूस मॅग्नेटिक मोमेंटसाठी अभिव्यक्ती मिळवा.  
4.3 क्युरी-वेस कायद्याच्या विधानातून क्युरी तापमान शोधा.  
4.4 डायमॅग्नेटिक, पॅरामॅग्नेटिक आणि फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये फरक करा.  
4.5 फेरोमॅग्नेटिक पदार्थासाठी, आणि  $\mu_r$  यातील संबंध मिळवा.  
4.6 सॉफ्ट आणि हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थांची दोन उदाहरणे आणि अनुप्रयोग द्या.  
4.7 विविध व्यावहारिक हेतूसाठी हिस्टेरेसिस लॉसच्या वापराचा उल्लेख करा.  
4.8 फेरोमॅग्नेटिक साहित्यासाठी B-H कव्ह काढा आणि कव्हवर रिटेन्टीव्ह आणि कोर्सेव फील्ड ओळखा. प्रति चक्र ऊर्जेचे लॉस (Energy loss per unit cycle) शोधा.  
4.9 हार्ड स्टील आणि लोखंडासाठी हिस्टेरेसिस कव्ह काढा आणि आपल्या प्रतिक्रिया द्या.

- 4.10 मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटीची भूमिका नमूद करा.
- 4.11 विविध प्रकारच्या मॅग्नेटिक पदार्थांच्या महत्त्वाच्या भूमिका उदाहरण सह स्पष्ट करा.
- 4.12 खालील संज्ञामध्ये फरक करा: a) परमिअॅबिलिटी, b) मॅग्नेटिक संवेदनशीलता, c) मॅग्नेटिक मोमेंट d) मॅग्नेटायझेशन.
- 4.13 फेराईटचे गुणधर्म स्पष्ट करा आणि काही अनुप्रयोगांचा उल्लेख करा.
- 4.14 लॅन्गाव्हिनच्या सिद्धांताच्या चौकटीत क्युरीचा पॅरामॅग्नेटिझमचा नियम काढा.
- 4.15 डायमॅग्नेटिक पदार्थांच्या निगेटिव्ह संवेदनशीलतेमागील कारण स्पष्ट करा.
- 4.16 मॅग्नेटिक डोमेन सिद्धांताच्या आधारावर फेरोमॅग्नेटिक गुणधर्म स्पष्ट करा आणि बोहर मॅग्नेटॉनचे संख्यात्मक मूल्य शोधा.
- 4.17 सॉफ्ट मॅग्नेटिक पदार्थ आणि हार्ड मॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये फरक करा.
- 4.18 फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांसाठी संवेदनशीलता निश्चित करण्याचे तंत्र द्या.
- 4.19 हिस्टेरेसिसमुळे प्रति युनिट व्हॉल्यूम एनर्जी लॉस शोधा.
- 4.20 लॅन्गाव्हिनच्या शास्त्रीय सिद्धांताचे अनुसरण करून, डायमॅग्नेटिक संवेदनशीलतेसाठी एक अभिव्यक्ती शोधा. डायमॅग्नेटिक संवेदनशीलतेच्या तापमान अवलंबनाची चर्चा करा.
- 4.21 हिस्टेरेसिस, रिमेनन्स आणि कोरसिव्हने तुम्हाला काय समजते ते स्पष्ट करा? हिस्टेरेसिस लूप म्हणजे काय? लुप मधून तुम्ही रिमेनन्स आणि कोरसिव्हचे मूल्य कसे ठरवाल?
- 4.22 फेराईट्स म्हणजे काय? फेराईट्स फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांपेक्षा वेगळे कसे आहेत? आपण रेडिओ आणि इतर संप्रेषण उपकरणांमध्ये फेराईट पदार्थ का वापरतो? त्यांच्या इतर अनुप्रयोगांवर चर्चा करा.
- 4.23 आवश्यक आकृतीसह हिस्टेरेसिस कव्हची वैशिष्ट्ये नमूद करा.
- 4.24 हायड्रोजन अणूमध्ये, इलेक्ट्रॉनच्या कक्षीय गतीशी संबंधित मॅग्नेटिक मोमेंटसाठी साधी अभिव्यक्ती मिळवा.
- 4.25 फेरोमॅग्नेटिक आणि अँटीफेरोमॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये फरक करा.
- 4.26 फेराईट्सच्या विविध उपयोगांचा उल्लेख करा.
- 4.27 डोमेन सिद्धांताच्या उपलब्धी काय आहेत?
- 4.28 क्युरी तापमानाच्या खाली फेरोमॅग्नेटिकच्या उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशन आणि क्युरी तापमानापेक्षा क्युरी वीस नियमाचे साधे स्पष्टीकरण द्या.

## श्रेणी II

- 4.29 उत्स्फूर्त मॅग्नेटायझेशनपासून आपण व्यावहारिक हेतूसाठी काय मिळवू शकतो?
- 4.30 लेन्झच्या नियमाच्या आधारे डायमॅग्नेटिझमचे मूळ स्पष्ट करा.
- 4.31 फेरोमॅग्नेटिझमच्या क्युरी-वेस कायद्यावर आपल्या टिप्पण्या द्या.
- 4.32 क्युरीच्या पॅरामॅग्नेटिझमच्या नियमाच्या उपयोगितेवर लक्ष केंद्रित करा.
- 4.33 क्वांटम सिद्धांतामध्ये मॅग्नेटिक डायपोलचे सर्व ओरीएन्टेशन शक्य आहे का? स्पष्ट करा.
- 4.34 डायमॅग्नेटिझम तापमानापासून जवळजवळ स्वतंत्र का आहे?
- 4.35 वीस मॉल्युक्लर फील्ड सिद्धांताच्या आधारे फेरोमॅग्नेटिक पदार्थांच्या संवेदनशीलतेची संकल्पना विस्तृत करा.
- 4.36 बोहर मॅग्नेटॉन म्हणजे काय? हे दर्शवा की बोहर मॅग्नेटॉन प्राथमिक डायपोलच्या मॅग्नेटिक मोमेंटचे प्रतिनिधित्व करते.

### संख्यात्मक प्रॉब्लेम्स

- 4.1.  $Gd^{+3}$  साठी प्रभावी बोहर मॅग्नेटॉनची गणना करा.  $Gd^{+3}$  साठी इलेक्ट्रॉनिक कॉन्फिगरेशन  $4f^7 5s^2 5p^6$  आहे.
- 4.2. जर एखाद्या पदार्थाची मॅग्नेटिक फील्ड इंटेंसिटी आणि संवेदनशीलता अनुक्रमे  $105 A/m$  आणि  $10^{-4}$  असेल तर मॅग्नेटिक फील्ड आणि फ्लक्स डेन्सिटी मोजा.
- 4.3. लांबी  $5cm$  क्रॉस सेक्शनल एरिया  $10^{-4} m^2$  असलेला लोखंडाचा नमुना  $2000 A/m^2$  चा मॅग्नेटिक मोमेंट विकसित करतो. मॅग्नेटिक फील्डची इंटेंसिटी  $10^5 A/m$  असेल तर मॅग्नेटायझेशन आणि मॅग्नेटिक इंडक्शनची इंटेंसिटी शोधा.
- 4.4. जर माध्यमाची मॅग्नेटिक संवेदनशीलता  $1000$  असेल तर ॲम्बोल्युट आणि रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी शोधा.
- 4.5. पैरामॅग्नेटिक पदार्थांमध्ये  $10^{28} \text{ atom}/m^3$  असतात. त्याची संवेदनशीलता  $330K$ ला आहे, तर  $300K$  वर त्याच्या संवेदनशीलतेची गणना करा. [उत्तर:  $4.07 \times 10^{-4}$ ]
- 4.6. जर एक एलिमेंटचा मॅग्नेटिक मोमेंट  $4\mu_B$  असेल तर  $10^{28}$  अणू प्रति युनिट व्हॉल्यूम असलेल्या रेयर अर्थ एलिमेंटच्या सॅचुरेटेड मॅग्नेटायझेशनची गणना करा.
- 4.7. जर सोलनॉइडच्या आतील बाजूस मॅग्नेटिक फील्ड जेव्हा ते रिकामे असते तेव्हा  $10^{-4} T$  असेल आणि जेव्हा ते लोहाने भरलेले असते तेव्हा  $0.2 T$  असेल तर लोहाच्या रिलेटीव्ह परमिअॅबिलिटीची गणना करा.
- 4.8. काही धातूंच्या मिश्रधातूंच्या बारमधील मॅग्नेटायझेशन  $1.2 \times 10^6 A/m$  आहे, जेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड  $200 A/m$  असते. धातूचे मिश्रणामध्ये मॅग्नेटिक संवेदनशीलता आणि मॅग्नेटिक इंडक्शन गणना करा.
- 4.9.  $2000 A/m$  चे मॅग्नेटायझिंग फील्ड क्रॉस सेक्शनल एरिया  $0.5 cm^2$  च्या लोखंडाच्या बारमध्ये  $10^8 Wb$  चा मॅग्नेटिक फ्लक्स तयार करते. बारची संवेदनशीलता आणि परमिअॅबिलिटी शोधा.
- 4.10. सॅचुरेशन मॅग्नेटायझेशन  $1.5 \times 10^6 A/m$  असल्यास लोहासाठी क्युरी कॉन्स्टंट शोधा आणि लोहाच्या प्रत्येक अणूमध्ये 4 बोहर मॅग्नेटॉनचा मॅग्नेटिक मोमेंट असतो.

### प्रात्यक्षिक

#### B-H कव्ह वापरून मॅग्नेटिक पदार्थाच्या एनर्जी लॉसची गणना करणे

##### ध्येय

मॅग्नेटिक पदार्थाचा B-H कव्ह काढणे (ट्रान्सफॉर्मर कोअर आणि फेराइट कोअर) आणि एनर्जी लॉसची गणना करणे

##### उपकरणे (Apparatus)

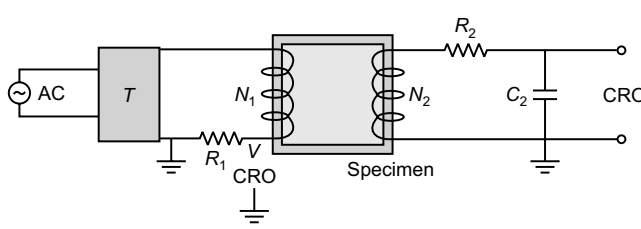
रेझिस्टर, कॅपेसिटर, ट्रान्सफॉर्मर कोअर, मल्टीमीटर, कॅथोड रे ऑसिलोस्कोप

##### सिद्धांत

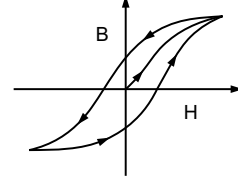
ट्रान्सफॉर्मरच्या कोअरची एनर्जी लॉस खालील समिकरणाद्वारे दिला जातो.

$$E = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{R_2}{R_1} \times \frac{C_2}{AL} \times S_v \times S_H \times \text{area of the loop} \quad (i)$$

जेथे  $n_1$  आणि  $n_2$  अनुक्रमे ट्रान्सफॉर्मरच्या प्राथमिक आणि दुय्यम कॉइल्समधील वळणांची संख्या दर्शवतात,  $R_1$  आणि  $R_2$  हे प्राथमिक आणि दुय्यम सर्किटमध्ये प्रतिरोध आहेत,  $C_2$  कॅपेसिटर आहे,  $l$  लांबी आहे आणि  $A$  क्रॉससेक्शन एरिया,  $S_H$  आणि  $S_V$  कॅथोड रे ऑसिलोस्कोप (सीआरओ) च्या होरीझॉन्टल आणि व्हर्टिकल संवेदनशीलता आहेत.



आकृती. (i)



आकृती. (ii)

### प्रक्रिया

- सर्किट आकृतीनुसार सर्किट तयार करा. एसी स्रोताशी जोडलेले स्टेप डाउन ट्रान्सफॉर्मर (टी) कोअरच्या प्राथमिकचे इनपुट पुरवते.  
 $R_1$  मधील व्होल्टेज आणि  $C_2$  मधील व्होल्टेज अनुक्रमे सीआरओच्या होरीझॉन्टल आणि व्हर्टिकल इनपुटला फीड करतात.
- आता योग्य आकाराचे लूप मिळवण्यासाठी सीआरओचे होरीझॉन्टल आणि व्हर्टिकल गेन कंट्रोल योग्यरित्या समायोजित करा.
- ग्राफ पेपरवर B-H कव्ह प्लॉट करा.
- अखेरीस, गेन कंट्रोलमध्ये अडथळा न आणता  $V/cm$  मध्ये होरीझॉन्टल संवेदनशीलता  $S_H$  आणि व्हर्टिकल संवेदनशीलता  $S_V$  निश्चित करा.

### निरीक्षणे

तक्ता 1: ट्रान्सफॉर्मर कोअर आणि फेराइट कोअरसाठी वेगवेगळ्या पैरामीटर्सचे निर्धारण

पैरामीटर	ट्रान्सफॉर्मर कोअर	फेराइट कोअर
$N_1$		
$N_2$		
$R_1$		
$R_2$		
$C_2$		
$A$		
$l$		
$S_V$		
$S_H$		

**प्रिक्शन्स (Precautions)**

1. नमुना मॅग्नेटाइझिंग कॉइलच्या मध्यभागी प्रोबच्या जवळ असावा.
2. जर लूपचे क्षेत्रफळ  $\text{cm}^2$  मध्ये घेतले असेल तर संवेदनशीलता  $\text{V/cm}$  मध्ये व्यक्त केली पाहिजे अन्यथा कॉइलचे क्षेत्रफळ  $\text{m}^2$  मध्ये व्यक्त केले पाहिजे.

**परिणाम**

ट्रान्सफॉर्मर कोअर साठी एनर्जी लॉस = ..... J/cycle/V

फेराइट कोअरसाठी एनर्जी लॉस = ..... J/cycle/V

**अप्लिकेशन्स**

कमी एनर्जी लॉस असलेल्या ट्रान्सफॉर्मरच्या डिझाइनसाठी ही कल्पना वापरली जाऊ शकते.

**अधिक जाणून घ्या**

मॅग्नेटोस्टॅटिक्स म्हणजे जेव्हा काळाबरोबर करंट बदलत नाहीत, तेव्हा मॅग्नेटिक फील्डचा अभ्यास करणे होय. हे इलेक्ट्रोस्टॅटिक्सच्या अनुरूप आहे जेथे चार्ज स्थिर आहेत. मॅग्नेटोस्टॅटिक फोकसिंग एकतर कायम मॅग्नेट वापरून किंवा वायरच्या कॉइलद्वारे करंट पाठवून मिळवता येते ज्याचा ऑक्सिस बीम ऑक्सिसशी जुळतो.

**एॅक्टिव्हिटी**

करंट कॅरिंग कंडक्टरमधून वाहणारा डीसी करंट त्याच्या भोवताली स्थिर मॅग्नेटिक फील्ड निर्माण करतो. अशा अनुप्रयोगांसाठी जिथे डीसी करंटचे परिमाण स्थिर असू शकते किंवा वेळानुसार हळूहळू बदलू शकते, मॅग्नेटिक आणि इलेक्ट्रिक फील्डमधील संबंधाकडे दुर्लक्ष केले जाऊ शकते. जेथे काही गृहितके वैध असतात, तिथे मॅग्नेटोस्टॅटिक विश्लेषण अनुप्रयोगांसाठी एक उपाय देते.

सर्व रिजनच्या प्रतिसादाचे मॉडेलिंग करण्यासाठी इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एलिमेंट्सचा वापर करणे आवश्यक आहे. अचूक उपाय मिळविण्यासाठी, मॉडेलिंग केलेल्या जागेची बाह्य सीमा सर्व बाजूंनी स्वारस्य असलेल्या क्षेत्रापासून कमीतकमी काही वैशिष्ट्यपूर्ण लांबीची असणे आवश्यक आहे. वापरकर्त्याने परिभाषित केलेल्या नोड्स केवळ एलिमेंट्सची भूमिती परिभाषित करतात तर एलिमेंट्सच्या डिग्री ऑफ फ्रीडम या नोड्सशी संबंधित नसतात, ज्यामध्ये बाउंडरी कंडिशनस लागू करण्यासाठी परिणामकारक असतात.

**इंटरेस्टिंग फॅक्ट्स**

मॅग्नेटोस्टॅटिक्सच्या विश्लेषणामध्ये, स्टीफनेस मॅट्रिक्स खूप विचित्र असू शकतो; म्हणजेच, यात अनेक सिंगुलॅरिटीज असू शकतात. गणना केलेल्या मॅग्नेटिक क्षेत्रांवर निगेटिव्ह परिणाम होण्यापासून विचित्र असलेल्या मॅट्रिक्सला प्रतिबंध करण्यासाठी एक विशेष पुनरावृत्ती समाधान तंत्र लागू केले जाऊ शकते. कधीकधी परिस्थिती अशीही असू शकते जेव्हा डीफॉल्ट संख्यात्मक योजना कॉनव्हर्ज होण्यास अपयशी ठरते.

एक स्थिरीकरण योजना वाईट स्थितीचे परिणाम कमी करण्यास मदत करू शकते. स्थिरीकरण घटकाच्या उच्च मूल्यांमुळे अधिक स्थिरीकरण होते आणि स्थिरीकरण घटकाच्या कमी मूल्यांमुळे कमी स्थिरीकरण होते.



## अनालॉजी (Analogy)

मॅग्नेटोस्टॅटिक विश्लेषण मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी आणि मॅग्नेटिक फील्ड प्रभावित डीसी करंटच्या दिलेल्या मूल्यावर मिळते.

## टाइमलाईन्स (Timelines)

### इ. स. पूर्व

- 600 - 1599: मानवांनी मॅग्नेटिक लोडेस्टोन आणि एम्बरचे आकर्षक गुणधर्म शोधले. प्रगत समाज, विशेषतः चिनी आणि युरोपीय लोकांनी कंपासमध्ये मॅग्नेटच्या गुणधर्मांचा वापर केला, हे असे साधन आहे, ज्यामुळे समुद्र, “नवीन जग” आणि पृथ्वीच्या मॅग्नेटिक ध्रुवांचे स्वरूप उलगडणे शक्य झाले.
- 1600-1699: वैज्ञानिक क्रांतीने जोर धरला आणि विल्यम गिल्बर्ट सारख्या दिव्य शास्त्रज्ञांचे पायाभूत कार्य सुलभ झाले, ज्यांनी मॅग्नेटायझेशन आणि इलेक्ट्रीसिटीच्या अभ्यासासाठी प्रथमच खरोखर वैज्ञानिक दृष्टिकोन घेतला आणि त्याचे निष्कर्ष विस्तृतपणे लिहिले.
- 1700-1749: स्थिर इलेक्ट्रिक मशीन आणि लेडेन जार सारख्या साधनांच्या सहाय्याने, वैज्ञानिकांनी त्यांचे प्रयोग मॅग्नेटायझेशन आणि इलेक्ट्रीसिटीच्या मूलभूत तत्वांमध्ये चालू ठेवले.
- 1775-1799: शास्त्रज्ञांनी इलेक्ट्रीसिटीच्या स्पष्ट आकलनाच्या दिशेने महत्वाची पावले उचलली आणि प्राण्यांच्या मॅग्नेटायझेशनवरील विस्तृत सिद्धांतासह काही फलदायी गैरसमज ज्यांनी अविश्वसनीय शोध लावले.
- 1820-1829: हॅन्स क्रिश्चियन ऑस्टेडचा इलेक्ट्रिक करंटमुळे कंपासच्या सुईचे विचलन ह्या अपघाती शोधाने वैज्ञानिक जगाला हलवून टाकले; त्यानंतर अनेक प्रयोग झाले, जे लगेचच पहिल्या इलेक्ट्रोमॅग्नेट आणि इलेक्ट्रिक मोटरकडे घेऊन गेले.
- 1830-1839: पहिले टेलिग्राफ बांधण्यात आले आणि मायकेल फॅराडे यांनी त्यांच्या आदिम ट्रान्सफॉर्मर आणि जनरेटरचा शोध लावत, इलेक्ट्रीसिटी आणि मॅग्नेटायझेशन यामधील त्यांच्या तेजस्वी आणि चिरस्थायी संशोधनाची निर्मिती केली.

## ऑप्लिकेशन्स (Real Life / Industrial)

मॅक्सवेलच्या समीकरणांचे विशेष प्रकरण म्हणून मॅग्नेटोस्टॅटिक्स हा एक महत्वाचा अनुप्रयोग आहे. मॅक्सवेलच्या समीकरणांपासून प्रारंभ करून आणि असे गृहीत धरून की चार्ज एकतर निश्चित आहेत किंवा स्थिर करंट म्हणून फिरतात, इलेक्ट्रिक फील्डसाठी दोन समीकरणे आणि मॅग्नेटिक फील्डसाठी दोन समीकरणांमध्ये विभागली जाऊ शकतात परंतु ही फील्ड्स वेळ आणि एकमेकांपासून स्वतंत्र आहेत. दुसरा महत्वाचा अनुप्रयोग म्हणजे फॅराडेचा नियम पुन्हा सादर करणे. वाढीव वेळेच्या टप्प्यावर मॅग्नेटोस्टॅटिक प्रश्नांची मालिका सोडवणे आणि नंतर अंदाजे हे उपाय वापरणे हे नेहमीचे तंत्र आहे. तथापि, ही पद्धत मॅक्सवेलच्या समीकरणाचा खरा उपाय नाही परंतु हळूहळू बदलणाऱ्या फील्डसाठी चांगला अंदाज देऊ शकते.

## केस स्टडी (Environmental / Sustainability / Social / Ethical Issues)

हे महत्वाचे आहे की पूर्वनिर्धारित तापमान आणि फील्ड व्हेरिएबल्स मॅग्नेटोस्टॅटिक विश्लेषणात निर्दिष्ट केले जाऊ शकतात. तथापि, वापरकर्ता-परिभाषित फील्ड जे पदार्थातिल एका पॉइंटर फील्ड व्हेरिएबल्सचे मूल्य वापरकर्त्याला सबस्टीनद्वारे पुन्हा परिभाषित करण्याची परवानगी देतात. ही मूल्ये केवळ तापमान आणि फील्ड-व्हेरिएबल-डीपेन्डन्ट भौतिक गुणधर्मांवर परिणाम करतात.

### जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलविषय

इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक घटकांचा वापर कोणत्याही मॅग्नेटोस्टॅटिक विश्लेषणामध्ये सर्व रिजनचे मॉडेलिंग करण्याच्या हेतूने करणे आवश्यक आहे. पारंपारिक फायनाइट एलिमेंटच्या विपरीत, नोड-आधारित इंटरपोलेशन वापरण्यासाठी, हे हे एलिमेंट्स, एलिमेंटच्या कडांच्या दिशेने मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियलतेच्या टॅन्जेंशियल कंपोनेंटसह वापरण्यासाठी घेतले जातात आणि अशा प्रकारे ते प्राथमिक डिग्री ऑफ फ्रीडम म्हणून काम करतात. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एलिमेंट्स दोन परिमाण 2D (केवळ प्लेनर) आणि तीन परिमाणांमध्ये 3D उपलब्ध आहेत. प्लेनर एलिमेंट्स इन-प्लेन मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियलतेच्या दृष्टीने तयार केले जाऊ शकतात, जेथे मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी आणि मॅग्नेटिक फील्ड व्हेक्टरमध्ये केवळ प्लेनच्या बाहेरील कंपोनेंट्स असतात.

### संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन

1. D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1999.
2. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamental of Physics, 11th Edition, 2018.
3. W. Saslow, Electricity, Magnetism and Light, Harcourt/Academic-Elsevier, Stamford, 2002.
4. A. Aharoni, Introduction to the Theory of Ferromagnetism. Clarendon Press, 1996.
5. R. P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands, The Feynman Lectures on Physics, 2, 2006.
6. E. M. Purcell, Electricity and Magnetism, 3rd Edition, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2012.
7. H. Kronmüller, S. Parkin, Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials, 5 Volume Set. John Wiley & Sons, 2007.
8. [https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/112108150/pdf/Web\\_Pages/WEBP\\_M16.pdf](https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/112108150/pdf/Web_Pages/WEBP_M16.pdf)

# 5

## फॅरेडेचे नियम

### युनिट वैशिष्ट्ये

आपण या युनिटमध्ये खालील बाबींवर भर दिला आहे

- मॅग्नेटिक फ्लक्स, फ्लक्स डेन्सिटी
- एडी करंटस् स्
- इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे नियम
- त्यांचे ईटीग्रल आणि डीफरेंशीयल प्रकार
- लॅजचा नियम आणि एनर्जी कॉन्झर्वेशन
- इन्ड्यूस ई. एम. एफ (emf) आणि त्याच्या उत्पादनाची पद्धत
- सेल्फ-इंडक्टन्स, म्युच्युअल इंडक्टन्स, त्यांची युनिट्स आणि डायमेनशन्स
- कपलिंगचा गुणक आणि अवलंबीत्व
- मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवलेल्या कॉईल मध्ये साठवलेली एनर्जी

अधिक उत्सुकता निर्माण करण्यासाठी विषयांच्या व्यावहारिक अनुप्रयोगांवर चर्चा केली जाते आणि सर्जनशीलता तसेच समस्या सोडवण्याची क्षमता सुधारते.

ब्लूमच्या वर्गीकरणानुसार खालच्या आणि उच्च क्रमाने दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित केलेले अनेक निवडक प्रश्न तसेच कमी आणि जास्त उत्तर असलेले वेगवेगळे प्रश्न, अनेक संख्यात्मक अवघड असाइनमेंट, संदर्भाची सूची आणि सुचवलेले वाचन या युनिट मध्ये आहे की जेणेकरून एखादी व्यक्ती सरावासाठी हे सर्व वापरू शकेल. आपण हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की विविध विषयांवर अधिक माहिती मिळवण्यासाठी काही QR कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये दिलेले आहेत जे संबंधित विषयाच्या ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

संबंधित प्रात्यक्षिकानंतर, पदार्थावर आधारित, “अवांतर माहिती ” विभाग आहे. हा विभाग कुशल पद्धतीने तयार करण्यात आला आहे जेणेकरून या भागात दीलेली माहिती पूरक माहिती पुस्तकाच्या वापरकर्त्यासाठी फायदेशीर ठरेल. हा विभाग प्रामुख्याने सुरुवातीचे क्रियाकलाप, काही मनोरंजक तथ्यांची उदाहरणे, सारखेपणा, मुख्य निरीक्षणे आणि शोध यावर केंद्रित विषयाच्या विकासाचा इतिहास, अलीकडील काळापर्यंत संबंधित विषयांच्या विकासापासून सुरू होणाऱ्या टाइमलाइनवर प्रकाश टाकतो, तसेच

आपल्या दैनंदिन वास्तविक जीवनासाठी विषयाचे अनुप्रयोग किंवा/आणि विविध पैलूंवरील औद्योगिक अनुप्रयोग, पर्यावरण, टिकाऊपणा, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी, आणि शेवटी जिज्ञासा आणि कुतूहल निर्माण करतो.

## भूमिका

फॅराडेच्या नियमावरील हे युनिट विद्यार्थ्यांना मॅग्नेटिक फ्लक्स, फ्लक्स डेन्सिटी आणि एडी करंट्स यासारख्या काही मूलभूत शब्दावलीबद्दल स्पष्ट कल्पना प्राप्त करण्यास मदत करेल. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे नियम आणि इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनशी निगडित असलेला लॅंजचा नियम, सेल्फ आणि म्युच्युअल इंडक्टन्स आणि ट्रान्सफॉर्मर यांचे व्यावहारिक उपयोग जसे मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवलेल्या कॉइलमध्ये साठवलेल्या ऊर्जेची गणना यासारख्या सर्व हेतूसाठी यांचे विशेष महत्त्व आहे.

फॅराडेचा इंडक्शनचा नियम मॅग्नेटिक फील्ड तयार करण्यासाठी इलेक्ट्रिक करंट कसा जबाबदार आहे हे स्पष्टपणे सांगतो. कंडक्टरच्या आत बदलणारे मॅग्नेटिक फील्ड, इलेक्ट्रिक करंट कसा निर्माण करतो हे ही या नियमानुसार सांगितले जाते. फॅराडेने मॅग्नेटिक इंडक्शनचा शोध लावला ज्यामुळे इलेक्ट्रिक मोटर्स, जनरेटर आणि ट्रान्सफॉर्मर्स यांची रचना आणि आराखडा करणे शक्य झाले, जे आधुनिक तंत्रज्ञानाचा पाया म्हणून स्वीकारले जाऊ शकते. इंडक्शन या संकल्पनेचा वापर करून, आपण इलेक्ट्रिक पॉवर ग्रिड आणि इतर अनेक संबंधित वस्तू त्यात जोडू शकतो.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

- गणित: व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता बारावी)
- भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझम (इयत्ता बारावी)

## युनिट आउटकम

या युनिटची फलनिष्पत्ति खालीलप्रमाणे आहे

U5-O1: मॅग्नेटिक फ्लक्स, फ्लक्स डेन्सिटी, एडी करंट्स यांच्या व्याख्या लिहा.

U5-O2: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे नियम, त्याचे इन्टीग्रल आणि डीफरेंशीयल स्वरूप, लेन्झचा नियम आणि एनर्जी कॉन्झर्वेशन स्पष्ट करा.

U5-O3: इन्ड्यूस ई. एम. एफ (emf) आणि त्याच्या उत्पादनाची पद्धत यांचे स्पष्टीकरण द्या.

U5-O4: सेल्फ-इंडक्टन्स, म्युच्युअल इंडक्टन्स, त्यांची एकके आणि परिमाण, अवलंबित्व आणि कपलिंगचा गुणक स्पष्ट करा.

U5-O5: मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवलेल्या कॉइलमध्ये साठवलेल्या ऊर्जेचे मापन करा

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-1	CO-4	CO-1	CO-6
U5-O1	3	-	2	1	-	-
U5-O2	2	-	3	1	-	-
U5-O3	2	-	1	1	-	-
U5-O4	2	-	1	-	-	-
U5-O5	2	-	-	-	-	-

## 5.1 परिचय (Introduction)

जेव्हा कंडक्टरमधून काही करंट वाहतो, तेव्हा त्याच्या भोवती मॅग्नेटिक फील्ड प्रस्थापित होते. जर ते कंडक्टर कॉइलच्या स्वरूपात असेल तर ते बार मॅग्नेटसारखे असते. कॉइलची पोलॅरिटी बदलण्यासाठी त्यामध्ये वाहणाऱ्या करंटची दिशा बदलून उलट केली जाऊ शकते. अवकाशातील ज्या जागेतून मॅग्नेटिक फ्लक्स कॉइलभोवती फिरू शकतो त्याला मॅग्नेटिक सर्किट म्हणतात. जर कंडक्टरशी संबंधित मॅग्नेटिक फ्लक्स बदलला तर त्यात इलेक्ट्रो मॅग्नेटिक फोर्स (e.m.f.) तयार होतो. जर आता एखादा कंडक्टर पूर्ण लूप बनवतो किंवा सर्किट बनवतो, तर त्यात एक करंट वाहतो. यालाच इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शन असे म्हणतात. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनची प्राथमिक आवश्यकता म्हणजे कंडक्टर किंवा कॉइलला जोडणारा फ्लक्सचा फरक होय. परिणामी या बदलामुळे कंडक्टर (किंवा कॉइल) मधील करंट बऱ्याच काळ राहतो. अशा प्रकारे मिळवलेले e.m.f., इन्ड्यूस e.m.f. म्हणून ओळखले जाते. अशाप्रकारे कॉइलशी जोडलेला मॅग्नेटिक फ्लक्स इन्ड्यूस emf बदलतो, किंवा कॉइलमध्ये करंट टिकून राहतो.

## 5.2 मॅग्नेटिक फ्लक्स (Magnetic Flux)

सरफेसशी जोडलेला मॅग्नेटिक फ्लक्स म्हणजे मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवल्यावर सामान्यतः सरफेस ओलांडणाऱ्या मॅग्नेटिक फील्डच्या लाईन्सचे मोजमाप असते आणि ते मॅग्नेटिक फील्डचा सरफेसच्या नॉर्मलच्या दिशेने असणारा कंपोनेंट आणि सरफेसचे क्षेत्रफळ यांच्या गुणाकाराइतके असते.

मॅग्नेटिक फील्डच्या ( $\vec{B}$ ) सरफेसच्या क्षेत्रफळामुळे ( $d\vec{S}$ ) निर्माण होणाऱ्या फ्लक्सची व्याख्या खालील प्रकारे लिहिता येईल,

$$\begin{aligned} d\phi &= \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= B dS \cos \theta \end{aligned} \quad \dots(5.1)$$

जेव्हा फील्ड लाईन्स सरफेसवर नॉर्मल असतात तेव्हा कोणत्याही सरफेसवरील मॅग्नेटिक फ्लक्स नेहमी उच्च असतो. आणि जर फील्ड लाईन्स सरफेसला समांतर असतील तर सरफेसशी जोडलेला मॅग्नेटिक फ्लक्स शून्य असतो. मॅग्नेटिक फ्लक्स एक स्केलर प्रमाण आहे याची नोंद घ्या.

## 5.3 मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी (Magnetic Flux Density)

मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवलेल्या युनिट क्षेत्राद्वारे करंट म्हणून परिभाषित केली जाऊ शकते, तसेच हे मॅग्नेटिक इंडक्शन व्हेक्टर म्हणूनही ओळखले जाते आणि गणितानुसार ते खालील प्रमाणे लिहिले जाते,

$$B = \frac{d\phi}{dS} \quad \dots(5.2)$$

आणि म्हणूनच मॅग्नेटिक फील्ड (B) ला मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी असेही म्हटले जाते आणि ते व्हेक्टर प्रमाण आहे.

### 5.3.1 एकाचे आणि परिमाण (Unit and dimension)

मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी किंवा मॅग्नेटिक फील्डचे SI युनिट टेस्ला (tesla) किंवा  $N \cdot m^{-1} A^{-1}$  हे आहे. आणि मॅग्नेटिक फ्लक्सचे एसआय (SI) युनिट  $tesla \cdot m^2$  किंवा वेबर (Wb) आहे.

मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटीचे परिमाण  $[MT^{-2}I^{-1}]$  आहे तर मॅग्नेटिक प्रवाहाचे परिमाण खालीलप्रमाणे आहे,

$$[\phi] = [BdS] = \left[ \frac{F}{Il} dS \right] = \left[ \frac{MLT^{-2}}{IL} \times L^2 \right] = [MT^{-2}I^{-1}L^2]$$

**वेबर ची व्याख्या:** हा मॅग्नेटिक फ्लक्स आहे त्या  $1\text{m}^2$  क्षेत्रफळाशी संबंधित आहे, जो एरिया  $1\text{T}$  इतक्या मॅग्नेटिक फील्डला परपेंडीकूलर ठेवला आहे.

## 5.4 फॅरेडेचे नियम (Faraday's Laws)

फॅरेडेने इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शन स्पष्ट करण्यासाठी अनेक प्रयोगांची मालिका केली. त्याने आपले प्रायोगिक शोध दोन नियमामध्ये स्पष्ट केले, ज्याला फॅरेडेचे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे नियम म्हणतात.

**पहिला नियम:** जर कंडक्टरला वेगवेगळ्या मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवले गेले तर तेथे इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स तयार होईल.

**दुसरा नियम:** कोणत्याही सर्किटमध्ये, इंड्यूस  $e.m.f$  चे परिमाण सर्किटशी जोडलेले मॅग्नेटिक फ्लक्स बदलण्याच्या वेळेच्या दराच्या बरोबरीचे असते. जसे की गणितीय भाषेत,

$$e = \frac{d\phi}{dt} \quad \dots(5.3)$$

फॅरेडेच्या दुसऱ्या नियमाचे सुधारित स्वरूप (लेन्झचा नियम): इंड्यूस  $e.m.f$  ची दिशा किंवा सर्किटशी जोडलेला करंट नेहमी त्यात निर्माण होणाऱ्या मॅग्नेटिक प्रवाहातील बदलाला विरोध करतो .म्हणून,

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad \dots(5.4)$$

फॅरेडेच्या नियमाचे स्पष्टीकरण: समजा कॉइलमध्ये  $N$  इतके गुंडाळे(वेढे) आहेत आणि कॉइलशी जोडलेला फ्लक्स  $\phi_1$  ते  $\phi_2$  हा  $t$  सेकंदात बदलतो. म्हणून प्रवाहातील एकूण बदल  $(N\phi_2 - N\phi_1)$  इतका आहे. आणि फ्लक्स चार्ज  $\frac{N\phi_2 - N\phi_1}{t}$ . इतका आहे

फॅरेडेच्या नियमानुसार इंड्यूस  $e.m.f$

$$e = \frac{N\phi_2 - N\phi_1}{t} = \frac{N(\phi_2 - \phi_1)}{t}$$

$$\text{किंवा} \quad e = \frac{d}{dt}(N\phi) = N \frac{d\phi}{dt} \quad \dots(5.5)$$

वरील समिकरणाच्या उजव्या बाजूला वजा चिन्ह देणे आवश्यक आहे. वजा चिन्ह लेन्झच्या नियमाप्रमाणे असे दर्शवते की त्यामध्ये निर्माण झालेले व्होल्टेज, फ्लक्समधील बदलाला विरोध करण्यासाठी एका दिशेने प्रयत्न करीत आहे.

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \text{ volts} \quad \dots(5.6)$$



for Interactive  
Tutorial on EM  
Induction

उदाहरण 5.1

**उदाहरण 5.1:**  $15 \text{ mWb}$  फ्लक्स  $150$  वळणांच्या कॉइलशी जोडलेले आहे आणि  $5 \text{ ms}$  मध्ये फ्लक्स रीवर्स झालेले आहे. कॉइल मध्ये तयार झालेले सरासरी  $e.m.f$  शोधा.

**उत्तर:**

फ्लक्स मधील बदल  $d\phi = 15 - (-15) = 30 \text{ mWb} = 30 \times 10^{-3} \text{ Wb}$ .

बदलासाठी लागणार वेळ  $dt = 5 \text{ ms} = 5 \times 10^{-3} \text{ s}$ .

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = 150 \times \frac{30 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 900 \text{ V}.$$

**उदाहरण 5.2:** मॅग्नेटिक सर्किटवर 50 वळणे असलेले कॉइल गुंडाळले होते. जर या कॉइल मध्ये वाहणारा 1A करंट 1 s मध्ये रीवर्स झाला तर तयार होणारा सरासरी e.m.f. मोजा.

सर्किटचा रीलकटन्स 2000 AT/Wb.

**उत्तर:**

$$\text{कॉइल मधील फ्लक्स} = \frac{m.m.f.}{\text{reluctance}} = \frac{50 \times 1}{2000} = 0.025 \text{ Wb}.$$

जेव्हा कॉइलमधील 1A एवढा करंट रीवर्स होतो, तेव्हा कॉइलमधील फ्लक्सदेखील रीवर्स होतो.  $e = N \frac{d\phi}{dt}$  आता

$$\text{इथे, } N = 500; d\phi = 0.025 \text{ (0.025)} = 0.05 \text{ Wb}; dt = 1 \text{ s}$$

$$e = 500 \times \frac{0.05}{1} = 25 \text{ V}.$$

उदाहरण 5.2

**उदाहरण 5.3:** 4-पोल dc जनरेटरला 4 कॉइल्स एक सलग जोडलेल्या आहेत. प्रत्येक कॉइलभोवती 1200 टर्न गुंडाळलेले आहेत. उत्तेजित फील्डमध्ये मॅग्नेटिक फ्लक्स 0.04 Wb/pole इतका आहे. जेव्हा वेग लावला जातो, तेव्हा फील्ड अशा प्रकारे उघडले जाते जेणेकरून फ्लक्स 0.1s इतक्या वेळेत 0.004 Wb/pole इतका खाली येतो.तर मॅग्नेटिक फील्डमध्ये तयार होणारे एकूण e.m.f. काढा.

**उत्तर:**

$$\text{एकूण टर्न ची संख्या } N = 1200 \times 4 = 4800, \text{ सुरुवातीचे एकूण फ्लक्स} = 4 \times 0.04 = 0.16 \text{ Wb}$$

$$\text{आणि एकूण उरलेले फ्लक्स} = 4 \times 0.004 = 0.016 \text{ Wb}.$$

$$\text{बदललेले फ्लक्स} = 0.16 \times 0.016 = 0.144 \text{ Wb}.$$

लागलेला वेळ,  $dt = 0.1 \text{ second}$ .

$$\text{तयार होणारा e.m.f. } e = N \frac{d\phi}{dt} = 4800 \times \frac{0.144}{0.1} = 6912 \text{ V}.$$

उदाहरण 5.2

#### 5.4.1 फॅरेडेच्या नियमाचा इन्टीग्रल आणि डीफरेंशीयल फॉर्म

##### (Integral and differential form of Faraday's law)

फॅरेडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमानुसार, कॉइलमध्ये मॅग्नेटिक फ्लक्स बदलल्यामुळे कॉइल मध्ये तयार

होणार इन्ड्यूस e.m.f. खालीलप्रमाणे लिहिता येतो,

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

जेव्हा एवढा मॅग्नेटिक फ्लक्स  $S$  या पृष्ठभागावर  $C$  या, वक्र मार्गाने वाहतो तेव्हा

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \dots(5.7)$$

जेव्हा  $d\vec{S}$  हा  $S$  या सरफेसला हा लंब असतो.

$$\text{तेव्हा} \quad e = -\frac{d}{dt} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) \quad \dots(5.8)$$

जर  $S$  सोबत  $\vec{E}$  इतके इलेक्ट्रिक फील्ड असेल तर इन्ड्यूस e.m.f. खालीलप्रमाणे लिहिले जाऊ शकते,

$$e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \dots(5.9)$$

तर, समीकरण (5.8) आणि (5.9) यांची तुलना करून आपल्याला खालील समीकरण मिळेल,

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) \quad \dots(5.10)$$

समीकरण (5.10) फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचे इन्टीग्रल प्रकार म्हणून ओळखले जाते. आता स्टोक्सच्या व्हेक्टर कॅल्क्युलसचे प्रमेय वापरून आपल्याला खालील समीकरण मिळते,

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (5.11)$$

तर, समीकरण (5.10) आणि (5.11) यांची तुलना करून आपल्याला खालील समीकरण मिळेल,

$$\iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

$$\text{किंवा} \quad \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = 0$$

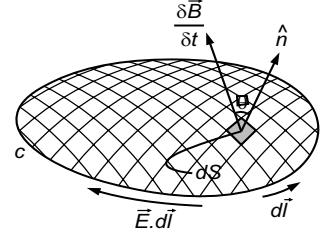
$$\text{किंवा} \quad \iint_S \left( \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = 0$$

जसे, वरील समीकरण कोणत्याही  $d\vec{S}$  साठी खरे आहे, म्हणून ते वैध बनवण्यासाठी आपण असे लिहू शकतो,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \dots(5.12)$$

समीकरण (5.12) फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा डीफरेंशीयल फॉर्म म्हणून ओळखले जाते.



आकृती 5.1: फॅराडेच्या e.m.f. इंडक्शन नियमाचे उदाहरण



to know how  
Electromotive-  
Force Works



### 5.4.2 इन्ड्यूस e.m.f. आणि करंट (Induced e.m.f. and current)

इन्ड्यूस e.m.f. ची दिशा आणि कंडक्टर किंवा कॉइलमधील करंट खालीलपैकी एक वापरून निर्धारित केले जाऊ शकते:

- (a) लेन्झचा नियम
- (b) फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम

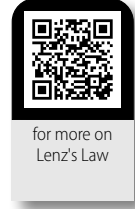
## 5.5 लेन्झचा नियम (Lenz's law)

एमिल लेन्झ या जर्मन शास्त्रज्ञाने इन्ड्यूस करंटची दिशा शोधण्यासाठी लेन्झचा नियम म्हणून ओळखला जाणारा खालील सोपा नियम दिला:

इन्ड्यूस करंटचा प्रवाह अशा एका दिशेने असेल जेणेकरून तो निर्माण करण्यासाठी जबाबदार असलेल्या विशिष्ट कारणाचा तो विरोध करेल. करंट निर्माण करण्यासाठी जबाबदार असलेले कारण कॉइलला जोडणारा फ्लक्समधील बदल दर्शवते. म्हणून, इन्ड्यूस करंटची दिशा अशी असेल की त्याचे स्वतःचे मॅग्नेटिक फील्ड इन्ड्यूस करंट निर्माण करणाऱ्या फ्लक्समधील बदलाला विरोध करते.

आकृती 5.2 ला लेन्झचा नियम वापरू या ठिकाणी मॅग्नेटिक N -पोल कॉइलच्या दिशेने आहे. लेन्झच्या नियमानुसार, इन्ड्यूस करंटची दिशा, अशा प्रकारे निश्चित होईल की त्याद्वारे निर्माण केलेला फ्लक्स, मूळ फ्लक्समधील बदलाला विरोध करेल. हे तेंव्हा शक्य आहे जेव्हा कॉइलची डावी बाजू मॅग्नेटच्या N-पोलच्या जवळ असेल.

एकदा आपल्याला कॉइलच्या बाजूची मॅग्नेटिक पोलॅरिटी कळली की आपण उजव्या हाताचा नियम लागू करून कॉइलसाठी इन्ड्यूस करंटची दिशा मिळवू शकतो.

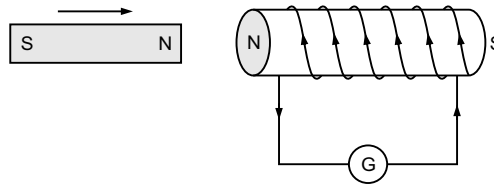


### 5.5.1 लेन्झचा नियम आणि एनर्जी कॉन्झर्वेशन (Lenz's law and conservation of energy)

लेन्झचा नियम एनर्जी कॉन्झर्वेशनच्या नियमाचे अनुसरण करतो. (आकृती 5.2)मध्ये दाखविल्याप्रमाणे ज्याचा N पोल कॉइल समोर आहे तो कॉइलच्या दिशेने असा ढकला की जेणेकरून त्यात अल्पसा करंट इन्ड्यूस होईल. इन्ड्यूस करंटची दिशा अशी असू द्या की N- पोलपेवजी, S- पोल मॅग्नेटच्या जवळच्या टोकाला असला पाहिजे.

परिणामी मॅग्नेट वाढत्या कायनेटिक ऊर्जेच्या (kinetic energy) आकर्षणामुळे कॉइलच्या दिशेने जाईल आणि त्याद्वारे इलेक्ट्रिक प्रवाह हळूहळू वाढेल आणि म्हणून कोणतेही बाह्य काम न करता मॅग्नेटिक फील्डची शक्ती देखील वाढेल. याहून असे दिसून येते की, हे स्पष्टपणे एनर्जी कॉन्झर्वेशनच्या नियमाचे उल्लंघन आहे.

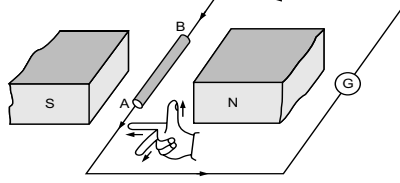
त्यामुळे इन्ड्यूस प्रवाहाची दिशा अशी असेल की तो फक्त N- पोलजवळ निर्माण होईल आणि जेणेकरून तो मॅग्नेटच्या हालचालीला विरोध करून e.m.f. इन्ड्यूस किंवा तयार करेल.



