

उपयोजित भौतिक शास्त्र-I

(प्रयोगशाला नियमपुस्तिकेसह)

मीना तलाटी
विनोद कुमार यादव



KHANNA BOOK PUBLISHING CO. (P) LTD.

PUBLISHER OF ENGINEERING AND COMPUTER BOOKS

4C/4344, Ansari Road, Darya Ganj, New Delhi-110002

Phone: 011-23244447-48

Mobile: +91-99109 09320

E-mail: contact@khannabooks.com

Website: www.khannabooks.com

Dear Readers,

To prevent the piracy, this book is secured with HIGH SECURITY HOLOGRAM on the front title cover. In case you don't find the hologram on the front cover title, please write us to at contact@khannabooks.com or whatsapp us at +91-99109 09320 and avail special gift voucher for yourself.

Specimen of Hologram on front Cover title:



Moreover, there is a SPECIAL DISCOUNT COUPON for you with EVERY HOLOGRAM.

How to avail this SPECIAL DISCOUNT:

Step 1: Scratch the hologram

Step 2: Under the scratch area, your "coupon code" is available

Step 3: Logon to www.khannabooks.com

Step 4: Use your "coupon code" in the shopping cart and get your copy at a special discount

Step 5: Enjoy your reading!

ISBN: 978-93-5538-046-3

Book Code: DIP165MA

Applied Physics-I *by*

Mina Talati, Vinod Kumar Yadav

[Marathi Edition]

First Edition: 2021

Published by:

Khanna Book Publishing Co. (P) Ltd.

Visit us at: www.khannabooks.com

Write us at: contact@khannabooks.com

CIN: U22110DL1998PTC095547

To view complete list of books,
Please scan the QR Code:



Printed in India.

Copyright © Reserved

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior permission of the publisher.

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade, be lent, re-sold, hired out or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.

Disclaimer: The website links provided by the author in this book are placed for informational, educational & reference purpose only. The Publisher do not endorse these website links or the views of the speaker/ content of the said weblinks. In case of any dispute, all legal matters to be settled under Delhi Jurisdiction only.



प्रो. अनिल डी. सहस्रबुद्धे
अध्यक्ष
Prof. Anil D. Sahasrabudhe
Chairman



सत्यमेव जयते

अखिल भारतीय तकनीकी शिक्षा परिषद्

(भारत सरकार का एक सांविधिक निकाय)

(शिक्षा मंत्रालय, भारत सरकार)

नेल्सन मंडेला मार्ग, वसंत कुंज, नई दिल्ली-110070

दूरभाष : 011-26131498

ई-मेल : chairman@aicte-india.org

ALL INDIA COUNCIL FOR TECHNICAL EDUCATION

(A STATUTORY BODY OF THE GOVT. OF INDIA)

(Ministry of Education, Govt. of India)

Nelson Mandela Marg, Vasant Kunj, New Delhi-110070

Phone : 011-26131498

E-mail : chairman@aicte-india.org

प्रास्ताविक

शतकानुशतके भारतीय समाजाच्या प्रगती आणि विस्तारामध्ये अभियांत्रिकीने अत्यंत महत्त्वपूर्ण भूमिका बजावली आहे. भारतीय उपखंडात उगम पावलेल्या अभियांत्रिकी संकल्पनांचा जगावर प्रभाव पडला आहे.

ऑल इंडिया कौन्सिल फॉर टेक्निकल एज्युकेशन (एआयसीटीई) 1987 मध्ये स्थापनेपासून तंत्रशास्त्राच्या विद्यार्थ्यांना शक्य त्या सर्व प्रकारे मदत करण्यात नेहमीच आघाडीवर असते. एआयसीटीईचे ध्येय तांत्रिक शिक्षणाला प्रोत्साहन देणे आणि त्याद्वारे उद्योगाला अधिक उंचीवर नेणे आणि शेवटी आपल्या प्रिय मातृभूमी भारताला आधुनिक विकसित राष्ट्र बनण्याचे आहे. येथे हे नमूद करणे योग्य ठरेल की अभियंते आधुनिक समाजाचा कणा आहेत – चांगले अभियंते, म्हणजे चांगले उद्योग आणि चांगले उद्योग म्हणजे चांगला देश.

NEP 2020 मध्ये प्रादेशिक भाषांमध्ये सर्वांना शिक्षणाची कल्पना मांडण्यात आली आहे, ज्यामुळे प्रत्येक विद्यार्थी पुरेसा सक्षम होईल आणि राष्ट्रीय विकासासाठी योगदान देण्याच्या स्थितीत येईल याची खाली होईल.

एआयसीटीई गेल्या काही वर्षांपासून अविरतपणे काम करत असलेल्या क्षेत्रांपैकी एक म्हणजे सर्व अभियांत्रिकी विद्यार्थ्यांना विविध प्रादेशिक भाषांमध्ये तयार केलेल्या आंतरराष्ट्रीय दर्जाची पुस्तके माफक किमतीमध्ये उपलब्ध करून देणे. ही पुस्तके सोप्या भाषेत, वास्तविक जीवनातील उदाहरणे, समृद्ध सामग्री आणि बदलत्या जगाच्या उद्योगाच्या गरजा लक्षात घेऊनच तयार केलेली आहेत. ही पुस्तके अभियांत्रिकी आणि तंत्रज्ञानासाठी एआयसीटीई मॉडेल अभ्यासक्रम – 2018 नुसार आहेत.

संपूर्ण भारतातील प्रख्यात, उत्तम ज्ञान आणि अनुभव संपन्न प्राध्यापकांनी शैक्षणिक क्षेत्राच्या सोईसाठी ही पुस्तके लिहिली आहेत. एआयसीटीईला विश्वास आहे की ही पुस्तके त्यांच्या समृद्ध सामग्रीसह तांत्रिक विद्यार्थ्यांना अधिक सहजतेने आणि गुणवत्तेसह विषयांवर प्रभुत्व मिळविण्यात मदत करतील.

या अभियांत्रिकी विषयांना अधिक सुबक बनविण्याच्या प्रयत्नांसाठी एआयसीटीई मूळ लेखक, समन्वयक आणि अनुवादकांच्या मेहनतीचे कौतुक करते.

(Anil D. Sahasrabudhe)

ऋणनिर्देश

पदविका अभ्याक्रमाच्या विद्यार्थ्यांसाठी तांत्रिक पुस्तक प्रकाशित करण्यासाठी लेखक, एआयसीटीईचे सूक्ष्म नियोजन आणि अंमलबजावणी केल्याबद्दल आभारी आहेत.

पुस्तकाच्या समीक्षक सौ.मेधा शिरीष गिजरे यांनी पुस्तकाला विद्यार्थ्यांसाठी अनुकूल बनवण्यामध्ये आणि कलात्मक पद्धतीने अधिक चांगला आकार देण्यासाठी दिलेल्या अमूल्य योगदानाची आम्ही मनापासून प्रशंसा करतो.

हे पुस्तक AICTE मॉडेल अभ्यासक्रमाशी आणि राष्ट्रीय शैक्षणिक धोरण (NEP) -2020 च्या मार्गदर्शक तत्वांनुसार संरेखित आहे हे देखील आम्ही मोठ्या सन्मानाने सांगतो. प्रादेशिक भाषांमधील शिक्षणाला चालना देण्यासाठी, या पुस्तकाचे अनुसूचित भारतीय प्रादेशिक भाषांमध्ये भाषांतर केले जात आहे.

मराठी भाषेतून अनुवादात योगदान दिल्याबद्दल डॉ. संगिता ग. दाहोले आणि मराठी भाषेत समीक्षा केल्याबद्दल प्रा. सायली एम. शिंदे यांचेही आम्ही आभार मानू इच्छितो.

आम्ही श्री. बुद्धा चंद्रशेखर, CCO NEAT AICTE यांना आमचे मनापासून अभिवादन करू इच्छितो ज्यांचे AI आधारित अनुवादक साधन भाषांतराच्या उद्देशाने वापरले गेले.

शेवटी, आम्ही प्रकाशन गृह, M/s. खन्ना बुक पब्लिशिंग कंपनी प्रायव्हेट लिमिटेड, नवी दिल्ली यांचे मनापासून आभार व्यक्त करू इच्छितो, ज्याची संपूर्ण टीम प्रकाशनाच्या सर्व पैलूंवर सहकार्य करण्यास सदैव तत्पर होती जेणेकरून हा एक अद्भुत अनुभव असेल.

मीना तलाटी
विनोदकुमार यादव

प्रस्तावना

उपयोजित भौतिकशास्त्र-I आणि लॅब हे पुस्तक डिप्लोमा अभियांत्रिकी स्तरावरील मूलभूत भौतिकशास्त्र अभ्यासक्रमांच्या आपल्या शिकवण्याच्या अनुभवाचा परिणाम आहे. नवीन शिक्षण धोरण (NEP) 2020 साठी AICTE च्या आउटकम बेस्ड एज्युकेशन (OBE) मॉडेल अभ्यासक्रमाच्या आवश्यकतांनुसार आम्ही 1 वर्षाच्या डिप्लोमा अभियांत्रिकी अभ्यासक्रमांशी संबंधित भौतिकशास्त्राच्या मूलभूत विषयांचा समावेश केला आहे. या पुस्तकाची सामग्री मनोरंजक, विद्यार्थी-अनुकूल आणि सुबक ठेवण्यासाठी प्रामाणिक प्रयत्न केले गेले आहेत आणि त्याच वेळी अभियांत्रिकीच्या विद्यार्थ्यांना भौतिकशास्त्राच्या मूलभूत संकल्पना प्रकट करणे आणि समजावून सांगण्यात कोणतीही तडजोड केलेली नाही.

या पुस्तकाचे हस्तलिखित तयार करताना, आम्ही विविध मानक पाठ्यपुस्तके, शोधनिबंध आणि अहवाल यांचा विचार केला आहे आणि त्यानुसार आम्ही प्रश्न, सोडवलेले आणि पूरक समस्या समाविष्ट केल्या आहेत. या पुस्तकात विविध अडचणींच्या स्तरांचा समावेश आहे जे निश्चितपणे काही विचारशील प्रयत्नांनी सोडवले जाऊ शकतात. या पुस्तकात भौतिक घटनांची व्याख्या आणि भौतिक प्रमाण, भौतिकशास्त्राचे नियम आणि मूलभूत तत्वांच्या जलद पुनरावृत्तीसाठी अभ्यासक्रमाशी संबंधित विविध भौतिकशास्त्र सूत्रांवर भर देण्यात आला आहे. आम्ही प्रत्येक युनिटमध्ये विविध चित्रण आणि उदाहरणे देण्याचा प्रयत्न केला आहे जेणेकरून विद्यार्थी भौतिकशास्त्राच्या संकल्पनांचा योग्य अर्थ घेऊ शकेल ज्याशी विद्यार्थी संबंधित असू शकेल. संकल्पनांच्या अधिक स्पष्टीकरणासाठी, आम्ही वाजवी वापर धोरणे आणि क्रिएटिव्ह कॉमन्स परवाने अंतर्गत उपलब्ध आकडेवारी आणि आकृत्या वापरल्या आहेत.

हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की, आम्ही प्रत्येक युनिटच्या शेवटी अभ्यासक्रमानुसार संबंधित बारा प्रयोगशाळा व्यावहारिक समाविष्ट केल्या आहेत. याव्यतिरिक्त, आम्ही संलग्नक विभागात काही आवश्यक सूत्रे आणि युनिट्सचे रूपांतरण एकत्र केले आहे. प्रत्येक युनिटमध्ये, अभ्यासक्रमाच्या मर्यादित विषयांच्या स्वयं-शिकण्याच्या वापरकर्त्यांच्या इच्छेला समर्थन आणि प्रोत्साहन देण्यासाठी व्हिडिओ आणि/सिम्युलेशन दुवे देण्यात आले आहेत.

आम्हाला मनापासून आशा आहे की हे पुस्तक कुतूहल निर्माण करेल आणि विद्यार्थ्यांना त्यांच्या मूळ विषयांशी संबंधित समस्यांचे निराकरण करण्यासाठी भौतिकशास्त्राच्या मूलभूत तत्वांचा अभ्यास, चर्चा आणि वापर करण्यास प्रेरित करेल. वाचकांच्या फायदेशीर टिप्पण्या आणि सूचना पुस्तकाच्या भविष्यातील आवृत्त्या सुधारण्यात मोठी भूमिका बजावतील. 1 वर्षाच्या डिप्लोमा अभियांत्रिकीसाठी 'टेक्निकल बुक रायटिंग स्कीम' अंतर्गत लिहिलेले हे पुस्तक शिक्षक आणि विद्यार्थ्यांच्या हातात देताना आम्हाला खूप आनंद होतो.

मीना तलाटी
विनोदकुमार यादव

फलित आधारित शिक्षण

डिप्लोमा अभियांत्रिकी विद्यार्थ्यांसाठी निकालावर आधारित शिक्षणाच्या अंमलबजावणीसाठी परिणाम-आधारित अभ्यासक्रम विकसित केला गेला आहे. यामध्ये निकालावर आधारित मूल्यांकन देखील समाविष्ट आहे ज्याद्वारे शिक्षक आणि मूल्यमापके मानक, विशिष्ट आणि मोजण्यायोग्य कार्यक्रमाच्या निकालांच्या रूपात विद्यार्थ्यांच्या कर्तृत्वाचे मूल्यांकन आणि मूल्यमापन करण्यास सक्षम असतील. परिणाम-आधारित शिक्षण पद्धतशीर आणि हळूहळू कोणते डिप्लोमा अभियांत्रिकी विद्यार्थ्यांनी प्राप्त केले पाहिजे हे प्रोग्राम-विशिष्ट कौशल्ये प्राप्त करण्यावर भर देते. निकालावर आधारित शिक्षणाद्वारे, विद्यार्थी कोणत्याही स्तरावर कार्यक्रम न सोडता किमान मानक साध्य करण्यासाठी वचनबद्ध होण्यास सक्षम होतील. निकालावर आधारित शिक्षण धोरणासह विशिष्ट कार्यक्रम पूर्ण केल्यावर, डिप्लोमा अभियांत्रिकीचे विद्यार्थी खालील कार्यक्रमाच्या निकालांवर पोहोचू शकतील:

- PO-1: मूलभूत आणि शिस्त विशिष्ट ज्ञान:** अभियांत्रिकी समस्यांचे निराकरण करण्यासाठी मूलभूत गणित, विज्ञान आणि अभियांत्रिकी मूलभूत आणि अभियांत्रिकी विशेषज्ञतेचे ज्ञान लागू करा.
- PO-2: समस्येचे विश्लेषण:** कोडिफाईड स्टँडर्ड पद्धती वापरून चांगल्या प्रकारे परिभाषित अभियांत्रिकी समस्या ओळखा आणि विश्लेषण करा.
- PO-3: सोल्यूशन्सची रचना/ विकास:** चांगल्या प्रकारे परिभाषित तांत्रिक समस्यांसाठी डिझाइन सोल्यूशन्स आणि निर्दिष्ट गरजा पूर्ण करण्यासाठी सिस्टीम घटक किंवा प्रक्रियांच्या डिझाईनमध्ये मदत.
- PO-4: अभियांत्रिकी साधने, प्रयोग आणि चाचणी:** प्रमाणित चाचण्या आणि मोजमाप करण्यासाठी आधुनिक अभियांत्रिकी साधने आणि योग्य तंत्र वापरा.
- PO-5: समाज, शाश्वतता आणि पर्यावरणासाठी अभियांत्रिकी पद्धती:** समाज, स्थिरता, पर्यावरण आणि नैतिक पद्धती संदर्भात योग्य तंत्रज्ञान लागू करा.
- PO-6: प्रकल्प व्यवस्थापन:** अभियांत्रिकी व्यवस्थापन तत्त्वे वैयक्तिकरित्या वापरा, एक टीम सदस्य किंवा एक नेता म्हणून प्रकल्प व्यवस्थापित करा आणि प्रभावीपणे अभियांत्रिकी क्रियाकलापांबद्दल संवाद साधा.
- PO-7: आयुष्यभर शिकणे:** वैयक्तिक गरजांचे विश्लेषण करण्याची आणि तांत्रिक बदलांच्या संदर्भात अद्ययावत करण्यात गुंतण्याची क्षमता.

अभ्यासक्रमाचे परिणाम

अभ्यासक्रम पूर्ण झाल्यानंतर विद्यार्थी हे करू शकतील:

- CO-1: अभियांत्रिकी समस्यांचे अचूक आणि अचूक मोजमाप करण्यासाठी भौतिक प्रमाण निवडा आणि मोजमापातील त्रुटींचा अंदाज लावा.
- CO-2: वेक्टरची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार (स्केलर आणि वेक्टर उत्पादन) करा आणि संबंधित उपयोगासाठी वेक्टरचे रिझोल्यूशन शोधा. अभियांत्रिकी अनुप्रयोगांचे निराकरण करण्यासाठी हालचालींचे प्रकार विश्लेषित करा आणि लागू करा.
- CO-3: वैज्ञानिक संज्ञा कार्य, ऊर्जा आणि शक्ती आणि त्यांची एकके परिभाषित करा आणि अभियांत्रिकी समस्या सोडवण्यासाठी त्यांच्यातील संबंध मिळवा. विविध पृष्ठभागांमधील घर्षण कमी करण्यासाठी घर्षण प्रकार आणि पद्धतींचे वर्णन करा. ऊर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व सांगा आणि ऊर्जा आणि ऊर्जा परिवर्तनांचे विविध प्रकार ओळखा.
- CO-4: रेखीय गती आणि रोटेशनल गतीशी या भौतिक गुणधर्मांची तुलना करून संबंधित करा आणि ज्ञात समस्यांवर अंगुलर गती तत्त्वाचे कॉन्झरवेशन लागू करा
- CO-5: व्यापक-आधारित अभियांत्रिकी समस्यांचे निराकरण करण्यासाठी घन आणि द्रवपदार्थांच्या भौतिक गुणधर्मांचे विश्लेषण करून उद्योगातील संबंधित साहित्य निवडा
- CO-6: उष्णतेची मूलभूत तत्त्वे स्पष्ट करा आणि विविध थर्मामीटर वापरून तापमान मोजा. संबंधित अभियांत्रिकी उपयोगांमधील विस्ताराचे गुणांक आणि थर्मल चालकता जाणून घेऊन उष्णता हस्तांतरणाच्या पद्धती ओळखा आणि लागू करा.