आकृती 5.2: लेन्झच्या नियमाची पडताळणी

## 5.6 फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम (Fleming's Right Hand Rule)

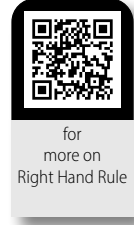
स्थिर मैग्नेटिक फील्डमुळे उजव्या बाजूकडे जाणाऱ्या कंडक्टरसाठी, इन्ड्यूस e.m.f. ची दिशा किंवा फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताचा नियम वापरून इन्ड्यूस करंट मोजला जाऊ शकतो. या नियमानुसार जेव्हा आपण आपल्या उजव्या हाताची तर्जनी, मधले बोट आणि अंगठा एकमेकांना परपेंडीकूलर ठेवतो, यामध्ये जर तर्जनी मैग्नेटिक फील्ड दाखवते आणि अंगठा कंडक्टरची गती निर्देशित करतो, तर मधले बोट इन्ड्यूस करंटकडे निर्देशित करते.



आकृती 5.3: फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताच्या नियमाची पडताळणी

आकृती 5.3, कंडक्टर AB च्या ऊर्ध्वगामी हालचालीचे वर्णन करते की जे मैग्नेटिक पोल N आणि S यापासून तयार झालेल्या परपेंडीकूलर एकसमान मैग्नेटिक फील्डला परपेंडीकूलर असते.

फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताच्या नियमानुसार, येथे इन्ड्यूस करंटची दिशा B ते A पर्यंत असेल. फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताच्या नियमानुसार, कंडक्टरच्या खालच्या गतीसाठी, मैग्नेटिक फील्डची दिशा निश्चित ठेवून, इन्ड्यूस करंटची दिशा A ते B पर्यंत असेल.



## 5.7 इन्ड्यूस E.M.F. (Induced E.M.F.)

जर कॉइल किंवा कंडक्टरला जोडणारा फ्लक्स बदलला तर, एक इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह एनर्जी तयार होते जी खालील पद्धती वापरून शोधली जाऊ शकते:

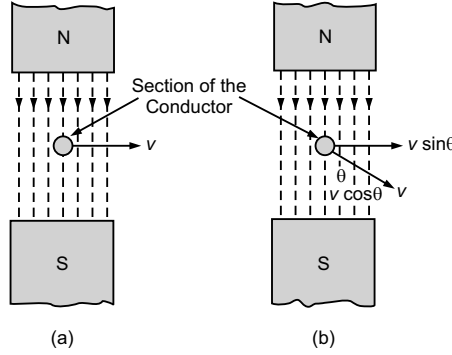
- एकतर कंडक्टरला स्थिर मैग्नेटिक फील्डमध्ये असे हलवा की जेणेकरून संबंधित फ्लक्समध्ये बदल होईल. अशा प्रकारे तयार झालेला इन्ड्यूस e.m.f. हा डायनॅमिकली इन्ड्यूस ईएमएफ म्हणून ओळखला जातो. कंडक्टरमध्ये प्रत्यक्षात e.m.f. फिरत असतो म्हणून त्याला असे म्हटले जाते. (उदा., AC किंवा DC जनरेटर).
- मैग्नेटिक फील्ड बदलत असताना कंडक्टर स्थिर ठेवला जातो. या पद्धतीने इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्सला स्टॅटिकली इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स म्हणूनही ओळखले जाते. यासाठी आपण ट्रान्सफॉर्मरचे उदाहरण घेऊ शकतो. कोणत्याही स्थिर कंडक्टरमध्ये या प्रक्रियेद्वारे इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स इन्ड्यूस केल्यामुळे त्याला हे नाव देण्यात आले आहे.

हे नमूद केले पाहिजे की दोन्ही केसमध्ये इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्सची परिमाण खालील प्रकारे व्यक्त केली जाऊ शकतात जसे की,

$$N \frac{d\phi}{dt}$$

- डायनॅमिकली इन्ड्यूस ईएमएफ:**  $1m$  लांबीचा कंडक्टर विचारात घ्या जो काटकोनातून  $B \text{ Wb/m}^2$  इतक्या एकसमान मैग्नेटिक फील्डमध्ये फिरत आहे ज्याचा वेग  $v \text{ m/s}$  [आकृती . 5.4 (a)] इतका आहे. समजा कंडक्टर  $dt$  सेकंदात  $dx$  एवढे अंतर फिरतो.

तर कंडक्टरने वापरलेला एरिया  $= 1 \times dx$  आहे



आकृती 5.4: डायनॅमिकली इंड्यूस्ड e.m.f.

म्हणून फ्लक्स  $d\phi = \text{फील्ड} \times \text{वापरलेला एरिया} = B l dx$   $Wb$

फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमानुसार, कंडक्टरमध्ये तयार झालेला e.m.f.  $e$  खालील प्रमाणे लिहिला जातो,

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = B l \frac{dx}{dt} \quad (\because N = 1) \quad \dots(5.13)$$

$$\text{किंवा} \quad e = B l v \quad \left( \because \frac{dx}{dt} = v \right) \quad \dots(5.14)$$

जर कंडक्टर  $\theta$  एवढ्या कोनातून मॅग्नेटिक फील्डमध्ये फिरला असेल तर [आकृती 5.4(b)], तर कंडक्टरचा फील्डभोवतीचा वेग हा  $v \sin \theta$  इतका असेल

$$\therefore e = B l v \sin \theta \quad \dots(5.15)$$

इन्ड्यूस e.m.f. ची दिशा फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताच्या नियमाद्वारे निर्धारित केली जाऊ शकते. जर कंडक्टरला मॅग्नेटिक क्षेत्राच्या समांतर हलवले असेल तर फ्लक्समध्ये कोणताही बदल होणार नाही आणि म्हणून कोणतेही e.m.f. तयार होणार नाही.

हे तयार झालेले e.m.f. कंडक्टरच्या गतीमुळे इन्ड्यूस होते म्हणून त्याला गतिशील e.m.f. म्हणतात. जेव्हा कंडक्टरची गती थांबते तेव्हा हे गतिशील e.m.f. नाहीसे होते.

जर कंडक्टरचे टोक रेसिस्टन्स  $R$  च्या बाह्य सर्किटशी जोडलेले असेल आणि जर  $r$  कंडक्टरचा अंतर्गत रेसिस्टन्स असेल तर ओहमच्या नियमानुसार इन्ड्यूस करंट  $i$  हा खालील प्रमाणे लिहिला जातो.

$$i = \frac{e}{R + r} = \frac{B l v}{R + r} \quad \dots(5.16)$$

कंडक्टरद्वारे प्रवाहाची दिशा फ्लेमिंगच्या उजव्या हाताच्या नियमावरून मिळू शकते.

**स्पष्टीकरण:** जेव्हा कंडक्टर मॅग्नेटिक क्षेत्रातून फिरतो तेव्हा कंडक्टरचे सर्व मुक्त इलेक्ट्रॉन एकाच दिशेने फिरतात. म्हणून लॉरेन्झची शक्ती प्रत्येक इलेक्ट्रॉनवर कार्य करते जी खालील प्रमाणे लिहिता येते,

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$$

इथे  $\vec{v}$  इलेक्ट्रॉनचा वेग आहे. म्हणून कंडक्टर च्या दोन्ही टोकात e.m.f. तयार होतो.



for more  
Exploration  
of the  
Phenomenon

उदाहरण 5.4

**उदाहरण 5.4:** 25 सेंमी लांबीच्या कंडक्टरचा वेग 2 cm/s. इतका आहे जेव्हा तो 5T इतक्या एकसमान फ्लक्स डेन्सिटीत परपेंडीकूलर दिशेने फिरतो. तर त्यामध्ये तयार होणारे e.m.f. काढा.

**उत्तर:**

दिलेले, लांबी  $l = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$  आणि वेग,  $v = 2 \text{ cm/s} = 0.02 \text{ m/s}$ .

म्हणून तयार झालेला e.m.f,  $E = Blv = 5 \times 0.25 \times 0.02 = 0.025 \text{ V} = 25 \text{ mV}$ .

उदाहरण 5.5

**उदाहरण 5.5:** कंडक्टरची लांबी 120mm आहे. हा कंडक्टर 0.6 T असलेल्या फ्लक्सच्या डेन्सिटीत मॅग्नेटिक फील्डकडे योग्य कोनात हलवला आणि त्यात 1.8 V इतका e.m.f. तयार झाला. तर त्याचा वेग निश्चित करा.

**उत्तर:**

कंडक्टरचा वेग,  $v = \frac{E}{Bl} = \frac{1.8}{0.6 \times 0.12} = 25 \text{ m/s}$ .

उदाहरण 5.6

**उदाहरण 5.6:** 25 सेंमी लांबीचा कंडक्टर 1.2 T इतक्या एकसमान मॅग्नेटिक क्षेत्रातून 8 m/s च्या समान वेगाने पुढे जात आहे. कंडक्टरमधून वाहणारा प्रवाह मोजा जेव्हा (a) तो ओपन सर्किट असतो आणि (b) तो  $15 \Omega$  लोड रेसिस्टरशी जोडलेला असतो.

**उत्तर:**

तयार होणारा e.m.f.,  $E = Blv$

$$= 1.2 \times 0.25 \times 8 = 2.4 \text{ V}.$$

(a) जेव्हा कंडक्टर ओपन सर्किट मध्ये असतो. तेव्हा त्यातून कोणताही प्रवाह वाहत नाही

(b) जेव्हा कंडक्टर  $15 \Omega$  शी जोडला जातो तेव्हा त्यातून वाहणारा करंट,

$$I = \frac{E}{R} = \frac{2.4}{15} = 0.16 \text{ A}.$$

उदाहरण 5.7

**उदाहरण 5.7:** एक 500 मिमी लांब सरळ कंडक्टर त्याच्या लांबी आणि एकसमान मॅग्नेटिक एरिया या दोघांनाही परपेंडीकूलर दिशेने 5m/s इतक्या वेगाने पुढे जात आहे. जर कंडक्टरमध्ये तयार होणारा emf 2.5 V इतका असेल तर मॅग्नेटिक फील्डची फ्लक्स डेन्सिटी मोजा. जेव्हा  $5 \Omega$ , रेसिस्टन्स असताना कंडक्टर क्लोज्ड सर्किट तयार करतो तेव्हा कंडक्टरवर व्यक्त होणार फोर्स काढा.

**उत्तर:**

तयार होणारा e.m.f.,  $E = 2.5 \text{ V}$ , वेग,  $v = 5 \text{ m/s}$  आणि लांबी  $l = 500 \text{ mm} = 0.5 \text{ m}$ .

म्हणून फ्लक्स डेन्सिटी,  $B = \frac{E}{lv} = \frac{2.5}{0.5 \times 5} = 1 \text{ T}$ .

करंट  $I = \frac{E}{R} = \frac{2.5}{5} = 0.5 \text{ A}$ .

कंडक्टर वरील फोर्स  $F = BIl = 1 \times 0.5 \times 0.5 = 0.25 \text{ N}$ .

**उदाहरण 5.8:** एक कार 40 किमी/तास वेगाने पुढे जात आहे. जर कारची मागील अॅक्सेल 2.2 मीटर लांब असेल, तर अॅक्सेल गतीमध्ये असताना त्यात निर्माण होणारा e.m.f. काढा. पृथ्वीच्या मॅग्नेटिक फील्डचा वर्टिकल कंपोनेंट  $24\mu\text{T}$  आहे असे गृहीत घरा.

**उत्तर:**

$$\text{तयार झालेला e.m.f., } E = Blv = 24 \times 10^{-6} \times 2.2 \times \frac{60 \times 10^3}{60 \times 60} = 0.88 \text{ mV.}$$

उदाहरण 5.8

**उदाहरण 5.9:** जेव्हा कंडक्टर मॅग्नेटिक फील्डमध्ये असतो, तेव्हा गतीत असलेल्या कंडक्टरचा (a)  $90^\circ$  (b)  $45^\circ$  आणि (c)  $30^\circ$  या कोनासाठी 2 m/s इतका वेग आहे. दोन चौरस पोलमध्ये मॅग्नेटिक फील्ड तयार होते, ज्याची बाजू 2.5 cm इतकी आहे. जेव्हा पोलच्या समोरच्या बाजूचा फ्लक्स 60 mWb, असतो, प्रत्येक कोनासाठी तयार होणाऱ्या इलेक्ट्रोमोटिव फोर्सचे परिमाण शोधा.

**उत्तर:**

तयार होणारा e.m.f.,  $E = Blv \sin \theta$

$$(a) \text{ जेव्हा } \theta = 90^\circ, E = Blv \sin 90^\circ = \frac{\phi}{A} \times l \times v \times 1 = \frac{60 \times 10^{-3}}{(2.5)^2 \times 10^{-4}} \times 2.5 \times 10^{-2} \times 20 = 48 \text{ V.}$$

$$(b) \text{ जेव्हा } \theta = 45^\circ, E = Blv \sin 45^\circ = 48 \sin 45^\circ = 33.9 \text{ V.}$$

$$(c) \text{ जेव्हा } \theta = 30^\circ, E = Blv \sin 30^\circ = 48 \sin 30^\circ = 24 \text{ V.}$$

उदाहरण 5.9

**उदाहरण 5.10:** एकसमान मॅग्नेटिक फील्डमध्ये काट कोनात 0.5 मीटर लांबीचा कंडक्टर ठेवला आहे. वेग 40 m/s इतका असताना फ्लक्स डेन्सिटीचे मूल्य  $1 \text{ Wb/m}^2$  इतके आहे. कंडक्टरमध्ये तयार होणार इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स काढा. तसेच जेव्हा कंडक्टर  $60^\circ$  कोनातून मॅग्नेटिक फील्डमध्ये फिरतो, तेव्हा तयार होणारा e.m.f. काढा.

**उत्तर:**

$$(i) E = Blv = 1 \times 0.5 \times 40 = 20 \text{ V.}$$

$$(ii) E = Blv \sin \theta = 1 \times 0.5 \times 40 \times \sin 60^\circ = 17.32 \text{ V.}$$

उदाहरण 5.10

**उदाहरण 5.11:** एका कंडक्टरची लांबी 400 mm आहे. तो  $0.85 \text{ T}$  इतक्या मॅग्नेटिक फील्डमध्ये  $70^\circ$  मध्ये फिरतो. जर त्याचा वेग 115 किमी/तास असेल, तर तयार होणारे (a) व्होल्टेज शोधा आणि (b) आणि  $8\Omega$  रेसिस्टन्स असलेल्या कंडक्टरवरील फोर्स काढा.

**उत्तर:**

(a) तयार होणारे व्होल्टेज

$$E = Blv \sin \theta = 0.85 \times 0.4 \times \sin 70^\circ \\ = 10.206 \text{ V.}$$

उदाहरण 5.11

(b) कंडक्टरवरील फोर्स

$$F = BIl \sin \theta = B \times \left( \frac{E}{R} \right) \times l \times \sin \theta$$

$$= 0.85 \times \left( \frac{10.206}{8} \right) \times 0.4 \times \sin 70^\circ = 0.408 \text{ N.}$$

**उदाहरण 5.12:** विमानाच्या पंखांचा स्पॅन 56 m आहे. हे 810 किमी/तास वेगाने आडवे उडत आहे आणि पृथ्वीच्या मॅग्नेटिक फील्डचा व्हर्टिकल कंपोनेंट  $4 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$  आहे. विमानाच्या पंखांच्या टोकांमधील पोटेन्शियल डिफरंस काढा.

**उत्तर:**

तयार होणारा e.m.f.  $E = Blv$

इथे,  $B = 4 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$ ,  $l = 56 \text{ cm}$  and  $v = 810 \times 10^3 / 3600 = 225 \text{ m/s}$ .

त्यामुळे तयार होणारा e.m.f.  $E = 4 \times 10^{-4} \times 56 \times 225 = 5.04 \text{ V}$ .

पोटेन्शियल डिफरंस = 5.04 V.

(ii) **स्टॅटिकली इन्ड्यूस e.m.f.:** जर कंडक्टर स्थिर स्थितीत ठेवला असेल आणि संबंधित क्षेत्र बदलले, तर कंडक्टरमध्ये इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्सला स्टॅटिकली इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स असे नाव दिले जाते ज्याचे उप-वर्गीकरण खालीलप्रमाणे केले आहे:

(a) सेल्फ-इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स आणि

(b) म्युच्युअली इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स.

(a) **सेल्फ-इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स:** जेव्हा e.m.f. त्याच्याशी जोडलेल्या स्वतःच्या फ्लक्सच्या बदलामुळे कॉइलमध्ये इन्ड्यूस होतो तेव्हा त्याला सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. म्हणतात. जेव्हा कॉइल करंट (आकृती 5.5) घेऊन जाते, तेव्हा कॉइलद्वारे मॅग्नेटिक फील्ड स्थापित केले जाते. जर कॉइलमधील करंट बदलला तर कॉइलला जोडणारा फ्लक्स देखील बदलतो. म्हणून फॅराडेच्या नियमानुसार, कॉइलमध्ये e.m.f. इन्ड्यूस होतो. यालाच सेल्फइन्ड्यूस e.m.f. म्हणून ओळखले जाते.

या सेल्फइन्ड्यूस e.m.f. चे परिमाण खालीलप्रमाणे,

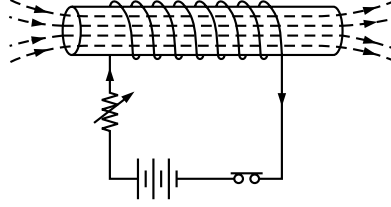
$$e_s = N \frac{d\phi}{dt} \quad \dots (5.17)$$

इन्ड्यूस e.m.f. ची दिशा (लेन्झच्या नियमानुसार) नेहमी अशी असते की जेणेकरून e.m.f ला इन्ड्यूस करण्यासाठी जबाबदार असलेला कॉइलमधील करंट हा विरुद्ध दिशेने असतो, म्हणजेच, कॉइलमध्ये करंट (आणि म्हणून फील्ड) बदलते

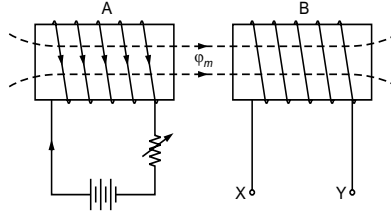
जेव्हा कॉइलमधील करंट बदलतो, तेव्हा e.m.f. त्यात इन्ड्यूस होते, जे कॉइलमधील करंटच्या बदलाला विरोध करते. कॉइलच्या या महत्त्वाच्या गुणधर्माला त्याचे सेल्फ-इंडक्शन म्हणतात. तसेच हे लक्षात घ्या की, सेल्फ इन्ड्यूस e.m.f. आणि इंडक्शन प्रवाह बदलण्यापासून रोखत नाही; तर हे केवळ बदलाला विलंब करण्यास मदत करते. अशाप्रकारे,

स्विच बंद झाल्यानंतर (आकृती 5.5), करंट शून्यावरून अंतिम स्थिर मूल्यापर्यंत वाढतो. हा विलंब सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. मुळे किंवा कॉइलच्या इंडक्टन्समुळे होतो. जेव्हा कॉइलमध्ये करंट स्थिर किंवा न बदलणारा असतो, तेव्हा मॅग्नेटिक फील्ड देखील स्थिर होते आणि सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. शून्यावर येते.

- (b) **म्युच्युअली इन्ड्यूस e.m.f.:** कॉइल मधील इन्ड्यूस e.m.f. जेव्हा शेजारच्या कॉइलमधील करंट बदलतो तेव्हा त्याला कॉइलमधील म्युच्युअल इन्ड्यूस e.m.f. असे म्हंटले जाते. आकृती 5.6 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे A आणि B एकमेकांच्या शेजारी ठेवलेल्या दोन कॉइल्सचा विचार करूया. कॉइल A द्वारे तयार झालेला मॅग्नेटिक फ्लक्सचा एक भाग कॉइल B मधून जातो किंवा संबंधित असतो. हा फ्लक्स A आणि B या दोन्ही कॉइल्ससाठी समान असतो आणि त्याला म्युच्युअल फ्लक्स ( $\phi_m$ ) म्हणून ओळखले जाते.



आकृती 5.5: सेल्फ-इंडक्शन



आकृती 5.6: म्युच्युअल इंडक्शन

जर आपण आता कॉइल A मधील करंट बदलला, तर म्युच्युअल फ्लक्सदेखील बदलेल आणि त्यामुळे e.m.f. दोन्ही कॉइल्समध्ये इन्ड्यूस होतील. आधीच नमूद केल्याप्रमाणे कॉइल A मधील इन्ड्यूस e.m.f. सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. म्हणून ओळखला जातो. आणि त्याचबरोबर दुसरीकडे, कॉइल B मध्ये जे इन्ड्यूस e.m.f. आहे ते म्युच्युअली इन्ड्यूस e.m.f. म्हणून ओळखले जाते. फॅराडेच्या नियमानुसार म्युच्युअली इन्ड्यूस e.m.f. चे परिमाण खालीलप्रमाणे लिहिता येऊ शकते,

$$e_M = N_B \frac{d\phi_m}{dt} \quad \dots(5.18)$$

जेथे  $N_B$  कॉइल B च्या टर्नची संख्या दर्शवते आणि  $\frac{d\phi_m}{dt}$  म्युच्युअल फ्लक्स बदलण्याचा दर देते जे दोन्ही कॉइल्समध्ये समान आहे.

लेन्झच्या नियमानुसार, म्युच्युअली इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्सची दिशा अशी बनते की ती त्याच्या निर्मितीच्या कारणाचा विरोध करते. कारण कॉइल A मध्ये तयार झालेला बदलणारा म्युच्युअल फ्लक्स हा कॉइल B मध्ये म्युच्युअली इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स निर्माण करतो. अशा प्रकारे जेव्हा सर्किट बंद होते, तेव्हा कॉइल B मधील इन्ड्यूस करंटची दिशा त्याच्याद्वारे स्थापित फ्लक्स असेल. हे कॉइल A द्वारे तयार केलेल्या विविध म्युच्युअल फ्लक्सला विरोध करेल. या संदर्भात खालील मुद्दे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे

जोपर्यंत कॉइल A मधील करंट बदलत असतो, तोपर्यंत कॉइल B मधील म्युच्युअल इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स टिकतो. जर कॉइल A मधील प्रवाह स्थिर असेल तर म्युच्युअल फ्लक्सदेखील स्थिर मूल्य दर्शवितो आणि म्युच्युअली इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स शून्य मूल्यावर येते.

एका कॉइलमध्ये व्होल्टेज प्रक्षेपित केल्यामुळे दुसऱ्यामध्ये इलेक्ट्रिक प्रवाह बदलतो, हा दोन शेजारी असलेल्या कॉइल्स चा गुणधर्म आहे, ज्याला म्युच्युअल इंडक्शन म्हणतात.

**e.m.f तयार करण्याच्या पद्धती:** e.m.f निर्मितीच्या तीन पद्धती आहेत, ज्या खालीलप्रमाणे आहेत.

- मॅग्नेटिक फील्डच्या परिमाणात बदल करून.
- प्राथमिक सरफेस एरिया बदलून म्हणजेच कॉइल ताणून किंवा संकुचित करून
- सापेक्ष सरफेसचे ओरीएन्टेशन आणि मॅग्नेटिक फील्ड बदलून अर्थात, मॅग्नेटिक फील्डची दिशा आणि प्राथमिक सरफेस एरिया ला समांतर असलेला नॉर्मल यांच्या दरम्यानचा कोन.

## 5.8 सेल्फ इंडक्टन्स (Self Inductance)

जेव्हा बंद लूपमध्ये इलेक्ट्रिक प्रवाह वाहतो तेव्हा तो एक मॅग्नेटिक फील्ड तयार करतो आणि अशा प्रकारे त्याच्या स्वतःच्या लूपने तयार केलेल्या क्षेत्रामध्ये त्याचा स्वतःचा फ्लक्स असतो. जर आता वेळेनुसार करंट बदलला तर, फ्लक्स देखील लूपद्वारे बदलतो आणि म्हणूनच फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमानुसार e.m.f. इन्ड्यूस होतो. यालाच सेल्फ इंडक्टन्स असे म्हणतात.

**व्याख्या:** हा कॉइल किंवा लूपचा असा गुणधर्म आहे ज्यामुळे ते e.m.f ला इन्ड्यूस करून त्यामधून वाहणाऱ्या फ्लक्सच्या बदलाला विरोध करते. त्यात. यासाठी ते इलेक्ट्रिसीटीचा इन्शिया असेही मानले जाते.

### 5.8.1 सेल्फ इंडक्शनचा कोइफीशंट (Coefficient of Self Induction)

जर  $\phi$  कॉइलशी जोडलेला मॅग्नेटिक फ्लक्स असेल आणि कोणत्याही  $t$  क्षणी जेव्हा कॉइलमधून इलेक्ट्रिक करंट  $I$  वाहत असेल तेव्हा,

$$\phi \propto I$$

$$\text{किंवा} \quad \phi = LI \quad \dots(5.19)$$

जेथे प्रपोर्शनॅलिटी कॉन्स्टंट  $L$  ला सेल्फ इंडक्शन कोइफीशंट किंवा कॉइलचे सेल्फ इंडक्शन म्हणून ओळखले जाते आणि तो कॉइलचा वैशिष्ट्यपूर्ण कॉन्स्टंट असतो.

$$\text{जर } I = 1, \text{ तर } L = \phi.$$

अशाप्रकारे, जर कॉइलमधून युनिट करंट वाहत असेल तर कॉइलचे सेल्फ इंडक्शन हे कॉइलशी संबंधित मॅग्नेटिक फ्लक्स मानले जाते,

इंडक्टन्स हा कॉइल मधील बदलत्या करंटमुळे कॉइलमध्येच तयार झालेला सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. असतो. कॉइलमध्ये करंटच्या वाढीसाठी, सेल्फ इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स तयार केला जातो. विशेष म्हणजे, तो अशा पद्धतीने सेट केलेला असतो की जेणेकरून तो करंटच्या वाढीस विरोध करू शकेल. अशाप्रकारे सेल्फ इन्ड्यूस इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स, लावलेल्या व्होल्टेजच्या विरुद्ध असेल. त्याचप्रमाणे, कॉइलमध्ये करंट कमी करण्यासाठी, सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. अशा दिशेने असेल जेणेकरून करंट कमी होण्याला विरोध होईल म्हणजे सेल्फ-इन्ड्यूस e.m.f. हे व्होल्टेजच्या समान दिशेने असेल. येथे हे लक्षात घ्या की सेल्फ इंडक्टन्स, करंट बदलण्यापासून रोखत नाही; तर केवळ बदलाला विलंब करण्यास मदत करते.



सेल्फ इन्ड्यूस e.m.f.  $\left( = N \frac{d\phi}{dt} \right)$  जितका जास्त असेल, तितकाच कॉइलचा सेल्फ इंडक्टन्स अधिक आणि म्हणूनच बदलत्या करंटला विरोध जास्त राहील. त्यामुळे कॉइलचा इंडक्शन खालील घटकांवर अवलंबून असतो:

- (i) आकार आणि टर्नच्या संख्येवर
- (ii) कॉइल भोवतीच्या पदार्थाच्या  $\mu_r$  वर
- (iii) ज्या वेगाने मॅग्नेटिक फील्ड बदलते त्या वेगावर.

**L साठीचे एक्सप्लेन:** समजा N टर्न असलेल्या कॉइल मधील करंट I ampere इतका आहे. जर कॉइलमधील करंट बदलला तर कॉइलचे फ्लक्स लिंकेजेस देखील बदलतील. हे एक सेल्फ इन्ड्यूस e.m.f. (e) कॉइलमध्ये स्थापित करेल आणि ते असे दिले जाईल;

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} (N\phi) \quad \dots(5.20)$$

फ्लक्स लिंकेज ( $= N\phi$  कॉइलमधील करंटमुळे असल्याने, ते I च्या प्रमाणात असेल.

$$\therefore e \propto \frac{dI}{dt}$$

$$\text{किंवा} \quad e = L \frac{dI}{dt} \quad \dots(5.21)$$

इथे L स्थिर आहे त्यालाच कॉइलचा सेल्फ इंडक्टन्स म्हणतात. सेल्फ इंडक्टन्सचे SI युनिट हेनरी (H) आहे. जर समीकरण (5.21) मध्ये,  $e = 1 \text{ volt}$ ,  $= 1A$  तर  $L = 1H$ .

म्हणून कॉइल (किंवा सर्किट) मध्ये 1 हेनरी इतका इंडक्टन्स असतो जेव्हा 1 व्होल्ट इतका e.m.f. त्यामध्ये इन्ड्यूस होतो आणि त्यातील करंट 1 अँपिअर प्रति सेकंद दराने बदलतो.

**सेल्फ इंडक्टन्सचे परिमाण:**

$$\text{आपल्याला माहिती आहे की, } L = \frac{e}{\frac{dI}{dt}} \quad [\text{समीकरण (5.21) वरून}]$$

म्हणून, सेल्फ इंडक्टन्सची परिमाणे खालील प्रमाणे लिहिता येतात,

$$[L] = \left[ \frac{\text{emf} \times \text{time}}{\text{current}} \right] = \left[ \frac{\text{work} \times \text{time}}{\text{charge} \times \text{current}} \right] = \left[ \frac{\text{work} \times \text{time}}{\text{charge}^2 \times \text{time}} \right]$$

$$[L] = [ML^2 T^{-2} I^{-2}]$$

**L साठी इतर एक्सप्लेन:** समीकरण (5.21), व्यतिरिक्त L चे मूल्य खालील दोन मार्गांपैकी एकाद्वारे निर्धारित केले जाऊ शकते:

- (i) **पहिला प्रकार:** जर कॉइल आणि करंटचे फ्लक्स लिंकेज माहिती असतील, तर इंडक्शन खालीलप्रमाणे निर्धारित केले जाऊ शकते:

$$e = L \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} (LI)$$



तसेच 
$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} (N\phi)$$

वरील दोन एक्सप्रेशन हून आपल्याला मिळते :

$$L = \frac{N\phi}{I} \quad \dots(5.22)$$

अशाप्रकारे, इंडक्टन्स म्हणजे कॉइलचा फ्लक्स लिंकेज प्रति ॲम्पीयर.

जर  $N\phi = 1 \text{ Wb-turn}$  आणि  $I = 1 \text{ A}$ , तर  $L = 1 \text{ H}$ .

म्हणूनच कॉइलमध्ये 1 A प्रवाह 1 Wb-turn एवढा फ्लक्स लिंकेज सेट केल्यास कॉइलमध्ये 1 हेनरी इतका इंडक्टन्स तयार होतो.

उदाहरण 5.13

**उदाहरण 5.13:** जर 250 टर्नच्या कॉइलमध्ये वाहणारा प्रवाह  $100 \mu\text{Wb}$  मॅग्नेटिक फ्लक्स तयार करतो तर कॉइलमधील सेल्फ इंडक्टन्स काढा. जर करंट  $2.5 \text{ ms}$  मध्ये रीव्हर्स केला तर कॉइल मध्ये तयार होणारा e.m.f काढा.

**उत्तर:**

इंडक्टन्स 
$$L = \frac{N\phi}{I} = \frac{250 \times 100 \times 10^{-6}}{5} = 0.005 \text{ H} = 5 \text{ mH}.$$

तयार होणारा e.m.f, 
$$E = L \frac{dI}{dt} = 0.005 \times \frac{5 - (-5)}{2.5 \times 10^{-3}} = 20 \text{ V}.$$

उदाहरण 5.14

**उदाहरण 5.14:** 400 टर्नच्या कॉइलचे सेल्फ इंडक्टन्स  $8 \text{ mH}$  इतके आहे. जर त्याच कोअरचा वापर केला गेला तर कॉइलला  $6 \text{ mH}$  तयार करण्यासाठी किती वळणे आवश्यक आहेत?

**उत्तर:**

सेल्फ इंडक्टन्स, 
$$L = \frac{N\phi}{I} \quad (\phi \text{ आणि } I \text{ हे स्थिर आहेत})$$

$$L \propto N$$

किंवा 
$$8 \times 10^{-3} \propto 400$$

किंवा 
$$8 \times 10^{-3} = k \cdot 400$$

किंवा 
$$k = \frac{8 \times 10^{-3}}{400} = 20 \times 10^{-6}.$$

म्हणून जेव्हा 
$$L = 6 \text{ H, तेव्हा, } L = kN$$

किंवा 
$$6 \times 10^{-3} = 20 \times 10^{-6} N$$

टर्नची संख्या 
$$N = \frac{6 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-6}} = 300 \text{ turns}.$$

**उदाहरण 5.15:** परमीअॅबिलिटी 400 असलेल्या लोखंडी कोअरच्या कॉइलभोवती 150 टर्न आहे. आणि  $5 \text{ cm}^2$  क्रॉस-सेक्शनल एरिया आहे. तर कॉइलचे इंडक्टन्स काढा. 3 mA चा स्थिर करंट 10 लाइन्स/  $\text{cm}^2$  चे मॅग्नेटिक फील्ड तयार करतो आणि हवेला माध्यम माना.

**उत्तर:**

$$\mu_i = \frac{\text{flux density in iron}}{\text{flux density in air}} = \frac{B_i}{10}$$

$$\therefore B_i = 10 \times \mu_i = 10 \times 400 = 4000 \text{ lines/cm}^2.$$

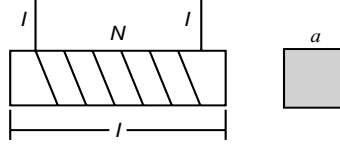
3mA करंट असलेल्या लोखंडी गाभ्या मधील फ्लक्स,

$$\phi = B_i \times a = 4000 \times 5 = 20,000 \text{ lines} = 2 \times 10^{-4} \text{ Wb.}$$

$$\therefore L = \frac{N\phi}{I} = \frac{150 \times 2 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}} = 10 \text{ H.}$$

उदाहरण 5.15

- (ii) **दूसरा प्रकार:** मॅग्नेटिक सर्किटचा इंडक्टन्स त्याच्या भौतिक परिमाणांच्या सहायाने काढू शकतो. आकृती 5.7 मध्ये दर्शविल्याप्रमाणे लोखंडी कोअर असलेल्या सोलेनॉइडच्या परीमाणाचा विचार करा. सोलेनॉइडचा इंडक्टन्स खालीलप्रमाणे देता येतो,



आकृती 5.7: सोलेनॉइडचा एक भाग

$$L = N \frac{d\phi}{dI}$$

$$\text{आता, } \phi = \frac{\text{m.m.f.}}{\text{reluctance}} = \frac{NI}{l / a\mu_0\mu_r} \quad \dots(5.23)$$

$\phi$  ला I नुसार डीफरेंशियल करून आपल्याला मिळेल,

$$\frac{d\phi}{dI} = \frac{N a \mu_0 \mu_r}{l}$$

$$\therefore L = N \frac{N a \mu_0 \mu_r}{l} = \frac{N^2 a \mu_0 \mu_r}{l} \quad \dots(5.24)$$

$$\text{किंवा } L = \frac{N^2}{l / a \mu_0 \mu_r} = \frac{N^2}{\text{reluctance (S)}} \quad \dots(5.25)$$

इथे हे लक्षात घ्या की इंडक्टन्स हे टर्नच्या संख्येच्या दुपटीच्या थेट सम प्रमाणात आहे आणि मॅग्नेटिक मार्गाच्या रीलकटन्सच्या व्यस्त प्रमाणात आहे.

उदाहरण 5.16

**उदाहरण 5.16:** एक लाकडी टोरोइड आहे ज्याचा सरासरी व्यास 400mm आहे त्याचे क्रॉस सेक्शन क्षेत्र  $400\text{mm}^2$  आहे. हे एकसमानपणे कॉईलभोवती 100 टर्नने गुंडाळलेले आहे आणि त्याचा 2A एवढा करंट आहे. दिलेल्या कॉईलचा (i) सेल्फ इंडक्टन्स काढा आणि (ii) 10 ms. वेळेत करंट एकसमानपणे शून्यावर आणतांना कॉईलमध्ये इन्ड्यूस होणारा इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स काढा.

उत्तर

इथे  $l = 0.4 \pi \text{ m}$  and  $a = 400 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ .

$$(i) \quad L = \frac{N^2 a \mu_0 \mu_r}{l} = \frac{(1000)^2 \times 400 \times 10^{-6} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1}{0.4 \pi} = 0.4 \times 10^{-3} \text{ H}.$$

$$(ii) \quad e = L \frac{dI}{dt} = 0.4 \times 10^{-3} \frac{2 - 0}{10 \times 10^{-3}} = 0.08 \text{ V}.$$

उदाहरण 5.17

**उदाहरण 5.17:** 300 टर्न असलेल्या कॉईलचा रेसिस्टन्स  $6\Omega$  आहे आणि इंडक्टन्स  $0.5\text{H}$  आहे. एक तृतीयांश वळणे काढून टाकल्यास तयार होणारा नवीन रेसिस्टन्स आणि नवीन इंडक्टन्स काढा. सर्व टर्नना समान परिघ आहे असे गृहीत धरा.

उत्तर:

कॉईलचा रेसिस्टन्स त्याच्या लांबीच्या थेट प्रमाणबद्ध असल्याने, आपल्याला खालील समीकरण मिळते,

$$R_1 / R_2 = N_1 / N_2$$

$$6 / R_2 = 300 / 200$$

$$\therefore R_2 = \frac{200}{300} \times 6 = 4\Omega.$$

$$\therefore \frac{L_1}{L_2} = \frac{N_1^2 / S}{N_2^2 / S}$$

$$\text{मॅग्नेटिक मार्गाची रीलकटन्स स्थिर राहणे गृहीत धरले, } \frac{0.5}{L_2} = \frac{(300)^2}{(200)^2}$$

$$\therefore L_2 = 0.22 \text{ H}.$$

कॉईलचा सेल्फ इंडक्शन खालील गोष्टींवर अवलंबून असतो.

- (i) कॉईलची लांबी (l)
- (ii) कॉईलमध्ये असलेल्या टर्नची संख्या (n)
- (iii) कॉईलच्या क्रॉस सेक्शनचा एरिया (A)
- (iv) कोअरच्या पदार्थाचे स्वरूप ज्यावर कॉईल गुंडाळलेली आहे.

उदाहरणार्थ,  $r$ , लिज्या असलेल्या मोठ्या सोलेनॉइड (जेव्हा हवा असेल) चे सेल्फ इंडक्टन्स खालील प्रमाणे दिले जाते,

$$L = \mu_0 n^2 l A = \mu_0 \pi r^2 n^2 l \quad \dots(5.26)$$

इथे  $A = \pi r^2$  सोलेनॉइडचा क्रॉस सेक्शनल एरिया आहे,  $n$  प्रति युनिट लांबीच्या टर्नची संख्या आहे.

जर कोअर, परमीअॅबिलिटी  $\mu$  असलेल्या पदार्थाने भरलेले असेल तर,

$$L = \mu n^2 l A = \mu_0 \mu_r \pi r^2 n^2 l \quad \dots(5.27)$$

जेव्हा फ्री स्पेसची परमीअॅबिलिटी  $\mu_0$  आहे आणि माध्यमाची रिलेटीव परमीअॅबिलिटी  $\mu_r$  आहे.

## 5.9 म्युच्युअल इंडक्टन्स (Mutual Inductance)

म्युच्युअल इंडक्टन्स म्हणजे कॉइल मध्ये इन्ड्यूस झालेले e.m.f. की जे शेजारच्या कॉइलमधील बदलणाऱ्या करंटमुळे तयार होते. जर एका कॉइल मधून करंट वेळेनुसार बदलत असेल तर त्याच्याशी संबंधित मॅग्नेटिक फ्लक्समधील बदलामुळे शेजारच्या कॉइलमध्ये, e.m.f. इन्ड्यूस होते. दुसऱ्या कॉइलमध्ये इन्ड्यूस झालेला e.m.f. पहिल्या कॉइलद्वारे करंटमध्ये होणाऱ्या बदलाला विरोध करतो आणि ही घटना म्युच्युअल इंडक्शन म्हणून ओळखली जाते. इथे दोन कॉइल्सच्या गुणधर्मांमुळे म्युच्युअल इंडक्शन विकसित होते.

**व्याख्या:** या गुणधर्माच्या आधारावर प्रत्येक कॉइल इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स विकसित करून दुसऱ्या कॉइलमधील करंटच्या प्रवाहातील कोणत्याही बदलाला विरोध करते.

### 5.9.1 म्युच्युअल इंडक्शनचा कोइफीशंट (Coefficient of Mutual Induction)

जर, प्राथमिक कॉइलमधून  $t$  इतक्या कमी वेळासाठी वाहणारा  $I$  हा करंट आहे, ज्यासाठी दुसऱ्या कॉइलशी संबंधित मॅग्नेटिक फ्लक्स  $\phi$  असेल. तर मग,

$$\phi \propto I$$

$$\text{किंवा} \quad \phi = MI \quad \dots(5.28)$$

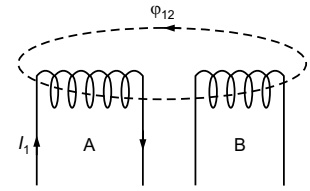
इथे  $M$  हे प्रपोर्शनॅलिटी कॉन्स्टंट आहे, जे म्युच्युअल इंडक्टन्सचा कोइफीशंट किंवा दोन कॉइल्स (प्राथमिक आणि दुय्यम) यांचे म्युच्युअल इंडक्टन्स म्हणून ओळखले जाते आणि ते कॉइल्सचे वैशिष्ट्यपूर्ण कॉन्स्टंटही आहेत.

$$\text{जर } I = 1 \text{ तर } M = \phi.$$

अशा प्रकारे, कॉइलच्या जोडीच्या म्युच्युअल इंडक्टन्स ची व्याख्या अशी आहे की, एका कॉइलशी जोडलेला मॅग्नेटिक फ्लक्स, हा दुसऱ्या कॉइलमधून वाहणाऱ्या युनिट करंटच्या प्रवाहाइतका असतो. म्युच्युअल इंडक्टन्स चे युनिट  $\text{Wb/A}$  किंवा  $\text{volt-s/amp}$  आहे आणि त्याला हेनरी (H) असे म्हंटले जाते.

आकृती 5.8 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे A आणि B एकमेकांच्या शेजारी ठेवलेल्या दोन कॉइल्सचा विचार करा. जर  $I_1$  इतका करंट कॉइल A मध्ये वाहत असेल, तर फ्लक्स सेट केला जातो आणि या फ्लक्सचा एक भाग  $\phi_{12}$  (म्युच्युअल फ्लक्स) कॉइल B शी जोडला जातो. जर कॉइल A मधील करंट बदलला तर म्युच्युअल इंडक्टन्स प्रवाह देखील बदलतो आणि म्हणून कॉइल B मध्ये e.m.f. इन्ड्यूस होतो. हे e.m.f. कॉइल B मध्ये इन्ड्यूस झालेल्या e.m.f. ला म्युच्युअली इन्ड्यूस्ड e.m.f. म्हणतात.

या क्रियेचे व्यस्तही सत्य आहे, कॉइल B मधील करंट बदलल्याने तो कॉइल A मध्ये म्युच्युअली इन्ड्यूस्ड e.m.f. तयार करतो. जसे सेल्फइन्ड्यूस e.m.f. सेल्फ इंडक्टन्स (L) ला जबाबदार आहे, त्याचप्रमाणे म्युच्युअली इन्ड्यूस्ड e.m.f. म्युच्युअल



आकृती 5.8: A आणि B या दोन कॉइल एकमेकांना लागून ठेवल्या आहेत

इंडक्टन्ससाठी (M) जबाबदार आहे. समजा, A आणि B बी या दोन कॉइलमधील इंडक्टन्स अनुक्रमे  $L_A$  आणि  $L_B$  आहेत. याशिवाय, कॉइल्समध्ये म्युच्युअली इन्ड्यूस्ड e.m.f आहे ज्याला म्युच्युअल इंडक्टन्स म्हंटले जाते. म्युच्युअल इंडक्टन्सचा परिणाम एकतर दोन कॉइल मधील ( $L_A + M$  आणि  $L_B + M$ ) वाढणे किंवा कमी करणे ( $L_A - M$  आणि  $L_B - M$ ) जे कॉइलच्या चनेवर ठरते.

**M साठी एक्सप्रेसन:** कॉइल B मधील म्युच्युअली इन्ड्यूस्ड e.m.f  $\propto$  कॉइल A मधील करंट बदलण्याचा दर

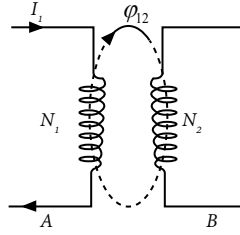
किंवा 
$$e_M \propto \frac{dI_1}{dt}$$

किंवा 
$$e_M = M \frac{dI_1}{dt} \quad \dots(5.29)$$

इथे M हा दोन कॉइल मधील म्युच्युअल इंडक्टन्सचा कॉन्स्टंट आहे.

**हेनरीची व्याख्या:** जर समीकरण (5.29), मध्ये  $e_M = 1 \text{ volt}$ ,  $\frac{dI_1}{dt} = 1 \text{ A/s}$ , तर  $M = 1 \text{ H}$ .

जर एका कॉइलमध्ये 1A/s च्या दराने करंट मध्ये बदल होऊन 1 v एवढा e.m.f इन्ड्यूस होत असेल तर दोन कॉइल्समधील म्युच्युअल इन्डक्शन 1 हेनरी इतके असते.



आकृती 5.9: A आणि B दोन मॅग्नेटीकली जोडलेल्या कॉइल

**म्युच्युअल इंडक्टन्सचे परिमाण:** समीकरण (5.29) पासून आपल्याला मिळते,

म्हणून म्युच्युअल इंडक्टन्सचे परिमाण खालीलप्रमाणे,

$$M = \frac{e_M}{\frac{dI_1}{dt}}$$

**M साठी इतर एक्सप्रेसन:** समीकरण (5.29) व्यतिरिक्त, M साठी, म्युच्युअल इंडक्टन्स खालील दोन पद्धतींपैकी एकाद्वारे वैकल्पिकरित्या निर्धारित केले जाऊ शकते:

(i) **पहिला प्रकार:** आकृती 5.9 दोन मॅग्नेटिक जोडलेल्या कॉइल्स A आणि B दर्शविते,

$$e_M = M \frac{dI_1}{dt} = \frac{d}{dt} (MI_1)$$

तसेच 
$$e_M = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = \frac{d}{dt} (N_2 \phi_{12})$$

वरील दोन समीकरणा मधून आपल्याला  $MI_1 = N_2 \phi_{12}$  किंवा

मिळते. 
$$M = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} \quad \dots(5.30)$$

**हेनरी ची व्याख्या:** जर  $N_2 \phi_{12} = 1 \text{ Wb}$  आणि  $I_1 = 1 \text{ A}$ , तर  $M = 1 \text{ H}$ . म्हणून A आणि B या दोन कॉइल्समध्ये म्युच्युअल इंडक्टन्स 1 हेनरी इतका असतो, जेव्हा कॉइल A मध्ये 1A एवढा वाहणारा करंट 1Wb- टर्न फ्लक्स कॉइल B मध्ये जोडला गेलेला असतो.