पाठाची फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1- कमी सहसंबंध, 2 - मध्यम सहसंबंध, 3 - उत्तम सहसंबंध)						
	PO-1	PO-2	PO-3	PO-4	PO-5	PO-6	PO-7
CO-1	3	2	1	1	2	1	1
CO-2	3	2	1	1	3	2	1
CO-3	3	2	1	1	2	1	1
CO-4	3	2	1	1	1	3	2
CO-5	3	3	1	1	2	2	2
CO-6	3	2	1	1	2	2	2

संक्षिप्तरूपे आणि चिन्हे

संक्षेपांची यादी			
संक्षेप	पूर्ण फॉर्म	संक्षेप	पूर्ण फॉर्म
amu	अणू मास युनिट	PO	प्रोग्रामचा निकाल
AU	खगोलीय एकके	PRT	प्लॅटिनम प्रतिरोध थर्मामीटर
CO	अभ्यासक्रमाचा निकाल	TME	एकूण यांत्रिक ऊर्जा
KE	स्थितिज ऊर्जा	UO	युनिट परिणाम
LC	कमीत कमी मोजमाप	UTS	अंतिम तणाव शक्ती
PE	गतिज ऊर्जा		
वापरलेली एकक			
संक्षेप	पूर्ण फॉर्म	संक्षेप	पूर्ण फॉर्म
Å	अँगस्ट्रॉम	kW-h	kilowatt-hour
BTU	ब्रिटिश थर्मल युनिट	m	मीटर
°C	डिग्री सेल्सिअस	mm of Hg	मिलीमीटर Hg
cal	कॅलरी	N	न्यूटन
eV	इलेक्ट्रॉन व्होल्ट	P	पोईस
°F	फॅरेनहाइट	Pa	पास्कल
Hz	हर्ट्झ	PI	पॉयसिली
J	जूल	°R	रँकीन
K	केल्विन	St	स्टॉक्स Stokes
kg	किलो	W	वॅट

चिन्हाची यादी			
चिन्हे	वर्णन	चिन्हे	वर्णन
Å	अँगस्ट्रॉम	η	विसकोसिटीचा गुणांक किंवा मॉड्यूलस ऑफ रिजिडीटी

चिन्हाची यादी			
चिन्हे	वर्णन	चिन्हे	वर्णन
B	बल्क मॉड्यूलस	λ	तरंग लंबी
R_e	रेनॉल्ड्स नंबर	μ_k	गतिज घर्षण गुणांक
T	कालावधी	μ_s	स्थिर घर्षण गुणांक
Y	यंगचे मॉड्यूलस	ρ	घनता
α	रेखीय विस्ताराचे गुणांक	ω	अंगूलर वेग
β	पृष्ठभागाच्या विस्ताराचे गुणांक	f	वारंवारता
γ	व्हॉल्यूम विस्ताराचे गुणांक	f_k	काइनेटिक घर्षण
v	वेग	f_s	स्थिर घर्षण

आकृत्यांची यादी

युनिट 1 : भौतिक विश्व, एकेके व मापन

आकृती 1.1: व्हर्नियर कॅलिपर	22
आकृती 1.2: शून्य त्रुटी	24
आकृती 1.3: सकारात्मक शून्य त्रुटी	24
आकृती 1.4: नकारात्मक शून्य त्रुटी	24
आकृती 1.5: शून्य त्रुटी नाही	28
आकृती 1.6: धन शून्य त्रुटी	28
आकृती 1.7: ऋण शून्य त्रुटी	28
आकृती 1.8: स्कू गेज	28
आकृती 1.9: स्फेरोमीटर	32
आकृती 1.10: सॅजिट्टा 'h' चे मोजमाप	34
आकृती 1.11: स्फेरोमीटरच्या पायांचा त्रिकोण	34

युनिट 2 : बल आणि गती

आकृती 2.1: व्हेक्टरची	41
आकृती 2.2: त्रिकोणाचा नियम	42
आकृती 2.3: समांतरभुज नियम	42
आकृती 2.4: व्हेक्टरची वजाबाकी	43
आकृती 2.5: व्हेक्टर रिसोल्यूशन	43
आकृती 2.6: उतरणीवरील ठोकळा	44
आकृती 2.7: वजनाचा घटक	44
आकृती 2.8: लॉन रोलर	45
आकृती 2.9: दोन डॉट प्रॉडक्ट व्हेक्टरची	46
आकृती 2.10: व्हेक्टर क्रॉस प्रॉडक्ट	47
आकृती 2.11: दोन क्रॉस प्रॉडक्ट व्हेक्टर	47
आकृती 2.12: अक्षांसह युनिट वेक्टर	47
आकृती 2.13: रॉकेट	51

आकृती 2.14: रॉकेट प्रोपूलेशन	51
आकृती 2.15: लटकवलेले वजन	53
आकृती 2.16: अंगुलेर विस्थापनाच्या गोलिय गतीची	55
आकृती 2.17: नॉन-युनिफॉर्म सर्कुलर मोशन मधील त्वरणसाठी	57
आकृती 2.18: रोडच्या बँकिंगची	58
आकृती 2.19: साईकलिस्टची बँडिंग	59
आकृती 2.20: ग्रेव्हसँड उपकरण	65
आकृती 2.21: दिशानिर्देशांसह वजन P, Q आणि R चे	67
आकृती 2.22: P, Q आणि R_1 चे त्रिकोण	67
आकृती 2.23: P, Q आणि R_1 चे समांतरभुज चौकोन	67
युनिट 3 : कार्य शक्ति आणि ऊर्जा	
आकृती 3.1: उदाहरणे: (a) शून्य कार्य (b) ऋण कार्य (c) धन कार्य	74
आकृती 3.2: पेटीवर कार्यरत होणारे स्थितीचे घर्षण (f_s) पेटीवर कार्यरत होणारे गतिज घर्षण ($f_{sliding}$) पेटीवर कार्यरत झालेले भ्रमणजन्य घर्षण ($F_{Rolling}$)	76
आकृती 3.3: घर्षण ($ f $) vs लावलेले बल ($ F_A $) आणि सीमांत घर्षण	76
आकृती 3.4: उतरणीवरील ठोकळा	78
आकृती 3.5: मुक्तपणे पडणाऱ्या चेंडूची योजनाबद्ध	83
आकृती 3.6: घर्षण मर्यादित करण्याच्या गुणांकाचे निर्धारण करण्यासाठी प्रायोगिक सेटअप	90
आकृती 3.7: वापरून यांत्रिक उर्जेच्या संवर्धनाच्या कायद्याची पडताळणी करण्यासाठी प्रायोगिक सेटअप दुहेरी कलते विमान आणि एक गोलाकार स्टील बॉलमुक्तपणे पडणाऱ्या चेंडूची योजनाबद्ध	95
युनिट 4 : रोटेशनल गति	
आकृती 4.1: रोटेशनल गति	103
आकृती 4.2: टॉर्क (आघूर्ण)	103
आकृती 4.3: अंगूलर मोमेंट (कोनीय संवेग)	104
आकृती 4.4: मोमेंट ऑफ इनरशिया (जडत्व आघूर्ण)	105
आकृती 4.5: लंब अक्षांचे प्रमेय	107
आकृती 4.6: समांतर अक्षांचे प्रमेय	107
आकृती 4.7: फ्लायव्हील	115

युनिट 5 : पदार्थाचे गुणधर्म

आकृती 5.1: टेन्साइल स्ट्रेस (प्रतिबल)	122
आकृती 5.2: कोमपरेससीव स्ट्रेस (प्रतिबल)	122
आकृती 5.3: आकारमानी स्ट्रेस (प्रतिबल)	122
आकृती 5.4: लॉनजीटुडिनल स्ट्रेन (अभिलंब विकृती)	123
आकृती 5.5: आकारमानी स्ट्रेन (आकारमानी विकृती)	123
आकृती 5.6: शेयर स्ट्रेस	123
आकृती 5.7: शेयर स्ट्रेन	123
आकृती 5.8: स्ट्रेस स्ट्रेन	125
आकृती 5.9: द्रायु दाब आणि उंची यांचा संबंध	127
आकृती 5.10: टोरीसेली ब्यारोमीटर	128
आकृती 5.11: म्यानोमीटर	128
आकृती 5.12: फॉर्टनचा हवादाबमापी	129
आकृती 5.13: हायड्रोस्टॅटिक्स विरोधाभास	130
आकृती 5.14: पृष्ठताण दाखवणारी	130
आकृती 5.15: पृष्ठताणाची संकल्पना	131
आकृती 5.16: स्पर्श कोन पाणी	132
आकृती 5.17: स्पर्श कोन - मरकुरी	132
आकृती 5.18: F_A अधेसिव बल $>$ कोहेसिव बल F_C	132
आकृती 5.19: F_A अधेसिव बल $<$ कोहेसिव बल F_C	132
आकृती 5.20: द्रायू प्रवाहाच्या वेंगाचे विभाजन (a) चंचुपात्र (b) नळी	135
आकृती 5.21: वेगवेगळ्या क्षेत्रफळाचा आडवा छेद असलेल्या नळीतून वाहणारा द्रवाचा स्थिर प्रवाह	141
आकृती 5.22: बर्नालीच्या प्रमेया अनुसार वळणाच्या नळीमधून वाहणारा द्रव प्रवाह	142
आकृती 5.23: स्प्रिंगचा बलस्थिरांक हुकच्या नियमाने शोधण्यासाठी असणाऱ्या प्रयोगाची मांडणी	148
आकृती 5.24: स्टोकच्या नियमाचा वापर करून दिलेल्या द्रवाची (ग्लिसरीनची) विस्कॉसिटी शोधणे -प्रयोगाची मांडणी	153
आकृती 5.25: क्यापिलरीच्या आरोहण सूत्रासाठी	161
आकृती 5.26: क्यापिलरीच्या बल घटकासाठी	161

युनिट 6 : उष्णता आणि थर्मोमेट्री

आकृती 6.1: उष्णता हस्तांतरण करण्याचे प्रकार: (अ) वहन (conduction) (ब) संवहन (convection) (क) विकिरण (radiation)	165
आकृती 6.2: तापमापक रूपांतरणाच्या वेगळ्या मापानपद्धतीचे रेखाचित्र	168
आकृती 6.3: बायमेटेलिक तापमापक चा योजनाबद्ध रेखाचित्र	169
आकृती 6.4: प्लॅटिनम रेसिस्टन्स तापमापक (PTR) चे योजनाबद्ध रेखाचित्र	169
आकृती 6.5: प्रकाशकिय (ऑप्टिकल) किंवा रेडिएशन पायरोमीटरचे योजनाबद्ध रेखाचित्र	170

तक्ता यादी

युनिट 1 : भौतिक विश्व, एकेके व मापन

तक्ता 1.1: सात मुलभूत किंवा मूल राशी	3
तक्ता 1.2: साधित एकेके	3
तक्ता 1.3: पुरक राशी	3
तक्ता 1.4: एस. आय. पद्धतीमध्ये वापरली जाणारी उपपदे, त्यांच्या दहाच्या घातांक व उपपदांची चिन्हे	4
तक्ता 1.5: मुळ राशींकरिता परीणाम चिन्हे	4

शिक्षकांसाठी मार्गदर्शक तत्त्वे

आउटकम बेस्ड एज्युकेशन (OBE) लागू करण्यासाठी विद्यार्थ्यांचे ज्ञान स्तर आणि कौशल्य संच वाढवले पाहिजे. OBE च्या योग्य अंमलबजावणीसाठी शिक्षकांनी मोठी जबाबदारी स्वीकारली पाहिजे. OBE प्रणालीतील शिक्षकांसाठी काही जबाबदाऱ्या (मर्यादित नाहीत) खालीलप्रमाणे असू शकतात:

- वाजवी मर्यादेत, त्यांनी त्यांचा वेळ सर्व विद्यार्थ्यांच्या फायद्यासाठी वापरला पाहिजे
- त्यांनी विद्यार्थ्यांच्या क्षमतेचे मूल्यांकन केवळ परिभाषित निकषावर आणि कोणत्याही पक्षपात आणि भेदभावाशिवाय केले पाहिजे.
- त्यांनी हे सुनिश्चित करण्याचा प्रयत्न केला पाहिजे की सर्व विद्यार्थ्यांना त्यांचे शिक्षण पूर्ण झाल्यानंतर पुरेसे दर्जेदार ज्ञान तसेच त्यांच्या मुख्य शिस्तीशी जुळणारी क्षमता प्राप्त होईल.
- त्यांनी विद्यार्थ्यांना त्यांची अंतिम कामगिरी क्षमता विकसित करण्यासाठी नेहमी प्रोत्साहित केले पाहिजे.
- त्यांनी नवीन दृष्टीकोन एकत्रित करण्यासाठी गट कार्य आणि सांघिक कार्य सुलभ केले पाहिजे आणि प्रोत्साहित केले पाहिजे.
- त्यांनी मूल्यांकनाच्या प्रत्येक भागात ब्लूम वर्गीकरण पाळावे.

ब्लूम वर्गीकरण

स्तर	शिक्षकांनी तपासावे	विद्यार्थी सक्षम असावा	मूल्यांकनाची संभाव्य पद्धत
निर्माण करणे	विद्यार्थी तयार करण्याची क्षमता	डिझाइन करा किंवा तयार करा	सूक्ष्म प्रकल्प
मूल्यमापन	विद्यार्थ्यांचे औचित्य सिद्ध करण्याची क्षमता	वाद घालणे किंवा बचाव करणे	असाइनमेंट
विश्लेषण करणे	विद्यार्थ्यांमध्ये फरक करण्याची क्षमता	फरक किंवा भेद करा	प्रकल्प/प्रयोगशाळा पद्धती
अर्ज करणे	विद्यार्थ्यांची माहिती वापरण्याची क्षमता	चालवा किंवा प्रात्यक्षिक करा	तात्त्विक सादरीकरण/ प्रात्यक्षिक
समजून घेणे	विद्यार्थ्यांची कल्पना स्पष्ट करण्याची क्षमता	स्पष्ट करा किंवा वर्गीकृत करा	सादरीकरण / परिसंवाद
आठवणे	विद्यार्थ्यांची आठवण करण्याची क्षमता (किंवा लक्षात ठेवणे)	व्याख्या करा किंवा आठवा	प्रश्नमंजुषा

विद्यार्थ्यांसाठी मार्गदर्शक तत्त्वे

OBE लागू करण्यासाठी विद्यार्थ्यांनी समान जबाबदारी घ्यावी. OBE प्रणालीतील विद्यार्थ्यांसाठी काही जबाबदाऱ्या (मर्यादित नाहीत) खालीलप्रमाणे आहेत:

- प्रत्येक कोर्समध्ये युनिट सुरू होण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना प्रत्येक UO ची चांगली माहिती असावी.
- अभ्यासक्रम सुरू होण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना प्रत्येक CO ची चांगली माहिती असावी
- अभ्यासक्रम सुरू होण्यापूर्वी विद्यार्थ्यांना प्रत्येक PO ची चांगली माहिती असावी
- विद्यार्थ्यांनी योग्य चिंतन आणि कृतीसह गंभीर आणि वाजवी विचार केला पाहिजे.
- विद्यार्थ्यांचे शिक्षण व्यावहारिक आणि वास्तविक जीवनातील परिणामांशी जोडलेले आणि समाकलित केले पाहिजे.
- विद्यार्थी OBE च्या प्रत्येक स्तरावर त्यांची क्षमता जाणून घ्या.

अनुक्रमणिका

प्रास्ताविक	iii
ऋणनिर्देश	v
प्रस्तावना	vii
फलित आधारित शिक्षण	ix
अभ्यासक्रमाचे परिणाम	x
संक्षिप्तरूपे आणि चिन्हे	xi
आकृत्यांची यादी	xiii
तक्ता यादी	xvi
शिक्षकांसाठी मार्गदर्शक तत्त्वे	xvii
विद्यार्थींच्या साठी मार्गदर्शक तत्त्वे	xviii
युनिट 1: भौतिक विश्व, एकेके व मापन	1-38
युनिट वैशिष्ट्ये	1
तर्कसंगत	1
पूर्व आवश्यकता	1
पाठाची फलनिष्पत्ती	1
1.1 भौतिक राशी: एकेके व एककांच्या पद्धती	2
1.1.1 भौतिक राशी	2
1.1.2 मुलभूत आणि साधित एकेके	2
1.1.3 एककांच्या पद्धती	4
1.1.4 परिमाण आणि भौतिक राशींची परिमाण सुत्रे	4
1.2 परिमाण पृथःकरण	6
1.2.1 परिमाणाच्या एकसंधतेचे तत्व	6
1.2.2 परिमाण समिकरणे आणि त्यांची उपयुक्तता	6
1.2.3 परिमाण पृथःकरण पद्धतीच्या मर्यादा	8
1.3 मापन	10
1.3.1 मोजमापन	10
1.3.2 मोजमापाची उपकरणे म्हणजे काय ?	10
1.3.3 मोजमापाच्या उपकरणांची किमान वाचने व शुन्य त्रुटी	10
1.3.4 मोजमापाचे प्रकार	11

1.4	मोजमापनातील लुटी	12
1.4.1	लुटी व लुटीचे प्रकार	12
1.4.2	मोजमापनातील लुटीचा अंदाज	13
1.4.3	अंकगणितीय क्रियांमुळे लुटीचा प्रसार	14
1.4.4	महत्वपूर्ण आकडे किंवा संख्या	14
	युनिटचा सारांश	17
	स्वाध्याय	18
	प्रात्यक्षिक	21
	अवांतर माहिती	37
	संदर्भ ग्रंथ व वाचनप्रस्ताव	37
युनिट 2: बल आणि गती		39-70
	युनिट वैशिष्ट्ये	39
	तर्कसंगत	39
	पूर्व आवश्यकता	39
	पाठाची फलनिष्पत्ती	40
2.1	अदिश आणि सदिश राशी	40
2.1.1	अदिश आणि सदिश राशी	40
2.1.2	सदिश राशीच्या बेरजा आणि वजाबाक्या	42
2.1.3	बलांचे विघटन	43
2.1.4	सदिशांचे उपयोग	44
2.1.5	दोन सदिशांचा सदिश गुणाकार आणि अदिश गुणाकार	45
2.2	बल व संवेग	49
2.2.1	बल	49
2.2.2	संवेग अक्षय्यतेचा किंवा संवर्धनाचा नियम	50
2.2.3	रेषीय संवेग अक्षय्यतेच्या नियमाचे उपयोग	50
2.2.4	प्रेरकबल आणि त्याचे उपयोग	52
2.3	चक्रिय गती	54
2.3.1	कोनीय भौतिक राशींच्या व्याख्या	54
2.3.2	रेषीय वेग (v) आणि कोनीय वेग (ω) यांच्यातील Aनातेसंबंध	56
2.3.3	केंद्रकारक आणि केंद्रोत्सारी बल	57

2.3.4 केंद्रकारक आणि केंद्रोत्सारी बल यांचे उपयोग	58
युनिटचे सारांश	61
स्वाध्याय	61
प्रात्यक्षिक	64
अवांतर माहिती	69
संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव	70
युनिट 3: कार्य, शक्ति आणि ऊर्जा	71-100
युनिट वैशिष्ट्ये	71
तर्कसंगत	71
पूर्व आवश्यकता	71
पाठाची फलनिष्पत्ती	71
3.1 कार्य	72
3.1.1 कार्य ओळख आणि व्याख्या	72
3.1.2 कार्य - उदाहरणे	73
3.2 घर्षण	75
3.2.1 घर्षण- संकल्पना आणि प्रकार	75
3.2.2 सीमांत (Limiting) घर्षणाचे नियम आणि घर्षण गुणांक	76
3.2.3 घर्षण कमी करणे आणि त्याचे अभियांत्रिकी उपयोग	77
3.2.4 घर्षण विरोधात घडलेले कार्य याविषयी असलेले उपयोग	77
3.3 ऊर्जा आणि शक्ति	80
3.3.1 ऊर्जा- ओळख, गतिज ऊर्जा आणि स्थितिज ऊर्जा	80
3.3.2 गुरुत्विय स्थितिज ऊर्जा	81
3.3.3 यांत्रिक ऊर्जा व यांत्रिक उर्जेचे संवर्धन	82
3.3.4 उर्जेचे रूपांतरण	84
3.3.5 शक्ती व शक्तीची एकके	85
3.3.6 शक्ती आणि कार्याचा परस्पर संबंध	85
युनिटचा सारांश	87
स्वाध्याय	88
प्रात्यक्षिक	89
अवांतर माहिती	99

संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव	99
युनिट 4: रोटेशनल गती	101-119
युनिट वैशिष्ट्ये	101
तर्कसंगत	101
पूर्व आवश्यकता	101
पाठाची फलनिष्पत्ती	101
4.1 घूर्णन गति	102
4.1.1 स्थानांतरण आणि घूर्णन गतिचे उदाहरणे	102
4.1.2 आघूर्ण आणि कोनीय संवेग	103
4.1.3 जडत्व आघूर्ण (moment of inertia)	105
4.1.4 कोनीय संवेगाची अक्षय्यता आणि त्याचे उपयोजन	106
4.1.5 घूर्णन त्रिज्या K (Radius of gyration)	107
4.1.6 समांतर आणि लंब अक्षांचे प्रमेय (फक्त विधान)	107
4.1.7 खालील वस्तूंचे जडत्व आघूर्ण	107
युनिटचा सारांश	110
स्वाध्याय	110
प्रात्यक्षिक	113
अवांतर माहिती	118
संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव	119
युनिट 5: पदार्थाचे गुणधर्म	120-162
युनिट वैशिष्ट्ये	120
तर्कसंगत	120
पूर्व आवश्यकता	120
पाठाची फलनिष्पत्ती	120
5.1 स्थितिस्थापकता (Elasticity)	121
5.1.1 प्रतिबल आणि विकृती यांची व्याख्या (Definition of Stress and Strain)	121
5.1.2 हुकचा नियम आणि स्थितिस्थापकता मापांक	123
5.1.3 स्थितिस्थापकता मापांकाचे प्रकार (Types of moduli of elasticity)	124
5.1.4 प्रतिबल-विकृती आलेखाचे महत्व (Significance of Stress-Strain Curve)	125
5.2 दाब	127

5.2.1	दाबाची व्याख्या	127
5.2.2	वातावरणीय दाब (Atmospheric pressure)	128
5.2.3	प्रमापी दाब आणि निरपेक्ष दाब (Gauge Pressure and Absolute pressure)	128
5.2.4	फोर्टिनची हवादाबमापी आणि त्याचे उपयोग (Fortin's barometer and its Applications)	129
5.3	पृष्ठताण (Surface Tension)	130
5.3.1	पृष्ठताणाची संकल्पना (Concept of Surface Tension)	131
5.3.2	समकणाकर्षण आणि विषमकणाकर्षण बल (Cohesive and Adhesive Forces)	131
5.3.3	स्पर्श कोन (Angle of Contact)	131
5.3.4	केशिके मधील द्रवाचे आरोहण सूत्र (Ascent Formula of Liquid in Capillary tube)	132
5.3.5	पृष्ठताणाचे उपयोग (Applications of Surface Tension)	133
5.3.6	पृष्ठताणावर परिणाम करणारे घटक (Factors Affecting the Surface Tension)	133
5.4	विस्कोसिटी (viscosity) आणि विस्कोसिटी गुणांक (coefficient of viscosity)	134
5.4.1	विस्कोसिटी, विस्कोसिटी गुणांक आणि अंतिम वेग	134
5.4.2	स्टोकचा नियम आणि तापमानाचा विस्कोसिटी वरील परिणाम	137
5.4.3	विस्कोसिटीचे द्रविक पद्धती मधील उपयोग	137
5.5	द्रायूगतीशास्त्र (Hydrodynamics)	139
5.5.1	द्रायू गती (Fluid motion)	139
5.5.2	सुव्यवस्थित (स्तोतरेखा) आणि अशांत (प्रक्षुब्ध) प्रवाह (Streamline and turbulent flow)	140
5.5.3	रेनोलडची संख्या (Reynolds number)	140
5.5.4	सातत्य समीकरण (Equation of continuity)	141
5.5.5	बर्नोलीचा सिद्धांत आणि उपयोग (Bernoulli's Theorem and its applications)	141
	युनिटचा सारांश	143
	स्वाध्याय	144
	प्रात्यक्षिक	147
	अवांतर माहिती	161
	संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव	162

युनिट 6: उष्णता आणि थर्मोमेट्री	163-186
युनिट वैशिष्ट्ये	163
तर्कसंगत	163
पूर्व आवश्यकता	163

पाठाची फलनिष्पत्ती	163
6.1 उष्णता हस्तांतरण आणि तापमान मोजमाप	164
6.1.1 उष्णता आणि तापमानाची संकल्पना	164
6.1.2 उष्णता स्थानांतरणाचे प्रकार: वहन, संवहन आणि विकिरण (Radiation)	164
6.1.3 विशिष्ट उष्णता	166
6.1.4 तापमानाचे मोजमापन प्रकार आणि त्यांचे परस्पर संबंध	167
6.1.5 तापमापकाचे प्रकार आणि त्यांचे उपयोग	168
6.2 घन, द्रव आणि वायूवर तापमानाचा प्रभाव	171
6.2.1 घन, द्रव आणि वायूचा विस्तार	171
6.2.2 रेषा, पृष्ठभाग आणि घनाकार विस्ताराचा गुणांक आणि त्यामधील संबंध	172
6.2.3 औष्णिक वाहकतेचा गुणांक	174
6.2.4 अभियांत्रिकी क्षेत्रात उपयोग	174
युनिटचा सारांश	176
स्वाध्याय	176
प्रात्यक्षिक	177
अवांतर माहिती	185
संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव	185
परिशिष्ट	187-190
परिशिष्ट - A : प्रॅक्टिकल साठी सूचक टेम्पलेट	187
परिशिष्ट - B : समूहातील व्यावहारिक / प्रकल्प / क्रियाकलापांसाठी सूचक मूल्यमापन मार्गदर्शक तत्वे	188
परिशिष्ट - C : मूल्यांकन ब्लूमच्या पातळीशी जुळले आहेत	189
परिशिष्ट - D : प्रॅक्टिकल साठी रेकॉर्ड	189
अनुबंध	191-196
अनुबंध-I : महत्वाचे सूत्र	191
अनुबंध-II : रूपांतरण घटक	195
अनुबंध-III : प्रयोगशाळेत काम करताना काही सामान्य आणि विशिष्ट सूचना	196
पुढील शिक्षणासाठी संदर्भ	197
CO आणि PO प्राप्ती तक्ता	198
शब्दकोष	199

1

भौतिक विश्व, एकके व मापन

युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट मूलभूत भौतिकशास्त्राच्या खालील पैलूंवर केंद्रित आहे:

- मूलभूत आणि व्युत्पन्न भौतिक प्रमाण आणि एकके
- युनिट्सची प्रणाली
- भौतिक परिमाणांचे डाईमेंशनल विश्लेषण आणि त्याच्या मर्यादा
- मोजण्याच्या प्रत्यक्ष आणि अप्रत्यक्ष पद्धती आणि मोजण्याच्या साधनांची किमान मोजणी
- लुटीचा अंदाज आणि त्यांना नाहीसे करणे
- महत्वाचे आकडे

तर्कसंगत

भौतिक राशींच्या मोजमापाची आवश्यकता औद्योगिक क्षेत्रात, अभियांत्रिकी क्षेत्रात, दैनंदिन व्यवहारामध्ये असते. भौतिक राशी मोजता येतात. राशींच्या एककांची मोजमापासाठी व्याख्या असणे आवश्यक असते. मूळ भौतिक राशी स्वतंत्र व इतर राशी मूळ राशींवर अवलंबून असतात. भौतिक राशींचे परिमाण सूत्र हे मूळ राशींच्या स्वरूपातून लिहिता येतात. परिमाणाची पद्धती ही समीकरणांची सत्यता पडताळण्यासाठी वापरली जातात आणि राशींमधील परस्पर संबंध स्थापित करता येतो. मापन पद्धतीतील लुटी अस्तित्वात असताना देखील भौतिक राशींचे मापन अचूकपणे करता येते हा सर्वभाग आपण या पाठ्यक्रमात अभ्यासणार आहोत.

पूर्व-आवश्यकता

गणित- मूलभूत बिजगणित

विज्ञान- मूलभूत विज्ञान

इतर- संगणकाची प्रारंभिक माहिती

पाठाची फलनिष्पत्ती

U1-O1: मूलभूत भौतिक राशींची त्यांच्या अचूक एककांसोबत ओळख आणि भौतिक राशींचे सुयोग्य परिमाण ठरवणे.

U1-O2: प्रमाण पद्धतीचा वापर करणे व त्यांची मर्यादा ओळखणे.

U1-O3: मोजमाप करणाऱ्या साधनांचे स्पष्टीकरण आणि त्यांची उपयुक्तता अभ्यासणे.

U1-O4: भौतिक राशींच्या दिलेल्या मोजमापासाठी समर्थनपूर्वक लुटीची व्याख्या.

पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्ती व पाठाची फलनिष्पत्ती यांचे समन्वय विश्लेषण:

पाठ-1 फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1-कमी सहसंबंध, 2-मध्यम सहसंबंध, 3-उत्तम सहसंबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U1-O1	3	3	3	3	3	3
U1-O2	3	2	2	2	2	2
U1-O3	2	1	1	1	2	2
U1-O4	3	2	2	1	3	2

1.1 भौतिक राशी: एकके व एककांच्या पद्धती

मनोरंजक तथ्य

एकके व परिमाण संदर्भात काही मनोरंजक बाबी आहेत. एका निळ्या देवमाशाचे वजन तीस हत्तीच्या इतके असते, मांजर त्यांच्या लांबीच्या सातपट लांब उडी मारू शकते, जेव्हा पाणी गोठते तेव्हा त्यांचे आकारमान नऊ टक्क्यांनी वाढते, मगर खोल पाण्यात जाण्यासाठी मदत व्हावी म्हणून जबड्यात दगड पकडते.