- (ii) **दुसरा प्रकार:** मॅग्नेटिक सर्किटच्या भौतिक परिमाणाने दोन कॉइलमधील म्युच्युअल इंडक्टन्स निश्चित केला जाऊ शकतो. आकृती 5.9 मध्ये अनुक्रमे  $N_1$  आणि  $N_2$  वळणे असलेल्या A आणि B या दोन मॅग्नेटिक आकर्षणाद्वारे जोडलेल्या कॉइल्स दर्शवितात.

समजा  $l$  आणि  $a$  अनुक्रमे मॅग्नेटिक सर्किटच्या क्रॉस-सेक्शनची लांबी आणि क्षेत्र आहे. समजा  $\mu_r$ , मॅग-नेटिक सर्किट ज्या गोष्टींनी बनवलेले आहे त्याची सापेक्ष परमीअॅबिलिटी आहे.

मॅग्नेटिक फ्लक्स

$$\phi_{12} = \frac{m.m.f.}{\text{reluctance}} = \frac{N_1 I_1}{l / a \mu_0 \mu_r} \quad \dots(5.31)$$

$$\begin{aligned} \text{किंवा } \frac{\phi_{12}}{I_1} &= \frac{N_1 a \mu_0 \mu_r}{l} \\ M &= \frac{N_1 N_2 a \mu_0 \mu_r}{l} \quad \left[ \text{जसे } M = \frac{N_2 \phi_{12}}{I_1} \right] \quad \dots(5.32) \end{aligned}$$

$$\text{किंवा } M = \frac{N_1 N_2}{l / a \mu_0 \mu_r} = \frac{N_1 N_2}{\text{reluctance (S)}} \quad \dots(5.33)$$

समीकरण (5.33) वरून हे स्पष्ट होते की मॅग्नेटिक सर्किटचे म्युच्युअल इंडक्टन्स मॅग्नेटिक सर्किटच्या रीलकटन्स च्या व्यस्त प्रमाणात बदलतात.

**उदाहरण 5.18:** 300mm लांब लोखंडी रिंगचे क्रॉस-सेक्शनल क्षेत्र  $500 \text{ mm}^2$  आहे. हे 100 टर्न ने गुंडाळलेले आहे. पुढील गोष्टी काढा (a)  $500 \mu \text{Wb}$  एवढा फ्लक्स कॉइल मध्ये तयार होण्यासाठी लागणारा करंट काढा. (b) सिस्टिम इंडक्टन्स आणि (c) जेव्हा क्षेत्र 1 ms मध्ये नष्ट होते तेव्हा तयार होणारा e.m.f. रिलेटीव परमीअॅबिलिटी 1600 च्या.

**उत्तर:**

$$(a) \text{ रिंगचे रीलकटन्स, } S = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{300 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 1600 \times 500 \times 10^{-6}} = 298.4 \text{ kA/Wb.}$$

$$\text{आता } NI = \phi S, \text{ यावरून करंट } I = \frac{\phi S}{N} = \frac{500 \times 10^{-6} \times 298415.52}{100} = 1.492 \text{ A.}$$

$$(b) \text{ इंडक्टन्स } L = \frac{N^2}{S} = \frac{(100)^2}{298.4 \times 1000} = 33.51 \text{ mH.}$$

$$(c) \text{ तयार होणारा e.m.f., } E = -N \frac{d\phi}{dt} = -100 \times \frac{500 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-3}} = -50 \text{ V.}$$

**उदाहरण 5.19:** 400 टर्न असलेल्या मॅग्नेटिक सर्किटच्या प्राथमिक कॉईल मधून वाहणाऱ्या करंट ची 100 ms मध्ये 10 mA ते 35 mA पर्यंत एकसलग वाढ होते तर दुय्यम कॉईलला प्रवृत्त करण्यासाठी 75 mV इतका इलेक्ट्रोमोटिव्ह फोर्स त्यात वाहतो, जेव्हा ते 240 टर्न च ओपन सर्किट म्हणून ठेवले जाते, यावरून पुढील गोष्टी काढा 1. दोन कॉईलमधील म्युच्युअल इंडक्टन्सचे मूल्य शोधा, 2. रीलकटन्स आणि 3. दुय्यम कॉईलचे सेल्फ इंडक्टन्स. उत्तर

(a) म्युच्युअल इंडक्टन्स 
$$M = \frac{E_M}{\frac{dI_1}{dt}} = \frac{75 \times 10^{-3}}{\frac{(35 - 10) \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-3}}} = 0.30 \text{ H.}$$

(b) रीलकटन्स 
$$S = \frac{N_1 N_2}{M} = \frac{400 \times 240}{0.30} = 320000 \text{ A/Wb} = 320 \text{ kA/Wb.}$$

(c) दुय्यम कॉईलचे सेल्फ इंडक्टन्स. 
$$L_2 = \frac{N_2^2}{S} = \frac{(240)^2}{320000} = 0.18 \text{ H.}$$

**उदाहरण 5.20:** 70 cm लांबीच्या आणि 2100 टर्नच्या सोलेनोइडची लिज्या 4.5 cm असते. 750 टर्न असलेले दुसरे कॉईल सोलनोइडच्या मधल्या भागावर गुंडाळलेले आहे .

खालील गोष्टी काढा 1. सोलनॉइड चे सेल्फ इंडक्टन्स आणि 2. दोन कॉईलमधील म्युच्युअल इंडक्टन्स.

**उत्तर:**

$\mu_r$  दिलेला नाही म्हणून त्याची किंमत 1 घ्या.

इथे क्षेत्रफळ, 
$$a = \pi r^2 = \pi (4.5 \times 10^{-2})^2 \text{ m}^2.$$

(i) इंडक्टन्स 
$$L = \frac{N^2 \alpha \mu_0 \mu_r}{l}$$

$$= \frac{(2100)^2 \times \pi \times (4.5 \times 10^{-2})^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1}{0.7} = 51 \times 10^{-3} \text{ H.}$$

(ii) दुसरे कॉईल सोलनोइडच्या मधल्या भागावर गुंडाळलेले आहे. कपलिंग चा 1 आहे. म्हणजेच सोलेनोइडपासून तयार झालेले सर्व फ्लक्स दुसऱ्या कॉईल ला जाते

$$M = \frac{N_1 N_2 \alpha \mu_0 \mu_r}{l}$$

$$= \frac{2100 \times 750 \times \pi \times (4.5 \times 10^{-2})^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1}{0.7} = 18.2 \times 10^{-3} \text{ H.}$$



**उदाहरण 5.21:** दोन कॉईल A आणि B यांना अनुक्रमे 100 आणि 1000 टर्न आहेत. क्रॉस-सेक्शनल क्षेत्रफळ  $8 \text{ cm}^2$  आणि सरासरी 80 cm लांबी असलेल्या बंद लोखंडी सर्किटवर ते गुंडाळलेले आहेत. लोखंडाची सापेक्ष परमीअॅबिलिटी 900 इतकी दिली आहे. कॉईलमधील म्युच्युअल इंडक्टन्स काढा. इन्ड्यूस काय असेल e.m.f. कॉईल बी मध्ये जर कॉईल A मधील प्रवाह 0.02s मध्ये 0 ते 10A पर्यंत समानपणे वाढविला तर कॉईल B मध्ये तयार होणारा e.m.f. काढा.

**उत्तर:**

कॉईलमधील म्युच्युअल इंडक्टन्स

$$M = \frac{N_1 N_2 a \mu_0 \mu_r}{l} = \frac{100 \times 1000 \times 8 \times 10^{-4} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 900}{0.8} = 0.113 \text{ H.}$$

तयार होणारा e.m.f.  $e_B = M \frac{dI_1}{dt} = 0.113 \times \frac{10 - 0}{0.02} = 56.5 \text{ V}$

उदाहरण 5.21

### 5.10 कपलिंगचा कोइफीशंट (Coefficient of Coupling)

करंटमुळे तयार झालेला मॅग्नेटिक प्रवाहाचा अंश एका कॉईल मधून दुसऱ्या कॉईल मध्ये वाहने म्हणजेच कपलिंगचा कोइफीशंट. समजा अनुक्रमे  $N_1$  आणि  $N_2$  टर्न असलेल्या A आणि B या दोन कॉईल आहेत. त्यांचे सेल्फ इंडक्टन्स कोइफीशंट अनुक्रमे  $L_1$  आणि  $L_2$  आहेत आणि त्यांच्यातील म्युच्युअल इंडक्टन्स  $M$  इतका आहे.

म्हणून  $M = \frac{N_1 \phi_1}{I_2}$

किंवा  $M = \frac{N_1 K_1 \phi_2}{I_2} \quad \dots(5.34)$

इथे  $\phi_2$  हा दुसऱ्या कॉईल मधील करंट मुळे तयार झालेला फ्लक्स आहे. तथापि, केवळ  $K_1 \phi_2$  इतके अंश पहिल्या कॉईल मध्ये आहे.

कॉईल 1 आणि 2 मधील म्युच्युअल इंडक्टन्स खालील प्रमाणे लिहिता येईल,

$$M = \frac{N_2 \phi_2}{I_1} = \frac{N_2 K_2 \phi_1}{I_1} \quad \dots(5.35)$$

इथे हा पहिल्या कॉईल मधील करंट मुळे तयार झालेला फ्लक्स आहे. तथापि, केवळ इतका अंश दुसऱ्या कॉईल मध्ये आहे.

(5.34) and (5.35) या दोन समीकरणांचा गुणाकार करून ,

$$\begin{aligned} M^2 &= \frac{N_1 N_2 \phi_1 \phi_2}{I_1 I_2} K_1 K_2 = K_1 K_2 \left( \frac{N_1 \phi_1}{I_1} \right) \left( \frac{N_2 \phi_2}{I_2} \right) \\ &= K_1 K_2 L_1 L_2 \left[ \because L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{I_1} \text{ and } L_2 = \frac{N_2 \phi_2}{I_2} \right] \\ M &= \sqrt{K_1 K_2} \times \sqrt{L_1 L_2} \quad \dots(5.36) \end{aligned}$$

म्हणून कपलिंगचा कोइफीशंट,

$$K = \frac{\sqrt{K_1 K_2}}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad \dots(5.37)$$

म्हणून कपलिंगचे कोइफीशंट म्युच्युअल इंडक्टन्सवर तसेच कॉईलच्या सेल्फ इंडक्टन्सवर अवलंबून असतात.

दोन कॉईल मधील म्युच्युअल इंडक्टन्सचे अवलंबित्व: दोन कॉईल मधील म्युच्युअल इंडक्टन्स खालील गोष्टींवर अवलंबून असते,

- (i) कॉइल्स मधील अंतर
- (ii) कॉईल बनवण्याची पद्धत
- (iii) कॉईलच्या आकार आणि मापावर
- (iv) दोन कॉईलच्या टर्नच्या संख्येवर आणि
- (v) कॉईल गुंडाळलेल्या पदार्थावर

उदाहरणार्थ, दोन लांब कोअॅक्सीअल सोलेनॉइड मधील म्युच्युअल इंडक्टन्स खालील प्रमाणे,

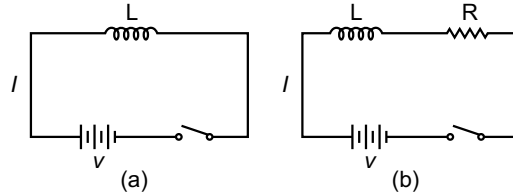
$$(\text{हवेच्या माध्यमासाठी}) \quad M = \mu_0 n_1 n_2 A d \quad \dots(5.38) (a)$$

$$= \mu n_1 n_2 A d \quad (\text{इतर माध्यमासाठी}) \quad \dots(5.38) (b)$$

इथे  $n_1$  आणि  $n_2$  हे अनुक्रमे प्राथमिक आणि दुसऱ्या कॉईलमधील प्रति युनिट लांबीचे टर्नस आहेत,  $L$  सोलनॉइडची लांबी आहे,  $A$  हे आतील कॉइलचे क्षेत्र आहे, हे मुक्त जागेची परमीअॅबिलिटी आहे. आणि दिलेल्या माध्यमाची परमीअॅबिलिटी आहे.

### 5.11 मॅग्नेटिक फील्डमधील कॉइलमध्ये साठवलेली एनर्जी

#### (Energy Stored in a Coil in a Magnetic Field)



आकृती 5.10: (a) डीसी सोर्सशी जोडलेला इंडक्टर, (b) मॅग्नेटिक फील्ड कॉइलमध्ये साठवलेली एनर्जी

कॉईल भोवती मॅग्नेटिक फील्ड तयार करण्यासाठी एनर्जीची आवश्यकता असते; पण ते टिकवून ठेवण्यासाठी कोणत्याही एनर्जीची गरज नसते. ही एनर्जी मॅग्नेटिक फील्डमध्ये साठवली जाते आणि वापरली जात नाही. करंट कमी होण्यासोबतच जोडलेल्या फ्लक्समध्येही घट होते, ज्यामुळे साठवलेली एनर्जी सर्किटकडे परत केली जाते. आता, आकृती (5.10a) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे डीसी सोर्सशी जोडलेल्या एका इंडक्टरचा विचार करूया.

5.10 (b) मध्ये दाखवल्या प्रमाणे कमी रेसिस्टन्स ( $R$ ) असलेल्या इंडक्टरचा इंडक्टन्स  $L$  समतुल्य आहे. सर्किटला पुरवलेली एनर्जी दोन प्रकारे खर्च केली जाते,

- (i) पुरवलेल्या उर्जेचा  $I^2 R$  हा भाग लॉस भरून काढण्यासाठी खर्च केला जातो आणि तो परत मिळवता येत नाही.

(ii) उर्वरित भाग कॉइल (किंवा इंडक्टर) भोवती प्रवाह निर्माण करण्यासाठी खर्च केला जातो आणि मॅग्नेटिक फील्डमध्ये साठवला जातो. जेव्हा फील्ड कोसळते, तेव्हा साठवलेली एनर्जी सर्किटमध्ये परत येते.

**गणिती समीकरण:** समजा कोणत्याही क्षणी कॉइलमधील करंट  $i$  आहे आणि तो  $\frac{di}{dt}$  या दराने वाढत आहे. तर कॉइल  $L$  मधील e.m.f. खालील प्रमाणे लिहिता येईल,

$$e = L \frac{di}{dt}$$

$$\text{इन्स्टंटेनियस पॉवर} \quad p = ei = Li \frac{di}{dt} \quad \dots(5.39)$$

थोडक्यात  $dt$ , इतक्या कमी वेळेत मॅग्नेटिक फील्डमध्ये टाकलेली एनर्जी  $dW$  ही पॉवर आणि वेळेच्या गुणाकाराच्या बरोबरीची असते.

$$dW = p \cdot dt = \left( Li \frac{di}{dt} \right) dt = Li \, di$$

करंट शून्य असताना मॅग्नेटिक फील्डमध्ये तयार झालेली एकूण एनर्जी, अंतिम स्थिर मूल्य प्राप्त होईपर्यंत खालीलप्रमाणे असते,

$$W = \int_0^I Li \, di = \frac{1}{2} LI^2 \quad \dots(5.40)$$

$$\text{मॅग्नेटिक फील्डमध्ये साठवलेली एनर्जी} = \frac{1}{2} LI^2 \text{ joules}$$

इथे लक्षात घ्या की जर, इंडक्टन्स ( $L$ ) आणि करंट ( $I$ ) हे अनुक्रमे हेनरी आणि अँपिअरमध्ये असेल तर साठवलेली एनर्जी ज्यूलमध्ये असेल. जर एखाद्या इंडक्टरमध्ये करंट बदलत असेल तर, साठवलेली एनर्जी करंटनुसार वाढते आणि कमी होते. अशाप्रकारे, जेव्हा करंट वाढतो तेव्हा कॉइल एनर्जी शोषून घेते आणि जेव्हा जेव्हा इलेक्ट्रिक करंट कमी होतो तेव्हा एनर्जी सर्किटमध्ये परत येते.

**उदाहरण 5.22:** कॉइल मधून वाहणारा करंट 50 mA असल्यास इंडक्टन्स 0.5 H च्या कॉइल मध्ये साठवलेली एनर्जी शोधा.

**उत्तर:**

$$\text{साठवलेली एनर्जी} \quad W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times (50 \times 10^{-3})^2 = 0.625 \text{ mJ.}$$

उदाहरण 5.22

**उदाहरण 5.23:** कॉइलमधून वाहणारा 2A करंट 60 J एवढी एनर्जी निर्माण करतो तर कॉइलचा इंडक्टन्स काढा.

**उत्तर:**

$$\text{आपल्याला माहिती आहे की} \quad W = \frac{1}{2} LI^2$$

$$\text{म्हणून कॉइलचा इंडक्टन्स} \quad L = \frac{2W}{I^2} = \frac{2 \times 60}{(2)^2} = 30 \text{ H.}$$

उदाहरण 5.23

उदाहरण 5.24

**उदाहरण 5.24:** जेव्हा 5 A करंट 1200 टर्न असलेल्या कॉईल मधून जातो तेव्हा 30 mWb एवढा फ्लक्स तयार होतो. खालील बाबी शोधा (a) इन्डक्टन्स (b) साठवलेली एनर्जी आणि (c) कॉईल मधील सरासरी इन्ड्यूस e.m.f. कॉईलमध्ये

जर 250 ms मध्ये करंट शून्य झाला तर.

**उत्तर:**

(a) कॉईल मधील इन्डक्टन्स 
$$L = \frac{N\phi}{I} = \frac{1200 \times 30 \times 10^{-3}}{5} = 7.2 \text{ H.}$$

(b) साठवलेली एनर्जी 
$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 7.2 \times (5)^2 = 90 \text{ J.}$$

(c) इन्ड्यूस e.m.f. 
$$E = L \frac{dI}{dt} = 7.2 \times \frac{5-0}{0.25} = 144 \text{ V.}$$

उदाहरण 5.25

**उदाहरण 5.25:** हवेचा कोअर असलेल्या सोलनॉइडचा व्यास 5 cm आणि त्याची लांबी 50 cm आहे. याला 100 टर्न गुंडाळलेले आहेत. जर 1 A एवढा करंट सोलनॉइडमध्ये वाहत असेल, तर खालील बाबी शोधा. (a) इन्डक्टन्स आणि (b) साठवलेली एनर्जी.

**उत्तर:**

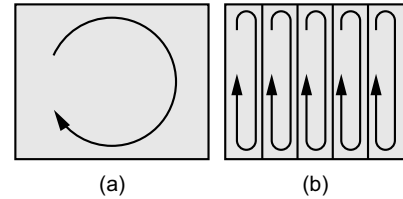
इथे 
$$a = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times 25 \times 10^{-4} = 19.63 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

(a) इन्डक्टन्स 
$$L = \frac{N^2 a \mu_0 \mu_r}{l} = \frac{(1000)^2 \times 19.63 \times 10^{-4} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1}{0.5} = 4.94 \text{ mH.}$$

(b) साठवलेली एनर्जी. 
$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 4.94 \times 10^{-3} \times (1)^2 = 2.47 \text{ mJ.}$$

## 5.12 एडी करंट्स (Eddy Currents)

फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा परिणाम म्हणून जेव्हा कंडक्टरच्या आत मॅग्नेटिक फील्डमध्ये बदल होतो, तेव्हा इलेक्ट्रिक करंटचे लूप कंडक्टरमध्ये इन्ड्यूस होतात. हे एडी करंट्स म्हणून ओळखले जातात. हे बंद लूपमधील कंडक्टरमध्ये मॅग्नेटिक फील्डच्या परपेंडीकूलर दिशेने वाहते. वेळेनुसार बदलणाऱ्या मॅग्नेटिक फील्डमुळे एडी करंट्स जवळच्या स्थिर कंडक्टरमध्ये इन्ड्यूस होतात. क्लोज कंडक्टर आणि मॅग्नेटद्वारे तयार झालेले संबंधित फील्ड यांच्यातील सापेक्ष हालचालीमुळे देखील एडी करंट्स इन्ड्यूस होऊ शकतो. दिलेल्या लूपमध्ये या करंटचे परिमाण खालील गोष्टींवर सम-प्रमाणात अवलंबून असते:



**आकृती 5.11:** (a) उच्च एडी प्रवाह असलेला एक कंडक्टर ब्लॉक आणि (b) कमी एडी करंट्स सह लॅमिनेटेड ब्लॉक

हा गुणधर्म इलेक्ट्रिक ब्रेकमध्ये चांगल्या प्रकारे वापरला जाऊ शकतो. हे साधारणपणे रोटेटिंग पॉवर टूल्स जेव्हा बंद केले जातात, अचानक थांबवण्यासाठी वापरले जातात.

- (i) मॅग्नेटिक फील्डची स्ट्रेन्थ
- (ii) लूपचा एरिया आणि
- (iii) मॅग्नेटिक फ्लक्सच्या बदलाचा दर,

आणि

- (i) पदार्थाच्या रेसिस्टिविटीच्या व्यस्त प्रमाणात असते.

एडी करंटस्, लेन्झच्या नियमानुसार मॅग्नेटिक फील्ड तयार करते जे उत्पादित क्षेत्रालाच विरोध करते. अशा प्रकारे एडी करंटस् मॅग्नेटिक क्षेत्राच्या मूल स्रोताचा प्रतिकार करण्याची भूमिका घेते.

कंडक्टरच्या प्रतिकारातून वाहणारा करंट पदार्थात उष्णतेच्या माध्यमातून एनर्जी वाया घालवतो. एडी करंटस् हे अल्टरनेटींग करंट (AC) मध्ये एनर्जी लॉसचे स्रोत आहेत, मशीनरी जसे की इंडक्टर्स, ट्रान्सफॉर्मर्स, इलेक्ट्रिक मोटर्स, इलेक्ट्रिक जनरेटर इत्यादी त्याची उदाहरणे आहेत, कारण करंट या मशीनरीच्या रेसिस्टन्स मधून वाहतो. आणि म्हणून एडी प्रवाहांचा प्रभाव कमी करण्यासाठी, लॅमिनेटेड मॅग्नेटिक कोअरसारख्या काही विशेष रचनेची शिफारस केली जाते.

वस्तू गरम करण्याच्या दृष्टिकोनातून इंडक्शन प्रकारच्या हीटिंग उपकरणांमध्ये, एडी प्रवाहांचा यशस्वीरित्या वापर केला जाऊ शकतो. योग्य चाचणी व्यवस्थेचा वापर केला तर ते धातूच्या भागांमधील दोष किंवा भेगा शोधण्यासाठी देखील वापरले जाऊ शकतात.

### 5.13 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक ब्रेकिंग (Electromagnetic Braking)

मॅग्नेटिक ब्रेकिंग हे इन्ड्यूस करंट आणि लेन्झच्या नियमावर आधारित कार्य करते. जर पेंडुलमच्या शेवटी धातूची प्लेट जोडली गेली असेल आणि पेंडुलमला स्विंग करण्याची परवानगी असेल तर मॅग्नेटच्या पोलच्या मधोमध गेल्यावर त्याची गती मोठ्या प्रमाणात कमी होईल. जेव्हा प्लेट मॅग्नेटिक क्षेत्रातून जाते, तेव्हा प्लेटमध्ये एक इलेक्ट्रिक फील्ड इन्ड्यूस होते आणि त्याद्वारे सर्क्युलेटिंग एडी करंटस् तयार होतात.

हे प्रवाह लेन्झच्या नियमाला वैध बनवण्यासाठी प्लेटद्वारे फ्लक्समधील बदलाला विरोध करण्यासाठी कार्य करतात. करंटमुळे प्लेट गरम होते, ज्यामुळे प्लेटची कायनेटिक एनर्जी कमी होते. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक ब्रेकिंगमागील हे मूलभूत तत्व आहे.

वरील तत्व विविध कारणांसाठी वापरले जाते जसे की, नॉनमॅग्नेटिक धातूंना घनकचऱ्यापासून वेगळे करण्यासाठी किंवा कोणत्याही स्पेसक्राफ्टमध्ये निर्माण होणारी स्पंदने दूर करण्यासाठी. जेव्हा इलेक्ट्रिक प्रवाह इलेक्ट्रोमॅग्नेटमधून जातो आणि इलेक्ट्रोमॅग्नेट रेलच्या बाजूने हलविला जातो, तेव्हा रेलमध्ये एडी करंटस् तयार होतात.

## युनिट सारांश

- मॅग्नेटिक फ्लक्स (Magnetic flux)

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \theta$$

- मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी (Magnetic Flux Density)

$$B = \frac{d\phi}{dS}$$

- फॅरॅडेचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शन नियम (Faraday's law of Electromagnetic Induction )

$$e = \frac{d}{dt} (N\phi) = N \frac{d\phi}{dt}$$

- लॅंझचा नियम (Lenz's law)

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \text{ volts}$$

- फ्लेमिंग चा उजव्या हाताचा नियम (Fleming's Right-Hand rule)

उजव्या हाताची तर्जनी, मध्यमा आणि अंगठा एकमेकांना काटकोनात ताणलेले असतील आणि जर तर्जनी मॅग्नेटिक फील्डच्या दिशेत निर्देशित असेल, अंगठा कंडक्टरच्या गतीच्या दिशेत निर्देशित असेल तर मध्यमा इन्ड्यूस करंटच्या दिशेला निर्देशित असेल.

- इन्ड्यूस E. M.F. (Induced EMF)

गतिकीय इन्ड्यूस emf  $e = Blv \sin \theta$

- सेल्फ-इंडक्टन्स (Self-inductance)

$$L = \frac{e}{\frac{dI}{dt}}$$

- म्युच्युअल इंडक्टन्स (Mutual Inductance)

$$M = \frac{e_M}{\frac{dI_1}{dt}}$$

- कपलिंग गुणक (Coefficient of Coupling)

$$K = \sqrt{K_1 K_2} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

- मॅग्नेटिक फील्डमध्ये ठेवलेल्या कॉइलमध्ये साठवलेली एनर्जी (Energy stored in a coil placed in a magnetic field)

$$\frac{1}{2} LI^2 \text{ joules}$$

- एडी करंटस् (Eddy currents)

AC इंडक्टर, ट्रान्सफॉर्मर, इलेक्ट्रिक मोटर आणि जनरेटर्स यामधील एनर्जी लॉसचा मुख्य स्रोत एडी करंटस् आहे.

- इलेक्ट्रो - मॅग्नेटिक ब्रेकिंग

स्पेसक्राफ्ट मधील कंपने कमी करण्यासाठी आणि नॉन मॅग्नेटिक धातू घन कचऱ्यातून वेगळे करण्यासाठी इलेक्ट्रो - मॅग्नेटिक ब्रेकिंग वापरले जाते.

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

- 5.1 मॅग्नेटिक फील्डमध्ये गतित असलेल्या कंडक्टरमुळे इन्ड्यूस झालेल्या इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सला \_\_\_\_\_ म्हणतात.  
 (a) e.m.f. (b) गतिकीय emf (c) स्टॅटिक emf (d) रोटेशनल emf
- 5.2 सेल्फ-इन्ड्यूस झालेल्या emf ला \_\_\_\_\_ असेही म्हणतात.  
 (a) इन्ड्यूस emf (b) डीड्यूस emf  
 (c) बॅक emf (d) (a) आणि (b) दोन्ही
- 5.3 जर मॅग्नेटिक फील्ड स्थिर असेल आणि कंडक्टर गतित असेल तर इन्ड्यूस झालेल्या इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सला \_\_\_\_\_ असेही म्हणतात.  
 (a) गतिकीय इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्स (b) स्टॅटिकली इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्स  
 (c) सेल्फ-इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्स (d) म्युच्युअली इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्स
- 5.4 खालील पैकी कोणते विधान सत्य आहे?  
 (a) इन्ड्यूस करंटची दिशा शोधण्यासाठी लॅंझ चा नियम वापरतात.  
 (b) इन्ड्यूस करंटची दिशा शोधण्यासाठी फ्लेमिंग चा उजव्या हाताचा नियम वापरला जातो.  
 (c) फोर्सची दिशा शोधण्यासाठी फ्लेमिंगचा डाव्या हाताचा नियम वापरला जातो.  
 (d) वरील सर्व
- 5.5 जर कंडक्टरमधून वाहणारा करंट वाढला तर लॅंझच्या नियमानुसार सेल्फ-इन्ड्यूस वोल्टेज.  
 (a) वाढणाऱ्या करंटला मदत करेल  
 (b) करंटला कमी करण्याचा प्रयत्न करेल.  
 (c) वाढणाऱ्या करंटच्या विरुद्ध दिशेत वाहणारी धारा तयार करेल.  
 (d) लावलेल्या वोल्टेजला मदत करेल.
- 5.6 इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सचे परिमाण \_\_\_\_\_ वर अवलंबून असते.  
 (a) मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी (b) कापलेल्या फ्लक्सचे प्रमाण  
 (c) फ्लक्स लिंकेजेसचे प्रमाण (d) फ्लक्स लिंकेजेसच्या बदलाचा दर
- 5.7 इंडक्टन्समध्ये इलेक्ट्रिक करंट \_\_\_\_\_ ला सम प्रमाणात असतो .  
 (a) इंडक्टन्स च्या भोवतीच्या व्होल्टेज (b) मॅग्नेटिक फील्ड  
 (c)  $a$  आणि  $b$  दोन्ही (d)  $a$  आणि  $b$  दोन्ही नाहीत.
- 5.8 8 mH आणि 18 mH सेल्फ-इंडक्टन्स असलेल्या दोन कॉईल आहेत. जर कपलिंगचा गुणक 0.5 असेल तर कॉईलचा म्युच्युअल इंडक्टन्स. \_\_\_\_\_ असेल.  
 (a) 4 mH (b) 5 mH (c) 6 mH (d) 12 mH

- 5.9 जर कॉईल 1 चा फ्लक्स कॉईल 2 बरोबर पूर्णपणे सहलग्न होत असेल तर कपलिंगचा गुणक \_\_\_\_\_. असेल.  
 (a) 2.0 (b) 1.0 (c) 0.5 (d) zero
- 5.10 एका कॉईल बरोबर सहलग्न असलेला फ्लक्स  $t$  या क्षणी  $\phi_t = 5t^3 - 100t + 200$  इतका आहेत  $t = 2$  सेकंड ला \_\_\_\_\_ इतके इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सतयार होईल.  
 (a) 200 V (b) 40 V (c) 20 V (d) 20 V
- 5.11 दोन एयर कोअर कॉईल चा कपलिंगचा गुणक ..... वर अवलंबून असतो.  
 (a) कॉईल च्या सेल्फ इंडक्टन्स  
 (b) दोन कॉईल मधील म्युच्युअल इंडक्टन्स  
 (c) दोन्ही कॉईल च्या म्युच्युअल इंडक्टन्स आणि सेल्फ इंडक्टन्स  
 (d) वरील पैकी कोणतेही नाही
- 5.12 इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सचे परिमाण \_\_\_\_\_ वर अवलंबून असते.  
 (a) कॉईल आणि मॅग्नेटच्या गती वर (b) टर्नच्या संखेवर  
 (c) कॉईल मधून जाणाऱ्या इलेक्ट्रिक करंटवर (d)  $a$  आणि  $b$  दोन्ही.
- 5.13 लॅम्बचा नियम हा \_\_\_\_\_ अक्षय्यतेच्या नियमाचा परिणाम आहे.  
 (a) इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंट (b) चार्ज  
 (c) एनर्जी (d) इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्स

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

5.1 (b), 5.2 (c), 5.3 (a), 5.4 (d), 5.5 (c), 5.6 (d), 5.7 (b), 5.8 (d), 5.9 (b), 5.10 (b), 5.11 (c), 5.12 (d), 5.13 (c)

### लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

#### श्रेणी I

- 5.1 फॅरेडेचा इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक इन्डक्शनचा नियम सविस्तर सांगा. त्याचे इंटीग्रल स्वरूप तयार करा आणि त्यावरून डीफरेंशीयल डीफरेंशीयल स्वरूप मिळवा.
- 5.2 मॅग्नेटिक क्षेत्रामध्ये साठलेली एनर्जीचे सूत्र काढा.
- 5.3 एडी करंटचे परिमाण कोणत्या घटकांवर अवलंबून असते.
- 5.4 इलेक्ट्रिक करंटच्या मॅग्नेटिक परिणामाचे काही उपयोग सांगा.
- 5.5 इलेक्ट्रो - मॅग्नेटिक ब्रेकिंग चे काही उपयोग लिहा.
- 5.6 सेल्फ इंडक्टन्स हा टर्न च्या संख्येच्या वर्गाशी सम प्रमाणात आणि मॅग्नेटिक रीलकटन्सशी व्यस्त प्रमाणात असतो हे दाखवा.



- 5.7 म्युच्युअल इंडक्टन्स हा मॅग्नेटिक रीलकटन्सवर अवलंबून असतो- समर्थन करा.
- 5.8 कपलिंगचा गुणक हा दोन कॉईल मधील म्युच्युअल इंडक्टन्स आणि सेल्फ इंडक्टन्सवर कसा अवलंबून असतो?
- 5.9 इलेक्ट्रो - मॅग्नेटिक ब्रेकिंग चे मुळ तत्व सांगा.
- 5.10 मॅग्नेटिक फ्लक्स आणि मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी यांच्या व्याख्येवरून SI युनिट मिळवा.
- 5.11 लॅम्बचा नियम वापरून एनर्जी कंजर्वेशनचे तत्व तयार करा.
- 5.12 फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम थोडक्यात सांगा.
- 5.13 गतिकीय आणि स्थिर इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सची तुमची कल्पना सांगा.
- 5.14 तुमच्या पद्धतीने कपलिंगचा गुणका बदल माहिती द्या.
- 5.15 गतिकीय इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सबद्दल थोडक्यात माहिती द्या आणि त्याचे सूत्र तयार कर. तुम्हाला इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव बलाची आणि इलेक्ट्रिक करंटची दिशा काढता येईल?
- 5.16 म्युच्युअल इंडक्टन्स आणि सेल्फ इंडक्टन्सच्या व्याखेपासून सुरुवात करून त्यांचे सूत्रे तयार करा.
- 5.17 मॅग्नेटिक फ्लक्स हा जास्त किमती वरून शून्याकडे घसरतो ह्या बदला बदलच्या कारणांचे समर्थन करा.
- 5.18 फॅरेडेचा नियमामध्ये जसा लॅम्बने बदल केला होता त्या बदला बदल तुमचे मत काय ?
- 5.19 “फॅरेडेच्या इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक इन्डक्शन नियमाचे इंटीग्रल आणि डीफरेंशीयल स्वरूप हे काही ठराविक हेतु साठी वापरतात”. तुमचे मत सांगा.
- 5.20 लॅम्बच्या नियमामध्ये तुम्ही एनर्जी कंजर्वेशन तत्व कसे गृहीत धराल.
- 5.21 ज्यावेळी कंडक्टर हा स्थिर मॅग्नेटिक फील्डला परपेंडीकूलर दिशेत जात असतो त्यावेळी फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम हा इन्ड्यूस इलेक्ट्रो मोटीव फोर्सची दिशा काढण्यासाठी योग्य आहे आणि म्हणून इलेक्ट्रिक करंटची दिशा पण आपण काढू शकतो. तुमचे पण हेच मत आहे का? समजावून सांगा.
- 5.22 “वाहकातून जाणाऱ्या इलेक्ट्रिक करंटची दिशा फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम वापरून काढता येऊ शकते” समर्थन करा.
- 5.23 म्युच्युअली इंड्यूस्ड ई. एम. एफ (emf) हे सोप्या पद्धतीने पण आपण तयार करू शकतो. तुमचे मत स्पष्ट करा.
- 5.24 सेल्फ इंडक्टन्स ला दाखवण्यासाठी (demo) सोपी पद्धत सांगा.
- 5.25 कॉईल चा इंडक्टन्स कोणत्या घटकांवर अवलंबून असतो ते सांगा.
- 5.26 दोन कॉईलचा म्युच्युअल इंडक्टन्स कशावर अवलंबून असतो हे व्यक्त करा.
- 5.27 L इंडक्टन्स असलेला इंडक्टर रेजिस्टर R बरोबर सिरिज पद्धतीने जोडलेला आहे. ह्या सर्किटला पुरवलेली एनर्जी दोन मार्गाने खर्च होते. त्या दोन मार्गांची रूपरेषा सांगा.
- 5.28 कंडक्टर मधून एडी करंट वाहण्यासाठी मार्ग सांगा.
- 5.29 इलेक्ट्रो मॅग्नेटिक ब्रेकिंग हे स्पेसक्राफ्ट मधील कंपने काढून टाकण्यासाठी वापरला जाऊ शकतो. थोडक्यात ही पद्धत सांगा.

## श्रेणी II

- 5.30 तुम्ही सेल्फ इंड्यूस्ड आणि म्युच्युअली इंड्यूस्ड यांच्या व्याख्येवरून हेनरीची व्याख्या करू शकता का ?
- 5.31 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शन साठी मुख्य गरज काय आहे?

- 5.32 प्रात्यक्षिक हेतु साठी मॅग्नेटिक फ्लक्स मोजण्यासाठी असलेल्या प्रक्रियेची रूपरेषा सांगा.
- 5.33 एक धातूचा दांडा दोन I अंतरावर आणि गुळगुळीत असलेल्या रुळावरून घसरत आहे. एक रेझिस्टर R हा त्या रुळाला जोडलेला आहे आणि एकसंध मॅग्नेटिक फील्ड B ह्या पूर्ण प्लेनमध्ये लावलेले आहे. जर दांडा उजव्या बाजूला एकसंध गतीने  $v$  जात असेल तर रेझिस्टरमधून वाहणार करंट किती असेल?
- 5.34 मॅग्नेटिक फ्लक्स ही स्केलर राशी आहे आणि मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी ही व्हेक्टर राशी आहे. कारण स्पष्ट करा. त्या दोन्ही राशींचे युनिट आणि परिमाणे सांगा.

### उदाहरणे

- 5.1 जेव्हा मॅग्नेटिक सर्किटच्या 400 टर्न असलेल्या प्रायमरी कॉइलमधील प्रवाह 100 ms मध्ये 10 mA ते 35 mA पर्यंत लिनीयरली वाढतो, तेव्हा एक ईएमएफ 75 mV चे 240 टर्नच्या सेकंडरी कॉइलमध्ये इन्ड्यूस केले जाते, जे खुले सर्किटमध्ये सोडले जाते (a) दोन कॉइल्सचे म्युचुअल इंडक्टन्स (b) मॅग्नेटिक रीलकटन्स आणि (c) सेकंडरी कॉइलची सेल्फ इंडक्टन्स शोधा. [उत्तर: 0.3H, 320kA/Wb, 0.18H]
- 5.2 2000 AT/Wb रीलकटन्स असलेल्या मॅग्नेटिक सर्किटवर 200 टर्न असलेली वायरची कॉइल गुंडाळलेली आहे. जर कॉइलमध्ये वाहणारा 1 A चा करंट 10 ms मध्ये विरुद्ध दिशेत होत असेल तर गुंडाळीमध्ये इन्ड्यूस झालेले सरासरी ईएमएफ शोधा. [उत्तर: 4V]
- 5.3 सरासरी व्यास 400 mm आणि काट-छेद क्षेत्रफळ 400 mm<sup>2</sup> चे टॉरोइड 1000 टर्न असलेल्या कॉइलसह गुंडाळलेले आहेत ज्यामध्ये 2 A चा प्रवाह असतो, i) सेल्फ इंडक्टन्स आणि ii) ईएमएफ ज्यावेळी इलेक्ट्रिक धारा 10 ms मध्ये एकसंधपणे शून्य होतं, ते शोधा. [उत्तर:  $0.4 \times 10^{-3}$ H, 0.08V]
- 5.4 0.5 मीटर लांबीचा एक कंडक्टर मॅग्नेटिक फ्लक्स डेन्सिटी 1 Wb/m<sup>2</sup> असलेल्या एकसमान मॅग्नेटिक फील्डमध्ये आणि काटकोनात 40 m/s वेगाने फिरतो. कंडक्टर इन्ड्यूस होणारे ईएमएफ काढा. जर कंडक्टर मॅग्नेटिक फील्डला 60° इतका कोन करत असेल तर इन्ड्यूस झालेले ईएमएफ काढा. [उत्तर: 20V, 17.32 V]
- 5.5 300-टर्न कॉइलचा रोध 6  $\Omega$  आणि 0.5 H चा इंडक्टन्स आहे. एक तृतीयांश टर्न काढून टाकल्यास नवीन रोध आणि नवीन इंडक्टन्स काढा. असे गृहीत धरा की सर्व टर्नचा परिघ (circumference) समान आहे [उत्तर: 4 $\Omega$ , 0.22H]
- 5.6 इंडक्टरच्या मॅग्नेटिक फील्डमध्ये साठवलेली एनर्जी 80 J असते जेव्हा इंडक्टरमध्ये वाहणारा करंट 2 A असतो. कॉइलचा इंडक्टन्स काढा. [उत्तर: 40H]
- 5.7 एका लोखंडी कड्याचे क्रॉस सेक्शनल एरिया 500 mm<sup>2</sup> आणि सरासरी लांबी 300 mm आहे. ति 100 टर्नने गुंडाळलेली आहे आणि रिलेटीव परमिअॅबिलिटी 1600 आहे, खालील मूल्य शोधा. (a) 500  $\mu$ Wb मॅग्नेटिक फ्लक्स तयार करण्यासाठी लागणारा इलेक्ट्रिक करंट (b) सिस्टमचा इंडक्टन्स आणि (c) इन्ड्यूस झालेले ईएमएफ जर फील्ड 1 ms मध्ये शून्य झाले. [उत्तर: 1.492 A, 33.51 mH, - 50 V]
- 5.8 प्रत्येक वळणासाठी 50m<sup>2</sup> एरिया असलेल्या सिंगल टर्न कॉइलला 0.008 T च्या एकसमान फील्डमध्ये परपेंडीकूलर धरले जाते. कॉइलमध्ये, जर फील्ड 0.4 s मध्ये काढल्या गेले (removed) असेल, तर इन्ड्यूस ईएमएफची गणना करा. [उत्तर: 10V]

## प्रात्यक्षिक

1. फॅरेडेच्या आणि लॅंझचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा अभ्यास करणे.

हेतु-

- फॅरेडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा आणि लॅंझच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा गुणात्मक अभ्यास
- मॅग्नेटिक फ्लक्समध्ये बदल झाल्यामुळे दिलेल्या कॉइलमध्ये इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा निश्चित करणे (कॉइलमध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेट किंवा बार मॅग्नेट टाकून आणि काढून)

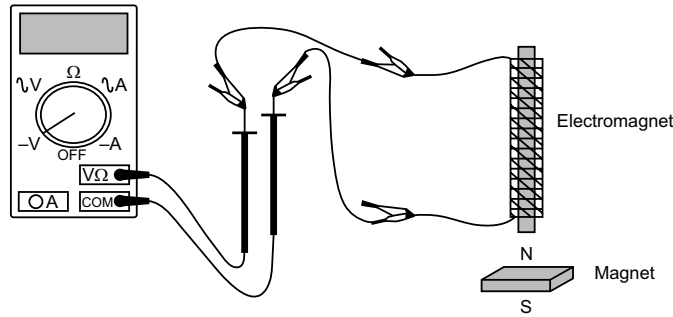
साहित्य

गॅल्व्हनोमीटर, कॉइल्स (प्रायमरी आणि सेकंडरी), बॅटरी (1.5 V), बार मॅग्नेट, अॅल्युमिनियम आणि लोखंडी दांडा, कनेक्टिंग वायर

सिद्धांत

फॅरेडेच्या इंडक्शन नियमानुसार जर Boriginal हे कायमचे मॅग्नेट एखाद्या कॉइलमध्ये घातले (किंवा बाहेर काढले), तर या कॉइलच्या टर्नमध्ये एक इलेक्ट्रिक करंट इन्ड्यूस होतो Iind. हा करंट तेव्हाच राखला जातो जेव्हा मॅग्नेट कॉइलमध्ये घातला जातो किंवा बाहेर काढला जातो.

इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची उपस्थिती कॉइलला इलेक्ट्रोमॅग्नेट Bind बनवेल. त्यामध्ये N आणि S पोल आहेत आणि इतर कोणत्याही मॅग्नेटप्रमाणे, ते इतर मॅग्नेट आणि मॅग्नेटिक पदार्थावर फोर्स प्रयुक्त करेल. लॅंझच्या नियमानुसार, इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा अशी आहे की त्याचे मॅग्नेटिक क्षेत्र, Bind, Boriginal मधील बदलाला विरोध करेल. उजव्या हाताच्या नियमानुसार, जर तुम्ही तुमच्या उजव्या हातातील कॉइल असे पकडले की तुमची बोटां टर्नमधील इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटच्या दिशेने निर्देशित करतात, तर अंगठा इलेक्ट्रिक मॅग्नेटच्या N पोलकडे निर्देशित करेल. दुसरे टोक S पोल आहे.



आ. (i)

कृती-

- पारंपारिकपणे जेव्हा पॉझिटिव्ह टर्मिनलद्वारे इलेक्ट्रिक करंट अँमीटर (किंवा गॅल्व्हनोमीटर) मध्ये प्रवेश करतो, तेव्हा त्याची सुई योग्य दिशेने वळते. हे आपल्याला सोलेनॉइडमधील इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा निश्चित करण्यात मदत करेल.

2. मोठ्या सोलेनॉइडचे परीक्षण करा, ज्याला सेकंडरी म्हटले जाते आणि तळाशी असलेल्या दोन लहान छिद्रांमधून वायर बाहेर येण्याकडे लक्ष द्या. हे आपल्याला सोलेनॉइडमधील इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा निश्चित करण्यात मदत करतील. हे निरीक्षण, या प्रयोगामध्ये खूप महत्वाचे आहे कारण हे तुम्हाला तुमची निरीक्षणे लेन्झच्या नियमाशी सुसंगत आहेत की नाही हे ठरवू देते.
3. आता, गॅल्व्हनोमीटर सेकंडरी सोबत जोडा आणि गॅल्व्हनोमीटरमधील डिप्लेक्शन पाहण्यासाठी मॅग्नेटचा N पोल सोलेनॉइडमध्ये घाला. या निरीक्षणातून, सोलेनॉइडच्या टर्न मधील इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा शोधण्याचा प्रयत्न करा. टर्नचा कोणते टोक नॉर्थ पोल आहे आणि साऊथ पोल आहे हे शोधण्यासाठी उजव्या हाताचा नियम वापरा. मॅग्नेटची गती, सोलेनॉइडमध्ये इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा आणि सोलेनॉइडचे N आणि S पोल दर्शविण्यासाठी एक आकृती काढा.
4. इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटच्या परिमाणावर बार मॅग्नेटच्या गतीचा प्रभाव पहा.
5. आता मॅग्नेटला कॉईलपासून दूर हलवा आणि शेवटच्या दोन पायऱ्यांतील नोंदींसारखेच निरीक्षण करा.
6. आता मॅग्नेट त्याच्या S पोलसह सोलेनॉइडच्या जवळ धरून ठेवा आणि शेवटच्या तीन पायऱ्या पुन्हा करा.
7. सोलेनॉइडचे इन्ड्यूस फील्ड प्रत्येक बाबतीत कायमस्वरूपी मॅग्नेटला आकर्षित करते किंवा दूर करते का ते ठरवा.
8. कायमस्वरूपी मॅग्नेटच्या जागेवर इलेक्ट्रोमॅग्नेट (बॅटरीशी जोडलेले सोलेनॉइड) लावा आणि मागील पायऱ्यांची पुनरावृत्ती करा. आ. (i) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे प्रायमरी कॉईल बॅटरीशी जोडा. मॅग्नेट म्हणून प्रायमरी सोलेनॉइड वापरून पायऱ्या (3) ते (6) पुन्हा करा.
9. बॅटरीशी जोडलेल्या प्रायमरीसह ते सेकंडरी मध्ये घाला. आता ते बॅटरीमधून डिस्कनेक्ट करा आणि डिप्लेक्शन पहा. बॅटरीशी पुन्हा कनेक्ट करा आणि पुन्हा डिप्लेक्शन पहा. वरील प्रमाणेच दोन आकृत्या काढा.
10. प्रायमरीमध्ये लोखंडी रॉड घाला आणि आपण बॅटरीशी डिस्कनेक्ट आणि पुन्हा कनेक्ट करताच इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटच्या परिमाणावर त्याचा काय प्रभाव होतो ते नोंदवा.

### विश्लेषण

सोलेनॉइडमध्ये इन्ड्यूस इलेक्ट्रिक करंटची दिशा दर्शविणारी आकृती काढा. सोलेनॉइडचा कोणता टोक N आहे आणि कोणता S आहे हे दर्शवा. आकृतीच्या पुढे, बार मॅग्नेट आणि इलेक्ट्रोमॅग्नेटमधील फोर्स हे आकर्षण किंवा रिपल्शन आहे का ते दर्शवा. हे फोर्स लेन्झच्या नियमाशी सुसंगत आहे का? तुमच्याकडे अशी 10 आकृत्या असावीत: चार कायम मॅग्नेटचा वापर करून, चार प्रायमरी कॉईल मॅग्नेट म्हणून वापरून आणि दोन प्रायमरी कॉईल डिस्कनेक्ट आणि पुन्हा कनेक्ट करून ज्यावेळी ति कॉईल सेकंडरी मध्ये असेल.

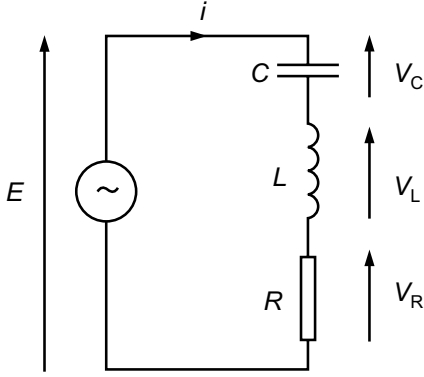
### 2. सिरिज LCR सर्किटच्या रेझोनन्स स्थितीचा अभ्यास

#### हेतु

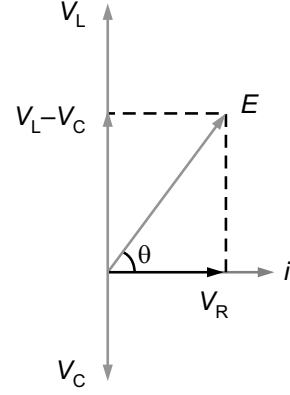
- (i) सिरिज LCR सर्किटच्या रेझोनन्स स्थिती तयार करणे
- (ii) विविध रेझिस्टन्ससाठी क्वालिटी फॅक्टर आणि बँडविड्थ निर्धारित करणे.

#### साहित्य

रेझिस्टर, इंडक्टर, कॅपेसिटर, कनेक्टिंग वायर, मल्टी-मीटर; फंक्शन जनरेटर (0-30 kHz, साइनोसॉइडल)



आ. (i)



आ.(ii)

### सिद्धांत

एलसीआर सर्किट म्हणजे इलेक्ट्रिकल सर्किट ज्यामध्ये रेझीस्टन्स (R) इंडक्शन (L) आणि कॅपेसिटन्स (C) असतात, जे एकतर सिरिजमध्ये किंवा समांतर जोडलेले असतात. सर्किट इलेक्ट्रिक करंटसाठी एक हार्मोनिक ऑसीलेटर विकसित करते आणि एका विशिष्ट फ्रिक्वेन्सीवर रेझोनन्स करते. एका विशिष्ट फ्रिक्वेन्सीवर रेझोनन्सची स्थिती प्राप्त करण्यासाठी सर्किटची ही एक महत्त्वपूर्ण गुणधर्म आहे ज्याला रेझोनन्स फ्रिक्वेन्सी ( $f_{res}$ ) म्हणतात. ही एक फ्रिक्वेन्सी आहे, ज्यावर सर्किटचा इंपीडन्स किमान असतो. दुसऱ्या शब्दात, ही फ्रिक्वेन्सी अशी परिभाषित केल्या जाऊ शकते, ज्यावर इंपीडन्स पूर्णपणे रेझीस्टीव असते. याचे कारण म्हणजे रेझोनन्समध्ये इंडक्टिव रिअॅक्टन्स ( $X_L = \omega_L$ ) आणि कॅपेसिटिव्ह रिअॅक्टन्स ( $X_C = 1/\omega_C$ ) समान असतात परंतु विरुद्ध चिन्हाचे असतात आणि एकमेकांना रद्द करतात. संबंधित अँगुलर फ्रिक्वेन्सी खालील प्रमाणे दिली जाते.

$$\omega_{res} = 2\pi f_{res}$$

रेझोनन्समध्ये असताना  $X_L = X_C$ .

आणि 
$$\omega_{res} L = \frac{1}{\omega_{res} C}$$

आणि 
$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \dots(i)$$

येथे  $X_L$  and  $X_C$  हे R शी अनुक्रमे  $+90^\circ$  आणि  $-90^\circ$  कोनात आहेत. अशा प्रकारे त्यांच्यातील ( $X_L$  आणि  $X_C$ ) कोनीय फरक  $180^\circ$  आहे जो त्यांना रद्द करतो.

रेझीस्टन्स वाढीमुळे या ऑसिलेशनचा क्षय वाढतो आणि हे वैशिष्ट्य सामान्यतः डॅम्पिंग म्हणून ओळखले जाते. रेझीस्टन्सदेखील पीक रेझोनन्स फ्रिक्वेन्सी (peak resonance frequency) कमी करते. त्याचप्रमाणे, सर्किटमध्ये ड्रायव्हिंग AC उर्जा स्त्रोत नसल्यास LCR सर्किट देखील डॅम्प (damped) होईल.

LCR सर्किट बँडविड्थ आणि Q-फॅक्टर हे रेझोनन्स अभ्यासाचे विश्लेषण करण्यासाठी दोन महत्वाचे घटक आहेत. सर्किटमध्ये रेझोनन्सवर ज्या फ्रिक्वेन्सीमधे पॉवर अर्ध्या मूल्यावर येते त्यामधील फरक म्हणजे बँडविड्थ होय. जर  $\omega_1$  आणि  $\omega_2$  खालच्या आणि वरच्या अर्ध्या पॉवर फ्रिक्वेन्सी असतील तर बँडविड्थ खालील प्रमाणे लिहिता येईल

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad \dots(ii)$$

दुसरीकडे, क्यू-फॅक्टरची व्याख्या सर्किटमध्ये रेझोनन्सवर साठवलेली सर्वोच्च उर्जा भागिले डिसीपेट झालेली सरासरी एनर्जी प्रति रेडियनमध्ये केली जाते. तर,

$$Q = \frac{\omega_{\text{res}}}{\Delta\omega} \quad \dots(\text{iii})$$

म्हणून कमी Q सर्किट्स डॅम्प आणि हानीकारक आहेत आणि उच्च Q सर्किट कमी डॅम्प आहेत. Q बँडविड्थशी देखील संबंधित आहे; कमी Q सर्किट्सला वाइड बँड आणि उच्च क्यू सर्किटला नॅरो बँड असे संबोधले जाते. LCR सर्किटसाठी Q हा खालील प्रमाणे असतो,

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \dots(\text{iv})$$

### कृती

1. आकृतीनुसार सर्किट योग्यरित्या कनेक्ट करा आणि सर्किट योग्यरित्या जोडलेले आहे याची खात्री केल्यानंतर इलेक्ट्रीसीटी पुरवठा चालू करा.
2. AC मोडमध्ये मल्टी-मीटर सेट करा आणि डायलवर व्होल्टेजची योग्य श्रेणी (V) निवडा.
3. डिजिटल फंक्शन जनरेटर kHz/फ्रिक्वेंसी मोडमध्ये ठेवा आणि डीसी-ऑफसेट व्होल्टेज 0 V वर सेट करा, AC इनपुटसाठी पीक-टू-पीक व्होल्टेज सर्व मोजमापांमध्ये 6 V वर निश्चित केले जाऊ शकते. हे सर्किट घटकांमधील व्होल्टेजसाठी सुरक्षा मर्यादा सुनिश्चित करेल.
4. L आणि C ची मूल्ये स्थिर ठेवून, R चे विशिष्ट मूल्य निवडा. AC इनपुट फ्रिक्वेंसीच्या वेगवेगळ्या मूल्यांसाठी R मध्ये व्होल्टेज  $V_R$  ची मूल्ये मोजा. रेझोनन्स फ्रिक्वेंसी ( $f_{\text{res}}$ ) वर संपूर्ण R मध्ये जास्तीत जास्त व्होल्टेज असेल.
5. व्होल्टेज  $V_R$  आणि फ्रिक्वेंसी F दरम्यान आलेख काढा आणि व्होल्टेज ग्राफच्या शिखर(peak) स्थानावरून, सिरिज LCR सर्किटची रेझोनन्स फ्रिक्वेंसी  $f_{\text{res}}$  काढली जाऊ शकते.
6. रेझोनन्स फ्रिक्वेंसीनुसार  $V_R$ ,  $V_L$  आणि  $V_C$  मोजा.
7. दिलेल्या रेझीस्टन्सच्या प्रत्येक मूल्यासाठी शेवटच्या तीन पायऱ्यांनुसार मोजमाप पुन्हा करा. रेझीस्टन्सच्या निवडलेल्या मूल्यांसाठी प्राप्त केलेल्या  $V_R$  विरुद्ध  $f$  वक्रांची तुलना करा.

### अनुमान

टेबल 1: रेझीस्टन्सच्या स्थिर मूल्यासाठी फ्रिक्वेंसीसह व्होल्टेजची भिन्नता

इंडक्टन्स = ....mH; कॅपेसिटन्स = ....  $\mu\text{F}$

रेझीस्टन्स ( $\Omega$ )	फ्रिक्वेंसी $f$ (Hz)	व्होल्टेज $V_R$ (V)
R = स्थिर मूल्य		

टेबल 2: R, L आणि C चे व्होल्टेज आणि संबंधित रेझोनन्स फ्रिक्वेन्सी

VR (V)	VL (V)	VC (V)	fres (Hz)

गुणवत्ता घटक(Q) खालील प्रकारे लिहिल्या जाऊ शकतो :

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_{res} L}{R} \quad \dots(v)$$

बॅन्डविड्थ अशी लिहिल्या जाऊ शकते:  $BW = \frac{f_{res}}{Q} \quad \dots(vi)$

टेबल 3: रेझीस्टन्सच्या विविध मूल्यांसाठी बॅन्डविड्थ आणि गुणवत्ता घटकाची(Quality factor) तुलना

रेझीस्टन्स ( $\Omega$ )	बॅन्डविड्थ (BW)	गुणवत्ता घटक (Q)

## काळजी

1. सर्व कनेक्शन व्यवस्थित तपासा, विशेषत: मल्टी-मीटर आणि डिजिटल फंक्शन जनरेटरसाठी
2. प्रयोग करण्यासाठी रेझीस्टन्स, इंडक्टन्स आणि कॅपेसिटन्सची योग्य मूल्ये निवडा.
3. व्होल्टेज आणि करंटची मूल्ये निर्धारित मर्यादेत असल्याची खात्री करा. रेझीस्टन्सचे वॅटेज ओलांडले नाहीत याची खात्री करा. त्याचप्रमाणे कॅपेसिटरसाठी कमाल अनुज्ञेय व्होल्टेज रेटिंग ओलांडली नाही याची खात्री करा.
4. जास्तीत जास्त व्होल्टेज  $VR_{max}$  अचूक मूल्य आणि रेझोनन्स येते त्या फ्रिक्वेन्सी  $f_{res}$  चे अचूक मूल्य शोधण्यासाठी  $f_{res}$  फ्रिक्वेन्सीमध्ये लहान स्टेप मध्ये रीडिंग घ्या.

## अधिक जाणून घ्या

मायकेल फॅराडे जन्म सप्टेंबर 22, 1791 न्यूगटन, सरे, इंग्लंड येथे; 25 ऑगस्ट 1867 रोजी हॅम्पटन कोर्ट, सरे येथे निधन झाले. हे एक इंग्रजी भौतिकशास्त्रज्ञ आणि रसायनशास्त्रज्ञ होते. त्याच्या अनेक प्रयोगांनी इलेक्ट्रिक मॅग्नेटायझेशन समजून घेण्यात मोठ्या प्रमाणात योगदान दिले.

## क्रियाकलाप

फॅराडेने हे दाखवून दिले की बदलत्या मॅग्नेटिक फील्डमध्ये कंडक्टर ठेवून, ते कंडक्टरमध्ये व्होल्टेज तयार करेल. अशा प्रकारे त्याने इलेक्ट्रिक प्रवाह निर्माण करण्याचा एक मार्ग स्थापित केला. हा शोध नंतर आपण आज वापरत असलेल्या मोठ्या संख्येने उपकरणांवर लागू केला गेला.

### मजेशीर तथ्य

मायकेल फॅराडेने मॅग्नेटिक संचयनाचे दोन मूलभूत घटक विकसित केले. त्याच्या शोधामुळे मुख्यत्वे घर, शेत आणि कारखाने बदलले. फॅराडेच्या शोधांनी अल्पकालीन शेतकऱ्यांच्या कामात क्रांती घडवून आणली. पाणी कमी करण्यासाठी मॅन्युअल श्रम कमी करणे, दुधाळ गाईसारख्या कामांसाठी स्वचलित यंत्रणेने शेतकऱ्यांना पंगु होण्यापासून रोखले. सेल फोनपासून ते वातानुकूलन पर्यंत, सर्व आधुनिक सुविधा फॅराडेच्या शोधांशिवाय शक्य नव्हत्या.

### सादृश्य

फॅराडेने इलेक्ट्रिक मोटर, ट्रान्सफॉर्मर आणि जनरेटरचा शोध लावला. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या ज्ञानाशिवाय, आपल्याकडे वायरलेस एनर्जी ट्रान्सफर किंवा इलेक्ट्रिक गिटारसाठी पिकअप नसते. खरं तर, फॅराडेने करमणुकीपासून इलेक्ट्रीसीटी व्यावहारिक आणि व्यापक वापराकडे वळवली.

### इतिहास

फॅराडेने 1831 मध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचा शोध लावला.

### समकालीन कागदपत्रे

- M. Faraday, Experimental Researches in Electricity, Volume 1 (Richard & John Edward Taylor, 1839) [The book is compiled from articles published in the Philosophical Transactions of the Royal Society from 1831-1838].
- Joseph Henry, Scientific Writings of Joseph Henry, Smithsonian Institution, 1886.

### अधिक माहिती

- “1833 - First Semiconductor Effect is Recorded”, The Silicon Engine Computer History Museum, 2008.
- Alan W. Hirshfeld, The Electric Life of Michael Faraday, Walker & Company, 2006.
- Robert D. Friedel, Lines and Waves: Faraday, Maxwell and 150 Years of Electromagnetism, Center for the History of Electrical Engineering, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1981.
- Shan X. Wang, Alexander M. Taratorin, “Inductive Magnetic Heads” Magnetic Information Storage Technology, Academic Press, pp. 81-117, 1990.
- “Michael Faraday” (<http://www.chemheritage.org/discover/online-resources/chemistry-in-history/themes/electrochemistry/faraday.aspx>)
- “Joseph Henry Biography” ([http://www.ieeehn.org/wiki/index.php/Joseph\\_Henry](http://www.ieeehn.org/wiki/index.php/Joseph_Henry))



### उपयोग वास्तविक जीवन / औद्योगिक

मायकेल फॅराडे (1791-1867) इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक इंडक्शन आणि इलेक्ट्रो- मॅग्नेटिक रोटेशनची तत्त्वे तयार करणारे इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटायझेशन यांच्यातील परस्परसंवादाच्या शोधासाठी प्रसिद्ध आहेत.

आधुनिक डेटा स्टोरेज सिस्टमच्या मॅग्नेटिक रेकॉर्डिंग आणि इलेक्ट्रिक मोटर तंत्रज्ञानामध्ये दोघेही महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावतात.

### विशिष्ट अभ्यास (पर्यावरण / शाश्वतता / सामाजिक / नैतिक समस्या)

लंडनमधील रॉयल सोसायटीच्या व्याख्यानांच्या मालिकेत 1831 मध्ये फॅराडेने त्याच्या प्रयोगांच्या परिणामांचे वर्णन केले. त्याने “सामान्य चुंबकांद्वारे विजेचा प्रवाह”चे उत्पादन दाखवले.

लिक्विड बॅटरीचा वापर करून लहान कॉइलद्वारे इलेक्ट्रिक प्रवाह पाठवला. जेव्हा ते मोठ्या कॉइलमध्ये किंवा बाहेर हलवले गेले, तेव्हा त्याच्या मॅग्नेटिक क्षेत्राने लहान कॉइलमध्ये एक क्षणिक व्होल्टेज इंड्यूस केले जे गॅल्व्हनोमीटरने ओळखले गेले.

जेम्स क्लर्क मॅक्सवेलने (1831-1879) गणितीय पद्धतीने इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे वेगवेगळे पैलू एक भिन्न समीकरण म्हणून व्यक्त केले जे फॅराडेच्या नियमाप्रमाणे परिचित होते.

### जिज्ञासा आणि जिज्ञासा विषय

19 व्या शतकातील महान शास्त्रज्ञांपैकी एक असलेल्या फॅराडेने रसायनशास्त्रज्ञ म्हणून आपली कारकीर्द सुरू केली. त्यांनी व्यावहारिक रसायनशास्त्राचे एक मॅन्युअल लिहिले जे त्याच्या कलेच्या तांत्रिक बाबींचे त्यांचे कौशल्य प्रतिबिंबित करते. त्याने बॅझिनसह अनेक नवीन सेंद्रिय संयुगे शोधली. स्थायी वायूचे द्रवीकरण करणारे ते पहिले होते. तथापि, त्यांचे मोठे योगदान इलेक्ट्रीसीटी आणि मॅग्नेटायझेशन फील्डमध्ये होते आणि खरं तर ते पहिले व्यक्ती होते जे मॅग्नेटिक क्षेत्रातून इलेक्ट्रिक प्रवाह तयार करू शकले.

### संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन

1. M. N. O. Sadiku, Elements of Electromagnetics, 4th Edition, New York & Oxford: Oxford University Press, 2007.
2. F. Ulaby, Fundamentals of Applied Electromagnetic, 5th Edition, Pearson: Prentice Hall, 2007.
3. P. Day, The Philosopher's Tree: A Selection of Michael Faraday's Writings, CRC Press, December 2019.
4. J. C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd Edition, Oxford University Press, 1904.
5. W. Hayt, Engineering Electromagnetics, 5th Edition, McGraw-Hill, 1989.
6. R. P. Feynman, The Feynman Lectures on Physics, V-II, [www.feynmanlectures.caltech.edu](http://www.feynmanlectures.caltech.edu).

7. D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, 3rd Edition, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999.
8. R/ F. Harrington, Introduction to Electromagnetic Engineering, Mineola, NY: Dover Publications, 2003.
9. <https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/122101002/downloads/lec-18.pdf>
10. <https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/115101005/downloads/lectures-doc/Lecture-28.pdf>
11. <https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/115101005/downloads/lectures-doc/Lecture-29.pdf>
12. [http://www.phys.ufl.edu/~acosta/phy2061/lectures/2061\\_ch3436.pdf](http://www.phys.ufl.edu/~acosta/phy2061/lectures/2061_ch3436.pdf)

# 6

## मॅक्सवेलची समीकरणे

### युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट खालील मुख्य बाबींवर केंद्रित आहे

- करंटच्या डेन्सिटीसाठी कन्टीनुइटी इक्वेशन
- डिसप्लेसमेन्ट करंटची संकल्पना;
- मॅक्सवेलची समीकरणे
- इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक उर्जेचा प्रवाह
- पॉयन्टिंगचा सिद्धांत
- पॉयन्टिंगचा व्हेक्टर
- इलेक्ट्रिक मॅग्नेटिक क्षेत्रातिल गती
- इलेक्ट्रिक मॅग्नेटिक क्षेत्रातिल दाब

इथे विषयांच्या उपयोगासाठी, अधिक उत्सुकता आणि सर्जनशीलता निर्माण करण्यासाठी तसेच समस्या सोडवण्याची क्षमता सुधारण्यासाठी चर्चा केली जाते.

ब्लूमच्या वर्गीकरणानुसार कमी आणि उच्च क्रमाने दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित लघु आणि मोठ्या उत्तर प्रकारांचे प्रश्न, मोठ्या संख्येने पर्यायी प्रश्न देण्याव्यतिरिक्त, संख्यात्मक समस्यांद्वारे असाइनमेंट, संदर्भाची सूची आणि सुचवलेले वाचन हे या पाठात दिले आहेत जेणेकरून एखादी व्यक्ती त्यांच्या आधारे सराव करू शकते. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की विविध महत्वाच्या विषयांवर अधिक माहिती मिळवण्यासाठी काही QR कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये प्रदान केले गेले आहेत जे संबंधित सहाय्यक ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

युनिटच्या समाप्तीनंतर, विषयावर आधारित, "अवांतर माहिती" विभाग आहे. हा विभाग जाणीवपूर्वक पद्धतीने तयार करण्यात आला आहे जेणेकरून या भागात प्रदान केलेली पूरक माहिती पुस्तकाच्या वापरकर्त्यासाठी फायदेशीर ठरेल. हा विभाग प्रामुख्याने प्रारंभिक उपक्रम, काही मनोरंजक तथ्यांची उदाहरणे, समानता, मुख्य निरीक्षणे आणि शोध यावर केंद्रित विषयाच्या विकासाचा इतिहास, अलीकडील काळापर्यंत संबंधित विषयांच्या विकासापासून सुरू होणारी टाइमलाइन, दैनंदिन किंवा वास्तविक जीवनासाठी उपयोगी असलेले विषय किंवा/आणि विविध औद्योगिक अनुप्रयोगांसाठी, पर्यावरण, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी, आणि शेवटी जिज्ञासू आणि कुतूहल ई. विषयांसाठी तयार केलेला आहे.

## भूमिका

मॅक्सवेलच्या समीकरणांवरील हे युनिट विद्यार्थ्यांना करंटच्या डेन्सिटीसाठी कन्टीनुइटी इक्वेशन आणि डिसप्लेसमेन्ट करंटच्या संकल्पनेबद्दल सैद्धांतिक कल्पना प्राप्त करण्यास मदत करेल जे मॅक्सवेलच्या फील्ड समीकरणांचे स्पष्टीकरण करण्यास मदत करू शकते. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या प्रपोगेशनबद्दल कल्पना विकसित करण्यासाठी एनर्जी प्रवाह आणि पॉइंटिंग व्हेक्टर तसेच इलेक्ट्रिक मॅग्नेटिक क्षेत्रातील मोमेन्टमची गणना आणि परिणामी दाब हे इतर विषय समजून घेतले जाते.

मॅक्सवेलची चारही समीकरणे इलेक्ट्रिक चार्ज आणि करंटच्या वितरणातून निर्माण होणारी इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड्स तसेच वेळेसह त्या फील्डच्या भिन्नतेचे प्रकार स्पष्ट करतात. ही समीकरणे अनेक दशकांमध्ये नोंदवल्याप्रमाणे चार्जेस आणि करंट्सच्या इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक प्रभावांच्या प्रायोगिक निरीक्षणाचे गणितीय सार मानले जातात. इथे हे मनोरंजक आहे की या सर्व समीकरणांचे विश्लेषण करताना मॅक्सवेलचे स्वतःचे योगदान केवळ चौथ्या समीकरणाची शेवटची संज्ञा आहे. हे प्रथमच न्याय्य ठरले की बदलणारे इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड एकमेकांशी संबंधित आहेत आणि ही फील्ड्स स्पेसमध्ये अनिश्चित काळासाठी प्रपोगेट होऊ शकतात. मॅक्सवेलच्या नवीन शब्दावलीनुसार डिसप्लेसमेन्ट करंटने स्वयंपूर्ण पद्धतीने EM वेव्हच्या प्रपोगेशनचे स्पष्टीकरण केले आणि प्रकाशाच्या वेगाप्रमाणेच त्यांच्या वेगाचा अंदाज लावण्यास सक्षम झाले.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

- गणित: व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता बारावी)
- भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स, इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझम (इयत्ता बारावी)

## युनिट आउटकम

या पाठाची युनिट आउटकम यादी खालीलप्रमाणे आहे.

- U6-O1: करंटच्या डेन्सिटीसाठी कन्टीनुइटी इक्वेशन परिभाषित करा
- U6-O2: करंट डिसप्लेसमेन्टची संकल्पना स्पष्ट करा
- U6-O3: मॅक्सवेलची फील्ड समीकरणे स्पष्ट करा
- U6-O4: E.M. एनर्जी प्रवाह आणि पॉइंटिंग व्हेक्टर स्पष्ट करा
- U6-O5: इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्ड आणि परिणामी दाब यामधील गतीची गणना करा.

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U6-O1	2	1	-	-	-	1
U6-O2	2	2	-	1	-	1
U6-O3	-	-	1	3	-	2
U6-O4	-	-	-	-	-	-
U6-O5	1	-	-	-	-	-

## 6.1 ओळख (Introduction)

एकोणिसाव्या शतकाच्या उत्तरार्धात शास्त्रज्ञांना मोठ्या प्रमाणावर खाली होती की, इलेक्ट्रीसीटी आणि मॅग्नेटायझेशन हे कसे तरी संबंधित आणि एकसंध आहेत. जेथे इलेक्ट्रिक चार्ज गतिमान असतो तेथे इलेक्ट्रिक प्रवाह आणि परिणामी मॅग्नेटायझेशन विकसित होते. इलेक्ट्रिक फील्डसाठी स्त्रोत इलेक्ट्रिक चार्ज आहे, तर मॅग्नेटिक फील्डसाठी इलेक्ट्रिक करंट आहे. म्हणजेच, गतिज इलेक्ट्रिक चार्ज. जेव्हा कॉइलशी जोडलेल्या मॅग्नेटिक फ्लक्समध्ये कोणताही बदल होतो, तेव्हा इंड्युस् झालेल्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पॉवरला इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इन्डक्शन म्हणतात. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे मूलभूत नियम मायकेल फॅराडे यांनी वेळेनुसार बदलणारे मॅग्नेटिक फील्डचा इलेक्ट्रिक फील्डशी संबंध जोडण्यासाठी सुतोवाच केले होते. या प्रकरणामध्ये आपण वेळेनुसार बदलणारे इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक फील्ड आणि परिणामी विविध माध्यमांमधील इलेक्ट्रो-मॅग्नेटिक फील्डसाठी मॅक्सवेलच्या समीकरणांचा अभ्यास करून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह्सचे वर्तन अभ्यासणार आहोत.

## 6.2 डिसप्लेसमेन्ट करंट (Displacement Current)

इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेन्ट फील्डच्या बदलाचा दर म्हणून डिसप्लेसमेन्ट करंट हा शब्द परिभाषित केला जाऊ शकतो. हि अशी राशी आहे कि ज्याची मॅक्सवेलच्या समीकरणांमध्ये महत्वाची भूमिका आहे. स्थिर इलेक्ट्रिक फील्ड राशींमधील मूलभूत संबंध खालीलप्रमाणे व्यक्त केले जाऊ शकतात:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0; \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \dots(6.1)$$

जिथे लिनीअर आणि आयसोट्रोपिक माध्यमासाठी  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

त्याचप्रमाणे मॅग्नेटोस्टॅटिक फील्डसाठी फील्ड-राशींमधील मूलभूत संबंध खालीलप्रमाणे सारांशित केले जाऊ शकतात:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0; \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad \dots(6.2)$$

या ठिकाणी  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ,

समीकरण (6.1) आणि (6.2) स्थिर क्षेत्रातील इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड परिमाणांमधील संबंध देतात. वेळेनुसार बदलणाऱ्या प्रकरणांसाठी, त्यांच्यातील संबंध असे व्यक्त केले जाऊ शकतात,

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad \dots(6.3) (a)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \dots(6.3) (b)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \dots(6.3) (c)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \dots(6.3) (d)$$

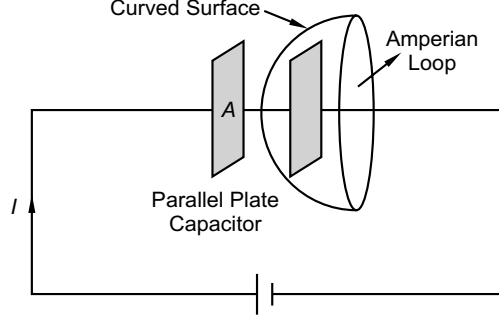
याव्यतिरिक्त, चार्ज कंझरव्हेशनच्या तत्वावरून आपल्याला कन्टीनुइटी समीकरण खालील प्रमाणे मिळते

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \dots(6.4)$$

समीकरण (6.3) (a) ते (d) ही समीकरणे (6.4) शी सुसंगत असणे आवश्यक आहे.

अशा प्रकारे आपल्या असे लक्षात येते की.  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$

याचे कारण असे की कोणत्याही व्हेक्टर  $\vec{A}$  करिता  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$  हि किंमत शून्य असते. म्हणून  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$  केवळ स्थिर प्रकरणासाठी लागू होते. म्हणजे, या परिस्थितीसाठी जेव्हा  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$



आकृती 6.1: डिसप्लेसमेंट करंटची संकल्पना

आपण एक कॅपेसिटर (आकृती 6.1) चार्ज करत आहोत असे समजू. लुपसाठी आपण आकृतीमध्ये दाखवल्याप्रमाणे अँपिअरचा नियम वापरू. लुपमधून वाहणारा एकूण करंट  $I$  आहे असे मानू. परंतु जर आपण आकृती 6.1 प्रमाणे दुसरा कव्हर्ड सरफेस काढला तर या सरफेसवरून कोणताही करंट जात नाही. आणि म्हणून व्यापलेला करंट  $I = 0$ . या प्रकरणात नॉन-स्टेडी करंट्ससाठी लुपमध्ये व्यापलेला करंटची संकल्पना अस्पष्ट आहे, कारण ती वापरलेल्या सरफेसच्या प्रकारावर अवलंबून असते. खरं तर अँपिअरचा नियमदेखील वेळेनुसार बदलण्याच्या बाबतीत सत्य असावा, त्यामुळेच इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंटची कल्पना येते. म्हणून वेळेनुसार बदलणाऱ्या केसेस साठी,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = 0 = \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) = \vec{\nabla} \cdot \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\text{म्हणून,} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \dots(6.5)$$

समीकरण (6.5) स्थिर तसेच वेळेनुसार बदलणाऱ्या प्रकरणांसाठी वैध आहे. हे समीकरण दर्शवते की जर इलेक्ट्रिक फील्ड बदलण्याची वेळ असेल तर जेव्हा  $\vec{J}$  (करंट डेंसिटी) उपस्थित नसते तेव्हा त्या स्थितीत देखील मॅग्नेटिक फील्ड तयार करेल.

या राशीमध्ये  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  करंट डेन्सिटीचे डायमन्शन आहे. (जे  $A/m^2$  इतके आहे) आणि ते इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेंट डेन्सिटी म्हणून संदर्भित आहे. डिसप्लेसमेंट करंट हा कंडक्शन करंटमधील डिसकंटिन्यूइटीमध्ये टोटल करंट कंटिन्यूअस करण्यासाठी महत्त्वाची भूमिका बजावते. कंडक्टरच्या बाबतीत ऑप्टिकल फ्रिक्वेन्सीपेक्षा कमी फ्रिक्वेन्सीवर कंडक्टर करंटच्या तुलनेत डिसप्लेसमेंट करंट नगण्य असतो.

डिसप्लेसमेंट करंट मूलतः इलेक्ट्रिक चार्जच्या क्षणिक हालचालीचा संदर्भ देते जेव्हा पदार्थावर इलेक्ट्रिक फील्ड लागू केले जाते. तो खालील प्रमाणे दिला जातो,

$$\vec{I}_d = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} (\sigma A) = \frac{d}{dt} (\epsilon_0 A \vec{E})$$

$$\text{किंवा,} \quad \vec{I}_d = \epsilon_0 A \frac{d\vec{E}}{dt} \quad \dots(6.6)$$

अशा प्रकारे डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटी ही डिसप्लेसमेन्ट करंट प्रति चौरस एरिया असेल आणि ती खालील प्रकारे व्यक्त केल्या जाऊ शकते.

$$\vec{J}_d = \frac{\vec{I}_d}{A} = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \vec{E}) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{J}_d = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad [\text{या ठिकाणी } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}] \quad \dots(6.7)$$

अशाप्रकारे डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटी म्हणजे इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेन्ट बदलण्याचा दर आणि वेळेनुसार बदलणाऱ्या इलेक्ट्रिक फील्डमुळे डायलेक्ट्रिक माध्यमातील ती तयार होते.

**उदाहरण 6.1:** समांतर प्लेट कॅपेसिटर एका रेझिस्टरसोबत सिरिजमध्ये जोडला आहे, तर त्यातून वाहणारा डिसप्लेसमेन्ट प्रवाह शोधा की ज्या मधून  $I$ . करंट वाहतो. कॅपेसिटर प्लेट्सचे क्षेत्रफळ  $A$  माना आणि डायलेक्ट्रिक व्हॅक्यूम आहे.

**उत्तर:**

$$\text{दिलेल्या गोष्टी} \quad I_d = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(CV) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon_0 A}{d} V \right)$$

$$\text{या ठिकाणी } Q = CV \text{ आणि } C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\text{किंवा, } I_d = \frac{\epsilon_0 A}{d} \frac{dV}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}.$$

उदाहरण 6.1

**उदाहरण 6.2:** जर कॅपेसिटरच्या प्लेटचे क्षेत्रफळ  $0.05 \text{ m}^2$  आहे आणि इलेक्ट्रिक फील्ड  $10^{10} \text{ V/m}$  या दराने बदलते, तर डिसप्लेसमेन्ट करंटचे प्रमाण शोधा.

**उत्तर:**

$$\text{या ठिकाणी, प्लेटचे क्षेत्रफळ } A = 0.05 \text{ m}^2 \text{ आणि } \frac{dE}{dt} = 10^{10} \text{ Vm}^{-1}\text{s}^{-1}.$$

म्हणून, डिसप्लेसमेन्ट करंटचे प्रमाण खालील प्रमाणे दिले जाईल,

$$I_d = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = 8.854 \times 10^{-12} \times 0.05 \times 10^{10} = 4.43 \text{ mA}.$$

उदाहरण 6.2

**उदाहरण 6.3:** फ्री स्पेससाठी, मॅग्नेटिक फील्ड खालीलप्रमाणे व्यक्त केले जाते.  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t - kz) \hat{y}$

- कोणताही इलेक्ट्रिक चार्ज नसल्यास डिसप्लेसमेन्ट प्रवाह काय असेल?
- इंटीग्रेशनच्या कॉन्स्टंटकडे दुर्लक्ष करून  $E$  साठी एक राशी किंवा सूत्र शोधा.
- सिध्द करा की इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या डिफरेंशियल स्वरूपात व्यक्त केलेला फॅराडेचा नियम  $E$  आणि  $B$  ने सॅटीस्फाय होतो.

उदाहरण 6.3

उत्तर:

आपल्याला माहित आहे की  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

$$(i) \text{ अशा प्रकारे, डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटी } \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

आणि डिसप्लेसमेन्ट करंट  $\vec{I}_d = \vec{J}A$ .

या ठिकाणी  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t - kz) \hat{y}$

$$\text{म्हणून } \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & B_0 \cos(\omega t - kz) & 0 \end{vmatrix} = \frac{B_0 k}{\mu_0} \sin(\omega t - kz) \hat{x}$$

$$\text{आणि } \vec{I}_d = \vec{J}A = \frac{AB_0 k}{\mu_0} \sin(\omega t - kz) \hat{x}$$

$$(ii) \text{ आपणास माहित आहे की } \vec{I}_d = \varepsilon_0 A \frac{d\vec{E}}{dt}$$

$$\text{म्हणून } \varepsilon_0 A \frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{AB_0 k}{\mu_0} \sin(\omega t - kz) \hat{x}$$

$$\text{किंवा } \frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{B_0 k}{\mu_0 \varepsilon_0} \sin(\omega t - kz) \hat{x}$$

$$\text{किंवा } \vec{E} = \int \frac{B_0 k}{\mu_0 \varepsilon_0} \sin(\omega t - kz) \hat{x} = \frac{B_0 k}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega} \cos(\omega t - kz) \hat{x}$$

[इंटीग्रेशनच्या कॉन्स्टंटकडे दुर्लक्ष करून]

$$(iii) \text{ आता } \vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{B_0 k}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega} \cos(\omega t - kz) & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{B_0 k^2}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega} \sin(\omega t - kz) \hat{y}$$

$$\left[ \because c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}, \omega = ck \right]$$

$$\text{पुन्हा } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial \{B_0 \cos(\omega t - kz) \hat{y}\}}{\partial t} = -B_0 \omega \sin(\omega t - kz) \hat{y}$$

म्हणून  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  आणि हे फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाच्या डिफरेंशियल स्वरूपाशी सहमत आहे.



### 6.2.1 कंडक्शन करंट विरुद्ध डिसप्लेसमेन्ट करंट

कंडक्शन करंटचा अर्थ इलेक्ट्रिक करंट असतो की जे लागू केलेल्या पोटेंशियल डिफरेंसमुळे कंडक्टरमधून वाहतो, या उलट डिसप्लेसमेन्ट करंट असा करंट दर्शवते की जो कॅपेसिटरच्या आत असलेल्या मॅग्नेटिक फील्डचे स्पष्टीकरण देण्यासाठी त्याच्या प्लेट्सवरील चार्ज वाढवण्यासाठी समाविष्ट केले आहे. कंडक्शन करंट आणि डिसप्लेसमेन्ट करंट दरम्यान काही महत्वाचे फरक खाली दिले आहेत:

- (i) कंडक्टरची करंट डेन्सिटी खालीलप्रमाणे दिले जाते  $\vec{J}_C = \sigma \vec{E}$  आणि डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटी खालीलप्रमाणे दिले जाते  $\vec{J}_d = \frac{d\vec{D}}{dt}$ .
- (ii) कंडक्शन करंट हा सर्किटमधून वाहणारा वास्तविक करंट आहे, परंतु डिसप्लेसमेन्ट करंट वेळेनुसार बदलणाऱ्या इलेक्ट्रिक फील्डमुळे निर्माण होतो आणि एक स्पष्ट आहे.
- (iii) ओहमचा नियम कंडक्टर करंट साठी लागू आहे तर डिसप्लेसमेन्ट करंटसाठी तसे नाही.

## 6.3 मॅक्सवेलचे समीकरण (Maxwell's Equations)

जेम्स क्लर्क मॅक्सवेल (1831-1879) एक स्कॉटिश शास्त्रज्ञ होते ज्यांचे सर्वात उल्लेखनीय यश म्हणजे इलेक्ट्रिसिटी, मॅग्नेटीझम आणि ऑप्टिक्स सुलभपणे एकत्र आणणारे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमचे शास्त्रीय सिद्धांत तयार करण्याचे कार्य केलेले आहे. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या सर्व घटना सामान्यतः मॅक्सवेलचे समीकरण म्हणून ओळखल्या जाणाऱ्या चार वेगवेगळ्या समीकरणांच्या मदतीने स्पष्ट केल्या जाऊ शकतात. या सर्वांची चर्चा आपण खाली करू.

### 6.3.1 इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स आणि डायलेक्ट्रिक्स मधील गॉसचा नियम

हे मॅक्सवेलचे पहिले समीकरण आहे. त्यात असे म्हटले आहे की क्लोज लुपशी संबंधित इलेक्ट्रिक फ्लक्स हे व्हॅक्युममध्ये चार्जला परमिटिव्हिटीने भागून मिळालेल्या उत्तराच्या बरोबरीचे आहे. म्हणजेच,

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad [\text{इलेक्ट्रोस्टॅटिक्ससाठी } \epsilon_0 \vec{E}]$$

$$\text{किंवा} \quad \int_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \quad [\because \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}]$$

$$\text{किंवा} \quad \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad [\because \rho = \frac{dq}{dV}] \quad \dots(6.8)$$

हे डायलेक्ट्रिक्ससाठी समीकरणाचे इंटीग्रेल रूप आहे. पुन्हा डायव्हर्जन्स प्रमेय वापरून समीकरण. (6.8) खालीलप्रमाणे लिहिता येईल,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{D} dV = \int_V \rho dV$$

दोन्ही बाजूंच्या इंटीग्रेण्डची तुलना करून आपल्याला खालील समीकरण मिळते.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \dots(6.9) \text{ (a)}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \dots(6.9) \text{ (b)}$$

समीकरण (6.9) (a) आणि Eq. 6.9 (b) अनुक्रमे डायलेक्ट्रिक्स आणि इलेक्ट्रोस्टॅटिक्ससाठी समीकरणांचे डिफरेंशियल रूप आहेत.

### 6.3.2 मॅग्नेटोस्टॅटिक्समधील गॉऊसचा नियम

खाली दिलेले मॅक्सवेलचे दुसरे समीकरण आहे. त्यात असे म्हटले आहे की क्लोज लुपशी संबंधित मॅग्नेटिक फ्लक्स शून्य असतो. म्हणजेच ,

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \dots(6.10)$$

हे समीकरणाचे इंटीग्रेल स्वरूप आहे.

पुन्हा डायव्हर्जन्स प्रमेय वापरून वरील समीकरण खालीलप्रमाणे लिहिले जाऊ शकते,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad [\text{वरील समीकरण } dV \text{ च्या कोणत्याही किमतीसाठी सत्य आहे}] \quad \dots(6.11)$$

हे समीकरणाचे डिफरेंशियल स्वरूप आहे.

### 6.3.3 फॅराडेचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचा नियम

खाली दिलेले मॅक्सवेलचे तिसरे समीकरण आहे. त्यात म्हटले आहे की इन्ड्यूस e.m.f. (e) मॅग्नेटिक सर्किटमध्ये मॅग्नेटिक फ्लक्स बदलण्याच्या दराइतकेच असते व ते अशा प्रकारे e.m.f. (e) इन्ड्यूस करित असते की फ्लक्स ( $\phi$ ) बदलण्याच्या दराला नेहमीच विरोध होतो. गणिती पद्धतीने नियम खालील प्रमाणे होईल,

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\text{किंवा} \quad \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) \quad \dots(6.12)$$

हे समीकरण फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक (ईएम) इंडक्शनच्या नियमाचे डिफरेंशियल स्वरूप म्हणून ओळखले जाते. पुन्हा स्टोक्सच्या व्हेक्टर कॅल्क्युलसचे प्रमेय वापरून

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

तर, तुलना करून आपल्याला खालील समीकरण मिळते .

$$\iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \left( \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

$$\text{किंवा} \quad \iint_S \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \iint_S \left( \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = 0$$

वरील समीकरण  $d\vec{S}$  च्या कोणत्याही किमतीसाठी सत्य आहे.,

$$\text{म्हणून आपल्याला मिळेल, } \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \dots(6.13)$$

फॅराडेच्या ईएम इंडक्शनच्या नियमाचे हे डिफरेंशियल स्वरूप म्हणून ओळखले जाते.

#### 6.3.4 अँपिअरचा सुधारित सर्किटल नियम

अँपिअरचा सर्किटल नियम मॅक्सवेलने सुधारित केला होता आणि त्याला अँपियर-मॅक्सवेल नियम किंवा अँपिअरचा सुधारित सर्किटल नियम म्हणून ओळखले जाते. या सुधारित नियमानुसार, फ्री स्पेसमध्ये वेळेनुसार बदलणाऱ्या करंट साठी मॅग्नेटिक फील्डमध्ये क्लोज पाथभोवती मॅग्नेटिक इंडक्शनचे लाइन इंटेग्रल हे सरफेसने शुद्ध स्टेडी करंट (I) च्या  $\mu_0$  पट असते.

$$\text{अँपिअरच्या सर्किटल नियमानुसार} \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C \mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\text{किंवा} \quad \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I = \int_C \vec{J}_c \cdot d\vec{S} \quad \left[ \because J_c = \frac{dI}{dS} \right]$$

स्टोक्सचे प्रमेय लागू केल्यावर वरील समीकरण मिळतो.

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_C \vec{J}_c \cdot d\vec{S}$$

कोणत्याही  $dS$  च्या किमतीसाठी, आपल्याजवळ असलेल्या इंटीग्रॅण्डची बरोबरी केल्याने आपल्याला खालील समीकरण मिळेल,  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_c$  जे स्थिर फील्डसाठी वैध आहे. आता, आपल्याकडे असलेल्या या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंनी डायव्हर्जन्स घेऊन,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_c = 0$$

पुन्हा आपल्याकडे स्थिर फील्डसाठीचे कन्टीनुइटी इक्वेशन आहे

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_c + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_c = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

म्हणून वेळेनुसार बदलणाऱ्या फील्डसाठी, एकूण करंट डेन्सिटी कंडक्टर आणि डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटीइतकीच असावी आणि म्हणूनच आपल्याला चौथ्या मॅक्सवेलचे समीकरण सादर करण्याची आवश्यकता आहे की जो मुळात ॲंपिअरच्या सर्कीटल नियमाचे सुधारित रूप आहे.

आपल्याला असेही म्हणता येते की मॅग्नेटिक फील्डच्या इंटेंसिटीचे लाइन इंटिग्रल ही कंडक्शन करंट आणि डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटीच्या सरफेस इंटिग्रलइतके असते. म्हणूनच,

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{S} + \int_S \vec{J}_d \cdot d\vec{S}$$

किंवा 
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \dots(6.14)$$

हे समीकरणाचे ईंटिग्रेल स्वरूप आहे. आता, स्टोक्सचे प्रमेय व्हेक्टर कॅल्क्युलसमध्ये वापरून,

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} \quad \dots(6.15)$$

तर, समीकरण (6.14) आणि (6.15) ची तुलना केल्यास, आपल्याला खालील समीकरण मिळते.

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \int_S \left( \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad \dots(6.16)$$

वरील समीकरण कोणत्याही  $dS$  च्या किमती साठी सत्य आहे, आणि म्हणून समीकरणांच्या दोन्ही बाजूंचे इंटिग्रेडस समान असतील आणि म्हणूनच

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \dots(6.17)$$

हे समीकरणाचे डिफरेंशियल स्वरूप आहे.