1.1.1 भौतिक राशी

भौतिकशास्त्राचा अभ्यास मोजमापावर पूर्णपणे आधारित असतो. राशींमधील परस्परसंबंध स्थापित करण्यासाठी मोजमाप करणे आवश्यक ठरते. ज्या राशींचे मोजमाप करता येते अशा राशींना भौतिक राशी असे म्हणतात.

उदाहरणार्थ- लांबी, वस्तुमान, वेळ, आकारमान, गती, इत्यादी.

याउलट राशी मोजमाप करणे शक्य नसते अशा राशींना आपण अभौतिक राशी असे म्हणतो.

उदाहरणार्थ- आवाजाची तीव्रता, आवाजाचा स्वर इत्यादी.

भौतिक राशींचे मोजमाप करण्यासाठी आपल्याला मानक एककांची आवश्यकता असते. या मोजमापामध्ये दोन भाग असतात.

पहिला संख्यात्मक भाग (n) दर्शवला जातो व दुसरा भाग त्याचे एकक (u).

समजा एका ठोकळ्याची (ब्लॉकचे) वस्तुमान पाच किलोग्रॅम आहे, नंतर $n = 5$ हा अंकीय भाग आहे जो एकक वस्तुमानाच्या 5 पट आहे आणि u हे वस्तुमान 'i' चे एकक आहे आय किलोग्रॅम किंवा ग्रॅम

जसे की, $5\text{kg} = 5000\text{g}$, अशा प्रकारे, $n_1 u_1 = n_2 u_2$ $n_1 = 5$, $u_1 = \text{kg}$, $n_2 = 5000$ आणि $u_2 = \text{g}$

1.1.2 मुलभूत आणि साधित एकके

शास्त्रीय काम व दैनंदिन जीवनामध्ये आपण बऱ्याच राशी मोजत असतो आणि या प्रत्येक मोजलेल्या राशी एका एककामध्ये व्यक्त करायच्या असतात. बऱ्याच राशी एकमेकांशी संबंधित असतात. उदाहरणार्थ आकारमान पूर्णपणे लांबीवर अवलंबून असते. गती ही

लांबी व वेळ यांच्या गुणोत्तराने दिली जाते. त्यामुळे सर्व राशी या स्वातंत्र्य आहेत असे मानण्याची गरज नाही. मुलभूत राशी या स्वतंत्र असतात आणि इतर सर्व राशी मुलभूत राशींमध्ये व्यक्त करता येतात. मुलभूत राशी या सात आहेत व साधित राशी या मुलभूत राशींपासून आपल्याला मिळवता येतात.

ज्या राशी स्वतंत्र असतात अशा राशींना मुलभूत भौतिक राशी असे म्हणतात. मुलभूत भौतिक राशींच्या एककांना मुलभूत एकक असे म्हणतात. मुलभूत भौतिक राशींना मूळ राशी असे देखील म्हटले जाते. ज्या राशी मुलभूत राशी पासून तयार करता येतात अशा सर्व राशींना साधित भौतिक राशी असे म्हणतात. साधित राशींच्या एककांना साधित एकके असे म्हणतात. गती, दाब, कार्य आणि आकारमान ही काही साधित राशींची उदाहरणे आहे.

S.I. एकके:- SI हा शब्द 'ले सिस्टिमे इंटरनॅशनल डे युनीटस' या फ्रेंच नावापासून बनलेला आहे. 1971 साली CGPM या संस्थेने एक आंतरराष्ट्रीय परिषद भरवली होती आणि त्या परिषदेमध्ये एककांची जी पद्धत ठरवली गेली, तीलाच आंतरराष्ट्रीय पद्धती असे म्हटले जाते.

सात मुलभूत राशी व त्यांची आंतरराष्ट्रीय एकके खालील कोष्टकामध्ये दिलेली आहेत (1.1)

तक्ता 1.1: सात मुलभूत किंवा मूळ राशी

भौतिक राशी	एस. आय. एकके	चिन्हे
लांबी	मीटर	m
वस्तुमान	किलोग्रॅम	kg
विद्युत प्रवाह	अॅम्पीअर	A
वेळ	सेकंद	s
उष्मागतिकी तापमान	केल्विन	K
अनुदित तिव्रता	कॅण्डेला	cd
पदार्थाचे द्रव्यमान	मोल	mol

तक्ता 1.2: साधित एकके

भौतिक राशी	एस. आय. एकक	संक्षिप्त नाव
घनफळ	मी ³	मी ³
बल	न्युटन	कि.ग्रॅ.-मी-से ⁻² = N
कार्य	ज्युल	कि. ग्रॅ.-मी ² -से ⁻² = J
शक्ती	वॅट	कि. ग्रॅ.-मी ² -से ⁻² = W

वरील सात मुलभूत एककांव्यतिरिक्त आणखी दोन पुरक एककांची व्याख्या

कोष्टक 1.3: पुरक राशी

पुरक राशी	एकके	चिन्हे
कोन	रेडीयन	rad
घनकोन	स्टे-रेडियन	sr

1.1.3 एककांच्या पध्दती

मोजमाप करण्यासाठी सध्या एकेकांच्या तीन पध्दती वापरल्या जातात.

(1) एफ. पी एस पध्दती F.P.S: - (फुट, पाउंड आणि सेकंद)

या पध्दतीत लांबीचे एकक फूट, वस्तुमानाचे एकक पाउंड आणि वेळेचे एकक सेकंद आहे.

(2) सी. जी. एस. पध्दती C.G.S: - (सेंटीमीटर, ग्रॅम, सेकंद)

या पध्दतीमध्ये लांबीचे एकक सेंटीमीटर, वस्तुमानाचे एकक ग्रॅम व वेळेचे एकक सेकंद हे आहे.

(3) एम. के. एस. पध्दती M.K.S: - (मीटर, किलोग्रॅम, सेकंद)

या पध्दतीमध्ये लांबी मीटर मध्ये मोजली जाते, वस्तुमान हे किलोग्रॅममध्ये मोजले जाते, तर वेळ ही सेकंदात मोजली जाते.

SI पध्दतीमध्ये मोजमापासाठी असलेली सर्व मुलभूत राशींच्या MKS पध्दतीचे विस्तारित स्वरूप आहे. SI एककांच्या पध्दतीमध्ये लांबी मीटरमध्ये, वस्तुमान किलोग्रॅममध्ये, वेळ सेकंदमध्ये, तापमान केल्विनमध्ये, विद्युतप्रवाह अँप्पीअरमध्ये, अनुदिप्त तीव्रता कॅन्डेलामध्ये आणि पदार्थाचे द्रव्यमान हे मोलमध्ये मोजले जाते.

तक्ता 1.4: एस. आय. पध्दतीमध्ये वापरली जाणारी उपपदे, त्यांच्या दहाच्या घातांक व उपपदांची चिन्हे

दहाचा घातांक	12	9	6	3	2	1	-1	-2	-3	-6	-9	-12
उपपद	टेरा	गिगा	मेगा	किलो	हेक्टो	डेका	डेसी	सेंटी	मिली	मायक्रो	नॅनो	पिको
चिन्ह	T	G	M	K	h	Da	D	c	m	μ	n	p

1.1.4 परिमाण आणि भौतिक राशींची परिमाण सुत्रे

एकंदर सात मुलभूत भौतिक राशी आणि दोन पुरक राशी आहेत. या व्यतिरिक्त ज्या राशी उरतात त्या सर्व साधित राशी म्हणून गणल्या जातात.

साधित राशी या मुलभूत राशींच्या किंवा भाग आकाराने व्यक्त होतात त्यामुळे कोणत्याही राशी आपण मूळ राशींच्या स्वरूपामध्ये व्यक्त करू शकतो.

एखाद्या राशीकरिता मूळ राशींचा घातांक किंवा मुळांकाची किंमत व्यक्त होते, त्या किंमतीना राशींचे परिमाण असे म्हणतात.

तक्ता 1.5: मुळ राशींकरिता परीणाम चिन्हे

राशी	लांबी	वस्तुमान	वेळ	तापमान	प्रवाह	अनुदिप्त तीव्रता	पदार्थाचे द्रव्यमान
चिन्ह	L	M	T	K	I	Cd	Mol

भौतिक राशींकरिता परिमाण सूत्रे –

बल

$$\text{बल} = \text{वस्तुमान} \times \text{त्वरण} = \text{वस्तुमान} \frac{\text{दूरी}}{(\text{समय})^2} = \text{MLT}^{-2} \text{ (बलाचे परिमाण सुत्रे } \text{MLT}^{-2}\text{)}$$

(बलाचे परिमाण वस्तुमानामध्ये एक, लांबी मध्ये एक व वेळेमध्ये -2 आहे)

आकारमान = लांबी \times रुंदी \times उंची = [L] [L] [L] = [M⁰L³T⁰] (परिमाण सुत्रांमध्ये लांबीचे परिमाण तीन आहेत व बाकीच्या राशींचे परिमाण शुन्य असते)

$$\text{घनता} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}} = \frac{M}{L^3} = [ML^{-3}T^0]$$

टिप- भौतिक राशींचे परिमाण सुत्रे शोधण्याकरिता किंमतीचा विचार केला जात नाही. केवळ त्या राशीमध्ये कोणत्या प्रकारच्या राशींचा अंतर्भाव होतो त्यावर ती अवलंबून असतात. त्यामुळे वेगातील परिवर्तन, आरंभीचा वेग, सरासरी वेग आणि अंतिम वेग या सर्वांची परिमाण सुत्रे सारखीच आहेत, म्हणजेच LT^{-1} .