**उदाहरण 6.4:** सिद्ध करा की  $\vec{E} = \cos(y-t)\hat{k}$  आणि  $\vec{B} = \cos(y-t)\hat{i}$  ही पोटेन्शियल इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह तयार करतात.

**उत्तर:**

आपणास माहिती आहे की  $\vec{E} = \cos(y-t)\hat{k}$  आणि  $\vec{B} = \cos(y-t)\hat{i}$

आता 
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \cos(y-t) \end{vmatrix} = -\hat{i} \sin(y-t)$$

आणि 
$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\hat{i} \sin(y-t)$$

म्हणून 
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

आता म्हणून  $\vec{E} = \cos(y-t)\hat{k}$  आणि  $\vec{B} = \cos(y-t)\hat{i}$  हे पोटेन्शियल इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह आहे.

## 6.4 मॅक्सवेलच्या समीकरणाचे महत्त्व (Significance of Maxwell's Equations)

हे ज्ञात आहे की इलेक्ट्रिक फील्ड लाईन्स पॉसिटीव चार्जपासून डायव्हर्ज होतात आणि निगेटिव चार्जवर एकत्र येतात. चार्जमुळे इन्ड्यूस झालेले इलेक्ट्रिक फील्डचे स्पष्टीकरण इलेक्ट्रिक करंट डेन्सिटीद्वारे केले जाऊ शकते कारण ही राशी चार्जशी जवळून संबंधित आहे. मॅक्सवेलच्या सर्व समीकरणांचे विशिष्ट महत्त्व आहे. हे खाली वर्णन केले आहे

### 6.4.1 पहिले समीकरण $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ किंवा $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,

- यात असे म्हटले आहे की कोणत्याही बंद पृष्ठभागावरून एकूण इलेक्ट्रिक फ्लक्स त्याच्याद्वारे व्यापलेल्या एकूण चार्जच्या पट आहे. हे इलेक्ट्रोस्टॅटिक्समध्ये डिफरेंशियल स्वरूपात गॉसचा नियम दर्शवतो.
- असे दर्शवले जाते की चार्जची डेन्सिटी  $\rho$  ही स्केलर राशी आहे
- जर  $\rho$  पॉसिटीव असेल, तर इलेक्ट्रिक फील्डचे डायव्हर्जन्स पॉसिटीव असेल आणि जर  $\rho$  निगेटिव असेल, तर इलेक्ट्रिक फील्डचे डायव्हर्जन्स निगेटिव असेल.  
म्हणून इलेक्ट्रिक फील्ड लाईन्स पॉसिटीव चार्जपासून सुरू होतात. (स्रोत) आणि निगेटिव चार्जकडे संपतात. अशा प्रकारे हे इलेक्ट्रिक फील्ड आणि चार्ज वितरण यांच्यात संबंध देते.
- समीकरण वेळेवर अवलंबून नसल्यामुळे, ते स्थिर स्थिती समीकरण दर्शवते.

### 6.4.2 दुसरे समीकरण $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

- यात असे म्हटले आहे की कोणत्याही क्लोज सरफेसवरील निव्वळ मॅग्नेटिक फ्लक्स शून्य आहे. हे डिफरेंशियल स्वरूपात मॅग्नेटोस्टॅटिक्समध्ये गॉसच्या नियमाचे प्रतिनिधित्व करते.
- हे सूचित करते की एका दिलेल्या फील्डमध्ये कोणत्याही भागात प्रवेश करणाऱ्या मॅग्नेटिक फोर्सलाईन्सची एकूण संख्या ते सोडणाऱ्या मॅग्नेटिक फोर्सलाईन्सच्या संख्येइतकी असते. म्हणून एक वेगळा मॅग्नेटिक पोल म्हणजेच मॅग्नेटिक एकाकी पोल अस्तित्वात असू शकत नाही. ते फक्त जोड्यांमध्ये दिसतात.
- म्हणून, मॅग्नेटिक फोर्स रेखांसाठी कोणतेही स्रोत किंवा अंत्य नाही..
- समीकरण वेळेवर अवलंबून नसल्यामुळे, ते स्थिर स्थिती समीकरण देखील आहे.

### 6.4.3 तिसरे समीकरण $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

- मॅग्नेटिक फ्लक्स बदलण्याच्या वेळेच्या दरामुळे इलेक्ट्रिक फील्ड तयार होते हे दर्शवते. म्हणून, समीकरण पुढीलप्रमाणे लिहिले जाऊ शकते,  $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t}$
- हे फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचे प्रतिनिधित्व करते. हे मुळात समीकरणाचे डिफरेंशियल स्वरूप आहे
- हे वेळेवर अवलंबून असणारे समीकरण आहे.

#### 6.4.4 चौथे समीकरण $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_C + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

- (i) हे सूचित करते की कंडक्शन करंट डेन्सिटीमुळे  $\vec{J}_C$  आणि इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेन्ट व्हेक्टर  $\vec{D}$  च्या बदलाचा दर म्हणजेच डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटी  $\vec{J}_D$ , यांच्या संयुक्तपणे तसेच स्वतंत्रपणे मॅग्नेटिक फील्ड तयार होते.
- (ii) स्थिर प्रवाहासाठी तसेच बदलत्या प्रवाहासाठी हे ऑपिअरच्या सर्किटल नियमाचे सुधारित डिफरेंशियल स्वरूप आहे.
- (iii) हे वेळेवर अवलंबून असणारे समीकरण आहे

### 6.5 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एनर्जी डेंसिटी (EM Energy Density)

इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हची एनर्जी डेंसिटी इलेक्ट्रिक किंवा मॅग्नेटिक ऑलिट्यूडच्या वर्गाच्या समप्रमाणात बदलते. कोणत्याही इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हमध्ये, ऑलिट्यूड हा इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक दोन्ही फील्डची सर्वोच्च फील्ड स्ट्रेन्थ दर्शवते. वेव्ह ऑलिट्यूड तसेच संबंधित वेव्हद्वारे वाहून जाणारी एनर्जी वापरून वेव्ह एनर्जी मिळवता येते.

विशिष्ट स्पेसमध्ये इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक एनर्जी डेंसिटी प्रति युनिट व्हॉल्यूमला इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक एनर्जी डेंसिटी असे म्हणतात. आणि अनुक्रमे खाली दिल्या आहेत,

$$U_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad \dots(6.18)$$

$$\text{आणि} \quad U_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \mu \vec{H} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad \dots(6.19)$$

अशा प्रकारे, इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एनर्जी डेंसिटी म्हणजेच माध्यमातील इलेक्ट्रिक मॅग्नेटिक एनर्जी प्रति युनिट व्हॉल्यूम पुढीलप्रमाणे लिहिता येते

$$U_{em} = U_e + U_m = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \quad \dots(6.20)$$

फ्री स्पेसमध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एनर्जी डेंसिटी पुढील प्रमाणे राहील,

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \quad (6.21)$$

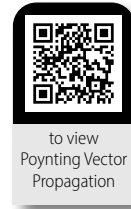
### 6.6 पॉइंटिंग व्हेक्टर (Poynting Vector)

हा सिद्धांत शोधणाऱ्या जॉन हेनरी पॉइंटिंगचे नाव असलेला सिद्धांत लोकप्रिय झाला आहे. पॉइंटिंग व्हेक्टर कोणत्याही ईएम फील्डच्या प्रति युनिट फील्डमध्ये प्रति युनिट वेळ ऊर्जेचे हस्तांतरण पॉइंटिंग व्हेक्टरने केले जाते. पॉइंटिंग व्हेक्टरचे SI युनिट वॉट प्रति चौरस मीटर ( $W/m^2$ ) आहे.

अशाप्रकारे पॉइंटिंग व्हेक्टर ची व्याख्या: EM एनर्जी फ्लोचा दर प्रति युनिट एरिया की जे एनर्जी फ्लोच्या दिशेला समांतर असते आणि गणितानुसार ते खालील प्रमाणे करता येते,

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad \dots(6.22)$$

हे वेळेनुसार बदलणारे प्रमाण आहे आणि स्थिर फील्डसाठी लागू नाही आणि ते प्रति युनिट फील्डमध्ये EM पॉवरचा प्रवाह देते. त्याचे SI युनिट  $W/m^2$  हे आहे. आणि ते E-फील्ड आणि H-फील्ड यांना परपेंडीकूलर असते.



**उदाहरण 6.5:** 100W दिव्यापासून 1 मीटर अंतरावर पॉइंटिंग व्हेक्टर चे मूल्य शोधा.

**उत्तर:**

दिव्यापासून एकूण रेडियटेड पॉवर पुढील प्रमाणे लिहिली जाऊ शकते  $\phi = 4\pi R^2 P$   
इथे,  $\phi = 100 \text{ W}$  आणि  $R = 1 \text{ m}$ .

म्हणून पॉइंटिंग व्हेक्टर  $P = \frac{\phi}{4\pi R^2} = \frac{100}{4 \times 3.14 \times (1)^2} = 7.96 \text{ W/m}^2$ .

उदाहरण 6.5

**उदाहरण 6.6:** जर सूर्यापासून रेडियटेड पॉवर  $2.8 \times 10^{26} \text{ W}$  असेल आणि सूर्याची त्रिज्या  $7 \times 10^8 \text{ m}$  असेल तर सूर्याच्या पृष्ठभागावर पॉइंटिंग व्हेक्टर चे मूल्य शोधा.

**उत्तर:**

सूर्यापासून एकूण रेडियटेड पॉवर अशी लिहिली जाऊ शकते  $\phi = 4\pi R^2 P$ .

इथे  $\phi = 2.8 \times 10^{26} \text{ W}$  आणि  $R = 7 \times 10^8 \text{ m}$ .

म्हणून पॉइंटिंग व्हेक्टर  $P = \frac{\phi}{4\pi R^2} = \frac{2.8 \times 10^{26}}{4 \times 3.14 \times (7 \times 10^8)^2} = 4.55 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ .

उदाहरण 6.6

**उदाहरण 6.7:** त्रिज्या  $a$  असलेला एक बराच लांब सिलेंडर सिलेंडरच्या क्रॉस-सेक्शनवर एकसमान वितरित करंट  $I$  वाहून नेतो. जर सिलेंडरच्या अक्ष्यासह इलेक्ट्रिक करंट वाहत असेल तर कंडक्टरमधील इलेक्ट्रिक फील्ड निश्चित करा. मॅग्नेटिक फील्ड कंडक्टरच्या अगदी बाहेर स्थित आहे आणि पॉइंटिंग व्हेक्टर सिलेंडरच्या पृष्ठभागावर आहे असे दिले गेले आहे.

आपण असे गृहीत धरू की पदार्थाची कंडक्टिविटी  $\sigma$  आहे.

**उत्तर:**

अॅम्पीयरच्या सर्किटल नियमा चा वापर करून, आपल्याकडे मॅग्नेटिक फील्ड  $H$  आहे,

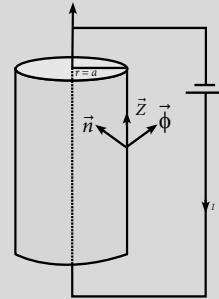
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

किंवा  $H \cdot 2\pi r = I$

किंवा  $H = \frac{I}{2\pi r}$

जर  $r = a$  तर  $H = \frac{I}{2\pi a} \hat{\phi}$

आणि फील्डची दिशा पृष्ठभागावर स्पर्शिक असावी. आपणास माहित आहे की इलेक्ट्रिक फील्ड आणि करंट डेन्सिटी  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  अशी संबंधित आहे ते आकृतीमध्ये दाखवल्याप्रमाणे  $Z$ -axis च्या दिशेने गृहीत धरू.



उदाहरण 6.7

पॉइंटिंग व्हेक्टर,  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ ,

म्हणून  $\vec{E}$  आणि  $\vec{H}$  ने सबस्टीट्यूट करून आपल्याला मिळते

$$\vec{P} = \frac{JI}{2\pi a\sigma} \hat{z} \times \hat{\phi} = \frac{JI}{2\pi a\sigma} \hat{n}$$

जेथे  $n$  इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक क्षेत्रास परपेंडीकूलर आहे आणि आकृतीमध्ये दाखवल्याप्रमाणे कंडक्टरच्या आतील बाजूस आहे.

## 6.7 पॉइंटिंग सिद्धांत (Poynting Theorem)

**विधान:** दिलेल्या व्हॉल्यूममध्ये पॉवरचा निव्वळ प्रवाह हा साठवलेल्या EM ऊर्जेच्या कमी होण्याच्या वेळेच्या दराच्या आणि वहनामुळे होणाऱ्या नुकसानीच्या वजाबाकी इतका असतो.

**कपात:** मॅक्सवेलच्या समीकरणांमधून आपल्याला मिळते,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ आणि } \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{म्हणून, } \vec{H} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ आणि } \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{E} \cdot \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\text{किंवा } \vec{H} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = -\left( \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) - \vec{E} \cdot \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{H} = -\left( \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) - \vec{E} \cdot \vec{J} \quad \left[ \because \vec{H} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{E} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{H} \right]$$

$$= -\left( \mu \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \epsilon \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) - \vec{E} \cdot \vec{J}$$

$$\text{किंवा } \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \epsilon E^2 \right) - \vec{E} \cdot \vec{J} \quad \dots(6.23) \text{ (a)}$$

$$\text{किंवा } \vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\frac{\partial U_{em}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \vec{J} \quad [\text{समीकरण. (6.22) मुळे}] \quad \dots(6.23) \text{ (b)}$$

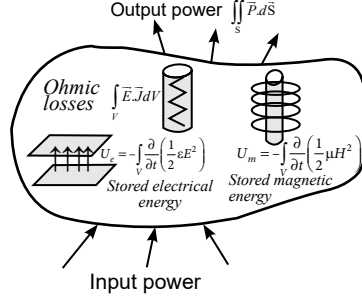
ठराविक माध्यमातील आकारमानासाठी वरील समीकरणाचे इंटीग्रेशन घ्या.

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{P} dV = -\int_V \frac{\partial U_{em}}{\partial t} dV - \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV$$

$$\text{किंवा } \iint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\int_V \frac{\partial U_{em}}{\partial t} dV - \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV \quad [\text{गॉसचे प्रमेय वापरून}] \quad \dots(6.24)$$



Eq (6.24) हे पॉइंटिंग प्रमेयाचे गणितीय रूप आहे ज्यात पहिली टर्म एकूण पॉवर दाखवते की जी सरफेस  $S$  भोवती असलेल्या व्हॉल्यूम  $V$  मुळे आहे. आणि दुसरी टर्म आकारमानातील EM एनर्जी कमी होण्याचा दर दर्शविते आणि शेवटची टर्म आकारमानातील ओह्मीक पॉवरमधील घट दर्शवते (आकृती 6.2).



आकृती 6.2: पॉइंटिंगच्या प्रमेयाचे उदाहरण

## 6.8 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पोटेन्शियल (Electromagnetic Potential)

इलेक्ट्रिक क्षमता एका कोणत्याही पॉइंटपासून इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये एका विशिष्ट पॉइंटवर युनिट इलेक्ट्रिक चार्ज हलविण्यासाठी आवश्यक वर्क एनर्जी दर्शवते. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पोटेन्शियल इलेक्ट्रिक स्केलर पोटेन्शियल आणि मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेन्शियल दोन्ही एकत्र करते.

मॅक्सवेलच्या दुसऱ्या समीकरणातून (मॅग्नेटोस्टॅटिक्समधील गॉसचा नियम) आपल्याकडे आहे,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ .

तसेच, व्हेक्टर कॅल्क्युलसमधून, आपल्याला माहीत आहे, व्हेक्टरच्या कर्लचे डायव्हर्जन्स शून्य असतो, म्हणजेच  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ .

म्हणून,  $\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A}$  ... (6.25)

जे मॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{B}$  आणि मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेन्शियल  $\vec{A}$  यांच्या दरम्यानचा संबंध देते.

मॅक्सवेलच्या तिसऱ्या समीकरणातून (फॅराडेचा EM इंडक्शनचा कायदा) आपल्याला,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

किंवा  $\vec{\nabla} \times \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$

आता, आपल्याला माहीत आहे की स्केलर फंक्शनच्या ग्रेडियंटचा कर्ल शून्य असतो म्हणजेच  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$ .

अशा प्रकारे, वरील दोन समीकरणे एकत्र करून आपण असे लिहू शकतो  $\vec{\nabla} \times \left( \vec{\nabla} \phi + \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$

किंवा  $\vec{\nabla} \phi + \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$

किंवा  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  ... (6.26)

जे इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$ , मॅग्नेटिक स्केलर पोटेन्शियल  $\phi$  आणि व्हेक्टर पोटेन्शियल  $\vec{A}$  यांच्यातील संबंध देते.

**उदाहरण 6.8:** मॅक्सवेलच्या समीकरणापासून सुरू करून इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$  अश्या प्रकारे लिहिले जाऊ शकते (स्केलर आणि व्हेक्टर पोटेंशियलनुसार), हे दाखवा

**उत्तर:**

आपल्याला माहीत आहे  $\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A}$ .

आता, मॅक्सवेलच्या तिसऱ्या समीकरणावरून फॅराडेचा EM इंडक्शनचा नियम) आपल्याला माहीत आहे)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

किंवा, 
$$\vec{\nabla} \times \left( \vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

पुन्हा, व्हेक्टर कॅल्क्युलसवरून स्केलर फंक्शनच्या ग्रेडियंटचे कर्ल शून्य आहे, म्हणजे,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi = 0.$$

एकत्रीकरणाने, 
$$\vec{\nabla} \times \left( \vec{\nabla}\phi + \vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

किंवा 
$$\vec{\nabla}\phi + \vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = 0$$

किंवा 
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}.$$

उदाहरण 6.8

**उदाहरण 6.9:** जर इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  शी संबंधित स्केलर पोटेंशियल  $\phi$  असेल आणि, मॅग्नेटिकफील्ड  $\vec{B}$  शी संबंधित पोटेंशियल  $\vec{A}$  असेल तर  $\nabla^2\phi + \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ . हे समीकरण सॅटीसफाय करणे आवश्यक आहे हे दर्शवा

**उत्तर:**

आपणास माहिती आहे  $\vec{B} \propto \vec{\nabla} \times \vec{A}$ .

आता, मॅक्सवेलच्या तिसऱ्या समीकरणावरून (फॅराडेचा EM इंडक्शनचा नियम,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

किंवा 
$$\vec{\nabla} \times \left( \vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

व्हेक्टर कॅल्क्युलसवरून 
$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\phi = 0.$$

उदाहरण 6.9

$$\vec{\nabla} \times \left( \vec{\nabla} \phi + \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

किंवा  $\vec{\nabla} \phi + \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$

किंवा  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

किंवा मॅक्सवेलच्या पहिल्या समीकरणावरून

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

किंवा  $\vec{\nabla} \cdot \left( -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$$\nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}.$$

उदाहरण 6.5

## 6.9 EM वेव्ह चे मोमेंटम आणि दाब (Momentum and pressure of EM waves)

EM वेव्हची गती EM वेव्हद्वारे वाहून जाणारी एनर्जी भागिले प्रकाशाच्या वेग अशी परिभाषित केली जाते. जर एखादी EM वेव्ह ऑब्जेक्टद्वारे शोषली गेली किंवा परावर्तित झाली तर वेव्हऑब्जेक्टला गती हस्तांतरित करते. जर ऑब्जेक्टवरील वेव्ह जास्त काळ पडत असेल तर जास्त प्रमाणात गती हस्तांतरित केली जाते

इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक क्षेत्रांची एनर्जी डेन्सिटी खालील प्रमाणे,

$$U_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad \left[ \because \vec{D} = \epsilon \vec{E} \text{ and } \vec{E} \cdot \vec{E} = E^2 \right]$$

आणि  $U_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \mu \vec{H} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad \left[ \because \vec{B} = \mu \vec{H} \text{ and } \vec{H} \cdot \vec{H} = H^2 \right]$

म्हणून EM ची एनर्जी डेन्सिटी खालील प्रमाणे,

$$U_{em} = U_e + U_m = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2$$

या वेळेच्या अवलंबनाची गुंतागुंत टाळण्यासाठी रेडिएशन दाब P त्यात घेतला जातो. जो वेळेवर अवलंबून नाही EM वेव्हद्वारे वाहणारे मोमेंटम खालील प्रमाणे व्यक्त केले जाऊ शकते,

$$P = \frac{U}{c} \quad \dots(6.27)$$

आणि संबंधित रेडिएशनचा दाब खालील प्रमाणे,

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{Ac} \frac{dU}{dt} = \frac{S}{c} \quad \left[ \because F = \frac{dp}{dt} \text{ and } S = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} \right] \quad \dots(6.28)$$

समीकरण (6.27) आणि (6.28) केवळ ॲब्सॉरबिंग सरफेससाठी खरे आहेत. परफेक्ट रिफ्लेक्टिंग सरफेससाठी साठी मूल्ये दुप्पट केली पाहिजेत आणि अशा प्रकारे, मोमेंटम हस्तांतरण हे पुढीलप्रमाणे लिहिता येईल

$$p = \frac{2U}{c} \text{ आणि रेडिएशन प्रेशर } P = \frac{2S}{c} \text{ आहे}$$

## युनिट सारांश

- डिसप्लेसमेन्ट करंटची संकल्पना (Concept of displacement current)

$$\text{डिसप्लेसमेन्ट करंट } \vec{I}_d = \epsilon_0 A \frac{d\vec{E}}{dt}$$

$$\text{डिसप्लेसमेन्ट करंटची डेन्सिटी } \vec{J}_d = \frac{d\vec{D}}{dt}$$

- मॅक्सवेलचे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचे समीकरण (Maxwell's equations of electromagnetic induction)

- इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स आणि डायलेक्ट्रिक्स मधील गॉसचा नियम

$$\text{इंटीग्रल रूप } \int_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad (\text{डायइलेक्ट्रिक})$$

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\text{इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स})$$

$$\text{डीफरेंशीयल रूप } \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{डायइलेक्ट्रिक})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स})$$

- मॅग्नेटोस्टॅटिक्समध्ये गॉसचा नियम

$$\text{इंटीग्रल रूप } \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\text{डीफरेंशीयल रूप } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- फॅराडेचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचा नियम

$$\text{इंटीग्रल रूप } \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left( \iint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

$$\text{डीफरेंशीयल रूप } \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

4. सुधारित केलेला अँपिअरचा सर्किटल नियम

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{डीफरेंशीयल रूप } \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

• मॅक्सवेलच्या समीकरणांचे भौतिक महत्त्व (Physical significance of Maxwell's equations)

1. मॅक्सवेलच्या पहिल्या समीकरणाचे महत्त्व

- ◆ सूचित करते की करंटची डेन्सिटी एक स्केलर प्रमाण आहे.
- ◆ हे एक स्थिर समीकरण दर्शवते.

2. मॅक्सवेलच्या दुसऱ्या समीकरणाचे महत्त्व

- ◆ सूचित करते की मॅग्नेटिक मोनोपोल अस्तित्वात नाही
- ◆ हे पण एक स्थिर समीकरण दर्शवते.

3. मॅक्सवेलच्या तिसऱ्या समीकरणाचे महत्त्व

- ◆ सूचित करते की मॅग्नेटिक प्रवाहात बदल झाल्यामुळे इलेक्ट्रिक फील्डची निर्मिती होते
- ◆ हे एक वेळेवर अवलंबून असलेले समीकरण आहे

4. मॅक्सवेलच्या चौथ्या समीकरणाचे महत्त्व

- ◆ हे सूचित करते की  $\vec{J}_C$  आणि  $\vec{J}_D$  पासून मॅग्नेटिक फील्ड तयार केले जाऊ हे पण वेळेवर अवलंबून असलेले समीकरण आहे

• इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एनर्जी डेन्सिटी

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2$$

• पॉइंटिंग व्हेक्टर

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

• पॉइंटिंग सिद्धांत

$$\iint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = - \int_V \frac{\partial U_{em}}{\partial t} dV - \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV$$

• इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पोटेंशल

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

- इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हेचे मोमेन्टम आणि परिणामी दाब

$$\text{मोमेन्टम } p = \frac{U}{c}$$

$$\text{रेडिएशन दाब } P = \frac{F}{A} = \frac{S}{c}$$

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

6.1 यामुळे डिसप्लेसमेन्ट करंट उद्भवतो

- (a) पॉसिटीव चार्जमुळे (b) निगेटिव चार्जमुळे  
(c) वेळेनुसार बदलणारे इलेक्ट्रिक फील्ड (d) वेळेनुसार बदलणारे मॅग्नेटिक फील्ड

6.2 फ्री जागेत इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  व्हेक्टर च्या दृष्टीने मॅक्सवेलचे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह समीकरण

- (a)  $\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$  (b)  $\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$   
(c)  $\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$  (d)  $\nabla^2 \vec{E} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

6.3 ऑपिअरचा सर्किटल नियम लागू होतो, जेव्हा करंटची डेन्सिटी असते

- (a) सगळीकडे स्थिर (b) वेळेवर अवलंबून नाही (c) सोलेनॉइडल (d) इरयाशनल

6.4 फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचे डीफरेंशीयल स्वरूप आहे

- (a)  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  (b)  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 2\vec{B}$   
(c)  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  (d)  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

6.5 मॅग्नेटिक क्षेत्र  $\vec{H}$  शी संबंधित एनर्जी \_\_\_\_\_ आहे

- (a)  $\frac{1}{2} H^2$  (b)  $\mu_0 H^2$  (c)  $\frac{1}{2} \mu_0 H^2$  (d)  $\frac{1}{2\mu_0} H^2$

6.6 एका विशिष्ट क्षेत्रातील इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये कंपोनेंट  $E_x = ax - bz$ ,  $E_y = -ay + bz$  आणि  $E_z = b(y - x)$  आहे. तर खालीलपैकी कोणते विधान बरोबर आहे?

- (a)  $\vec{E}$  हे इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड आहे (b) स्पेसमध्ये फ्री चार्ज आहे  
(c)  $\vec{E}$  हा इररोटेशनल आहे (d)  $\vec{E}$  हा सोलेनॉइडल आहे

6.7 हे समीकरण  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_C + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  काय दाखवते?

- (a) गॉसचा नियम (b) अँपेयरच्या नियमात मॅक्सवेलनुसार बदल  
(c) फॅराडेचा नियम (d) कुलंबचा नियम

6.8 इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  व्हेक्टरशी संबंधित एनर्जी

- (a)  $\frac{1}{2} E^2$  (b)  $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  (c)  $\mu_0 \epsilon_0 E^2$  (d)  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} E^2$

6.9 पॉइंटिंग व्हेक्टर चे SI युनिट

- (a)  $\text{Wm}^2$  (b)  $\text{Js}^{-1}\text{m}^{-2}$  (c)  $\text{Wm}$  (d)  $\text{Ws}^{-1}$

6.10 मॅक्सवेलच्या तिसऱ्या समीकरणाचे इंटीग्रल रूप आहे:

- (a) गॉसचा नियम (b) बायट सावर्ट नियम  
(c) फॅराडेचा नियम (d) अँपेयरचा सर्किटल नियम

6.11 चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमात EM वेव्ह

- (a) स्टँडींग वेव्ह (b) प्रोग्रेसिव्ह वेव्ह  
(c) ट्रान्सवर्स वेव्ह (d) पोलाराईज वेव्ह

6.12 1 A चा तात्कालिक डिसप्लेसमेन्ट करंट 1  $\mu\text{F}$  कॅपेसिटरच्या प्लेट्स दरम्यानच्या फ्री स्पेसमध्ये स्थापित करायचा आहे तर ते शक्य आहे, जर \_\_\_\_\_

- (a)  $10^6 \text{ A}$  (b)  $10^6 \text{ A/s}$  (c)  $10^6 \text{ volts}$  (d)  $10^6 \text{ volts/s}$

6.13 कोणते विधान असे म्हणत नाही की इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड कॉनझर्व्हेटीव्ह आहे?

- (a) जर  $E$  चे कर्ल एक्सप्रेशन शून्य असेल  
(b) इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्डमध्ये दोन बिंदूमधील पोटेंशियल फरक शून्य आहे  
(c) जर इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्ड स्केलर क्षमतेचे ग्रेडियंट असेल  
(d) बंद क्षेत्राच्या मार्गावर केलेले काम शून्य आहे

6.14 खालीलपैकी कोणते मॅक्सवेलचे समीकरण नाही?

- (a)  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  (b)  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$   
(c)  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  (d)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$

6.15 एनर्जी प्रवाहाचा दर कशाने दिला जातो

- (a) मॅक्सवेलचे समीकरण  
(b) पॉइंटिंग व्हेक्टर  
(c) पॉइसन समीकरण  
(d) कन्टीनुइटी इक्वेशन

6.16 मॅक्सवेलचे समीकरण  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  काय दाखवते

- (a) मॅग्नेटिक व्हेक्टर क्षमता
- (b) मॅग्नेटायझेशन मध्ये गॉसचा नियम
- (c) सामान्यीकृत अँपिअरचा सर्किटल नियम
- (d) बायट सावर्ट नियम

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

6.1 (c), 6.2 (a), 6.3 (b), 6.4 (c), 6.5 (c), 6.6 (all), 6.7 (b), 6.8 (b), 6.9 (b), 6.10 (c), 6.11 (c), 6.12 (d), 6.13 (b), 6.14 (c), 6.15 (b), 6.16 (c)

### लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

#### श्रेणी I

- 6.1 फॅराडेचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनचा नियम वेगळ्या स्वरूपात मध्ये व्यक्त करा.
- 6.2 प्लेन इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हसाठी पॉइंटिंग व्हेक्टर चे सरासरी मूल्य शोधा आणि त्याचे महत्त्व स्पष्ट करा
- 6.3 सिद्ध करा  $\vec{E} = \sin(y-t)\hat{k}$  आणि  $\vec{B} = \sin(y-t)\hat{i}$  हे पोटेन्शियलवापरून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह तयार करा
- 6.4 मॅक्सवेलच्या समीकरणाचे  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  भौतिक महत्त्व सांगा
- 6.5 फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमांमधून मॅक्सवेलचे तिसरे समीकरण काढा
- 6.6 पॉइंटिंग प्रमेयाची उपयुक्तता स्पष्ट करा
- 6.7 सिद्ध करा  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ .
- 6.8 फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा वापर करून दाखवा की इलेक्ट्रिक फील्डची इन्टेन्सिटी  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  अशी व्यक्त केली जाऊ शकते,
- 6.9 मॅक्सवेलची समीकरणे वेळेनुसार बदलणाऱ्या फील्डमध्ये लिहा आणि प्रत्येकाचे भौतिक महत्त्व स्पष्ट करा.
- 6.10 दाखवा  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \times \vec{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \epsilon E^2 \right) + \vec{E} \cdot \vec{J}$ , जेथे भौतिक राशींना त्यांचे नेहमीचे अर्थ आहेत
- 6.11 मॅक्सवेलच्या फील्ड समीकरणातून गॉसचा नियम, अँपिअरचा नियम आणि फॅराडेचा नियम ओळखा.
- 6.12 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हसाठी वेव्हसमीकरणे काढा आणि या वेव्हचा वेग शोधा.
- 6.13 a त्रिज्येचा एक बराच लांब सिलेंडर असून सिलेंडरच्या क्रॉस-सेक्शनवर एकसमान वितरित करंट I वाहून नेतो. जर सिलिंडरच्या अक्ष्यासह इलेक्ट्रिक करंटची परवानगी असेल तर कंडक्टरमधील इलेक्ट्रिक फील्ड निश्चित करा. मॅग्नेटिक फील्ड कंडक्टरच्या अगदी बाहेर स्थित आहे आणि पॉइंटिंग व्हेक्टर सिलेंडरच्या पृष्ठभागावर आहे. पदार्थाची कंडक्टिविटी  $\sigma$  आहे असे गृहीत धरा



- 6.14 मुक्त जागेवरील मॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t - kz) \hat{k}$  आहे, तर
- कोणताही मुक्त चार्ज नसताना डिसप्लेसमेंट करंट किती असेल
  - इंटीग्रेशनचा कॉन्स्टंट गृहीत न धरता E चे समीकरण काढा.
  - फॅराडेच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचे डीफरेंशियल स्वरूप E आणि B द्वारे समाधानी असल्याचे सत्यापित करा.
- 6.15 जर  $\phi$  इलेक्ट्रिकफील्ड शी संबंधित स्केलर पोटेन्शियल असेल आणि  $\vec{E}$  आणि  $\vec{A}$  मॅग्नेटिक फील्डशी संबंधित व्हेक्टर क्षमता असेल तर ते  $\nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ . हे समीकरण पूर्ण करते हे दर्शवा
- 6.16 सिद्ध करा की इलेक्ट्रिक फील्ड  $\vec{E}$  मॅग्नेटिक फील्ड  $\vec{B}$  आणि प्रसार व्हेक्टर  $\hat{k}$  परस्पर लंब आहेत.
- 6.17 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या गतीचा अर्थ काय आहे? इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हद्वारे वाहणाऱ्या गतीसाठी समीकरण मिळवा आणि संबंधित रेडीएशन दाब देखील शोधा.
- 6.18 समांतर प्लेट कॅपेसिटरमध्ये डिसप्लेसमेंट करंट शोधा जो एका रेझिस्टर सिरिज मध्ये जोडला आहे, आणि ज्यातून करंट I वाहून जातो. कॅपेसिटर प्लेट्सचे क्षेत्रफळ A आणि डायलेक्ट्रिक व्हॅक्यूम आहे. तर वरील उदाहरण सोडवण्यासाठी तुम्ही वापरलेला नियम सांगा.
- 6.19 साध्या सर्किट आकृतीचा वापर करून डिसप्लेसमेंट करंटची आपली संकल्पना द्या.
- 6.20 स्थिर फील्डमध्ये इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड परिमाणांमध्ये काय संबंध आहे?
- 6.21 कंडक्शन करंट आणि डिसप्लेसमेंट करंट यांच्यातील महत्त्वपूर्ण फरक नमूद करा
- 6.22 मॅक्सवेलच्या समीकरणांमधील चिन्हे स्पष्ट करा.
- 6.23 तिसऱ्या मॅक्सवेलच्या समीकरणाचे विधान द्या आणि त्याची उपयुक्तता स्पष्ट करा.
- 6.24 अँपिअरच्या सर्किटल नियमात बदल करण्याची काय गरज होती?
- 6.25 स्पष्टपणे समजावून सांगा की वेळेनुसार बदलणाऱ्या फील्डसाठी, एकूण करंटची डेन्सिटी आणि डिसप्लेसमेंट करंटच्या डेन्सिटीच्या समान का असावी.
- 6.26 वेव्ह एनर्जी वेव्हच्या अॅम्प्लीट्यूडद्वारे कशी निर्धारित केली जाऊ शकते आणि तरंगाद्वारे वाहून जाणारी एनर्जी अॅम्प्लीट्यूडवर अवलंबून असते. हे स्पष्ट करा
- 6.27 पॉइंटिंग व्हेक्टर च्या व्याख्येच्या आधारावर ज्याची व्याख्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक एनर्जीचा प्रवाहाचा दर प्रति युनिट एरिया जो, उर्जा प्रवाहाच्या दिशेच्या नॉर्मल दिशेने असतो अशी केली जाऊ शकते, अशा गणितीय स्वरूपात लिहा आणि चर्चा करा.
- 6.28 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पोटेन्शियलची भूमिका स्पष्ट करा. इलेक्ट्रिक फील्ड, मॅग्नेटिक स्केलर पोटेन्शियल आणि व्हेक्टर पोटेन्शियल यांच्यात संबंध प्रस्थापित करा.

## श्रेणी II

- 6.29 व्यापक अर्थाने, तुमच्या मते, मॅक्सवेलच्या समीकरणांचे भौतिक महत्त्व काय आहे?
- 6.30 डिसप्लेसमेंट करंट डेन्सिटी मोजण्याच्या हेतूचा उल्लेख करा.
- 6.31 अॅम्पीयरच्या सर्किटल नियमात मॅक्सवेलच्या सुधारणेची आवश्यकता स्पष्ट करा

- 6.32 डिसप्लेसमेन्ट करंट मिळविण्यासाठीची एक पद्धत द्या
- 6.33 ऑपॅरचा सर्किटल नियम लागू नसलेल्या ठिकाणी इलेक्ट्रिक करंट अस्थिर असतो, त्याचे उदाहरण द्या.
- 6.34 डिसप्लेसमेन्ट करंट डेन्सिटी म्हणजे इलेक्ट्रिक डिसप्लेसमेन्ट बदलण्याचा दर आणि वेळेनुसार बदलणाऱ्या इलेक्ट्रिक फील्डमुळे इलेक्ट्रिक माध्यमामध्ये तयार झालेला करंट. याचे समर्थन करा.
- 6.35 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या सर्व घटना चार वेगवेगळ्या समीकरणांच्या मदतीने स्पष्ट केल्या जाऊ शकतात. चार समीकरणांच्या मदतीने इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक घटना यशस्वीरित्या कशी समजावून सांगता येईल याविषयी चर्चा करा.

### संख्यात्मक प्रश्न

- 6.1 जर  $E = Ee^{i(ky - \omega t)}$  हे व्हॅक्यूममध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डचा इलेक्ट्रिक व्हेक्टर दर्शविते तर मॅग्नेटिक व्हेक्टर शोधा.
- 6.2 जर सूर्यापासून रेडीएशन पॉवर  $2.8 \times 10^{26}$  W असेल आणि सूर्याची लिज्या  $7 \times 10^8$  m असेल तर सूर्याच्या पृष्ठभागावर पॉइंटिंग व्हेक्टर चे मूल्य शोधा. . [उत्तर:  $4.55 \times 10^7$  W/m<sup>2</sup>]
- 6.3 पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर पोहोचणाऱ्या सूर्यप्रकाशाची इन्टेन्सिटी सुमारे  $1.5 \text{ kW/m}^2$  आहे. येणाऱ्या सूर्यप्रकाशाच्या इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड ची पॉवर शोधा. [उत्तर:  $752 \text{ V/m}, 1.99 \text{ A/m}$ ]
- 6.4  $0.05 \text{ m}^2$  एरियाच्या सर्कुलर प्लेट असलेले समांतर प्लेट कॅपेसिटर  $5 \text{ mm}$  विभक्त केलेले  $0.2 \text{ A}$  च्या चार्जिंग करंटने चार्ज केले जात आहे. तर डिसप्लेसमेन्ट प्रवाह शोधा.

## अधिक जाणून घ्या

भौतिकशास्त्रज्ञ जेम्स क्लर्क मॅक्सवेलची समीकरणे एकत्रितपणे इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्डचे उत्पादन आणि परस्परसंबंध यांचे संपूर्ण वर्णन देतात.

### क्रियाकलाप

मॅक्सवेलचे समीकरण हे इलेक्ट्रिकल आणि इलेक्ट्रॉनिक्स इंजिनिअर्सचे व्यापकपणे स्वीकारलेले आणि आवश्यक साधने आहेत. आज, या समीकरणांचा वापर सेल फोनपासून उपग्रह, दूरदर्शन ते संगणक आणि पॉवर स्टेशनपासून वॉशिंग मशीनपर्यंत सर्व इलेक्ट्रिक आणि इलेक्ट्रॉनिक उपकरणे डिझाइन करण्यासाठी केला जातो.

हे खरे आहे की इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत अनेक शास्त्रज्ञ आणि अभियंत्यांच्या शोध आणि प्रगतीवर बांधला गेला होता परंतु मुख्य योगदान मॅक्सवेलचे होते ज्यांनी 19 व्या शतकाच्या उत्तरार्धात प्रचंड वैचारिक झेप घेतली ज्यामुळे शतकानुशतके तंत्रज्ञानात मोठी प्रगती झाली.

### मनोरंजक माहिती

सध्याच्या संदर्भात, मॅक्सवेलची समीकरणे इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक क्षेत्रांचे गुणधर्म आणि परस्परसंबंधांचे वर्णन करण्यासाठी चार संबंधांच्या संचाचा संदर्भ देतात. ही समीकरणे यशस्वीरित्या समजू शकतात की कंपास सुई नेहमी उत्तरेकडे कशी निर्देशित करते, पॉवर स्टेशन टर्बाइन इलेक्ट्रीसीटी कशी निर्माण करू शकते, नायलॉन स्वेटर काढून केस कसे उभे राहतात आणि लाऊडस्पीकर इलेक्ट्रिक प्रवाहाचे ध्वनीमध्ये रूपांतर कसे करू शकतात.

जेव्हा सर्व चार समीकरणे एकत्र केली जातात तेव्हा ते रेडिओ वेव्हचे प्रसारण आणि प्रकाशाच्या प्रपोगेशनचे वर्णन करतात.

## सादृश्य

भौतिकशास्त्रात यांग-मिल्स सिद्धांत जे मॅक्सवेलच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या एकीकृत सिद्धांताचे सामान्यीकरण आहे ज्याचा उपयोग भौमितीय रचना किंवा क्वांटम फील्ड सिद्धांतातील सबॅटॉमिक कणांमधील कमकुवत आणि मजबूत शक्ती स्पष्ट करण्यासाठी केला जातो ज्याला «वस्तुमान अंतर» म्हणतात. 1954 मध्ये चेन निंग यांग आणि रॉबर्ट एल मिल्स यांनी सिद्धांत सादर केला ज्यांनी प्रथम एक गेज सिद्धांत विकसित केला, उपसमूह परस्परसंवादाचे वर्णन करण्यासाठी लाय (Lie) गटांचा वापर केला.

यांग-मिल्स सिद्धांत क्वांटम अनुप्रयोगांमध्ये वस्तुमान अंतर किंवा नॉनझीरो वस्तुमान स्पष्ट करते. वस्तुमान अंतरांसाठी पुरावे भौतिक प्रयोग आणि संगणक-आधारित गणिती मॉडेलमध्ये दर्शविले गेले आहेत आणि असे मानले जाते की मजबूत शक्ती केवळ अणू केंद्रकांमध्ये अगदी लहान अंतरावर कार्य करते.

## इतिहास

आंद्रे-मेरी अँपियर (1775-1836), फ्रेंच भौतिकशास्त्रज्ञ: 1820 मध्ये, एचपी ऑस्टेडच्या 1806 च्या शोधाबद्दल अँम्पीयरने ऐकल्याच्या एका आठवड्यानंतर, की एक मॅग्नेटिक सुई व्होल्टेइक प्रवाहाद्वारे कार्य करते, त्याने अकादमीला एक पेपर सादर केला ज्यामध्ये ती आणि संबंधित घटनेबद्दल अधिक संपूर्ण प्रदर्शन आहे .

कार्ल फ्रेडरिक गॉस (1777-1855), जर्मन गणितज्ञ: ग्रीनचे प्रमेय स्वतंत्रपणे परिभाषित केले, सामान्यपणे कुलंबचा नियम चे सामान्यीकरण केले आणि गॉसचे नियम यासह वेगळे इलेक्ट्रोस्टॅटिक आणि इलेक्ट्रो-डायनॅमिक नियम तयार केले, जे चार मॅक्सवेलच्या समीकरणांपैकी दोन आहेत.

मायकेल फॅराडे (1791-1867), ब्रिटीश प्रायोगिक: शोध लावला की तारांच्या लुपजवळ मॅग्नेट हलवणे इलेक्ट्रिक करंट वहनासाठी जबाबदार आहे. यामुळे फॅराडेचा इन्डक्शन नियम झाला.

जेम्स क्लर्क मॅक्सवेल (1831-1879), स्कॉटिश भौतिकशास्त्रज्ञ: फॅराडेच्या भौतिक कल्पनांना गणिताच्या मॉडेलमध्ये रूपांतरित करून दाखवले की फॅराडेच्या इंडक्शनचा नियम संबंधित «डिस्प्लेसमेन्ट करंट दर्शवितो ज्यामुळे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह उत्पन्न होतात. मॅक्सवेलच्या चार समीकरणांनी स्पष्टपणे सूचित केले की प्रयोगशाळेत इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक लहरी निर्माण होऊ शकतात, ही शक्यता मॅक्सवेलच्या मृत्यूनंतर आठ वर्षांनी 1887 मध्ये हेनरिक हर्ट्झने प्रथम दाखवली.

## टाइमलाइन

- 1785: कूलम्बचा नियम प्रकाशित झाला
- 1812: पॉइसनचा नियम प्रकाशित झाला
- 1813: गॉसने डायव्हरजन्स प्रमेय शोधले.
- 1820: एच. सी. ऑस्टेडला आढळले की इलेक्ट्रिक करंट मॅग्नेटिक फील्ड तयार करतो
- 1820: आंद्रे-मेरी अँपियरच्या कार्याला इलेक्ट्रोडायनामिक्स सापडले; बायोट-सावर्ट नियम शोधला
- 1826: अँपियरचा नियम प्रकाशित झाला
- 1831: फॅराडेचा नियम प्रकाशित झाला
- 1856: जेम्स क्लर्क मॅक्सवेलने "ऑन फॅराडेज लाईन्स ऑफ फोर्स" प्रकाशित केले.
- 1861: मॅक्सवेलने "ऑन फीजिकल लाईन्स ऑफ फोर्स" प्रकाशित केले
- 1865: मॅक्सवेलने "इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डचा गतिशील सिद्धांत" प्रकाशित केला.

- 1873: मॅक्सवेलने इलेक्ट्रिसिटी आणि मॅग्नेटिझमवर ग्रंथ प्रकाशित केला  
 1888: हेनरिक हर्ट्झने रेडिओ लहरी शोधल्या  
 1940: अल्बर्ट आइन्स्टाईनने 'मॅक्सवेलची समीकरणे' हे नाव लोकप्रिय केले  
 1966: केन यी ने मॅक्सवेलचे समीकरण सोडवण्यासाठी मर्यादित-फरक वेळ डोमेन पद्धती सादर केल्या

### ऐतिहासिक महत्त्व संदर्भ

James Clerk Maxwell. 1856. "On Faraday's lines of force". Transactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. 10 (1856), pp. 27-83

James Clerk Maxwell. 1862. "On physical lines of force". Philosophical Magazine Series 4, vol. 21 (1861), pp. 161-175, 281-291, 338-348; Philosophical Magazine Series 4, vol. 23 (1862), pp. 12-24, 85-95

James Clerk Maxwell. 1865. "A dynamical theory of the electromagnetic field". Philosophical Transactions of the Royal Society, vol. 155 (1865), p. 459-512

James Clerk Maxwell. 1873. A Treatise on Electromagnetism. Oxford: Clarendon Press, 1873

Oliver Heaviside. 1894. Electrical Papers. New York and London: Macmillan & Co, 1894

### अनुप्रयोग (वास्तविक जीवन / औद्योगिक)

इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटायझेशन विज्ञान आणि इलेक्ट्रोमॅग्नेटायझेशन म्हणून त्यांचे संलयन प्रगतीच्या मालिकेद्वारे विकसित झाले. 1820 मध्ये ओर्स्टेडने कोपेनहेगनमध्ये सिद्ध केले की इलेक्ट्रिक प्रवाह कंपासच्या मॅग्नेटिक सुईला विचलित करू शकतो.