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

दैनंदिन व्यवहारात दुकानदार विविध समानाचे वजन करतो. जेव्हा एखादा कापड खरेदी करत असेल तेव्हा कापडाची लांबी मोजण्याची आवश्यकता असते. जेव्हा स्थापत्य अभियंता घर बांधतो तेव्हा तो जागेची लांबी व रुंदीचे मोजमाप घेऊन संकल्प आकृती व आराखडा तयार करतो. दोन शहरांमधील अंतर हे किलोमीटर मध्ये असते आणि हवाई किंवा बस प्रवास भाड्याची माहिती रुपयांमध्ये गरजेची असते. औद्योगिक व अभियांत्रिकी क्षेत्रात वेगवेगळ्या भौतिक राशींच्या मोजमापाची आवश्यकता असते.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक मुद्दे अनुसरून)

15 एप्रिल, 1999 रोजी कोरीयन मालवाहतूक विमान उड्डाण क्र. 6316, शांघाय ते सोऊलच्या प्रवासात होते. चालक दलाला नियंत्रण मनोऱ्याकडून (ATC) हे अंतर मीटरमध्ये दिले गेले याउलट विमानातील उंची मोजणाऱ्या प्रमापीच्या साह्य्याने ते अंतर मोजले जात होते. वैमानिकाने ते चुकीचे अंतर लक्षात घेतले. त्यामुळे ते विमान भरकटले आणि जाऊन जमीनीवर कोसळले. त्यामध्ये चालक दलातील कर्मचारी व इतर पाच जणांचा मृत्यू झाला व सदृशीस प्रवासी या अपघातात गंभीर जखमी झाले. या अभ्यासात असे आढळते की केवळ किंमत अचूक काढण्याबरोबर योग्य एकक वापरणे अत्यंत गरजेचे असते.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

कालबद्ध गतीचे $Y = \frac{2\pi ta}{T}$ हे समिकरण आहे. यामधील छपाईतील लुटी शोधा. यामध्ये 'a' जास्तीत जास्त विस्थापन दर्शविते.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: खालील राशींची परिमाण सुत्रे शोधा – अ) कार्य ब) शक्ती क) आघूर्ण (torque)

उत्तर: (अ) कार्य = बल \times विस्थापन

$$W = F \times \text{लांबी} = MLT^{-2} \cdot L = ML^2T^{-2}$$

$$(ब) \text{ शक्ती} = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$$

$$P = \frac{\text{कार्य}}{t} = \frac{MLT^{-2}}{T} = ML^2T^{-3}$$

(क) आघूर्ण (torque) = बल \times बलापासूनचे लंबांतर

$$T = F \times \text{लांबी} = MLT^{-2} \cdot L = ML^2T^{-2}$$

प्र.2: खाली दिलेल्या राशींचे परिमाण सुद्धे शोधा

(अ) यंगच्या स्थितीस्थापकता स्थिरांक (Y)

(ब) प्रवाहकतेचा गुणक (η)

(क) वैश्विक गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक (G)

$$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}, F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \text{ इथे दिलेली चिन्हे नित्य (नेहमीच्या/सामान्य) अर्थाची आहेत.}$$

उत्तर: (अ) $[Y] = \frac{MLT^{-2}L}{L^2L} = ML^{-1}T^{-2}$

(ब) प्रवाही बल $F = 6\pi r v \eta$

$$[\eta] = \frac{MLT^{-2}}{L.L.T^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$$

(क) $F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$

$$[G] = \frac{Fr^2}{m_1 m_2} = \frac{MLT^{-2}L^2}{M^2} = M^{-1}L^3T^{-2}$$

1.2 परिमाण पृथक्करण

मनोरंजक तथ्ये

प्रकाश वर्ष म्हणजे एका वर्षात शून्यातून (in vaccum) प्रकाशाने प्रवास केलेल्या अंतराचे एकक. ऋण $40^\circ C$ हे तापमान व ऋण $40^\circ F$ इतकेच असते.

1.2.1 परिमाणाच्या एकसंधतेचे तत्व

परिमाणाच्या एकसंधतेचे तत्व असे की, कोणत्याही समान परिमाण असलेल्या भौतिक राशींच्या बेरजा किंवा वजाबाक्या होऊ शकतात. उदाहरणार्थ- वस्तुमानातून लांबी वजा करू शकत नाही आणि कार्यामध्ये वेग मिळवू शकतो. दुसऱ्या शब्दात, परिमाणातील सर्व पदे समान (किंवा एकसंध) असतील तर परिमाणाच्या एकसंधतेचे तत्व समिकरणाची अचुकता तपासण्याकरीता वापरू शकतो.

1.2.2 परिमाण समिकरणे आणि त्यांची उपयुक्तता

अ. परिमाण समिकरणाची सत्यता तपासणी करण्यासाठी

परिमाणांच्या पद्धतींचा उपयोग करून समिकरणांच्या सत्यतेची पडताळणी करता येते. सदर समिकरण चुक आहे की बरोबर ते पडताळले जाते.

एक उदाहरण पाहू

समिकरणाची तपासणी करू

$$v^2 = u^2 + 2ax \text{ हे समिकरण परिमाणाच्या दृष्टीने चूक आहे का अचूक आहे.}$$

उत्तर:

इथे पदार्थाचा आरंभीचा वेग u आहे व अंतिम वेग ' v ' आहे तसेच वेगातील त्वरण हे वेगाच्या दिशेने होत आहे. x हे पदार्थाचे विस्थापन आहे.

$$[v^2] = (\text{अंतिम वेग})^2 = \left(\frac{\text{लम्बाई}}{\text{समय}} \right)^2 = L^2 T^{-2}$$

$$[u^2] = (\text{आरंभीचा वेग})^2 = \left(\frac{\text{लम्बाई}}{\text{समय}} \right)^2 = L^2 T^{-2}$$

$$\begin{aligned} ax &= \text{त्वरण} \times \text{विस्थापन} = \left(\frac{\text{वेग}}{\text{समय}} \right) \times \text{विस्थापन} \\ &= \left(\frac{\text{लम्बाई} / \text{समय}}{\text{समय}} \right) \times \text{लम्बाई} = L^2 T^{-2} \end{aligned}$$

या ठिकाणी तीनही पदार्थांमधील सर्व परिमाणे समान आहेत, त्यामुळे परिमाणाच्या आधारे सदर समीकरण अचूक असावे.

उदाहरण- सुत्रांनी अचूकता पडताळा

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

इथे F हे बल आहे, m हे वस्तुमान आहे, v ही पदार्थाची गती आहे आणि r ही वर्तुळ त्रिज्या आहे.

उत्तर:

वेगाचे परिमाण LT^{-1} आहे

$$\text{त्यामुळे उजव्या बाजूचे परिमाण खालीलप्रमाणे होईल, } \frac{M(LT^{-1})^2}{L} = MLT^{-2}$$

डाव्या बाजूला बल ही राशी असून तिचे परिमाण MLT^{-2} असेल

दोन्ही बाजूंचे परिमाणे समान असल्याने सुत्रे अचूक असावे.

ब. एक मापन पद्धतीतून दुसऱ्या मापन पद्धतीत परस्पर रूपांतरण.

परिमाणांचा वापर करून एखाद्याला एका एकक पद्धतीमधून दुसऱ्या एकक पद्धतीमध्ये रूपांतर करण्याचा संख्यात्मक भाग शोधतो येतो.

त्याकरिता खालील उदाहरण विचार करू- एक ज्युल कार्याचे रूपांतर अर्ग (CGS) मध्ये करू

सर्वप्रथम आपण कार्याचा परिमाण सुत्रे शोधू

$$W = F \cdot x = \text{बल} \times \text{विस्थापन}$$

$$[W] = [F] [x] = MLT^{-2} \cdot L = ML^2 T^{-2}$$

इथे $n_1 = 1$, $u_1 = \text{ज्युल (MKS)}$, $u_2 = \text{CGS एकक}$, $n_2 = ?$

$$n_1 u_1 = n_2 u_2, \text{ म्हणून } n_2 = \frac{n_1 u_1}{u_2} = 1 \left(\frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ g}} \right) \left(\frac{1 \text{ m}}{1 \text{ cm}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ s}}{1 \text{ s}} \right)^2 = \left(\frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ g}} \right) \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ s}}{1 \text{ s}} \right)^{-2}$$

$$= 10^3 \times 10^4 = 10^7 \text{ अर्ग}$$

$$1 \text{ ज्युल} = 10^7 \text{ अर्ग}$$

अशा प्रकारे एखाद्याला जर साधित राशींचे परिमाण सुत्रे माहिती असतील तर एका एकक पद्धतीमधून दुसऱ्या एकक पद्धतीमध्ये रूपांतर करता येते.

क. भौतिक राशींमधील परस्पर संबंध शोधणे:

काही वेळा परिमाण सुत्रांचा वापर करून भौतिक राशींच्या दरम्यान असलेला परस्पर संबंध शोधता येतो. दिलेल्या दोन राशींमध्ये संबंध प्रस्थापित करण्याच्या पद्धतीमध्ये एखादा व्यक्ती तो इतर दोन राशींच्या गुणाकारामध्ये व्यक्त करू शकतो तसे मानतो. हा उपयोग परिमाणांचा उदाहरण घेऊन स्पष्ट करता येऊ शकतो.