एका आठवड्याच्या आत आंद्रे अँपियरने पॅरिसमधील फ्रेंच अकॅडमी ऑफ सायन्सला दाखवले होते की दोन तारांमधील समांतर करंट एकमेकांना आकर्षित करतात, तर उलट करंट मागे हटतात. थोड्याच वेळात, जीन-बॅप्टिस्ट बायोट आणि फिलिप सावर्ट यांनी दाखवले की बलाची ताकद तारांच्या अंतराने कशी खाली येते. पुढील सहा वर्षांमध्ये अँपियरच्या प्रयत्नांनी इलेक्ट्रोडायनामिक्सचे फील्ड आणि त्याचे कार्य सुंदरपणे एकत्रित प्रयोग आणि सिद्धांत स्थापित केले गेले.

“विज्ञानातील सर्वात सुंदर कामगिरींपैकी एक- न्यूननच्या बुद्धीतून तयार झालेला विदूतप्रवाह ” असे मॅक्सवेलने स्वतः याचे वर्णन केले आहे

### केस स्टडी (पर्यावरण/ शाश्वतता/ सामाजिक/ नैतिक समस्या)

मॅक्सवेलने फॅराडेच्या इन्ड्यूस करंटच्या संकल्पनांसाठी गणित तयार केले परंतु द्रव मॉडेलमध्ये ते स्पष्ट करण्यात अक्षम होते. रंग धारणा आणि शनीच्या कड्यांची गतिशीलता यासारख्या इतर काही विषयांवर लक्ष केंद्रित केल्यानंतर, मॅक्सवेल पूर्णपणे नवीन सिद्धांतासह इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या उदाहरणाकडे परतला.

मॅक्सवेलने एक यांत्रिक मॉडेल तयार केले जे सर्व ज्ञात इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक घटनांसाठी जबाबदार असू शकते. यामुळे त्याला अँपियर, फॅराडे आणि गॉसच्या नियमांचे वर्णन करण्यास मदत झाली परंतु तरीही इलेक्ट्रिकल कंपोसिटरद्वारे करंटच्या वहनाचे योग्य वर्णन केले नाही.

आवश्यक सुधारणांनंतर त्याने सिद्धांताचे आवश्यक भौतिकशास्त्र पूर्ण केले आणि 1862 मध्ये “ऑन फिजिकल लाईन्स ऑफ फोर्स” च्या शेवटच्या दोन भागांमध्ये प्रकाशित झाले. तथापि, त्याची मूळ समीकरणे आज वापरल्या गेलेल्या गणितापेक्षा अगदी वेगळी होती.

### औत्सुक्य आणि जिज्ञासा विषय:

20 व्या शतकात, मॅक्सवेलच्या समीकरणांचा परिणाम इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या पलीकडे सापेक्षतेच्या सिद्धांताच्या शोधात आणि क्वांटम मेकॅनिक्सच्या फील्ड समीकरणांवर झाला. 1960 च्या दशकाच्या मध्यापासून संगणकीय शक्तीमध्ये उल्लेखनीय वाढ आणि संख्यात्मक मर्यादित-फरक तंत्रांच्या विकासामुळे त्यांचा व्यापक वापर शक्य झाला आहे.

### संदर्भ आणि सुचवलेले वाचन

1. B. J. Hunt, The Maxwellians, Chapter 5 and Appendix, Cornell University Press, 1991.
2. D. J Griffiths, Introduction to Electrodynamics, 3rd Edition, Prentice Hall, 1999.
3. A. Zangwill, Modern Electrodynamics, Cambridge University Press, 2013.
4. P. Monk, Finite Element Methods for Maxwell's Equations, Oxford UK: Oxford University Press, 2003.
5. H. F. Harmuth and M. G. M. Hussain, Propagation of Electromagnetic Signals, Singapore: World Scientific, 1994.
6. D. M. Cook, The Theory of the Electromagnetic Field. Mineola NY: Courier Dover Publications, 2002.
7. S. F. Mahmoud, Electromagnetic Waveguides: Theory and Applications, London UK: Institution of Electrical Engineers, Chapter 2, 1991.
8. J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill Book Company, 1941.
9. K. Imaeda, Biquaternionic Formulation of Maxwell's Equations and their Solutions, in Ablamowicz, Rafał; Lounesto, Pertti (eds.), Clifford Algebras and Spinor Structures, Springer, 1995.
10. <https://nptel.ac.in/courses/115/101/115101005/>
11. [https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc19\\_ph08/preview](https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc19_ph08/preview)
12. <https://depts.washington.edu/mictech/optics/me557/week2.pdf>



# 7

## इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज

### युनिट वैशिष्ट्ये

या युनिटच्या माध्यमातून आम्ही खालील बाबींवर चर्चा केली आहे:

- मॅक्सवेलचे वेव्ह समीकरण;
- फ्री स्पेससाठी मॅक्सवेलच्या वेव्ह समीकरणाचा उपाय;
- चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियामध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह;
- स्कीन डेपथ आणि त्याचे भौतिक महत्त्व;
- नॉर्मल इन्सिडन्सकरीता नॉन-कंडक्टिंग माध्यम-व्हॅक्यूम इंटरफेसमधून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे रिफ्लेक्शन ;
- नॉर्मल इन्सिडन्सकरीता नॉन-कंडक्टिंग माध्यम-व्हॅक्यूम इंटरफेसमधून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे प्रसारण.

पुढील कुतूहल आणि सर्जनशीलता निर्माण करण्यासाठी तसेच समस्या सोडविण्याची क्षमता सुधारण्यासाठी विषयांच्या प्रात्यक्षिक अनुप्रयोगांवर चर्चा केली आहे.

ब्लूमच्या खालच्या आणि उच्च क्रमानंतर दोन श्रेणींमध्ये चिन्हांकित केलेल्या अनेक निवड प्रश्न तसेच लघु आणि लांब उत्तर प्रकारांचे प्रश्न मोठ्या संख्येने देण्याबरोबरच, अनेक संख्यात्मक उदाहरणांद्वारे असाइनमेंट्स, संदर्भांची यादी आणि सुचवलेले वाचन युनिटमध्ये दिले आहे जेणेकरून एखाद्याला सरावासाठी त्यांच्यामधून जाता येईल. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की आवडीच्या विविध विषयांवर अधिक माहिती मिळविण्यासाठी काही क्यूआर कोड वेगवेगळ्या विभागांमध्ये प्रदान केले गेले आहेत जे संबंधित समर्थनात्मक ज्ञानासाठी स्कॅन केले जाऊ शकतात.

संबंधित प्रात्यक्षिक, साहित्याच्या आधारे, “अधिक जाणून घ्या” विभाग आहे. या भागात दिलेली पूरक माहिती पुस्तकाच्या वाचकासाठी फायदेशीर ठरेल म्हणून हा विभाग विवेकाने डिझाइन केला गेला आहे. हा विभाग प्रामुख्याने सुरुवातीच्या क्रियाकलापांवर प्रकाश टाकतो, काही मनोरंजक तथ्ये, उपमा, विषयाच्या विकासाचा इतिहास, ठळक निरीक्षणे आणि शोधणे यावर लक्ष केंद्रित करणे, संबंधित विषयांच्या विकासापासून अलीकडील काळापर्यंत सुरू होणारी कालमर्यादा, आपल्या दैनंदिन वास्तविक जीवनासाठी विषयाचे अनुप्रयोग किंवा/आणि विविध पैलूंवर औद्योगिक अनुप्रयोग, पर्यावरण, टिकाऊपणा, सामाजिक आणि नैतिक मुद्द्यांशी संबंधित केस स्टडी जे लागू होतात, आणि शेवटी युनिटच्या जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलाचे विषय.

## भूमिका

इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हरील हे युनिट आपल्या विद्यार्थ्यांना वेव्ह समीकरण आणि फ्री स्पेससाठी त्याच्या सोल्यूशनबद्दल स्पष्ट कल्पना मिळविण्यात मदत करेल. हे स्पष्ट करेल इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियात वेव्ह तसेच स्कीन डेपथ आणि त्याचे भौतिक महत्त्व. या संकल्पनेमुळे प्रयोगेशन यंत्रणेबद्दल अधिक तपशीलवार माहिती घेण्यास आणि नॉन-कंडक्टिंग माध्यम-व्हॅक्यूम यांच्या इंटरफेसमधून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे रिफ्लेक्शन आणि ट्रान्समिशन समजून घेण्यास आणि योग्य प्रकारे लागू करण्यास मदत होईल.

ऊर्जेप्रमाणे इलेक्ट्रिकही स्थिर असू शकते जी चुंबकत्वासाठीही खरी आहे. एक सतत बदलणारे मॅग्नेटिक फील्ड इलेक्ट्रिक फील्ड तयार करू शकते आणि त्याविरुद्ध बदलत्या इलेक्ट्रिक फील्डला सहज शक्य आहे. अशा प्रकारे ते दोघेही एकमेकांशी जोडलेले आहेत. ही वेगवेगळी फील्डस इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज तयार करतात. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज या मेकॅनिकल वेव्हजपासून खूप वेगळ्या आहेत. जिथे त्यांना प्रयोगेशनसाठी कोणत्याही माध्यमाची गरज नाही. याचा अर्थ असा आहे की इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज हवेच्या आणि घन पदार्थांव्यतिरिक्त स्पेसमधूनही प्रपोगेट करू शकतात. हा सिद्धांत तयार करणाऱ्या मॅक्सवेलला इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज स्पष्ट करण्यास लक्षणीय मदत झाली. इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक लहरी तयार करण्यासाठी इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्डस कशी जोडली जातात हे त्यांनी स्पष्ट केले.

## आवश्यक पूर्वज्ञान

गणित: व्हेक्टर कॅल्क्युलस (इयत्ता 12वी)

भौतिकशास्त्र: इलेक्ट्रोस्टॅटिक, इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझम (इयत्ता 12वी)

## युनिट आउटकम

या युनिटच्या परिणामांची यादी खालीलप्रमाणे आहे:

U7-O1: मॅक्सवेलचे वेव्ह समीकरण व्याख्या करणे

U7-O2: मॅक्सवेलचा वेव्ह इक्वेशन सोल्यूशन फॉर फ्री स्पेस समजावून सांगा

U7-O3: चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियामध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह वर्णन करा

U7-O4: स्कीन डेपथ आणि त्याचे भौतिक महत्त्व समजावून सांगा

U7-O5: नॉर्मल इन्सिडन्सकरीता नॉन-कंडक्टिंग माध्यम-व्हॅक्यूम इंटरफेसमधून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे रिफ्लेक्शन, प्रसारण समजावून सांगा

युनिट आउटकम	विषयाच्या निष्पत्तीशी अपेक्षित सांगड (1- किमान परस्पर संबंध; 2- मध्यम परस्पर संबंध; 3- घनिष्ट परस्पर संबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U7-O1	1	-	1	3	-	3
U7-O2	-	-	1	3	-	3
U7-O3	-	-	1	2	-	3
U7-O4	2	-	-	1	-	3
U7-O5	2	1	-	-	-	3



## 7.1 परिचय (Introduction)

इलेक्ट्रीक फिल्ड आणि मॅग्नेटिक फिल्डचा लोकलाइज्ड डिस्टर्बन्स इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक अर्थात इलेक्ट्रिक मॅग्नेटिक (EM) वेव्ह तयार करू शकतो. अशा प्रकारे निर्माण झालेली वेव्ह त्याच्या उगमापासून बाह्य दिशेने प्रवास करेल. जर वेव्ह होमोजिनीअस मिडीयममधून प्रवास झाली तर ती त्याच्या पॉइंट ऑफ ओरीजीन पासून प्रत्येक दिशेने एकसमानपणे प्रवास होते.

उगम बिंदुपासून खूप दूर, वेव्हच्या लंब दिशेला एक प्लेनवर ह्या वेव्हला समान ॲम्प्लिट्यूड असल्याचे दिसते. म्हणून अशा वेव्हला प्लेन वेव्ह संबोधले जाते. अशा प्रकारच्या वेव्हज फ्री स्पेस किंवा काही होमोजिनीअस माध्यमामध्ये वेव्हचे समीकरण सॅटिसफाय करतात. प्लेन-वेव्हच्या संकल्पनेमुळे आपण विचार करू शकतो की संपूर्ण वेव्ह प्रत्येक दिशेने पसरण्याऐवजी विशिष्ट दिशेने प्रवास करीत आहे.

## 7.2 फ्री स्पेससाठी वेव्हचे समीकरण (Wave Equation for Free Space)

EM वेव्ह समीकरण व्हॅक्युम किंवा कोणत्याही माध्यमाद्वारे EM वेव्हचे प्रपोगेशन देते. हे वेव्हच्या समीकरणाच्या त्रिमितीय स्वरूपाचे प्रतिनिधित्व करते.

फ्री स्पेस आपल्याकडे चार्ज डेन्सिटी  $\rho = 0$  आहे, करंट डेन्सिटी  $\vec{J}_c = 0$  आणि कंडक्टन्स  $\sigma = 0$ .

तर, फ्री स्पेसमध्ये मॅक्सवेलची वेव्ह समीकरणे दिली जातात,

$$(i) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \dots(7.1) (a)$$

$$(ii) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \dots(7.1) (b)$$

$$(iii) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \dots(7.1) (c)$$

$$(iv) \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \left[ \because \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}, \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \right] \quad \dots(7.1) (d)$$

(7.1) (d) या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंनी कर्ल घेतला तर,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad -\nabla^2 \vec{B} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \right]$$

$$\text{किंवा} \quad \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad \dots(7.2)$$

हे फ्री स्पेस मध्ये मॅग्नेटिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण देते.

पुन्हा समीकरण (7.1) (c) च्या दोन्ही बाजूंना कर्ल घेतला तर,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad -\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \right]$$

$$\text{किंवा} \quad \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \dots(7.3)$$

यामुळे फ्री स्पेस इलेक्ट्रिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण मिळते.

आता, समीकरण (7.2) आणि समीकरण (7.3) ची तुलना जनरल वेव्ह समीकरण  $\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  शी करून

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \quad \dots(7.4)$$

$$\text{किंवा} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times 8.854 \times 10^{-12}}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

अशा प्रकारे, आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह फ्री स्पेसमध्ये प्रकाशाच्या वेगाने प्रवास करते, म्हणजे, प्रकाश इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह आहे.

**उदाहरण 7.1:** फ्री स्पेसमध्ये इलेक्ट्रिक फील्डचे (E) चे वेव्ह समीकरण,  $\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$  आहे हे दाखवा

**उत्तर:**

आपल्याला माहिती आहे,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H})$$

$$= -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

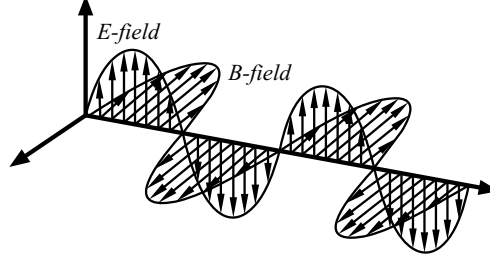
$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \right]$$

जे आवश्यक समीकरण आहे.

### 7.3 EM वेव्हचे ट्रान्सवर्स नेचर (Transverse Nature of EM Wave)

ईएम वेव्ह या ट्रान्सवर्स नेचरच्या आहेत म्हणजेच., इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटीक फील्ड्स वेव्हच्या प्रपोगेशनच्या दिशेने प्लेनच्या परपेंडिकूलर दोलायमान असतात. तसेच ईएम वेव्हमध्ये इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटीक फील्ड्स एकमेकांना परपेंडिकूलर असतात.



आकृती 7.1: ईएम वेव्हचे ट्रान्सवर्स नेचर

ईएम वेव्ह समीकरणे खाली दिली आहेत,

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

आणि  $\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$  किंवा  $\nabla^2 \vec{H} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$

आता, वरील समीकरणांचे डायव्हर्जन्स घेऊन,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = \hat{e} E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \dots(7.5)$$

आणि  $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = \hat{b} H_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \dots(7.6)$

पुन्हा आपल्याकडे आहे,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$  आणि  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  [फ्री स्पेससाठी]

अशा प्रकारे, समीकरणाच्या (7.5) दोन्ही बाजूंचा डायव्हर्जन्स घेऊन आपल्याला मिळते,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \cdot \left[ \hat{e} E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right] = \vec{\nabla} \cdot \left( E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right) \hat{e} + E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \vec{\nabla} \cdot \hat{e}$$

किंवा  $\vec{\nabla} \cdot \left( E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right) \hat{e} = 0 \quad \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \hat{e} = 0 \right]$

किंवा  $i \vec{k} E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{e} = 0$

किंवा  $\vec{k} \cdot \hat{e} = 0 \quad \dots(7.7)$

पुन्हा, समीकरणाच्या (7.7) दोन्ही बाजूंना डायव्हर्जन्स घेऊन आपल्याला मिळते,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \cdot \left[ \hat{b} H_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right] = \vec{\nabla} \cdot \left( H_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right) \hat{b} + H_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \vec{\nabla} \cdot \hat{b}$$

किंवा  $\vec{\nabla} \cdot \left( H_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right) \hat{b} = 0 \quad \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \hat{b} = 0 \right]$

$$\text{किंवा} \quad i\vec{k}H_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \hat{b} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{k}\cdot\hat{b} = 0 \quad \dots(7.8)$$

अशा प्रकारे, समीकरण (7.7) आणि (7.8) आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की E-फील्ड आणि B-फील्ड इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे फील्ड प्रपोगेशन पॅरेडीकूलर व्हेक्टर  $\vec{k}$  च्या दिशेने आहे. हे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे ट्रान्सवर्स नेचर सिद्ध करते. तसेच मॅक्सवेलच्या समीकरण वरून,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} = -\frac{\partial \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}}{\partial t}$$

$$\text{किंवा} \quad i\vec{k} \times \vec{E} = i\omega \vec{B}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B} \quad \dots(7.9)$$

आता ; B-फील्ड आणि E-फील्ड आणि प्रपोगेशन व्हेक्टर  $\vec{k}$  . एकमेकांना परपेंडिकूलर आहेत मॅग्नेट्यूड चा विचार करता बाबतीत फक्त संबंध E, B आणि  $k$  होईल,  $kE = \omega B$

$$\text{किंवा} \quad \frac{E}{B} = \frac{\omega}{k} = v \quad \dots(7.10)$$

हे समीकरण इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक व्हेक्टर मॅग्नेट्यूड यांच्यातील संबंध देते. व्हॅक्युममध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचा वेग प्रकाशाचा वेग असेल, म्हणजे.,

$$\frac{E_0}{B_0} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad \dots(7.11)$$

$$\text{किंवा} \quad \frac{E_0}{H_0} = \frac{\mu_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad \dots(7.12) (a)$$

$$\text{किंवा} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times 36\pi \times 10^9} = 120\pi = 377\Omega \quad \dots(7.12) (b)$$

जिथे  $Z_0$  फ्री स्पेसचे इंट्रिन्सिक इंपीडन्स आहेत.

**उदाहरण 7.2:** इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या  $1nT$  मॅग्नेट्यूड असलेल्या मॅग्नेटिक फील्ड व्हेक्टरशी संबंधित इलेक्ट्रिक फील्ड व्हेक्टरचे मॅग्नेट्यूड शोधा.

**उत्तर:**

$$\text{इथे } B = 1nT = 10^{-9} T$$

$$\text{आता, आपल्याला माहिती आहे, } \frac{E}{B} = c$$

$$\text{किंवा} \quad E = cB = 3 \times 10^8 \times 10^{-9} = 0.3V/m.$$



**उदाहरण 7.3:** इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्ह रीलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी 2 आणि रीलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी 1 असलेल्या डायलेक्ट्रिक माध्यमात पॉसिटीव्ह Z-दिशेने प्रवास करीत आहे. वेव्हचा वेग आणि माध्यमाचा इंटरिन्सिक इंपीडन्स शोधा.

**उत्तर:**

दिलेल्या किमती, रीलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी = 2 आणि रीलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी = 1.

तर, इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्हचा वेग,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} = 2.1 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

आणि, मीडियमचा इंटरिन्सिक इंपीडन्स

$$z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = \frac{377}{\sqrt{2}} = 266.62 \Omega.$$

उदाहरण 7.3

**उदाहरण 7.4:** जर सूर्यप्रकाशाची इन्टेसिटी पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर पोहोचत असेल तर ती सुमारे  $1300 \text{ W/m}^2$ , तर येणाऱ्या सूर्यप्रकाशाच्या इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटीक फील्डची स्ट्रेन्थ शोधा.

**उत्तर:**

दिलेल्या किमती  $I = P = EH = 1300 \text{ W/m}^2$

$$E/H = 377 \text{ ohm}$$

म्हणून  $\frac{E}{H} \cdot EH = 377 \times 1300 = 490100 \text{ V}^2/\text{m}^2$

किंवा  $E = \sqrt{490100} \text{ V/m} = 700.07 \text{ V/m.}$

इतका  $H = \frac{1300}{E} = \frac{1300}{700.07} \text{ A/m} = 1.857 \text{ A/m.}$

हे येणाऱ्या सूर्यप्रकाशाच्या इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटीक फील्डची स्ट्रेन्थ देतात.

उदाहरण 7.4

## 7.4 नॉन-कंडक्टिंग (डायइलेक्ट्रिक) माध्यमात ईएम वेव्ह

### [EM Wave in Non-Conducting (Dielectric) Media]

इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक फील्डसाठी कोणत्याही नॉन-कंडक्टिंग माध्यमात इलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट आणि परमिअॅबिलिटी दोन्ही पॉइंट फंक्शन संबंधित आहेत. चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमासाठी चार्ज डेन्सिटी  $\vec{\rho} = 0$  आणि कंडक्टन्स  $\vec{\sigma} = 0$  आणि म्हणूनच एका चार्ज फ्री नॉन-कंडक्टिंग (डायइलेक्ट्रिक) माध्यमाची परमिटीविटी  $\epsilon$  आणि परमिअॅबिलिटी  $\mu$  असतील तर मॅक्सवेलची वेव्ह समीकरणे

$$(i) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \dots(7.13) (a)$$

$$(ii) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad \dots(7.13) (b)$$

$$(iii) \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \dots(7.13) (c)$$

$$(iv) \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \dots(7.13) (d)$$

समिकरणाच्या (7.13) (d) दोन्ही बाजूंनी कर्ल घेऊन.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{\nabla} \times \vec{E}}{\partial t} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad -\nabla^2 \vec{H} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \right]$$

$$\text{किंवा} \quad \nabla^2 \vec{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad \dots(7.14)$$

यामुळे मॅग्नेटिक फील्डसाठी एक चार्ज फ्री नॉन कंडक्टिंग माध्यमात वेव्ह समीकरण मिळते.

पुन्हा, समिकरणाच्या (7.13) (c) दोन्ही बाजूंनी कर्ल घेऊन आपल्याकडे आहे

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{\nabla} \times \vec{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad -\nabla^2 \vec{E} = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \right]$$

$$\text{किंवा} \quad \nabla^2 \vec{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \dots(7.15)$$

यामुळे चार्ज फ्री नॉन-कंडक्टिंग माध्यमात इलेक्ट्रिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण मिळते.

आता, (7.14) आणि (7.15) या समिकरणांची  $\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  सर्वसाधारण वेव्हच्या समीकरणासोबत तुलना करून,

$$\text{आपल्याला माहिती आहे } v^2 = \frac{1}{\mu \varepsilon}$$

$$\text{किंवा} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} < c \left[ \because \varepsilon > \varepsilon_0, \mu > \mu_0 \right] \quad \dots(7.16)$$

अशा प्रकारे, आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की EM वेव्ह चार्ज फ्री नॉन-कंडक्टिंग किंवा परफेक्ट डायइलेक्ट्रिक माध्यम असल्यास चार्ज फ्री स्पेसमध्ये प्रकाशाच्या वेगापेक्षा कमी वेगाने प्रवास करते. एक्झसकडून. (7.14) आणि (7.15) चार्ज फ्री नॉन कंडक्टिंग माध्यमाद्वारे प्रवास करताना ईएम वेव्हचा क्षय होणार नाही असे आपल्याला आढळते. या प्रकारच्या वर्तनामुळे अशा प्रकारचे माध्यम बिनहानीचे (अक्षय) माध्यम म्हणून देखील ओळखले जाते.

**उदाहरण 7.5:** जर मध्यमाची सापेक्ष परमिटीविटी आणि सापेक्ष परमिअॅबिलिटी अनुक्रमे 5 आणि 2 असेल, तर त्याद्वारे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या प्रपोगेशनचा वेग शोधा.

**उत्तर:**

इकडे  $\epsilon_r = 5, \mu_r = 2$

वेव्हच्या प्रपोगेशनचा वेग असेल,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{5 \times 2}} = 9.5 \times 10^7 \text{ m/s.}$$

उदाहरण 7.5

## 7.5 कंडक्टिंग माध्यमात ईएम वेव्ह (EM Wave in Conducting Media)

सामान्यतः इलेक्ट्रिक फील्ड, कंडक्टरच्या आत शून्य असते आणि ईएम वेव्ह कंडक्टरद्वारे रिफ्लेक्टेड होतात.

चार्ज फ्री कंडक्टिंग मध्यम मॅक्सवेलची वेव्ह समीकरण खालील प्रमाणे दिली जातात,

$$(i) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \dots(7.17) (a)$$

$$(ii) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{किंवा} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad \dots(7.17) (b)$$

$$(iii) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \dots(7.17) (c)$$

$$(iv) \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \dots(7.17) (d)$$

समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंनी कर्ल घेऊन. (7.17) (d) आपल्याला खालील समीकरणे मिळतात,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \times \left( \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \sigma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{\nabla} \times \vec{E}}{\partial t} = -\mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} = -\mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\text{किंवा} \quad -\nabla^2 \vec{H} = -\mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \right]$$

$$\text{किंवा} \quad \nabla^2 \vec{H} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad \dots(7.18)$$

हे चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमात मॅग्नेटिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण देते.

पुन्हा, एकदा समीकरण (7.17) (c) च्या दोन्ही बाजूंनी कर्ल घेऊन. (c) आपल्याला खालील समीकरण मिळते,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{\nabla} \times \vec{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

किंवा 
$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

किंवा 
$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \left[ \because \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \right]$$

किंवा 
$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \dots(7.19)$$

यामुळे चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमात इलेक्ट्रिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण मिळते.

दोन्ही समीकरणांमध्ये (7.18) आणि (7.19), टर्मस  $-\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  आणि  $-\mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$  चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमाद्वारे प्रवास करताना ईएम वेव्हचा क्षय होतो. या प्रकारच्या वर्तनामुळे असे माध्यम लॉसी मीडियम म्हणून ओळखले जाते

## 7.6 EM वेव्हचे कंडक्टिंग माध्यमात अटेन्च्यूएशन

### (Attenuation of EM Wave in Conducting Media)

फ्लक्स इंटेन्सिटी माध्यमात हळूहळू कमी होते, यालाच अटेन्च्यूएशन म्हणतात. अटेन्च्यूएशनचा परिणाम हवेतील वेव्ह आणि सिग्नल्सच्या प्रपोगेशनवर, इलेक्ट्रिक सर्किटमध्ये आणि ऑप्टिकल फायबरमध्ये होतो.

समीकरण (7.18) आणि (7.19) चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियम असल्यास इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरणे दिली जातात.

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{आणि} \quad \nabla^2 \vec{H} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

वरील दोन समीकरणांचे निराकरण केले आहे

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \dots(7.20)$$

आणि 
$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \dots(7.21)$$

समीकरण (7.20) मध्ये समीकरण (7.19) वापरून आपल्याला

$$\nabla^2 \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}}{\partial t^2} = 0$$



$$\begin{aligned}
&\text{किंवा} \quad -k^2 \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + i\mu\sigma\omega \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + \varepsilon\mu\omega^2 \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = 0 \\
&\text{किंवा} \quad -k^2 \vec{E} + i\mu\sigma\omega \vec{E} + \varepsilon\mu\omega^2 \vec{E} = 0 \\
&\text{किंवा} \quad (-k^2 + i\mu\sigma\omega + \varepsilon\mu\omega^2) \vec{E} = 0 \\
&\text{किंवा} \quad k^2 = i\mu\sigma\omega + \varepsilon\mu\omega^2 = \varepsilon\mu\omega^2 \left(1 + \frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right) \\
&\text{किंवा} \quad k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\left(1 + \frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right)} \quad \dots(7.22)
\end{aligned}$$

अशा प्रकारे चार्ज फ्री कन्डक्टिंग माध्यम साठी प्रपोगेशन कॉन्स्टंट  $k$  ही कॉम्प्लेक्स क्वांटिटी आहे. चार्ज फ्री कन्डक्टिंग माध्यमासाठी समीकरण (7.22) डिस्पार्शन रिलेशन म्हणून ओळखला जाते. समीकरण (7.22) मध्ये,  $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}$  ला डीसीपेशन फॅक्टर म्हणतात.  $k = \alpha + i\beta$  निवडून आणि समीकरण (7.22) वापरून मिळते.

$$\alpha + i\beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\left(1 + \frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right)}$$

$$\text{किंवा} \quad (\alpha + i\beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + 2i\alpha\beta = \varepsilon\mu\omega^2 \left(1 + \frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\right)$$

आपल्याला मिळणाऱ्या दोन्ही बाजूंच्या वास्तविक (real) आणि काल्पनिक (imaginary) संज्ञांची तुलना करून,  $\alpha^2 - \beta^2 = \varepsilon\mu\omega^2$  आणि  $2\alpha\beta = \sigma\mu\omega$  आणि  $\alpha$  आणि  $\beta$  साठी समीकरण सोडवून खालील प्रकारे लिहिता येते,

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2\right\}^{1/2} + 1} \quad \dots(7.23)$$

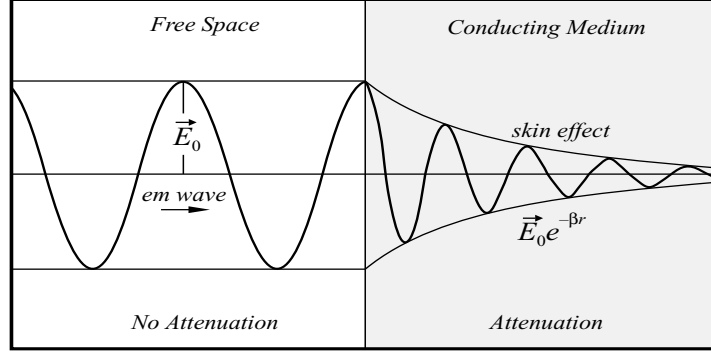
$$\text{आणि} \quad \beta = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}} \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2\right\}^{1/2} - 1} \quad \dots(7.24)$$

जिथे  $\alpha$  अ‍ॅटेन्युएशन कॉन्स्टंट आणि  $\beta$  फेज कॉन्स्टंट म्हणून ओळखले जाते.

$$\text{प्रपोगेशन कॉन्स्टंटच्या दृष्टीने समीकरण (7.18) आणि (7.19) } \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-\beta r} e^{i(\alpha r - \omega t)} \quad \dots(7.25)$$

$$\text{आणि} \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{-\beta r} e^{i(\alpha r - \omega t)} \quad \dots(7.26)$$

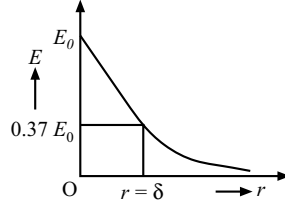
जिथे  $e^{-\beta r}$  अ‍ॅटेन्युएशन फॅक्टर म्हणून ओळखले जाते आणि  $e^{i(\alpha r - \omega t)}$  फेज फॅक्टर म्हणून ओळखले जाते



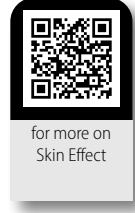
आकृती 7.2: EM वेव्हेचे ॲटन्यूएशन

### 7.6.1 स्कीन डेप्थ (Skin Depth)

इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक रेडीएशन पदार्थाच्या आत किती खोल प्रवेश करू शकतो याचे मोजमाप म्हणजे स्कीन डेप्थ. ही अशी खोली (Depth) आहे ज्यापर्यंत पदार्थातील रेडीएशनची इन्टेन्सिटी त्याच्या सुरुवातीच्या मूल्याच्या जवळजवळ 37% पर्यंत खाली येते.



आकृती 7.3: स्कीन डेप्थची संकल्पना



दुसरीकडे, स्कीन डेप्थ ही मॅग्नेटिक फील्ड धातूच्या पृष्ठभागाच्या वरच्या बाजूस असलेल्या खोलीपर्यंत प्रवेश करते. हे मॅग्नेटिक फील्ड कंडक्टरच्या पृष्ठभागावर जास्तीत जास्त असते तर ते दुसऱ्या काठाकडे जाताना एक्सपोनेन्शियल प्रमाणात कमी होते.

जर कंडक्टिंग माध्यमाची फ्रिक्वेन्सी इतकी जास्त नसेल, म्हणजे जर  $\sigma \gg \epsilon\omega$ , मग समीकरण (7.23) आणि (7.24) वरून,

$$\alpha = \beta = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \sqrt{\frac{\sigma}{\epsilon\omega}} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \frac{1}{\delta} [\text{say}]$$

$$\text{जिथे} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad \dots(7.27)$$

स्कीन डेप्थ म्हणून ओळखले जाते, जे माध्यमाच्या फ्रिक्वेन्सी आणि कंडक्टिविटीमध्ये वाढ करून कमी होते.

इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरणासाठी सोल्यूशन खालील प्रकारे दिले जाते.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-r/\delta} e^{i(r/\delta - \omega t)} \quad \dots(7.28)$$

$$\text{आणि} \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{-r/\delta} e^{i(r/\delta - \omega t)} \quad \dots(7.29)$$

जेथे ॲम्प्लीट्यूड  $\vec{E}_0 e^{-r/\delta}$  आणि  $\vec{H}_0 e^{-r/\delta}$  दिले जातात

जर मूल्य  $r = \delta$  इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डचे ॲम्प्लीट्यूड कमी होऊन कंडक्टिंग माध्यमाच्या पृष्ठभागावरील मूल्याच्या  $1/e$  (37%) होते.

स्कीन डेप्थचे फिजिकल सीग्रिफीकन्स

- (i) स्कीन डेप्थची जास्त किंमत इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे कमी ॲटॅन्यूएशन सूचित करते.
- (ii) उच्च फ्रिक्वेन्सी कोणतीही वेव्ह माध्यमाद्वारे प्रवास करू शकत नाही. हे इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक शील्डींग वापरले जाऊ शकते.

**उदाहरण 7.6:** कंडक्टिंग माध्यमासाठी स्कीन डेप्थ शोधा; कंडक्टिव्हिटी  $4 \times 10^7 \text{ mho/m}$ , इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हची फ्रिक्वेन्सी 104 Hz. .

उत्तर:

आपल्याला स्कीन डेप्थ  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$  माहिती आहे

इथे

$$\sigma = 6 \times 10^7 \text{ mho/m}, \omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^4 \text{ Hz}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \times 10^4 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 6 \times 10^7}} = 0.042 \text{ mm.}$$

उदाहरण 7.6

**उदाहरण 7.7:** कंडक्टिंग माध्यमासाठी स्कीन डेप्थ 0.02mm आणि कंडक्टिव्हिटी  $4 \times 10^7 \text{ mho/m}$  आहे तर, इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हची फ्रिक्वेन्सी शोधा. [रेलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी = रेलेटीव्ह परमिअॅबिलिटी = 1 च्या]

उत्तर

आपल्याला स्कीन डेप्थ माहिती आहे  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu\sigma}}$

तर, ईएम वेव्हची फ्रिक्वेन्सी,

$$f = \frac{1}{\pi\mu\sigma\delta^2} = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^7 \times (0.02 \times 10^{-3})^2} = 15.87 \text{ MHz.}$$

उदाहरण 7.7

## 7.7 ईएम वेव्हसाठी बाऊंड्री कंडिशन (Boundary Conditions for EM Waves)

मॅक्सवेलची समीकरणे दोन माध्यमांच्या बाऊंड्रीवर EM फील्डच्या वर्तनावर खूप मर्यादा आणतात आणि  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  and  $\vec{H}$ . फील्ड वेक्टरसंद्वारे काही अटींचे समाधान होते.

ह्या बाऊंड्री कंडिशन सीमारेषा म्हणून ओळखले जातात. या सर्व अटींची खाली चर्चा केली आहे.

**D साठी कंडिशन:** दोन मिडियममधील कोणत्याही इंटरफेसमध्ये आपण अतिशय कमी उंची असलेल्या छोट्या पिलबॉक्सचा विचार करू या (आकृती 7.4). पहिल्या मॅक्सवेलच्या समीकरण वरून, आपल्याकडे आहे,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ . मॅक्सवेलच्या पहिल्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंनी व्हॉल्यूम इंटीग्रेशन घेऊन,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{D} dV = \int_V \rho dV$$

$$\text{किंवा} \quad \int_S \vec{D} \cdot \hat{n} dS = \int_V \rho dV$$

$$\text{म्हणजे,} \quad \int_{S_1} \vec{D}_1 \cdot \hat{n}_1 dS + \int_{S_2} \vec{D}_2 \cdot \hat{n}_2 dS + \int_{S_3} \vec{D}_1' \cdot \hat{n}_1' dS \\ + \int_{S_4} \vec{D}_2' \cdot \hat{n}_2' dS = \int_V \rho dV$$

वरील एक्सप्रेशनमधील शेवटच्या दोन टर्म पिलबॉक्सच्या वॉलसाठी लिहिल्या आहेत आणि म्हणून त्या पिलबॉक्सच्या खूप कमी उंचीसाठी (h) दुर्लक्षित केल्या जाऊ शकतात. तर, आपल्याकडे limit  $h \rightarrow 0$  करिता

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \int_S \vec{D}_1 \cdot \hat{n}_1 dS + \int_S \vec{D}_2 \cdot \hat{n}_2 dS \right] = \lim_{h \rightarrow 0} \int_V \rho dV = \lim_{h \rightarrow 0} \int_V \sigma S dV \quad [\text{जिथे } \rho = \sigma S]$$

$$\text{किंवा} \quad \left[ \vec{D}_1 \cdot \hat{n} - \vec{D}_2 \cdot \hat{n} \right] S = \sigma S \left[ \because S_1 = S_2 = S; n_1 = n \text{ and } n_2 = -n \right]$$

$$\text{किंवा} \quad D_{1n} - D_{2n} = \sigma \quad \dots(7.30)$$

इथे  $D_{1n}$  आणि  $D_{2n}$  दोन माध्यमांमधील इलेक्ट्रिक डिस्प्लेसमेंट व्हेक्टरचे नॉर्मल कांपोनेंट आहेत. समीकरण (7.30) वरून असा निष्कर्ष काढला जाऊ शकतो की, इलेक्ट्रिक डिस्प्लेसमेंट व्हेक्टरचे नॉर्मल कांपोनेंट दोन माध्यमांच्या इंटरफेसवर कंटीन्यूअस (continuous) नसतात.

B साठी अट: दुस-या मॅक्सवेलच्या समीकरण वरून,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

दोन माध्यमांमधील कोणत्याही इंटरफेसमध्ये आपण नगण्य उंची असलेल्या छोट्या पिलबॉक्सचा विचार करू या (आकृती 7.4). दुसऱ्या मॅक्सवेलच्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंनी व्हॉल्यूम इंटीग्रेशन घेऊन,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

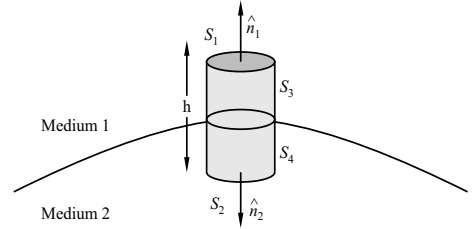
$$\text{म्हणजे,} \quad \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot \hat{n}_1 dS + \int_{S_2} \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 dS + \int_{S_3} \vec{B}_1' \cdot \hat{n}_1' dS + \int_{S_4} \vec{B}_2' \cdot \hat{n}_2' dS = 0$$

वरील एक्सप्रेशनमधील शेवटच्या दोन टर्म पिलबॉक्सच्या भिंतीसाठी घेतात आणि म्हणून त्या खूप कमी उंचीसाठी दुर्लक्षित केल्या जाऊ शकतात h पिलबॉक्सची. तर, limit  $h \rightarrow 0$  आपल्याकडे आहे

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \int_S \vec{B}_1 \cdot \hat{n}_1 dS + \int_S \vec{B}_2 \cdot \hat{n}_2 dS \right] = 0$$

$$\text{किंवा} \quad \left[ \vec{B}_1 \cdot \hat{n} - \vec{B}_2 \cdot \hat{n} \right] S = 0 \left[ \because S_1 = S_2 = S; n_1 = n \text{ and } n_2 = -n \right]$$

$$\text{किंवा} \quad B_{1n} - B_{2n} = 0$$

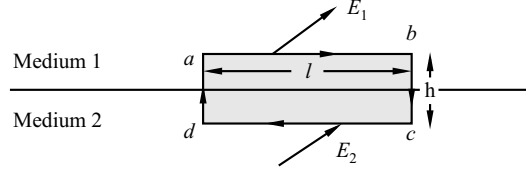


आकृती 7.4: D आणि B बाऊंड्रीज

$$\text{किंवा} \quad B_{1n} = B_{2n} \quad \dots(7.31)$$

इकडे  $B_{1n}$  आणि  $B_{2n}$  दोन मीडियममधील मॅग्नेटिक इंडक्शन व्हेक्टरचे नॉर्मल कांपोनेंट आहेत. एक. (7.31) पासून, असा निष्कर्ष काढला जाऊ शकतो की, मॅग्नेटिक इंडक्शन व्हेक्टरचे नॉर्मल कांपोनेंट दोन मीडियमच्या इंटरफेसवर कंटीन्यूअस असतात.

E साठी अट: तिसऱ्या मॅक्सवेलच्या समीकरण वरून आपल्याला लिहिता येते,



आकृती 7.5: E आणि H बाऊंड्रीज

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

दोन माध्यमांमधील कोणत्याही इंटरफेसवर, आपण आयताकृती लूपचा विचार करूया abcd ने बांधलेला पृष्ठभाग S आकृती 7.5 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे. तिसऱ्या मॅक्सवेलच्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंच्या सरफेस इंटीग्रेशन घेऊन,

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \hat{n} dS = \oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS$$

$$\text{किंवा} \quad \int_{ab} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS$$

डाव्या हाताच्या बाजूने शेवटच्या दोन टर्मसाठीचे योगदान एकमेकांना रद्द करेल आणि जर लूपसाठी  $h \rightarrow 0$  साठी जर सगळीकडे  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  फायनाइट असेल तर उजव्या हाताच्या बाजूच्या सरफेस इंटीग्रेशन शून्य होते

$$\int_{ab} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\text{किंवा} \quad (E_{1t} - E_{2t})l = 0$$

$$\text{किंवा} \quad E_{1t} = E_{2t} \quad \dots(7.32)$$

इकडे  $E_{1t}$  आणि  $E_{2t}$  दोन माध्यमांमधील इलेक्ट्रिक फील्ड व्हेक्टरचे टॅन्जेंशियल कपोनेंट आहेत. समीकरण (7.32) पासून, असा निष्कर्ष काढला जाऊ शकतो की, इलेक्ट्रिक फील्ड व्हेक्टरचे टॅन्जेंशियल कपोनेंट दोन माध्यमांच्या इंटरफेसवर कंटीन्यूअस असतात.

$$\text{H साठी अट: चौथ्या मॅक्सवेलच्या समीकरणावरून आपल्याकडे} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{आहे,}$$

दोन मीडियममधील कोणत्याही इंटरफेसवर, आपण abcd ने बंदिस्त पृष्ठभाग S आकृती 7.5 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे आयताकृती लूपचा विचार करूया. चौथ्या मॅक्सवेलच्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंनी सरफेस इंटीग्रेशन घेऊन,

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} dS = \oint_{abcd} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n} dS$$

$$\text{किंवा} \quad \int_{ab} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{H}_1' \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{H}_2' \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n} dS$$

डाव्या हाताच्या शेवटच्या दोन टर्मसाठी योगदान एकमेकांना रद्द करेल.

जर लूपसाठी  $h \rightarrow 0$  असेल आणि जर  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  सगळीकडे फायनाईट असेल तर उजव्या हाताच्या बाजूच्या सरफेस इंटेग्रेशन  $\int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$  राहील.

$$\int_{ab} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = \lim_{h \rightarrow 0} \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = J_{s\perp} l$$

$$\text{किंवा} \quad (H_{1t} - H_{2t}) l = J_{s\perp} l$$

$$\text{किंवा} \quad H_{1t} - H_{2t} = J_{s\perp} \quad \dots (7.33)$$

इकडे  $H_{1t}$  आणि  $H_{2t}$  दोन माध्यमांमधील मॅग्नेटिक फील्ड इन्टेन्सिटीचे टॅन्जेंशियल कंपोनेंट आहेत. समीकरण (7.33) वरून असा निष्कर्ष काढला जाऊ शकतो की, मॅग्नेटिक फील्डच्या इन्टेन्सिटीचे टॅन्जेंशियल कंपोनेंट दोन माध्यमांच्या इंटरफेसवर कंटीन्यूअस नसतात. इकडे  $J_{s\perp}$  पृष्ठभागाची करंट डेन्सिटी आहे आणि जोपर्यंत कंडक्टिव्हिटी इन्फिनाइट होत नाही तोपर्यंत शून्याच्या बरोबरीने आहे. तर, फायनाईट कंडक्टिव्हिटीसाठी,

$$H_{1t} = H_{2t} \quad \dots (7.34)$$

## 7.8 EM वेव्हचे रिफ्लेक्शन आणि ट्रान्समिशन

### (Reflection and Transmission of EM Waves)

EM वेव्हचे रिफ्लेक्शन आणि ट्रान्समिशन फिरत्या डायइलेक्ट्रिक माध्यमाद्वारे रिफ्लेक्शन आणि ट्रान्समिशन कोईफिशंट सैद्धांतिकदृष्ट्या शोधणे शक्य आहे. रिफ्लेक्टेड वेव्ह ही इन्सिडेंट वेव्ह ज्या माध्यमात आहे त्याच माध्यमात बाऊंड्रीपासून दूर जाते परंतु त्याच माध्यमातून ट्रान्समिटेड वेव्ह ही इन्सिडेंट वेव्हच्या बाउंडरीच्या दुसऱ्या बाजूने बाऊंड्रीपासून दूर जाते.

प्लेन पोलराईज्ड झालेल्या वेव्हचा विचार करा  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(kz - \omega t)}$  आणि  $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(kz - \omega t)}$  z-डायरेक्शनच्या बाजूने

प्रवास करत आहेत. आता, मॅक्सवेलच्या समीकरणावरून आपल्याकडे  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  आहे

$$ik\hat{e}_z \times \vec{E}_0 = i\omega B_0 \hat{e}_y$$

$$\text{येथे आपण गृहीत धरू } \vec{E}_0 = E_0 \hat{e}_x \text{ आणि } \vec{B}_0 = \frac{kE_0}{\omega} \hat{e}_y$$

इकडे  $E_0$  आणि  $B_0$  कॉम्प्लेक्स क्वांटिटी म्हणून घेतले जाते आणि संबंधित वास्तविक (real quantities) प्रमाणांशी संबंधित आहेत,

$$E_0 = |E_0| e^{i\delta}$$

कॉम्प्लेक्स इंपीडन्स हा कॉम्प्लेक्स क्वालिटी गुणोत्तराद्वारे दिले जातात

$$Z = \frac{E_0}{H_0} = \frac{\mu E_0}{B_0} \quad \dots(7.35)$$

जे E आणि H यांच्या दरम्यान फेज शिफ्ट करण्यास अनुमती देते.

इंटरफेसवर  $\vec{E}_i$  च्या नॉर्मलच्या दिशेने आदळणाऱ्या  $z$  -दिशेने जाणाऱ्या प्लेन पोलाराईज झालेल्या वेव्हचा विचार करू. समजा सामान्यतः माध्यम 1 मध्ये कॉम्प्लेक्स इंपीडन्स  $Z = Z_1$  आणि माध्यम 2 मध्ये कॉम्प्लेक्स इंपीडन्स  $Z = Z_2$  आहे. आपण  $\hat{e}_x$  दिशेने  $\vec{E}_i$ ;  $\hat{e}_y$  दिशेने  $\vec{H}_i$  आणि  $\hat{e}_z$  दिशेने  $k_1$  कोऑर्डिनेट्स घेऊ.  $Z = 0$  ही बाऊंडरी गृहीत धरू, जेणेकरून X-Y प्लेन हा दोन माध्यमांमधील इंटरफेस असेल.

दोन डायइलेक्ट्रिक माध्यमांचा विचार करून सुरुवात करणे सर्वात सोपे आहे जिथे आपल्याला माहिती आहे

$$Z_i = v_i \mu_i \quad \dots(7.36)$$

वास्तविक (real) आहे आणि  $\vec{E}$  आणि  $\vec{H}$  मध्ये कोणताही फेज लॅग (फेज मागे राहणे) नाही

$$\vec{E}_i = E_i \hat{e}_x e^{i(k_1 z - \omega t)}, \quad \vec{H}_i = \frac{E_i}{\mu_1 v_1} \hat{e}_y e^{i(k_1 z - \omega t)} \quad \dots(7.37) \text{ (a)}$$

तसेच आपण अॅम्प्लीट्यूड  $E_i$  रिअल घेऊ शकतो. त्याचप्रमाणे ट्रान्समीटेड आणि रिफ्लेक्टेड वेव्हसाठी आपण लिहू शकतो:

$$\vec{E}_t = E_t \hat{e}_x e^{i(k_2 z - \omega t)}, \quad \vec{H}_t = \frac{E_t}{\mu_2 v_2} \hat{e}_y e^{i(k_2 z - \omega t)} \quad \dots(7.37) \text{ (b)}$$

$$\text{आणि} \quad \vec{E}_r = E_r \hat{e}_x e^{i(-k_2 z - \omega t)}, \quad \vec{H}_r = -\frac{E_r}{\mu_1 v_1} \hat{e}_y e^{i(-k_2 z - \omega t)} \quad \dots(7.37) \text{ (c)}$$

आता  $\hat{e}_x$  आणि  $\hat{e}_y$  इंटरफेसला टॅन्जेअन्ट आहेत आणि टॅन्जेंशियल कपोनंट  $\vec{E}$  आणि  $\vec{H}$  कंटीन्यूअस असतात. तर, कंटीन्यूइटी कंडिशन खालील प्रकारे लिहिता येते.

$$\vec{E}_{tan} \text{ कंटीन्यूअस आहे: } E_i + E_r = E_t \quad \dots(7.38) \text{ (a)}$$

$$\text{आणि } \vec{H}_{tan} \text{ कंटीन्यूअस आहे: } \frac{E_i}{\mu_1 v_1} - \frac{E_r}{\mu_1 v_1} = \frac{E_t}{\mu_2 v_2} \quad \dots(7.38) \text{ (b)}$$

वरील दोन एक्सप्रेसन सोडवून आपल्याला, अॅम्प्लीट्यूड ट्रान्समीशन कोईफिशन्ट मिळतो,

$$t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2}{1 + \beta} \quad \dots(7.39)$$

आणि अॅम्प्लीट्यूड रिफ्लेक्शन कोईफिशन्ट

$$r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \quad \dots(7.40)$$

$$\text{जिथे} \quad \beta = \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 v_2} \quad \dots(7.41)$$

आता जर परमिअॅबिलिटी  $\mu_i = \mu_0$  (नॉन-मॅग्नेटिक मीडिया) असेल तर

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \dots(7.42)$$

$$\text{आणि} \quad t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \quad \dots(7.43)$$

जर  $v_2 > v_1$  तर रिफ्लेक्टेड वेव्ह “इन फेज” असेल पण जर  $v_2 < v_1$  तर वेव्ह “आऊट ऑफ फेज” राहील. जर  $v_2 = v_1$  (दोन माध्यमे समान) असेल तर अपेक्षेप्रमाणे कोणतीही रिफ्लेक्टेड वेव्ह राहणार नाही.

$$\text{एनर्जी प्रवाह: पॉइंटिंग व्हेक्टर आहे} \quad \vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu}$$

तर, वेव्हच्या सरासरी एका संपूर्ण कालावधीत एनर्जी फ्लक्स प्रति युनिट व्हॉल्यूम खालील प्रमाणे लिहिल्या जातो

$$|\vec{P}| = \frac{|\vec{E} \times \vec{B}|}{\mu} = \frac{E_0^2}{2\mu v} = \frac{\epsilon v E_0^2}{2} \quad \dots(7.44)$$

आता R रिफ्लेक्टेड व इन्सीडेन्ट इन्टेसिटीचे गुणोत्तर आणि T ट्रान्समिटेड व इन्सीडेन्ट इन्टेसिटीचे गुणोत्तर खालील प्रकारे लिहिता येते.

$$\therefore \quad R = r^2 = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad \dots(7.45)$$

$$\text{आणि} \quad T = \frac{\epsilon_2 v_2}{\epsilon_1 v_1} t^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad \dots(7.46)$$

त्यामुळे  $R + T = 1$ ; एनर्जी कॉन्झर्वेशन (Energy Conservation) पुनःप्रस्थापित करते.

कॉम्प्लेक्स इंपीडन्स  $\vec{E}$  आणि  $\vec{H}$  दरम्यान फेज लॅज असू शकतो.

$$\vec{E}_i = E_i \hat{e}_x e^{i(k_1 z - \omega t)}, \quad \vec{H}_i = \frac{E_i}{Z_1} \hat{e}_y e^{i(k_1 z - \omega t)}$$

$$\vec{E}_t = E_t \hat{e}_x e^{i(k_2 z - \omega t)}, \quad \vec{H}_t = \frac{E_t}{Z_2} \hat{e}_y e^{i(k_2 z - \omega t)}$$

$$\text{आणि} \quad \vec{E}_r = E_r \hat{e}_x e^{i(-k_2 z - \omega t)}, \quad \vec{H}_r = -\frac{E_r}{Z_1} \hat{e}_y e^{i(-k_2 z - \omega t)}$$

असे गृहीत धरा की कोणताही सरफेस करंट किंवा चार्ज नाही आणि त्यावेळी कंटीन्यूइटी कंडिशनस खालील प्रकारे लिहिता येते.



$\vec{E}_{x_{tan}}$  कंटीन्यूअस आहे :.  $E_i + E_r = E_t$

आणि  $\vec{H}_{y_{tan}}$  कंटीन्यूअस आहे :.  $\frac{E_i}{Z_1} - \frac{E_r}{Z_1} = \frac{E_t}{Z_2}$

तर, अँलपीट्यूड ट्रान्समीशन कोईफिशन्ट

$$t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \dots(7.47)$$

आणि अँलपीट्यूड रिफ्लेक्शन कोईफिशन्ट

$$r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad \dots(7.48)$$

ही आता कॉम्प्लेक्स क्वांटिटी आहे.

## युनिट सारांश

- मॅक्सवेलची वेव्ह समीकरणे आणि फ्री स्पेससाठी उपाय (Maxwell's wave equations and its solution for free space)

E-वेव्ह समीकरण  $\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

H-वेव्ह समीकरण  $\nabla^2 \vec{H} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$

प्रपोगेशन वेग  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

- इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे ट्रान्सव्हर्स स्वरूप (Transverse nature of electromagnetic wave)

$$\vec{k} \cdot \vec{e} = 0 \quad \vec{k} \cdot \vec{b} = 0$$

- चार्ज फ्री नॉन-कंडक्टिंग (डायइलेक्ट्रिक) मीडियामध्ये EM वेव्हज (EM waves in a charge free non-conducting (dielectric media))

E-वेव्ह समीकरण  $\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

H-वेव्ह समीकरण  $\nabla^2 \vec{H} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$

प्रपोगेशन वेग  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} < c [\because \epsilon > \epsilon_0, \mu > \mu_0]$

- चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियामध्ये EM वेव्ह (EM waves in a charge free conducting media)

$$\text{E-वेव्ह समीकरण} \quad \nabla^2 \vec{E} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\text{H-वेव्ह समीकरण} \quad \nabla^2 \vec{H} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

- चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमांमध्ये EM वेव्हचे अटेन्युशन (Attenuation of EM wave in a charge free conducting media)

$$\text{प्रपोगेशन कॉन्स्टंट} \quad \gamma = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{1 + \frac{i\sigma}{\epsilon\omega}} \quad [\text{डिसपरशन रिलेशन}]$$

$$\text{अटेन्युएशन कॉन्स्टंट} \quad \alpha = \omega\sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2\right\}^{1/2} + 1}$$

$$\text{फेज कॉन्स्टंट} \quad \beta = \omega\sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2\right\}^{1/2} - 1}$$

$$\text{पेनिट्रेशन डेप्थ किंवा स्कीन डेप्थ} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

- दोन माध्यमांच्या इंटरफेसवर इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हसाठी बाऊंडरी कंडिशनस (Boundary conditions for electromagnetic waves at the interface of two media)

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$H_{1t} - H_{2t} = J_{s\perp}$$

- नॉर्मल इनसिडन्ससाठी नॉन-कंडक्टिंग माध्यम-व्हक्यूम इंटरफेसमधून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे रिफ्लेक्शन आणि ट्रान्समिशन (Reflection and transmission of electromagnetic waves from a non-conducting medium-vacuum interface for normal incidence)

$$\text{अॅल्पीट्यूड ट्रान्समिशन कोईफिशंट} \quad t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\text{अॅल्पीट्यूड रिफ्लेक्शन कोईफिशंट} \quad r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

## स्वाध्याय

### बहुपर्यायी प्रश्न

7.1 फ्री स्पेस इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचा वेग आहे

- (a) प्रकाशाच्या वेगाइतकाच (b) प्रकाशाच्या वेगापेक्षा जास्त  
(c) प्रकाशाच्या वेगापेक्षा कमी (d) शून्य

7.2 होमोजीनिअस, आयसोट्रॉपिकमध्ये, कंडक्टिंग मीडियममध्ये परमिटीव्हीटी  $\epsilon$ , परमिअॅबिलिटी  $\mu$  आणि कंडक्टिव्हीटी  $\sigma$  स्कीन डेप्थ  $\delta$  आहे, तर,

- (a)  $\sqrt{\frac{1}{\omega\mu\sigma}}$  (b)  $\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$  (c)  $\sqrt{\frac{\mu}{\omega\sigma}}$  (d)  $\sqrt{\frac{2\mu}{\omega\sigma}}$

7.3 प्लेन E-वेव्हमध्ये,

- (a)  $\vec{E} \times \vec{B} = 0$  (b)  $\vec{E} \parallel \vec{B}$  (c)  $\vec{E} \perp \vec{B}$  (d)  $\vec{k} \times \vec{B} = 0$

7.4  $\frac{1}{\mu_0\epsilon_0}$  चे डायमेन्शन कोणते आहे?

- (a)  $L^{-2}T^{-2}$  (b)  $L^{-2}T^2$  (c)  $LT^{-1}$  (d)  $L^2T^{-2}$

7.5 लॉसी डायइलेक्ट्रिकमध्ये वेव्हच्या पेनिट्रेशन डेप्थ वाढण्याबरोबर \_\_\_\_\_ वाढते

- (a) कंडक्टिव्हीटी (b) वेव्हलेन्थ (c) परमिअॅबिलिटी (d) परमीटीव्हीटी

7.6 जर  $E_0$  आणि  $B_0$  स्पेस प्रपोगेशन करणाऱ्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्डचे अॅम्प्लिट्यूड आहेत, तर  $E_0/B_0$ :

- (a)  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$  (b)  $\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$  (c)  $\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  (d)  $\sqrt{\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}}$

7.7 फ्री स्पेस इंट्रिन्सिक इंपीडन्स आहेत

- (a) 0 ohm (b) 370 ohm (c) 377 ohm (d) यापैकी काहीही नाही

7.8 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचा वेग खालील पैकी कशावरून प्राप्त होऊ शकतो?

- (a) EB (b) E-B (c) E (d) E/B

7.9 परमिअॅबिलिटी  $\mu$  आणि परमिटीव्हीटी  $\epsilon$  असणाऱ्या माध्यमाचा इंट्रिन्सिक वेव्ह इम्पीडन्स खालीलपैकी किती आहे ?

- (a)  $\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$  (b)  $\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$  (c)  $\sqrt{\frac{1}{\epsilon\mu}}$  (d)  $\sqrt{\epsilon\mu}$

7.10 चांगल्या प्लेन कंडक्टरसाठी स्कीन डेप्थ कशाप्रकारे बदलते ?

- (a) फ्रिक्वेन्सी वर्गमूळाच्या समप्रमाणात (b) फ्रिक्वेन्सीच्या वर्गमूळाच्या व्यस्त प्रमाणात  
(c) फ्रिक्वेन्सीचे फंक्शन (d) फ्रिक्वेन्सीच्या व्यस्त प्रमाणात

- 7.11 जर व्हॅक्युममध्ये  $\vec{E}$  आणि  $\vec{B}$  प्रयोगेशन व्हेक्टरसह  $\hat{k}$  दिशेने प्रवास करणाऱ्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेवचे अनुक्रमे इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्ड दर्शविते तर खालीलपैकी कोणती कंडीशन बरोबर आहे?
- (a)  $\hat{k} \cdot \vec{E} = 0$  (b)  $\hat{k} \times \vec{E} = 0$  (c)  $\vec{B} \times \vec{E} = 0$  (d)  $\hat{k} \times \vec{E} = -\vec{B}$
- 7.12 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव व्हॅक्युममध्ये प्रवास करते ज्यात कोणतेही चार्ज किंवा प्रवाह नसतो. जर इलेक्ट्रिक व्हेक्टर  $\vec{E} = E_0 \exp i(kx - \omega t) \hat{j}$  ने दिला जात असेल तर मग मॅग्नेटिक व्हेक्टर \_\_\_\_\_ आहे
- (a) X दिशेने (b) Y दिशेने  
(c) Z दिशेने (d) X-Y प्लेनमध्ये एकसारखे फिरणे
- 7.13 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेवला ट्रान्सवर्स म्हणतात कारण
- (a) इलेक्ट्रिक फील्ड आणि मॅग्नेटिक फील्ड एकमेकांना पर्पेंडीकूलर आहे  
(b) इलेक्ट्रिक फील्ड प्रयोगेशनच्या दिशेला पर्पेंडीकूलर आहे  
(c) मॅग्नेटिक फील्ड प्रयोगेशनच्या दिशेला पर्पेंडीकूलर आहे  
(d) इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक दोन्ही फील्ड्स फील्ड प्रयोगेशनच्या दिशेला पर्पेंडीकूलर आहे
- 7.14 फ्री स्पेसमधील इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेवचे इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक फील्ड्स \_\_\_\_\_ असतात.
- (a) एकमेकांना समांतर (b) एकमेकांना पर्पेंडीकूलर  
(c) कोनाकडे झुकलेले (d) ओबडधोबड कोनाकडे झुकलेले
- 7.15 परिमाण  $\mu_0 \epsilon_0$  (त्यांच्या नेहमीच्या महत्त्वाची चिन्हे)
- (a)  $L^{-2} T^{-2}$  (b)  $LT^{-1}$  (c)  $L^{-2} T^{-1}$  (d)  $L^{-2} T^2$
- 7.16 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेवच्या संदर्भात कंडक्टरसाठी स्कीन डेप्थ बदलते
- (a) फ्रिक्वेन्सीच्या व्यस्त प्रमाणात (b) थेट फ्रिक्वेन्सीच्या प्रमाणात  
(c) फ्रिक्वेन्सीच्या वर्गमूळाच्या व्यस्त प्रमाणात (d) डायरेक्ट फ्रिक्वेन्सी वर्गमूळाच्या प्रमाणात
- 7.17 जर इन्सीडेन्ट वेवची फ्रिक्वेन्सी 4 पटीने वाढली तर वेवची कंडक्टरमध्ये पेनिट्रेंट करण्याची डेप्थ
- (a) दुपटीने वाढते (b) 4 पटीने वाढते  
(c) दुपटीने कमी होते (d) 4 पटीने कमी होते
- 7.18 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेवच्या प्रयोगेशनची दिशा खालीलपैकी कोणती आहे?
- (a)  $\vec{E}$  (b)  $\vec{B}$  (c)  $\vec{E} \times \vec{B}$  (d)  $\vec{B} \times \vec{E}$

### बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

7.1 (a), 7.2(b), 7.3 (c), 7.4 (d), 7.5 (b), 7.6 (d), 7.7 (c), 7.8 (d), 7.9 (a), 7.10 (d) ब), 7.11 (a), 7.12 (c), 7.13 (d), 7.14 (a), 7.15 (d), 7.16 (c), 7.17 (c), 7.18 (c)

## लघुत्तरी आणि दिर्घोत्तरी प्रश्न

### श्रेणी I

- 7.1 चार्ज फ्री नॉन-कंडक्टिंग माध्यमासाठी मॅक्सवेलची समीकरणे लिहा. आणि त्यावरून माध्यमातील इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचा वेग फ्री स्पेसमधील प्रकाशाच्या वेगापेक्षा कमी असल्याचे दाखवा.
- 7.2 चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियामध्ये मॅक्सवेलच्या समीकरणापासून सुरुवात करून स्कीन डेप्थच्या संकल्पनेवर पोहचा.
- 7.3 मॅक्सवेलची इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक फील्डची समीकरणे लिहा. म्हणून, फ्री स्पेसमध्ये इलेक्ट्रिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण मिळवा.
- 7.4  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  आणि  $\vec{k}$  परस्परांचे म्युचुअली पर्पेंडीकुलर असतात हे सिद्ध करा.
- 7.5 प्रकाशाचा वेग माध्यमाच्या गुणधर्मावर कसा अवलंबून असतो हे स्पष्ट करा.
- 7.6 हे सिद्ध करा की व्हॅक्युममध्ये इलेक्ट्रिक आणि मॅग्नेटिक व्हेक्टर दोन्ही वेव्हसमीकरणाचे (wave equation) पालन करतात. प्लेनच्या वेव्हचे सोल्यूशन गृहीत धरल्यास असे दिसून येते की इलेक्ट्रिक फील्ड नेहमीच मॅग्नेटिक फील्डकडे ऑर्थोगोनल असते, हे सिद्ध करा.
- 7.7 फ्री स्पेससाठी,  $\vec{E}$  साठी इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह समीकरण  $\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$  आहे, हे दाखवा, जिथे चिन्हांना त्यांचे नेहमीचे अर्थ आहेत.
- 7.8 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या ट्रान्सव्हर्स नेचरचा अर्थ काय आहे?
- 7.9 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हचे E-फील्ड आणि B-फील्ड हे प्रपोगेशन व्हेक्टर  $k$  ला पर्पेंडीकूलर आहे, असा निष्कर्ष आपण कसा काढू शकता?
- 7.10 अटेन्यूशन म्हणजे काय आणि अटेन्यूशनचा वेव्ह आणि सिग्नलच्या प्रपोगेशनवर कसा परिणाम होतो?
- 7.11 चार्ज फ्री कंडक्टिंग माध्यमासाठी प्रपोगेशन कॉन्स्टंट  $k$  गणीतीय दृष्ट्या कॉम्प्लेक्स क्वान्टिटी आहे.
- 7.12 प्रपोगेशन कॉन्स्टंटचे अटेन्यूशन कॉन्स्टंट आणि फेज कॉन्स्टंटशी असणारे संबंध शोध.
- 7.13 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह फ्री स्पेसमध्ये प्रकाशाच्या वेगाने फिरते हे सिद्ध करा.
- 7.14 EM वेव्हसाठी बाऊंडरी कंडिशनस मिळवा.

### श्रेणी II

- 7.15 चार्ज फ्री नॉन कंडक्टिंग मीडियामध्ये इलेक्ट्रिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरण कोणत्या प्रकारचे निष्कर्ष काढता येतील?
- 7.16 डायइलेक्ट्रिक माध्यम आणि चांगले कंडक्टर असल्यास मॅक्सवेलच्या समीकरणांचे स्वरूप काय असेल?
- 7.17 इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह समीकरण इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या प्रपोगेशन देते या विधानाचे समर्थन करा.
- 7.18 कोणत्या प्रकारच्या वर्तनासाठी नॉन कंडक्टिंग मीडियम हे देखील लॉसलेस माध्यम म्हणून ओळखले जाते?
- 7.19 चार्ज फ्री कंडक्टिंग मीडियामध्ये मॅग्नेटिक फील्डसाठी वेव्ह समीकरणापासून, टीकात्मक टिप्पण्या बनवा.
- 7.20 पेनिट्रेशन डेप्थ आणि स्कीन डेप्थ यांच्यात मूलभूत फरक आहे. ते स्पष्ट करा.
- 7.21 चांगल्या कंडक्टरमध्ये EM वेव्हच्या प्रपोगेशनसाठी सिग्नल फ्रीक्वेन्सिच्या बाबतीत स्कीन डेप्थ शोधा.

### संख्यात्मक प्रश्न

- 7.1 जर माध्यमाची सापेक्ष परमिटीविटी आणि परमिअॅबिलिटी अनुक्रमे 50 आणि 2 असेल, तर त्याद्वारे इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्हच्या प्रपोगेशनचा वेग शोधा. [उत्तर:  $3 \times 10^7$  m/s]
- 7.2 जर EM वेव्हच्या मॅग्नेटीक फील्ड व्हेक्टरची इन्टेसिटी  $1 \mu\text{T}$  आहे, तर इलेक्ट्रिक फील्ड व्हेक्टरची संबंधित इन्टेसिटी शोधा. [उत्तर: 300 V/m]

### अधिक जाणून घ्या

असे म्हटले जाते की 19 व्या शतकात भौतिकशास्त्राची सर्वात मोठी सैद्धांतिक कामगिरी मॅक्सवेलची समीकरणे आणि संबंधित इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्हचा शोध होता. निसर्गातील इलेक्ट्रिक शक्तींचे आहेत दोन प्रकार, उदा. इलेक्ट्रिक आकर्षण (attraction) (+) आणि इलेक्ट्रिक चार्जमधील प्रतिकर्षण (repulsion) (-). समांतर इलेक्ट्रिक करंट यांच्यात एक आकर्षण आणि प्रतिकर्षणदेखील आहे त्यामुळे इलेक्ट्रिक करंट आणि चार्ज संबंधित आहेत! आपण चार्जच्या युनिटवर करंटचे युनिट देखील आधारित करू शकलो असतो, उदा. ज्या करंटमध्ये एक युनिट चार्ज प्रत्येक सेकंदाला वायरच्या कोणत्याही क्रॉस सेक्शनमधून जाते. ही व्याख्या अगदी चपखल ठरते आणि जर सर्व परिभाषांमध्ये मीटर आणि सेकंद वापरले गेले, तर करंटच्या दोन युनिट्सचे गुणोत्तर प्रकाशाचा वेग,  $3 \times 10^8$  meters per second दिसून येते.

### क्रियाकलाप

प्रकाशाचे वेव्हस्वरूप वेगवेगळ्या रंगांचे प्रदर्शन करते जे बारीक समांतर रेषांच्या ओरखड्यासारख्या पृष्ठभागाद्वारे वेगळ्या प्रकारे रिफ्लेक्ट केले जाते. म्हणूनच संगीत किंवा संगणकवापरासाठी कॉम्पॅक्ट लेझर डिस्क इंद्रधनुष्याच्या सर्व रंगांमध्ये शिंमर (shimmer) करते. त्याचप्रमाणे, स्फटिकस्वरूपात अणूंच्या सुव्यवस्थित रांगा समांतर रेषा तयार करतात परंतु अतिशय जवळ असतात आणि त्यांचा एक्स-रेवर तोच परिणाम होतो ज्यामुळे प्रकाशाप्रमाणे एक्स-रे ही कमी तरंगलांबीच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्ह असल्याचे दिसून आले. असेही आढळले की मॅग्नेटीक फील्डमधील व्हॅक्यूम ट्यूबच्या आत इलेक्ट्रॉन बीम अस्थिर होऊ शकतात आणि प्रकाशापेक्षा मोठ्या वेव्ह उत्सर्जित करू शकतात. दुसऱ्या महायुद्धात मॅग्नेट्रॉन ट्यूब जिथे हे घडले ते एक अतिगुप्त रडार डिव्हाइस होते आणि नंतर यामुळे मायक्रोवेव्ह ओव्हन शक्य झाले.

### मनोरंजक तथ्ये

मॅक्सवेलने फॅराडेच्या “शक्तीच्या रेषा” (Line of force) चे गणितीय स्वरूपात रूपांतर केले जे आपण आज वापरत आहोत. गणितातील अनेक शाखांमध्ये EM फील्डचा वापर केला जातो. मॅक्सवेलच्या “A Treatise on Electricity and Magnetism” मध्ये फील्डचा पहिला उल्लेख हे इलेक्ट्रिक फील्डचा होते ज्याचे वर्णन “विद्युतीकृत पदार्थांच्या शेजारच्या स्पेसचा भाग, इलेक्ट्रिक घटनांच्या संदर्भात मानले जाते” (मॅक्सवेल, 1892, पृ. 47-48) हे हवेने किंवा इतर पदार्थांनी व्यापलेले असू शकते ज्यातून आपण प्रत्येक पदार्थ काढून घेतला आहे आणि आपल्या हातात असलेल्या साधनांसह कार्य केले आहे. विद्युतीकृत पदार्थ इलेक्ट्रिक फील्डच्या कोणत्याही भागात ठेवले तर सामान्यतः ते इतर पदार्थांच्या विद्युतीकरणात व्यत्यय निर्माण करते.

### उपमा

इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्हमुळे केवळ रेडिओ आणि टेलिव्हिजनच नव्हे, तर आज मोठ्या इलेक्ट्रॉनिक उद्योगात त्याची मोठी भूमिका आहे. मॅग्नेटोस्फिअरमधील अस्थिर इलेक्ट्रॉन बीम्स, तसेच सूर्याच्या आत आणि दूरच्या विश्वात, आपल्याला दूरच्या अंतराळातील उर्जित कणांबद्दल सुचवून किंवा न उलगाडलेली रहस्ये आपल्यासमोर गुढपणे मांडतात.

## इतिहास

इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हच्या इतिहासाचा संबंध आहे तर महत्त्वाचे टप्पे फारसे स्पष्ट न करता खाली नमूद केले आहेत:

- 1770-90: कॅव्हेंडिश आणि कूलॉम्ब यांनी इलेक्ट्रोस्टॅटिकचा पाया स्थापित केला
- 1820: ओर्स्टेड ने प्रवाही प्रचार्ज आणि मॅग्नेटायझेशन यांच्यात संबंध जोडला
- 1820: या दशकात ॲम्पीअरने प्रवाहांना कायमस्वरूपी चुंबकासाठीदेखील सर्व चुंबकत्वाचा स्रोत म्हणून ओळखले
- 1831: फॅराडे तसेच हेनरीने शोधून काढले की बदलणारी मॅग्नेटिक फील्ड इलेक्ट्रिक फील्डसाठी स्रोत म्हणून काम करतात
- 1864: मॅक्सवेलने हे सर्व एकत्र केले
- 1887: हर्ट्झने इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक रेडीएशनचे अस्तित्व दर्शविले

## कालमर्यादा

- 600 बीसीई: प्राचीन ग्रीसमध्ये अंबरला स्पार्क करणे
- 221-206 बीसीई: चिनी लोडेस्टोन कंपास
- 1600: गिल्बर्ट आणि लोडेस्टोन
- 1752: फ्रँकलिनचे पतंग प्रयोग
- 1785: कूलॉम्बचा कायदा
- 1789: गॅल्व्हानिक इलेक्ट्रीसिटी
- 1790: व्होल्टाइक इलेक्ट्रीसिटी
- 1820: मॅग्नेटिक फील्ड

## अनुप्रयोग (वास्तविक जीवन / औद्योगिक)

1873 मध्ये प्रकाशित झालेल्या 'अ ट्रीटिस ऑन इलेक्ट्रिसिटी अँड मॅग्नेटिझम' या संस्थेने मॅक्सवेलच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या संपूर्ण सिद्धांताचे बारा समीकरणांमध्ये रूपांतर करून संशोधनाच्या संपूर्ण क्षेत्राचा सारांश सांगितला. ऑलिव्हर हेव्हिसाइडने मॅक्सवेलच्या सिद्धांताला चार समीकरणांमध्ये संघटित केले जे आज सर्वज्ञात आहेत. मॅक्सवेलचा इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत क्रांतिकारक होता कारण त्याने इलेक्ट्रिक चुंबकत्वाचा अभ्यास योग्य दिशेने पूर्णपणे बदलला. जेव्हा हर्ट्झला स्पेसमध्ये इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्ह सापडल्या, तेव्हा वायरलेस टेलिग्राफचा शोध लागला आणि महासागरांमध्ये प्रथमच वेगवान संवाद शक्य झाला. मॅक्सवेलच्या सिद्धांताने लॉन्ग-डिस्टन्स इलेक्ट्रिकल वायर्स अधिक प्रभावी केले आणि मॅक्सवेलच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या सिद्धांतातून आपण मोठ्या प्रमाणात तंत्रज्ञान साध्य केले.

## केस स्टडी (पर्यावरण / शाश्वतता / सामाजिक / नैतिक मुद्दे)

समीकरणे विकसित करताना मॅक्सवेलने शोधून काढले की प्रकाश इलेक्ट्रीसिटी आणि चुंबकत्वाशी साधर्म्य आहे. 19 व्या शतकाच्या मध्यात, मुक्त व्यापाराचे तत्त्व शांतता आणि समृद्धी आणेल ही संकल्पना युरोपीय समाजाद्वारे व्यक्त होऊ लागली आणि खरे तर काही काळापासून वर्चस्ववादी आर्थिक तत्त्वज्ञान हे मर्केटाइलिझम होते. राज्याच्या संसाधनांचे कठोर संरक्षण, व्यापारावर उच्च चार्ज आणि वसाहतवादी वर्चस्व यांचा हा सिद्धांत होता. बौद्धिक संस्कृतीतील फ्री व्यापाराच्या फायद्याच्या या विचारांना वैज्ञानिक संस्कृतीतही स्थान होते. स्वतंत्रपणे काम करण्याऐवजी शास्त्रज्ञांनी आपल्या समवयस्कांच्या कल्पनांवर विकास करण्याचे फायदे शोधण्यास सुरुवात केली आणि एक समुदाय म्हणून वैज्ञानिक सिद्धांतांचे सापेक्ष गुण स्पष्ट केले (टर्नर, 1980).

फ्री व्यापाराच्या या कल्पनेमुळेच मॅक्सवेलने आपला सिद्धांत युरोपशी सामायिक केला आणि अग्रगण्य सिद्धांताशी (फोरफार, 1995) शांतपणे तुलना करण्यास भाग पाडला. मात्र, राजकारणी आणि व्यावसायिकांसह त्या वेळी जनतेत आघाडीवर असलेल्या लोकांनी वैज्ञानिक कार्याचा त्यांच्या कार्याशी काही संबंध आहे, ही कल्पना फेटाळून लावली. 19 व्या शतकाच्या उत्तरार्धापर्यंत, जर्मनी ग्रेट ब्रिटनच्या आर्थिक वर्चस्वासाठी औद्योगिक धोका बनला आणि हळूहळू लष्करी धोका बनत चालला होता. जर्मनीच्या सार्वजनिक निधीमुळे आणि त्यांच्या शास्त्रज्ञांच्या संशोधनाला मान्यता यामुळे 19 मध्ये जर्मन विज्ञानाची भरभराट झाली होती आणि 19 वे शतक जर्मन विज्ञान ब्रिटिश विज्ञानापेक्षा प्रभावशाली आणि समृद्ध होते (टर्नर, 1980).

### जिज्ञासूपणा आणि कुतूहलविषय

इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमचा अग्रगण्य सिद्धांत, “दूरवर कृती” हा जर्मनीत विकसित करण्यात आला होता, जर्मन शास्त्रज्ञांनी त्याकडे दुर्लक्ष केले आणि मॅक्सवेलच्या सिद्धांताची दखल घेण्यास नकार दिला. “फॅराडेच्या फोर्सच्या धर्तीवर” या आपल्या पेपरला वैज्ञानिक समुदायाचा प्रतिसाद नसल्यामुळे निराश झालेल्या मॅक्सवेलने आपल्या सर्वसमावेशक सिद्धांताचे बारा समीकरणांमध्ये रूपांतर केले, आजच्या वैज्ञानिक प्रगतीच्या गतीसाठीही (फोरफार, 1995) ही एक मोठी कामगिरी आहे. तथापि, जर्मन शास्त्रज्ञांनी अजूनही इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमवरील मक्तेदारी सोडण्यास नकार दिला आणि मॅक्सवेलचा सिद्धांत केवळ कागदावर काम करणारी गोष्ट म्हणून फेटाळून लावण्याचा प्रयत्न केला (टर्नर, 1980). तथापि, ऑलिव्हर हेव्हिसाइडने मॅक्सवेलच्या समीकरणांचे संपादन केल्याने बाजी पलटवण्याचा प्रयत्न केला, परंतु जेव्हा हे हेन्रिक हर्ट्झ या जर्मन भौतिकशास्त्रज्ञाने 1887 मध्ये अंतराळातील इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक वेव्हज ओळखून इलेक्ट्रोमॅग्नेटिझमच्या क्षेत्राचे अस्तित्व दाखवून दिले तेव्हा जर्मन शास्त्रज्ञांनी मॅक्सवेलचा सिद्धांत स्वीकारण्यास सुरुवात केली (हंट, 1983).

### जिज्ञासूपणा आणि कुतूहल विषयांचे संदर्भ

- Forfar, D. O. (1995, July). James Clerk Maxwell: Maker of Waves. Retrieved November 30, 2011, from James Clerk Maxwell Foundation: [http://www.clerkmaxwellfoundation.org/Maker\\_of\\_Waves.pdf](http://www.clerkmaxwellfoundation.org/Maker_of_Waves.pdf)
- Hunt, B. J. (1983, September). “Practice vs. Theory”: The British Electrical Debate, 1888-1891. *Isis*, 74(3), 341-355
- Turner, F. M. (1980, December). Public Science in Britain, 1880-1919, *Isis*, 71(4), 589-608.

### संदर्भ आणि सुचविलेले वाचन

1. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd Edition, John Wiley & Sons, 1999.
2. E. Hecht, Optics, 4th Edition, Pearson Education, 2001.
3. P. Tipler, G. Moscsa, Physics for Scientists and Engineers: Electricity, Magnetism, Light, and Elementary Modern Physics 2, 5th Edition, W. H. Freeman, 2004.
4. J. Reitz, F. Milford, R. Christy, Foundations of Electromagnetic Theory, 4th Edition, Addison Wesley, 1992.
5. A. Bettini, A Course in Classical Physics, Vol. 4 - Waves and Light, 2016.



6. G. Elert, Electromagnetic Waves, The Physics Hypertextbook, 2018.
7. “The Impact of James Clerk Maxwell’s Work”, ([www.clerkmaxwellfoundation.org](http://www.clerkmaxwellfoundation.org)) Archived from the original on 17 September 2017.
8. “Discovering the Electromagnetic Spectrum” ([imagine.gsfc.nasa.gov](http://imagine.gsfc.nasa.gov)), 2013.
9. Jeans James, The Growth of Physical Science, Cambridge University Press, 1st Edition, 1947.
10. <https://nptel.ac.in/courses/115/101/115101005/>
11. [https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc19\\_ph08/preview](https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc19_ph08/preview)
12. <https://depts.washington.edu/mictech/optics/me557/week2.pdf>



## भौतिक स्थिरतेचे तक्ता

**तक्ता 1:** 20°C तापमानावर वेगवेगळ्या पदार्थांची मोलर संवेदनशीलता

हेलियम	$-2.38 \times 10^{-11}$
झेनॉन	$-5.71 \times 10^{-10}$
ऑक्सिजन	$+4.3 \times 10^{-8}$
नायट्रोजन	$-1.56 \times 10^{-10}$
पाणी	$-1.631 \times 10^{-10}$
बिस्मथ	$-3.55 \times 10^{-9}$

**तक्ता 2:** वेगवेगळ्या पदार्थांची परमीअॅबिलिटी आणि सापेक्ष परमीअॅबिलिटी

मध्यम	परमीअॅबिलिटी, $\mu$ (एच/एम)	सापेक्ष परमीअॅबिलिटी, कमाल., $\mu/\mu_0$
निर्वात पोकळी	$4\pi \times 10^{-7}$	1
पाणी	$1.256627 \times 10^{-6}$	0.999992
हायड्रोजन	$1.2566371 \times 10^{-6}$	1
लाकूड	$1.25663760 \times 10^{-6}$	1.00000043
हवा	$1.25663753 \times 10^{-6}$	1.00000037
बिस्मथ	$1.25643 \times 10^{-6}$	0.999834
कार्बन स्टील	$1.26 \times 10^{-4}$	100
तांबे	$1.256629 \times 10^{-6}$	0.999994
निकेल	$1.26 \times 10^{-4} - 7.54 \times 10^{-4}$	100 - 600
प्लॅटिनम	$1.256970 \times 10^{-6}$	1.000265
नीलम	$1.2566368 \times 10^{-6}$	0.99999976
इलेक्ट्रिक पोलाद	$5.0 \times 10^{-3}$	4000
फेरित (निकेल झिंक)	$1.26 \times 10^{-5} - 2.89 \times 10^{-3}$	10 - 2300
फेराइट (मँगनीज झिंक)	$4.4 \times 10^{-4} - 2.51 \times 10^{-2}$	350 - 20000
फेराइट (कोबाल्ट निकेल झिंक)	$5.03 \times 10^{-5} - 1.57 \times 10^{-4}$	40 - 125
कोबाल्ट लोखंड	$2.3 \times 10^{-2}$	18000
ऑस्टेनिटिक स्टेनलेस स्टील	$1.260 \times 10^{-6} - 8.8 \times 10^{-6}$	1.003 - 1.05
टेफ्लॉन	$1.2567 \times 10^{-6}$	1
सिलिकॉन आयर्न पावडर कंपाऊंड	$2.39 \times 10^{-5} - 1.13 \times 10^{-4}$	19 - 90
परमलोय	$1.25 \times 10^{-1}$	100000

तक्ता 3: वेगवेगळ्या पदार्थांचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट

माध्यम	डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट
निर्वात पोकळी	1
पॉलिमिडे	3.4
पॉलिप्रोपिलीन	2.2 - 2.36
पॉलिस्टायरीन	2.4 - 2.7
कार्बन विदुषित	2.6
मायलर	3.1
इलेक्ट्रो-सक्रिय पॉलिमर	2 - 12
अभ्रक	3 - 6
सिलिकॉन डायऑक्साइड	3.9
मूर्त	4.5
पायरेक्स	4.7
निओप्रेन	6.7
निरोध	7
हिरा	5.5 - 10
लवण	3 - 15
ग्रेफाइट	10 - 15
सिलिकॉन रबर	2.9 - 4
सिलिकॉन	11.68
गास	12.4
काच	3.7 - 10
मिथेनॉल	30
एथिलीन ग्लायकॉल	37
फुरफुरल	42
टिटॅनियम डायऑक्साइड	86 - 173
स्ट्रॉन्शियम टायटॅनेट	310
बेरियम स्ट्रॉन्शियम टायटॅनेट	500
लीड झिर्कोनेट टायटॅनेट	500 - 6000
कॅल्शियम कॉपर टायटॅनेट	> 250000

## परिशिष्ट

### परिशिष्ट-अ : सूचक प्रॅक्टिकल्ससाठी साचा

- **उद्दिष्ट**  
प्रयोगाच्या उद्दीष्टाबद्दल थोडक्यात स्पष्टीकरण द्या.
- **प्रासंगिकता**  
प्रयोगाची प्रासंगिकता आपल्या शब्दात स्पष्ट करा.
- **गरजा**  
त्यांच्या योग्य स्पेसिफिकेशन्ससह सर्व आवश्यक उपकरणांची यादी करा.
- **प्रक्रिया, निरीक्षणे आणि अनुमान**  
प्रयोगाची कार्यपद्धती पायरी-पायरीने स्पष्ट करा आणि निरीक्षणांची योग्य प्रकारे नोंद घ्या. निरीक्षणांच्या आधारे काही अनुमान करायचे आहे. आपण खाली दिलेल्या टेबलसारखेच टेबल वापरू शकता:

स्टेप नं.	प्रक्रिया	पाह्याने	अनुमान
1.			
2.			
3.			

- **व्हिडिओ / ऑनिमेशन**  
शक्य असल्यास, आपण पायऱ्यांचे प्रत्यक्ष दृश्य बघण्यासाठी काही व्हिडिओ/ऑनिमेशनमधून जाऊ शकता.
- **गणना**  
आपल्या प्रयोगासाठी आवश्यक असलेल्या सर्व आवश्यक भौतिक प्रमाणांची योग्य प्रकारे गणना करा.
- **परिणाम आणि चर्चा (तुटी मोजमाप)**  
अंतिम निकाल मिळवा आणि आपल्या प्रयोगादरम्यान सादर केल्या जाऊ शकणाऱ्या तुटीच्या योग्य विचारांसह त्याबद्दल चर्चा करा.
- **निष्कर्ष**  
शेवटी प्राप्त परिणामांच्या आधारे आपला निष्कर्ष द्या.
- **प्रयोगातील विषयांचे प्रमाणीकरण**  
वास्तविक जीवनातील परिस्थितीतील प्रयोगाचा परिणाम प्रमाणित करण्याचा प्रयत्न करा.

- **आयसीटीचा वापर**

आपण उपलब्ध ऑनलाइन संसाधनांचा वापर करून अभ्यास करू शकता. हे उपयुक्त आहेत कारण वेळेची कोणतीही अडचण नाही. त्यापैकी काही खाली सूचीबद्ध (मर्यादित नाहीत) आहेत:

- ♦ <https://swayam.gov.in/>
- ♦ <https://nptel.ac.in/>
- ♦ <https://www.swayamprabha.gov.in/>

- **प्रशिक्षक आणि प्रयोगशाळा-तंत्रज्ञांसाठी टीप**

प्रयोगशाळेची तयारी, देखभाल, सुरक्षिततेच्या बाबी इत्यादींसाठी काही सामान्य आणि विशिष्ट सूचना स्वतंत्रपणे सूचीबद्ध केल्या आहेत [परिशिष्ट 5 पहा] . प्रयोगशाळा प्रशिक्षक आणि प्रयोगशाळा-तंत्रज्ञ कोणत्याही धोक्याशिवाय प्रयोगशाळा सुरळीतपणे चालविण्याच्या त्या सूचनांचे योग्य प्रकारे पालन करू शकतात.

### परिशिष्ट-ब: समूहातील प्रॅक्टिकल्स / प्रोजेक्ट्स / ऑक्टिव्हिटीजसाठी सूचक मूल्यमापन मार्गदर्शक तत्त्वे

#### संबंधित कौशल्ये प्रक्रिया

निकष आणि पातळी	विकसित करणे	लायक	कुशल
सेट-अप हाताळणे			
डेटा रेकॉर्डिंग			
वेळ व्यवस्थापन			
टीम वर्क			
वैयक्तिक कार्य			
सुरक्षिततेची खबरदारी			

#### उत्पादनाशी संबंधित कौशल्ये

निकष आणि पातळी	विकसित करणे	लायक	कुशल
संतुष्ट			
संशोधन/सर्वेक्षण			
नवीनतम तंत्रज्ञानाचा वापर			
विषयावर एकाग्रता			
तयारी			
सादरीकरणाचा आत्मविश्वास			
पीपीटी बनवण्याच्या कौशल्यासह आयसीटीचा वापर			
वेळ व्यवस्थापन			
गट प्रयत्न			
वैयक्तिक प्रयत्न			

### परिशिष्ट-क: ब्लूमच्या पातळीशी संरेखित मूल्यांकन

ब्लूमची टॅक्सोनोमी – या पुस्तकासाठी प्रश्नांच्या विकासासाठी खालील दोन श्रेणींमध्ये समाविष्ट केले गेले आहे:

श्रेणी 1 प्रश्न	श्रेणी 2 प्रश्न - उच्च क्रम विचार कौशल्य
ब्लूमची पातळी 1: लक्षात ठेवा	ब्लूमची पातळी 4: विश्लेषण
ब्लूमची पातळी 2: समजून घ्या	ब्लूमची पातळी 5: मूल्यमापन करा
ब्लूमची पातळी 3 : लागू करा	ब्लूमची पातळी 6: तयार करा

### परिशिष्ट-ड: प्रात्यक्षिक नोंदी

अ. क्र.	पृष्ठ क्र.	प्रयोगाचे नाव	तारीख			गुण	सही
			वास्तविक	पुन्हा करा	टिप्पण्या		
1.		दिलेल्या डायइलेक्ट्रिकचा डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट शोधणे					
2.		फॅराडेच्या नियमाचा आणि लेन्झच्या इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इंडक्शनच्या नियमाचा अभ्यास					
3.		बी-एच कव्ह वापरून मॅग्नेटिक पदार्थाच्या एनर्जी लॉसची गणना करणे					
4.		हॉल इफेक्ट प्रयोगाचा वापर करून सेमीकंडक्टर नमुन्याचे हॉल कोइफीशीएन्ट आणि कॅरीअर कॉन्सन्ट्रेशनचे मोजमाप					
5.		एलसीआर सर्किट मालिकेच्या रेझोनान्स स्थितीचा अभ्यास					
6.		जे. जे. थॉमसन यांच्या पद्धतीद्वारे इलेक्ट्रॉनच्या स्पेसिफिक चार्ज (ई/एम) शोधणे					
7.		हेल्महोल्ट्झ कॉइलवापरून मॅग्नेटिक फील्ड भिन्नतेचा अभ्यास					

## अनुलग्नके

### अनुलग्नक-1: काही महत्वाची सेकंड ऑर्डर डीफरेंशीयल समीकरणे

**इलेक्ट्रोस्टॅटिक क्षमता:** इलेक्ट्रोस्टॅटिक क्षमता  $V$  चार्ज डिस्ट्रिब्यूशनमुळे स्पेस व्हेरिएबल्स  $x, y$  आणि  $z$  चे फंक्शन आहे. समीकरण जे ठरवते  $V$  हे सुप्रसिद्ध पार्शियल डीफरेंशीयल समीकरण आहे.

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) V = 4\pi\rho$$

इथे  $\rho = \phi(x, y, z)$ , हे चार्ज डिस्ट्रिब्यूशन आहे.

समीकरण  $\nabla^2 V = 4\pi\rho$  इलेक्ट्रोस्टॅटिकमधील पॉयसन समीकरण आहे.

तथापि हे क्षेत्र चार्ज फ्री असेल, तर  $\rho = 0$ .

$$\therefore \nabla^2 V = 0$$

हे इलेक्ट्रोस्टॅटिकमधील लाप्लासचे समीकरण आहे आणि

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \sum \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

याला लॅपलियन ऑपरेटर आहे किंवा फक्त लॅपलियन म्हणतात.

**वेव्हचे प्रपोगेशन:** जेव्हा एखादी भौतिक राशी वेव्हच्या रूपात प्रपोगेट होते, तेव्हा ती  $x, y, z$  (स्पेस कोऑर्डिनेट) आणि  $t$  (वेळ/काळ) यांचे फंक्शन असते.

$$\therefore \psi = \phi(x, y, z, t)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = c^2 \nabla^2 \psi \text{ ह्या समीकरणाचे } \psi \text{ ने समाधान होते.}$$

इथे  $c$  वेव्ह प्रपोगेशनचा वेग आहे. याला वेव्ह इन्केशन म्हणून ओळखले जाते.

इलास्टिक वेव्हजकरीता,  $\psi$  विस्थापनाचा घटक (component) आहे परंतु इलेक्ट्रो मॅग्नेटिक वेव्हजसाठी  $\psi$  इलेक्ट्रिक किंवा मॅग्नेटिक इन्टेन्सिटीचा कंपोनेंट आहे.

**मॅक्सवेलची फील्ड समीकरणे:** ही समीकरणे इलेक्ट्रिक किंवा मॅग्नेटिक इन्टेन्सिटी  $E$  आणि  $H$  व्हेक्टरचा समावेश असलेल्या भिन्न समीकरणांचा एक संच आहे आणि इलेक्ट्रिक चुंबकत्वाच्या सर्व समस्यांमध्ये मूलभूत महत्त्व आहे.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$



### अनुलग्नक-2: लाप्लेसच्या समीकरणाचे सोल्यूशन

3-D कार्टेसियन रूप: आपण,

$$u(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$$

हे खालील 3-D (कार्टेसियन) लाप्लेसच्या समीकरणाचे सोल्यूशन म्हणून गृहीत धरू.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

$u(x, y, z)$  वरील समीकरणात ठेऊन आणि संपूर्ण समीकरणाला  $xyz$  ने भागून आपल्याला खालील समीकरण मिळते,

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0$$

हा संबंध खालील स्वरूपाचा आहे

$$f_1(x) + f_2(y) + f_3(z) = 0$$

$x, y, z$  एकमेकांपासून स्वतंत्र आहे, आणि जर  $f_1, f_2, f_3$  कॉन्स्टंट फंक्शन नसतील तोपर्यंत हे खरे ठरणार नाही.  $k^2, l^2, -(k^2 + l^2)$  हे स्थिर घेऊन अनुक्रमे, आपल्याला खालील समीकरणे मिळतात

$$\frac{d^2 X}{dx^2} - k^2 X = 0$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} - l^2 Y = 0$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + (k^2 + l^2) Z = 0$$

जिथे  $k^2, l^2$  वास्तविक किंवा गुंतागुंतीचे (real or complex) असू शकते.

त्यांचे संबंधित सोल्यूशन खालीलप्रमाणे राहतील,

$$X = Ae^{kx} + Be^{-kx}$$

$$Y = Ce^{ly} + De^{-ly}$$

$$Z = E \cos \sqrt{k^2 + l^2} z + F \sin \sqrt{k^2 + l^2} z$$


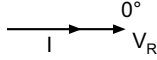
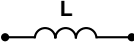
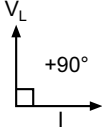
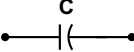
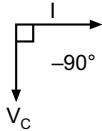
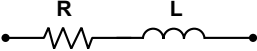
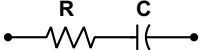
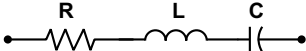
$$\therefore u = XYZ = (Ae^{kx} + Be^{-kx})(Ce^{ly} + De^{-ly})(E \cos \sqrt{k^2 + l^2} z + F \sin \sqrt{k^2 + l^2} z)$$

### अनुलग्नक-3: सिरिज आरएलसी सर्किट फेज अँगल

सर्किटचा फेज अँगल ( $\phi$ ) नेहमी सर्किटचा प्रवाह आणि उपयोजित व्होल्टेज स्रोत वेगळे करणारा कोन असतो, ज्याचा सारांश खालीलप्रमाणे लिहिता येईल.

- जेव्हा इन्डक्टिव्ह रिअॅक्टन्स आणि परिणामी इन्डक्टरवरील व्होल्टेज हे कॅपॅसिटिव्ह रिअॅक्टन्स आणि त्यावरील परिणामी व्होल्टेजपेक्षा जास्त असते, तेव्हा सिरिज आरएलसी सर्किट इन्डक्टिव्ह होईल आणि फेज अँगल पॉजिटिव्ह होईल.
- जेव्हा कॅपॅसिटरमध्ये कॅपॅसिटिव्ह रिअॅक्टन्स आणि परिणामी व्होल्टेज हे इन्डक्टिव्ह रिअॅक्टन्स आणि परिणामी व्होल्टेज पेक्षा जास्त असते, तेव्हा एक सिरिज आरएलसी सर्किट कॅपॅसिटिव्ह होईल आणि फेज अँगल निगेटिव्ह होईल.

**टेबल A1:** वेगवेगळ्या सर्किट घटकांसाठी इंडक्टन्स आणि फेज अँगल

Circuit Elements	Impedance $Z$	Phase Angle ( $\phi$ )
	$Z = R$	
	$Z = X_L$	
	$Z = X_C$	
	$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	Positive, between $0^\circ$ and $90^\circ$
	$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	Negative, between $-90^\circ$ and $0^\circ$
	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	Negative if $X_C > X_L$ Positive if $X_C < X_L$

#### अनुलग्नक-4: लिजेंडरे पॉलिनोमियल्स

द लिजेंडरे पॉलिनोमियल्स  $P_n(u)$  क्रमाने  $n$  खालील निर्मिती कार्याद्वारे परिभाषित केले जाऊ शकते:

$$\frac{1}{\sqrt{1+h^2-2hu}} = \sum_{n=0}^{\infty} h^n P_n(u)$$

जिथे  $|h| < 1, |u| < 1$

हे पहिले 5 लेजेंडरे पॉलिनोमिअल आहेत:

$$P_0(u) = 1$$

$$P_1(u) = u$$

$$P_2(u) = \frac{3u^2 - 1}{2}$$

$$P_3(u) = \frac{5u^3 - 3u}{2}$$

$$P_4(u) = \frac{35u^4 - 30u^2 + 3}{8}$$

काही लिजेंडरे पॉलिनोमिअल सूत्रातही  $n = -1$  निर्देशांक होऊ शकतो. या निर्देशांकासाठी सूत्रे वैध असण्यासाठी, यासाठी खालील कन्वेन्शनचा वापर करावा लागेल

$$P_{-1}(u) = P'_{-1}(u) = P''_{-1}(u) = 0$$

जिथे  $P_n = P_n(u)$  चे लिजेंडरे पॉलिनोमियालचे पहिले आणि दुसरे डेरिव्हेटिव्ह  $P'_n = P'_n(u)$  आणि  $P''_n = P''_n(u)$  दर्शवतात.

लिजेंडरे पॉलिनोमिअलची विशेष मूल्ये खालील आहेत:

$$P_n(1) = 1$$

$$P_n(-1) = (-1)^n$$

$$P_{2n+1}(0) = 0$$

$$P_{2n}(0) = (-1)^n \frac{2n!}{(2^n n!)^2}$$

$$P'_n(\pm 1) = (\pm 1)^{n+1} \frac{n(n+1)}{2}$$

लिजेंडरेच्या वेगवान गणनासाठी खालील 2 पुनरावृत्ती संबंधांची (recurrence relations) शिफारस केली जाते बहुपदी (polynomial) आणि त्यांचे पहिला डेरीव्हेटीव्ह ( $n > 1$  साठी):

$$P_n = 2uP_{n-1} - P_{n-2} - (uP_{n-1} - P_{n-2}) / n$$

$$P'_n = 2uP'_{n-1} - P'_{n-2} + (uP'_{n-1} - P'_{n-2}) / (n-1)$$

$$P'_0(u) = 0, P'_1(u) = 1 \text{ सह}$$

खालील पुनरावृत्ती संबंध (recurrence relation) कोणत्याही हायर डेरीव्हेटीव्हसाठी वैध आहे.

$$P_n^{(m)} = \frac{d^m P_n}{du^m} \text{ (for } n > m \text{)}$$

$$P_n^{(m)} = 2uP_{n-1}^{(m)} - P_{n-2}^{(m)} + \frac{2m-1}{n-m} (uP_{n-1}^{(m)} - P_{n-2}^{(m)})$$

लिजेंडरे पॉलिनोमिअलशी संबंधित खालील पुनरावृत्ती संबंध (recurrence relation) अॅनालिटीकल आणि नुमेरिकल अभ्यासासाठी फार महत्त्वपूर्ण आहे.

इतर अनेक संमिश्र पुनरावृत्ती संबंध आहेत ज्यात दोन्ही  $P_n$  आणि  $P'_n$  असतात

$$nP_n = uP'_n - P'_{n-1}$$

$$(n+1)P_n = P'_{n+1} - uP'_n$$

$$(2n+1)P_n = P'_{n+1} - P'_{n-1}$$

$$(1-u^2)P'_n = n(P_{n-1} - uP_n)$$

$$(1-u^2)P'_n = (n+1)(uP_n - P_{n+1})$$

वरील समीकरणे  $u$  करिता डीफरनशीएट करून  $P''_n$  असणारे उपयुक्त संबंध प्राप्त करू शकतो.

$$(1-u^2)P''_n = (n+2)uP'_n - nP'_{n+1}$$

$$(1-u^2)P''_n = (n+1)P'_{n-1} - (n-1)uP'_n$$

$$(1-u^2)P''_n = 2P'_{n-1} - n(n-1)P_n$$

$$(1-u^2)P''_n = 2P'_{n+1} - (n+1)(n+2)P_n$$

### अनुलग्नक-5: मोजमापात वेगवेगळ्या प्रकारच्या चुका

#### विज्ञान आणि तंत्रज्ञानात मोजमाप आणि त्याचे महत्त्व

मोजमाप संख्यात्मक मूल्यांचा वापर करून वास्तविक वेळेच्या प्रणालीशी संबंधित प्रमाणदर्शित करते. अचूक मोजमापासाठी खालील आवश्यकता आहेत:

1. उपकरणे अचूक असली पाहिजेत,
2. वापरलेली पद्धत व्यवहार्य असणे आवश्यक आहे आणि
3. वापरलेल्या मानकाची योग्य व्याख्या केली पाहिजे.

विज्ञान आणि तंत्रज्ञानात व्यावहारिक पुराव्यासह वास्तविक मोजलेल्या मूल्यांच्या उपलब्धतेशिवाय प्रगतीला फारसे महत्त्व नाही. व्हेरिफाईबल निश्चित करण्यासाठी एक उपकरण एक साधन म्हणून ओळखले जाते. हे मानवांना अज्ञात प्रमाणाची मूल्ये मोजण्यासाठी मदत करते. एक वाद्य इलेक्ट्रॉनिक, यांत्रिक किंवा इलेक्ट्रिक असू शकते. काळाच्या संदर्भात मोजलेल्या प्रमाणाच्या भिन्नतेच्या प्रमाणावर आधारित, एखाद्या उपकरणाची स्थिर किंवा गतिशील वैशिष्ट्ये असू शकतात.

#### मोजमापातील त्रुटी

जर कोणत्याही मापदंडाचे मोजमाप करण्यासाठी आदर्श अटी लागू केल्या गेल्या, तर वेगवेगळ्या घटकांचे सरासरी विचलन शून्य असते. मोजलेल्या मूल्यांच्या या अनंत संख्येची सरासरी खरे मूल्य (true value) म्हणून ओळखली जाते. परंतु हे काल्पनिक आहे कारण निगेटिव्ह आणि पॉजिटिव्ह विचलन व्यवहारात एकमेकांना रद्द करत नाहीत. आदर्श परिस्थितीत मिळालेले मोजलेले मूल्य हे खरे मूल्य किंवा सर्वोत्तम मोजलेले मूल्य मानले जाते. वास्तविक मूल्य आणि खरे मूल्य यांच्यातील फरकाला त्रुटी म्हणतात.

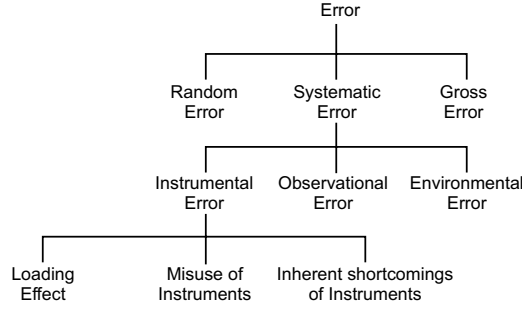
#### त्रुटीचे प्रकार

सिस्टमॅटीक त्रुटी ढोबळमानाने तीन श्रेणींच्या असतात;

1. उपकरणीय त्रुटी,
2. पर्यावरणीय त्रुटी आणि
3. निरीक्षणात्मक त्रुटी.

उपकरणांमधील त्रुटी, उपकरणांचा अयोग्य वापर किंवा उपकरणांच्या लोडिंग इफेक्टमुळे उपकरणीय त्रुटी होतात. सद्दोष पद्धतीने तयार केलेले उपकरण, कॅलिब्रेशन किंवा उपकरणाचे ऑपरेशन यामुळे काही अंगभूत चुका होऊ शकतात. तापमान, आर्द्रता, धुळ, कंपन किंवा बाह्य मॅग्नेटिक किंवा इलेक्ट्रोस्टॅटिक क्षेत्रांचे परिणाम या उपकरणाच्या बाह्य परिवेशी परिस्थितीमुळे पर्यावरणीय चुका होतात. काही लहान यादृच्छिक घटकांमुळे चुका होतात ज्या एका मोजमापापासून दुसऱ्या मापनात कमी जास्त होतात.

कोणत्याही उपकरणाचा उत्पादक विशिष्ट अचूकता परिभाषित करतो जो पदार्थाच्या प्रकारावर आणि उपकरण तयार करण्याच्या प्रयत्नांवर अवलंबून असतो. ही अचूकता नाममात्र मूल्यापासून विशिष्ट विचलनात परिभाषित केली जाते. या विचलनांच्या मर्यादाना मर्यादा त्रुटी असे म्हटले जाते. विशिष्ट नाममात्र मूल्यात त्रुटीचे प्रमाण म्हणजे सापेक्ष मर्यादा त्रुटी असे म्हणतात. उपकरणाचे वाचन किंवा कोणतेही मोजमाप रेकॉर्ड करण्यात मॅन्युअल त्रुटीना प्रयोगादरम्यान उद्भवणारे ग्राँस एरर्स म्हणून ओळखले जाते. कोणत्याही वैज्ञानिक मापनातील त्रुटी आकृती A.1. मध्ये सादर केलेल्या वेगवेगळ्या स्त्रोतांमधून असू शकतात. अनेक स्त्रोतांसाठी उपकरण वाचनाच्या दोषात्मक अभ्यासामुळे निरीक्षणात्मक चुका होऊ शकतात. दुसरीकडे, पर्यावरणीय चुका मापन उपकरणांच्या बाहेरील परिस्थितीमुळे होतात, बहुतांशी तापमानाचा परिणाम, बल, आर्द्रता, घाण, कंपन.



आकृती A.1: मोजमापातील त्रुटी

उपकरणांची एक अंगभूत मर्यादा आहे त्यांच्या यांत्रिक व्यवस्थेमुळे.

### गणना मोजमापातील त्रुटी

या त्रुटींचे तीन प्रकारांमध्ये वर्गीकरण केले जाते:

1. निरपेक्ष त्रुटी,
2. सापेक्ष त्रुटी, आणि
3. टक्केवारीतील त्रुटी.

वास्तविक आणि मोजलेल्या प्रमाणांच्या मूल्यांमधील फरक म्हणून निरपेक्ष त्रुटीची व्याख्या केली जाते.

जर आपण मोजलेले मूल्य दर्शवितो  $V_A$  आणि नेमके मूल्य  $V_E$  मग आपल्याला माहिती आहे.

$$\text{निरपेक्ष त्रुटी} = |V_A - V_E|$$

$$\begin{aligned} \text{सापेक्ष त्रुटी} &= \frac{\text{Absolute error}}{\text{Actual error}} \\ &= \frac{|V_A - V_E|}{V_E} \end{aligned}$$

$$\text{टक्केवारीतील त्रुटी (\%)} = \frac{|V_A - V_E|}{V_E} \times 100$$

**उदाहरण:** एक लांबी 6.8 सेंमी म्हणून मोजली गेली परंतु निरपेक्ष लांबी 6.74 सेंमी होती. निरपेक्ष, सापेक्ष आणि टक्केवारीच्या चुका शोधा.

**उत्तर:** ते पाहता  $V_A = 6.8$  सेंमी आणि  $V_E = 6.74$  सेंमी.

$$\begin{aligned} \text{निरपेक्ष त्रुटी} &= |V_A - V_E| \\ &= |6.8 - 6.74| = 0.06 \text{ सेंमी.} \end{aligned}$$

$$\text{सापेक्ष त्रुटी} = \frac{|V_A - V_E|}{V_E} = \frac{0.06}{6.74} = 0.0089$$

$$\text{टक्केवारीतील त्रुटी (\%)} = \frac{|V_A - V_E|}{V_E} \times 100 = \frac{0.06}{6.74} \times 100 = 0.89\%$$

### अंकगणितीय सरासरी मूल्य

यादृच्छिक (random) लुटी कमी करण्यासाठी मोजमापांची पुनरावृत्ती केली जाते आणि सरासरी मूल्य मोजलेल्या प्रमाणाचे योग्य मूल्य म्हणून घेतले जाते. अंकगणितीय सरासरी मूल्य सर्वात अचूक वाचनाच्या अगदी जवळ असेल. निरीक्षणाची संख्या घेतली तर 'n' वेळा, यादृच्छिक लुटी  $\frac{1}{n}$  पट कमी होते

समजा  $a_1, a_2, a_3 \dots, a_n$  आहे  $n$  भौतिक प्रमाणाचे वेगवेगळे मोजलेले वाचन. सर्वात अचूक मूल्य म्हणजे त्याचे अंकगणितीय सरासरी मूल्य जे खालीलप्रकारे प्राप्त केले जाऊ शकते,

$$a_{mean} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

### निरपेक्ष लुटी

प्रमाणाचे खरे मूल्य आणि मोजलेले मूल्य यांच्यातील फरकाची इन्टेन्सिटी मापनातील निरपेक्ष लुटी म्हणून ओळखली जाते. प्रमाणाचे खरे मूल्य माहीत नसल्यामुळे मोजलेल्या मूल्यांचे अंकगणिताचे अर्थ खरे मूल्य म्हणून घेतले जाते.

जर  $a_1, a_2, \dots$  विशिष्ट प्रमाणात मोजलेली मूल्ये आहेत, लुटी  $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots$  मोजमापात आहेत

$$\Delta a_1 = a_{mean} - a_1$$

$$\Delta a_2 = a_{mean} - a_2$$

$$\Delta a_3 = a_{mean} - a_3$$

$$\Delta a_4 = a_{mean} - a_4 \quad \text{इत्यादी}$$

सर्व निरपेक्ष लुटींचे अंकगणिती अर्थ मापनातील अंतिम निरपेक्ष लुटी मानले जाते आणि त्याला सरासरी निरपेक्ष लुटी म्हणतात. एकाच मोजमापात मिळणारे मूल्य श्रेणीत असू शकते:  $a_{mean} \pm \Delta a_{mean}$

### सापेक्ष लुटी

निरपेक्ष लुटीचे प्रमाण मोजलेल्या प्रमाणाच्या खऱ्या मूल्याशी संबंधित लुटी किंवा अंशतः लुटी म्हणून ओळखले जाते. अंकगणित म्हणजे मूल्य हे खरे मूल्य म्हणून घेतले जात असल्याने सापेक्ष लुटी व्यक्त करता येते,

$$\text{सापेक्ष चूक, } \delta a = \frac{\Delta a_{mean}}{a_{mean}}$$

### टक्केवारीतील लुटी

टक्केवारीत व्यक्त केल्यावर ही सापेक्ष चूक आहे. अशा प्रकारे, आपल्याकडे आहे,

$$\text{टक्केवारीतील लुटी} = \frac{\Delta a_{mean}}{a_{mean}} \times 100\%$$

**उदाहरण:** वायरच्या त्रिज्यांचे लागोपाठ मोजलेले रीडिंग स्कू गेज वापरून अनुक्रमे 1.21 मिमी, 1.19 मिमी, 1.20 मिमी, 1.18 मिमी आणि 1.17 मिमी असेल तर, मोजमापातील निरपेक्ष चूका आणि सापेक्ष लुटी निश्चित करा.

$$\text{उत्तर: अंकगणितीय सरासरी मूल्य आहे, } a_{mean} = \frac{1.21 + 1.19 + 1.20 + 1.18 + 1.17}{5} = 1.19 \text{ mm}$$

टेबल A.2: मोजमापातील त्रुटी

$a_{mean}$ आणि $mm$ मध्ये मोजलेले मूल्य यातील फरक	मिमीमध्ये त्रुटीची इन्टेन्सिटी
$1.21 - 1.19 = 0.02$	0.02
$1.19 - 1.19 = 0.00$	0.00
$1.20 - 1.19 = 0.01$	0.01
$1.18 - 1.19 = -0.01$	0.01
$1.17 - 1.19 = -0.02$	0.02

$$\text{निरपेक्ष चुकांची सरासरी, } \Delta a_{mean} = \frac{0.02 + 0.00 + 0.01 + 0.01 + 0.02}{5} = 0.016\text{mm}$$

$$\text{सापेक्ष चूक, } \delta a = \frac{\Delta a_{mean}}{a_{mean}} = \frac{0.016}{1.19} = 0.0134$$

$$\text{टक्केवारीतील त्रुटी} = \frac{\Delta a_{mean}}{a_{mean}} \times 100\% = \pm 1.34\%$$

### त्रुटींचे संयोजन

काही मोजमापांची सांगड घालून प्रमाण प्राप्त केल्यास त्या मापनातील त्रुटी कोणत्या ना कोणत्या मार्गाने एकत्रित करता येतात.

### प्रमाणांच्या बेरजेत त्रुटी

आपण A आणि B दोन राशींचा विचार करू ज्यांचे मूल्य  $A \pm \Delta A$  आणि  $B \pm \Delta B$  आहे. आणि  $\Delta A$  आणि  $\Delta B$  मोजमापातील निरपेक्ष चुका आहेत.

$Z = A + B$  या बेरजेत समाज  $\Delta Z$  ही त्रुटी निश्चित करण्यासाठी,

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B) = A + B \pm \Delta A \pm \Delta B$$

मूल्यात जास्तीत जास्त संभाव्य त्रुटी  $Z$  आहे,

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

म्हणून जेव्हा दोन राशी जोडल्या जातात, तेव्हा परिणामातील निरपेक्ष त्रुटी म्हणजे मोजलेल्या प्रमाणात निरपेक्ष त्रुटींची बेरीज.

### प्रमाणांच्या फरकात त्रुटी

आपण A आणि B दोन राशींचा विचार करू ज्यांचे मूल्य  $A \pm \Delta A$  आणि  $B \pm \Delta B$  आहे. आणि  $\Delta A$  आणि  $\Delta B$  मोजमापातील निरपेक्ष चुका आहेत.

त्रुटी निश्चित करण्यासाठी  $\Delta Z$  जे  $Z = A - B$  हा फरक शोधताना गृहीत धरू.

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) - (B \pm \Delta B) = A - B \pm \Delta A \pm \Delta B$$

म्हणून  $Z$  च्या मूल्यातील जास्तीत जास्त संभाव्य त्रुटी दिली जाते

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B.$$

म्हणून जेव्हा दोन राशी वजा केल्या जातात, तेव्हा परिणामातील निरपेक्ष त्रुटी म्हणजे मोजलेल्या प्रमाणात निरपेक्ष त्रुटींची बेरीज.



**प्रमाणांच्या गुणाकाराच्या लुटी**

आपण A आणि B दोन राशींचा विचार करू ज्यांचे मूल्य  $A \pm \Delta A$  आणि  $B \pm \Delta B$  आहे. आणि  $\Delta A$  आणि  $\Delta B$  मोजमापातील निरपेक्ष चुका आहेत.

$\Delta Z$  लुटी मिळविण्यासाठी  $Z=AB$  या गुणाकाराचा विचार करू.

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) (B \pm \Delta B) = AB \pm A\Delta B \pm B\Delta A \pm \Delta A\Delta B$$

डाव्या बाजूला  $Z$  ने उजवी कडे  $AB$  ने भागून,

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A\Delta B}{AB}$$

जास्तीत जास्त अंशतः लुटी  $Z$  आहे,

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B}$$

( $\Delta A$  आणि  $\Delta B$  लहान आहेत, त्यांचा गुणाकार  $\frac{\Delta A\Delta B}{AB}$  खूप लहान आहेत आणि त्याकडे दुर्लक्ष केले जाऊ शकते)

म्हणून जेव्हा दोन राशी गुणल्या जातात, तेव्हा परिणामातील अंशात्मक लुटी म्हणजे मोजलेल्या प्रमाणात अंशतः लुटीची बेरीज असते.

**प्रमाणांच्या भागाकारातील लुटी**

आपण A आणि B दोन राशींचा विचार करू ज्यांचे मूल्य  $A \pm \Delta A$  आणि  $B \pm \Delta B$  आहे. आणि  $\Delta A$  आणि  $\Delta B$  मोजमापातील निरपेक्ष चुका आहेत.

लुटी शोधण्यासाठी  $\Delta Z$  ते कोशंटमध्ये होऊ शकते  $Z = \frac{A}{B}$  आपण विचार करतो.

$$Z \pm \Delta Z = \frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B}$$

अशाच प्रकारे, आपल्याकडे असलेल्या सोडवण्यामध्ये जास्तीत जास्त अंशतः लुटी  $Z$  म्हणून

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B}$$

म्हणून जेव्हा दोन मात्रा विभागल्या जातात, तेव्हा परिणामातील अंशतः लुटी म्हणजे मोजलेल्या प्रमाणात अंशतः लुटीची बेरीज असते.

हे दर्शविते की जास्तीत जास्त टक्केवारीतील लुटी  $Z$  जास्तीत जास्त टक्केवारीच्या लुटीची बेरीज आहे A आणि जास्तीत जास्त टक्केवारीत लुटी B.,

$$\frac{\Delta Z}{Z} \times 100 = \frac{\Delta A}{A} \times 100 + \frac{\Delta B}{B} \times 100$$

जेव्हा शक्तीपर्यंत प्रमाण वाढवले जाते तेव्हा लुटी

लुटी  $\Delta Z$  जी प्रमाण वाढवताना होऊ शकते nth शक्ती प्रमाणातील अंशांक लुटीच्या वेळा आहे म्हणजे.जर  $Z = A^n$ ,

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta A}{A}$$

झेडमधील जास्तीत जास्त टक्केवारीतील लुटी असे लिहिले जाऊ शकते,

$$\frac{\Delta Z}{Z} \times 100 = n \times \frac{\Delta A}{A}$$

### पद्धतशीर चुका

मापन उपकरणातील दोषामुळे पद्धतशीर चुका होतात. त्यांना शून्य लुटी म्हणूनही संबोधले जाते - एक पॉजिटिव किंवा निगेटिव्ह चूक. मोजमाप उपकरणाच्या दुरुस्तीनंतर या लुटी अलिप्त केल्या जाऊ शकतात. या लुटींचे विविध प्रकारात वर्गीकरण केले जाते.

पद्धतशीर चुकांचे वर्गीकरण असे केले जाते:

- उपकरणीय लुटी
- पर्यावरणीय लुटी
- निरीक्षणात्मक लुटी
- सैद्धांतिक चूक
- पॅरालॅक्स चूक

उपकरणांमध्ये वाचनाच्या चुकीच्या निरीक्षणांमुळे ही चूक होते. चुकीची निरीक्षणे पॅरालॅक्समुळे असू शकतात. आरशाच्या तराजूसह प्रदान केलेले अत्यंत अचूक मीटर पॅरालॅक्स लुटी कमीत कमी करण्यासाठी आवश्यक आहे.

### यादृच्छिक चुकांचा अंदाज घेणे

विशिष्ट मोजमापात यादृच्छिक लुटीचा अंदाज घेण्यास अनेक मार्ग आहेत. सर्वात सोपा मार्ग म्हणजे दिलेल्या प्रमाणाच्या मोजमापांची मालिका करणे (समजा,  $x$ ) आणि सरासरी आणि प्रमाणित विचलन मोजा ( $\bar{x}$  आणि  $\sigma_x$ ) या डेटावरून.

सरासरी  $\bar{x}$  अशी व्याख्या केली जाते,

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i$$

जिथे  $x_i$  हे  $i$  वे मोजमाप आहे,  $N$  मोजमापांची संख्या आहे

स्टॅंडर्ड डेव्हिएशन खालील प्रकारे दिल्या जाते ,

$$\sigma_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

## अनुलग्नक-6: काही सामान्य आणि विशिष्ट सूचना प्रयोगशाळेत काम करताना

### महत्वाच्या सूचना

1. प्रयोगशाळेत शांतपणे आणि सावधपणे काम करा. विश्वासू मोजमाप घेणे हा कोणताही प्रयोग करण्याचा मुख्य उद्देश लक्षात ठेवा.
2. तुमच्या जोडीदारासोबत सर्व पायऱ्यासह नेहमी समान काम सामायिक करा.
3. सादरीकरण पैकी डेटा इन टॅब्युलर फॉर्म, आलेख आणि गणना बरोबर पाहिजे आणि प्रामाणिकपणे केले पाहिजे.
4. प्रायोगिक डेटा रेकॉर्ड करण्याच्या आणि प्रतिनिधित्व करताना नेहमीच प्रामाणिक रहा.
5. हे लक्षात ठेवणे खूप महत्वाचे आहे की कधीही रीडिंग बनवू नका किंवा सिद्धांतानुसार आलेखाचा चांगला फिट होण्यासाठी चुकीच्या पद्धती वापरू नका. जर कोणतेही वाचन चुकीचे दिसले, तर आपल्याला पुन्हा लुटीचा स्रोत शोधण्यासाठी मोजमाप पुन्हा करा.
6. प्रयोगातून मिळालेल्या सर्व डेटाचा योग्य आलेख रेखाटण्याच्या वेळी वापर करा.
7. भौतिकशास्त्राच्या सर्व महत्वाच्या क्षेत्रांमध्ये प्रयोगशाळेचे उद्दीष्ट शिकणे आणि आपण गोळा केलेल्या ज्ञानाची पडताळणी करणे हे देखील आहे. प्रयोगाचे डिझाइन वेगवेगळे चित्रण करण्याच्या उद्देशाने योग्य प्रकारे केले गेले आहे.
8. आपल्या स्वतःच्या आवडीने प्रयोग करून केवळ सर्व उत्कृष्ट मुद्द्यांशी परिचित असणे आणि आपल्याला मोजण्याच्या साधनांशी उघड करणे शक्य आहे.
9. नेहमी आपल्या आवडीने प्रयोग करा. आपण गोळा केलेल्या सैद्धांतिक ज्ञानाची पडताळणी करण्यासाठी शिकणे ही वृत्ती बाळगा.
10. असणे अगदी विशेष वेळेत पोहोचा द. प्रयोगशाळा आणि नेहमी स्पष्ट ज्ञानासह योग्य तयारीसह द. प्रयोग करणे।

### विशिष्ट सूचना

1. आपल्या प्रयोगाचा डेटा गोळा करण्यासाठी प्रयोगशाळेत काम करताना वहीत सर्व मोजलेल्या डेटाची व्यवस्थित नोंद घेणे महत्वाचे आहे.
2. वहीमध्ये दाखल केलेल्या रेकॉर्ड केलेल्या डेटाला प्रयोगशाळा सोडण्यापूर्वी आपल्या प्रशिक्षकाने पुष्टी करावी लागेल.
3. एकच प्रयोग करणाऱ्या सर्व विद्यार्थ्यांना रेकॉर्ड केलेल्या डेटाची वैयक्तिक प्रत राखावी लागते. प्रयोग करण्यासाठी येताना प्रयोगशाळेची वही नियमितपणे आणणे आवश्यक आहे.
4. प्रत्येक प्रयोगाच्या शेवटी आलेख योग्य प्रकारे काढले जाणार आहेत.
5. यासाठी आपल्याला ग्राफ पेपरच्या वापरावर ऑप्टिमाइझ कसे करावे हे माहित असणे आवश्यक आहे. लक्षात ठेवा की वारंवार सर्व डेटा एकाच आलेखपत्रिकेवर सामावून घेतला जाणार आहे.
6. संबंधित युनिट दर्शविणार् या अक्षांसह आलेखांना योग्य लेबल लावले पाहिजे.
7. प्रयोगशाळेतील कामाच्या तासांमध्ये आपण कालावधीचा पूर्णपणे वापर करणे अपेक्षित आहे आणि कामाचे तास पूर्ण होण्यापूर्वी प्रयोगशाळा सोडू नका. जर तुम्ही लवकर पूर्ण केले, तर तुम्ही उरलेला वेळ हिशेब आणि आलेख रेखाटणे पूर्ण करण्यासाठी घालवू शकता आणि त्यासाठी प्रयोगशाळेत आपण कॅल्क्युलेटर, पेन्सिल आणि स्केलने सुसज्ज असणे अपेक्षित आहे.



---

## पुढील शिक्षणासाठी संदर्भ

---

List of some of the books is given below which may be used for further learning of the subject (both theory and practical):

1. C. H. Bernard and C. D. Epp, Laboratory Experiments in College Physics, John Wiley and Sons Inc., New York, 1995.
2. G. L. Squiers, Practical Physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
3. M. H. Shamos, Great Experiments in Physics, Holt Rinehart and Winston Inc., 1959.
4. A. C. Melissions, Experiments in Modern Physics, Academic Press, New York, 1978.
5. J. Ziman, Reliable Knowledge, Cambridge University Press, Cambridge, 1978.
6. “Introductory Readings in the Philosophy of Science”, Edited by E.D. Klenke, R. Hollinger and A.D. Kline, Prometheus Books, Buffalo, New York, 1988.
7. R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, The Feynman Lectures in Physics, Vol. I, II and III, Addison Wesley, 1963.
8. A.P. French, Vibration and Waves, Arnold-Heinemann, New Delhi, 1972.
9. M. Browne, Physics for Engineering and Science, 2nd Edition, McGraw-Hill/Schaum, 2008.
10. B. Dibner, Oersted and the discovery of electromagnetism, Literary Licensing, LLC, 2012.
11. C. H. Durney and C. C. Johnson, Introduction to modern electromagnetics. McGraw-Hill, 1969.
12. D. Fleisch, A Student's Guide to Maxwell's Equations. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008.
13. I. S. Grant and W. R. Phillips, Manchester Physics, Electromagnetism, 2nd Edition, John Wiley and Sons, 2008.
14. D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, 3rd Edition, Prentice Hall, 1998.
15. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd Edition, Wiley, 1998.
16. A. Moliton, Basic electromagnetism and materials, 430 pages, New York City: Springer-Verlag New York, LLC, 2007.
17. E. M. Purcell, Electricity and Magnetism Berkeley, Physics Course Volume 2, 2nd Edition, McGraw-Hill, 1985.
18. E. M. Purcell and D. Morin, Electricity and Magnetism, 820p, 3rd Edition, Cambridge University Press, New York, 2013.

19. E. J. Rothwell and M. J. Cloud, Electromagnetics, CRC Press, 2001.
20. T. A. Beiser, Concepts of Modern Physics, 4th Edition, McGraw-Hill (International), 1987.
21. L. H. Greenberg, Physics with Modern Applications. Holt-Saunders International W.B. Saunders and Co, 1978.
22. R. G. Lerner and G. L. Trigg, Encyclopaedia of Physics, 2nd Edition, VHC Publishers, Hans Warlimont, Springer, pp. 12–13, 2005.
23. H. J. Pain, The Physics of Vibrations and Waves, 3rd Edition, John Wiley and Sons, 1984.
24. R. Penrose, The Road to Reality, Vintage books, 2007.
25. P. A. Tipler and G. Mosca, Physics for Scientists and Engineers: With Modern Physics, 6th Edition, W. H. Freeman and Co, 2008.
26. P. M. Whelan and M. J. Hodgeson, Essential Principles of Physics, 2nd Edition, John Murray, 1978.

## CO आणि PO अटेन्मेंट तक्ता

या कोर्सच्या समाप्तीनंतर कोर्ससाठीचे कोर्स आऊटकम्स (COs) यांचे प्रोग्रॅम आऊटकम्स सोबत मॅपिंग केले जाऊ शकते आणि त्या अनुषंगाने POs च्या अटेन्मेंटबाबतीत विश्लेषण केले जाऊ शकते. या संपूर्ण विश्लेषणामार्फत POs च्या अटेन्मेंटमधील तफावतीवर सुधारण्यासाठीच्या आवश्यक उपाययोजना केल्या जाऊ शकतील.

### CO आणि PO अटेन्मेंट तक्ता

कोर्स आऊटकम्स	प्रोग्रॅम आऊटकम्सचे अटेन्मेंट (1- किमान परस्परसंबंध; 2- मध्यम परस्परसंबंध; 3- घनिष्ट परस्परसंबंध)											
	PO-1	PO-2	PO-3	PO-4	PO-5	PO-6	PO-7	PO-8	PO-9	PO-10	PO-11	PO-12
CO-1												
CO-2												
CO-3												
CO-4												
CO-5												
CO-6												

या तक्त्यातील तपशीलानुसार तफावती सुधारता येतील

## सूची

### अ

अँटी-फेरोमॅग्नेटिझम, 174  
अँपिअर सर्किटल नियम, 115  
अँपिअरच्या नियमाचे अनुप्रयोग, 116  
अल्टरनेटिंग फील्डखाली डायइलेक्ट्रिकचे वर्तन, 67  
अॅटोमिक पोलरायझॅबीलीटी, 65  
अॅटोमिक पोलरायझेशन, 74

### इ

EM वेव्ह, 247  
EM वेव्हचे अँटेन्यूएशन, 268  
EM वेव्हचे रिफ्लेक्शन, 274  
EM वेव्हसाठी बॉऊंड्री कंडिशन, 271  
EM वेव्हची एनर्जी डेन्सिटी, 242  
इंटरफेसियल पोलरायझेशन, 76  
इंटेन्सिटी आणि पोटेन्शियल, 28  
इंटेन्सिटी आणि पोलरायझेशन, 68  
इंडयूस (इलेक्ट्रॉनिक) पोलरायझेशन, 72  
इनफाईनाइट चार्जड शीटमुळे असणारे  
इलेक्ट्रिक फील्ड, 23  
इन्ड्यूस् ईएमएफ, 198  
इलेक्ट्रिक डायपोल, 31  
इलेक्ट्रिक डायपोल मोमेंट, 64  
इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल कॅल्क्युलेशन, 27  
इलेक्ट्रिक पोटेन्शियल डिफरन्स, 26  
इलेक्ट्रिक पोलरायझेशन, 63  
इलेक्ट्रिक फील्ड इन्टेन्सिटी, 9  
इलेक्ट्रिक फील्ड, 19, 20, 23, 81

इलेक्ट्रिक फील्डमध्ये डायइलेक्ट्रिक पदार्थाचे वर्तन, 66  
इलेक्ट्रिक फ्लक्स, 16  
इलेक्ट्रिक संवेदनशीलता, 64  
इलेक्ट्रिकल कन्डक्टिविटी, 102  
इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक इन्डक्शन, 193  
इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक पोटेन्शियल, 245  
इलेक्ट्रोमॅग्नेटिक ब्रेकिंग, 217  
इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्ह, 263  
इलेक्ट्रोमॅग्नेटीक वेव्हचे ट्रान्सव्हर्स स्वरूप, 263  
इलेक्ट्रोस्टॅटिक फील्डचे कॉन्झरवेशन, 14  
इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल, 25  
इलेक्ट्रोस्टॅटिक पोटेन्शियल एनर्जी, 31  
इलेक्ट्रोस्टॅटिक मधील गॉस चा नियम, 16

### ए

एकजिनसीपणा, लिनीअॅरिटी आणि आयसोट्रॉपी, 68  
एडी करंटस, 216

### ओ

ओरीएन्टेशनल पोलरायझेशन, 75

### क

कंजर्वेशन ऑफ चार्जेस, 3  
कंटिन्युइटी इक्वेशन, 102  
कंडक्टिंग माध्यमात EM वेव्ह, 267  
कंडक्शन करंट, 197  
कपलिंग गुणक, 213  
करंट आणि करंट डेन्सिटी, 101



करंट कॅरिंग कंडक्टर, 113  
 कायमस्वरूपी मॅग्नेटिक डायपोल्स, 115  
 कार्टेशियन कॉर्डिनेट सिस्टम मध्ये लाप्लासचे  
 समीकरण, 36  
 कुलंबचा नियम, 4  
 कुलंबचा व्हेक्टर नियम, 6  
 कॉइलमध्ये साठवलेली एनर्जी, 214  
 कॉफी रिंग इफेक्ट, 42  
 क्युरी-वीस लॉ, 164  
 क्लॉसियस मोसोट्री संबंध, 78

## ग

गॉसचा नियम, 16  
 गॉसचा सरफेस, 17  
 गॉसच्या नियमाचा डीफरेन्शियल फॉर्म, 18  
 गॉसच्या नियमाचे अप्लिकेशन, 19  
 गॉसच्या नियमावरून कुलंबचा नियम, 24  
 ग्राउंडेड कण्डक्टिंग स्फियर, 45

## च

चार्ज डेन्सिटी, 23  
 चार्जड सिलेंडरवरील इलेक्ट्रिक-फील्ड, 19  
 चार्जड सॉलिड स्फिअरचे इलेक्ट्रिक फील्ड, 20  
 चार्जेसचे क्वान्टायझेशन, 3

## ड

डायइलेक्ट्रिक, 61  
 डायइलेक्ट्रिक कॉन्स्टंट, 70  
 डायइलेक्ट्रिक पोलरायझेशन, 63  
 डायइलेक्ट्रिक माध्यमात EM वेव्ह, 265  
 डायइलेक्ट्रिक्सचे अनुप्रयोग, 85

डायइलेक्ट्रिक्समध्ये गॉसचा नियम, 70  
 डायपोलर पोलरायझेशन, 75  
 डायमॅग्नेटिझम, 152  
 डायलेक्ट्रिक स्ट्रेथ आणि ब्रेकडाउन, 84  
 डायलेक्ट्रिक स्फीअर, 81  
 डिसप्लेसमेन्ट करंट, 233  
 डिस्ट्रीब्यूटेड चार्जेस, 28  
 डोमेन थेअरी, 165

## न

नीलची मॉलेक्युलर फिल्ड थेअरी, 174  
 नॉन-कंडक्टिंग माध्यमात EM वेव्ह, 265

## प

पॅरामॅग्नेटिझम, 152  
 पॅरामॅग्नेटिझमचे लॅजेव्हिन्स थेअरी, 159  
 पॉइंटिंग व्हेक्टर, 242  
 पॉइंटिंग सिद्धांत, 244  
 पॉइंट चार्ज, 27  
 पॉयझन आणि लाप्लास चे समीकरण, 33  
 पॉलिअॅटोमिक गॅसचे पोलरायझेशन, 77  
 पोलरायझेशन व्हेक्टर, 64  
 पोलरायझेशनचे प्रकार, 72

## फ

फॅरॅडेचा केज, 41  
 फॅरॅडेचे नियम, 194  
 फेराइट्स, 178  
 फेरिमॅग्नेटिक पदार्थ, 165  
 फेरिमॅग्नेटिझम, 153  
 फेरोमॅग्नेटिक मटेरियल्स, 165

फेरोमॅग्नेटिझम, 153

फ्री स्पेससाठी वेव्हेचे समीकरण, 261

फलक्स डेन्सिटी, 68

फ्लेमिंगचा उजव्या हाताचा नियम, 198

## ब

B, H आणि M मधील संबंध, 150

B-H कर्व्ह, 170

बायोटे-सेव्हर्ट नियम, 105

## म

मॅक्सवेलची चारही समीकरणे, 237

मॅक्सवेलच्या समीकरणांचे भौतिक महत्त्व, 241

मॅग्नेटायझेशन, 147

मॅग्नेटिक इन्डक्शन आणि इंटेंसिटी, 147

मॅग्नेटिक कॅल्क्युलेशन, 170

मॅग्नेटिक पदार्थ, 147

मॅग्नेटिक पदार्थ आणि त्यांचे वर्गीकरण, 151

मॅग्नेटिक फील्डचे कर्ल, 122

मॅग्नेटिक फील्डमध्ये फिरणारा चार्ज, 114

मॅग्नेटिक फलक्स, 147

मॅग्नेटिक फलक्स डेन्सिटी, 193

मॅग्नेटिक व्हेक्टर पोटेंशियल, 125

मॅग्नेटिक संवेदनशीलता, 148

मॅग्नेटिक स्केलर पोटेंशियल, 124

मॅग्नेटिक हिस्टेरिसिस, 170

मॅग्नेटोस्टॅटिक्स, 113

मॅग्नेटोस्टॅटिक्समध्ये गॉसचा नियम, 122

मेथड ऑफ इमेजेस, 43

मोनोऑटॉमिक गॅसचे पोलरायझेशन, 77

म्युच्युअल इंडक्टन्स, 209

म्युच्युअल इंडक्टन्सचा कोईफीशीअंट, 209

## य

युनिकनेस थिअरम, 35

## र

रचनात्मक संबंध, 70

## ल

लाप्लाशियन ऑपरेटर, 35

लाप्लासच्या समीकरणाचे अप्लीकेशन, 37

लिनीअर डायइलेक्ट्रिक माध्यम, 66

लॅन्जेविनचा डायमॅग्नेटिझमचा सिद्धांत, 156

लेन्झचा नियम, 197

लॉरेन्ट्झ फोर्स, 104

## व

वीस मोलेक्युलर फील्ड थेअरी, 166

व्हॅक्यूममधील इलेक्ट्रोस्टॅटिक्स, 1

## स

संवेदनशीलता, 64

समांतर प्लेट कॅपॅसिटर, 37

सिलेंड्रिकल कॅपॅसिटर, 40

सुपरपोजिशन प्रिन्सिपल, 7

सेल्फ इंडक्टन्स, 204

सेल्फ-इंडक्टन्सचा कोईफीशीअंट, 204

सॉफ्ट मॅग्नेटिक मटेरिअल्स, 178

स्कीन डेप्थ, 270

स्टेडी करंट, 103

स्फेरीकल कैपॅसिटर, 39

हिस्टरेसिस लॉस, 171

हुंडचा नियम, 156

## ह

हार्ड मैग्नेटिक मटेरिअल्स, 179

हिस्टरेसिस लूप, 170