उदाहरण : समजा ताणलेल्या दोरीवर F हे ताण बल कार्य करते, त्यामुळे दोरीमध्ये निर्माण होणाऱ्या कंपनांची वारंवारता व्यक्त करणे साध्य करावयाचे आहे. यामध्ये वारंवारता ही लावलेल्या ताण बलावर (F) अवलंबून असू शकते. दोरीची लांबी (l) आणि दोरीचे वस्तुमान प्रति लांबी (μ) आहे.

उत्तर : वारंवारता व्यक्त करायच्या राशी एकमेकांच्या गुणाकारामध्ये व्यक्त होतात असे मानू, त्या अशा

$$n = k l^a F^b \mu^c \quad \dots(1.1)$$

याठिकाणी k हा परिमाण रहित स्थिरांक आहे आणि a, b व c हे घातांक यामध्ये व्यक्त होत आहेत व ते आपणास शोधायचे आहेत. दोन्ही बाजूंचे परिणाम आपण खालील प्रकारे मानल्यावर,

$$T^{-1} = k L^a (MLT^{-2})^b (ML^{-1})^c = k L^{a+b+c} M^{b+c} T^{-2b}$$

दोन्ही बाजूंची परिमाणे सारखेच असायला हवीत. त्यामुळे आपणास खालील बाबी मिळतील,

$$a + b - c = 0; \quad b + c = 0; \quad -2b = -1$$

आणि हे सोडवून $b = 1/2, c = -1/2, a = -1$

या किमती (1.1) या समीकरणांमध्ये घेऊ

$$n = \frac{k}{l} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \dots(1.2)$$

परिमाण पृथक्करण केल्यास आपण दोन राशींमधील असा संबंध प्रस्थापित केला आहे की, दिलेल्या ताणलेल्या दोरीची वारंवारता ही दोरीवर लावलेल्या ताण बलाच्या वर्गमुळाच्या समप्रमाणात बदलते आणि लांबीच्या व्यस्त प्रमाणात बदलते तसेच वस्तुमानाच्या वर्गमुळाच्या प्रती लांबीच्या व्यस्त प्रमाणातच बदलते. स्थिरांक $k = 1/2$ ची किंमत आपण इतर काही पद्धतीने शोधू शकतो, मात्र परिमाणांचे पृथक्करण करून तो स्थिरांक आपल्याला शोधता येत नाही.

1.2.3 परिमाण पृथक्करण पद्धतीच्या मर्यादा

परिमाण समीकरणांचे पृथक्करण करून बरेच उपयोग आपल्याला होत असले तरी देखील त्याला काही मर्यादा आहेत.

- जेव्हा दिलेली राशी इतर राशींच्या गुणाकारामध्ये व्यक्त होतात तेव्हा त्यांचा संबंध प्रस्थापित करतात. उदाहरणार्थ- $v^2 = u^2 - ax$ या समीकरणातून तर्क साधता येत नाही.
- जेव्हा तीन पेक्षाही जास्त भौतिक राशी एकमेकांना अवलंबून असतात तेव्हा त्यांचा संबंध कमी समीकरणांनी व्यक्त होतो, त्यामुळे ही पद्धत वापरू शकत नाही. त्यामुळेच एकाच प्रकारे हे घातांकामध्ये व्यक्त होऊ शकत नाहीत.

3. परिमाणरहित स्थिरांक संख्या शोधणे परिमाण पृथःकरण पद्धतीच्या वापराणे शक्य होत नाहीत.
4. जेव्हा भौतिक राशींचे संबंधांमध्ये त्रिकोणमितीय पदे ($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ etc.), किंवा घातांकीय फलनाची पदे (e^x , a^x etc.) आणि लॉगॅरिथमिक पदे ($\log x$) येतात, तेव्हा परिमाण पृथःकरण पद्धतीचा वापर करणे शक्य होत नाही.

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

भौतिक राशी एका एककामधून दुसऱ्या एककात रूपांतरीत करणे गरजेचे असते, जसे की एक किलोग्रॅम साखरेचे रूपांतर 40 रुपयामध्ये करताना 250 ग्रॅम साखरेची किंमत शोधायची असेल. जर जागेची लांबी व रुंदी फुटामध्ये दिलेली असेल, त्याचे रूपांतरण मीटरमध्ये करणे गरजेचे असतात. स्थापत्य अभियंत्याने लोखंडाचे टनामध्ये दिलेले वजन किलोग्रॅममध्ये रूपांतरीत करणे गरजेचे असते.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक मुद्दे अनुसरून)

नासाचा मंगळाच्या हवामान विषयक अभ्यास विषयक मोहिमेत परिभ्रमण कक्षेत पाठवलेला उपग्रह कक्षेत प्रवेश करण्यापुर्वीच सप्टेंबर 1999 मध्ये नष्ट झाला. या अपघाताच्या चौकशीअंती असे आढळून आले की, बलांच्या एककांमध्ये गडबड झाली, संगणक आज्ञावली व उपग्रहावरील यंत्रणा दरम्यान न्युटन व पौंड-फोर्स अशी वेगवेगळ्या पद्धतीमध्ये आकडेवारी वापरली गेली. फार मोठे प्रयत्न, पैसा व वेळ यांचा प्रचंड अपव्यय झाला.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

बल, वस्तुमान व वेळ या राशी मुलभूत मानून T (अ) आघूर्ण (torque) (ब) दाब (क) त्वरण या राशींचे परिमाण ठरवा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: परिमाण पृथःकरणाचा वापर करून $x = ut + \frac{1}{2}at^2$ समिकरणांची सत्यता पडताळा.

उत्तर: $[x] = \text{लांबी} = L$; $[ut] = \text{वेग} \times \text{वेळ} = LT^{-1} \cdot T = L$ आणि $[at^2] = \text{त्वरण} \times \text{वेळ}^2 = LT^{-2} \cdot T^2 = L$
वरील समिकरणांमध्ये दोन्ही बाजूंची परिमाणे समान असल्याने दिलेली समिकरणे अचूक असणार.

प्र.2: एका साध्या लंबकाच्या गोळ्यांचे वस्तुमान (m), त्याला लावलेल्या दोऱ्याची लांबी (l), आणि गुरुत्वीय त्वरणामुळे तो (T) या आवर्ती काळात दोलायमान होतो. जर या लंबकाचा आवर्तन काल T , लंबकाची लांबी l , गोळ्याचे वस्तुमान m , व गुरुत्वीय त्वरण g यांच्या समप्रमाणात बदलतो तर आवर्तन काळासाठी चे इतर राशींच्या सोबतचे नाते परिमाण पृथःकरणाच्या सहाय्याने तर्कशुद्धपणे मांडा.

उत्तर: समजा दोलकाचा आवर्तन कालावधी T हा l , m व g यांच्या गुणाकारामध्ये खालील प्रकारे लिहीता येतील

$$T = k l^a m^b g^c \quad \dots(1)$$

येथे, k हा परिमाणरहित स्थिरांक आहे तसेच a , b , c हे घातांक आहेत.

दोन्ही बाजूंचे परिमाण विचारात घेतल्यास, $T = [L]^a [M]^b [LT^{-2}]^c$

$$\therefore L^0 M^0 T^1 = L^{a+c} M^b T^{-2c}$$

दोन्ही बाजूंच्या M , L व T यांचे घातांक समान आहेत. त्यामुळे $a + c = 0$; $b = 0$; व $-2c = 1$

म्हणून, $a = -c$, $b = 0$, $-2c = 1$.

$a = 1/2$, $b = 0$, $c = -1/2$

a , b व c यांच्या किमती समिकरण (1) मध्ये घेऊ.

$$T = kl^{1/2} g^{-1/2} \text{ म्हणजेच, } T = k \sqrt{\frac{l}{g}}$$

k या परिमाण विरहीत स्थिरांकाची किंमत इतर पद्धतीने शोधता येते. ती 2π इतकी आहे. इथे k या स्थिरांकाची किंमत परिमाण पृथक्करणाच्या पद्धतीने शोधू शकत नाही.

1.3 मापन

मनोरंजक वस्तुस्थिती

आपल्याला माहीत आहे का आपल्या तळहाताचा आकार देखील एक एकक म्हणून कार्य करू शकतो, हा मानक मापन रूपात अचूक नाही? आपल्या घरातील रेफ्रिजरेटरचे परिमाण तळहाताच्या एककामधे तपासा व मानक एकांशी त्यांची तुलना करा.

1.3.1 मोजमापन

मोजमापन ही प्रक्रिया किंवा कार्यक्रियाचा असा संच की जो दोन भौतिक राशींची तुलना करतो, त्यामधील एका राशीचे परिमाण माहिती नसतात व दुसरी राशी (किंवा एकक) माल पुर्वनिर्धारित मानक राशी असते. मोजमाप करण्यासाठी काही उपकरणे अस्तित्वात होती तर काही शोधली गेली, तर काही मोजमापनाच्या उपकरण शोधामुळे वैज्ञानिक प्रगतीला चालना देणारी ठरली, निसर्गावर स्वामित्व देणारी ठरली. हे स्वामित्व म्हणजे दैनंदिन जीवनात आवश्यकता असणाऱ्या अन्नधान्य उत्पादन असो, हिवाळ्यातील थंडीवर मात करण्यासाठी येणारी व्यवस्था असो, व्यापारातील गतीमानता असो, विविध उर्जा निर्मिती व मालकी असो आणि सध्या महत्त्वाकरीता अती आधुनिक साधनांच्या आधारे माहिती क्षेत्रावर स्वामित्व मिळवणे असे आहे.

1.3.2 मोजमापाची उपकरणे म्हणजे काय ?

एखादी राशी किती प्रमाणात किंवा किती संख्येने किंवा किती विस्ताराने आहे ते स्पष्ट करणारे साधन म्हणजे मोजमापाचे साधन होय. वर्नियर कैवार (Vernier Calipers), स्कू-प्रमापी (Micrometer Screw Gauge), डायल प्र-मापी (Dial Gauge), रीज्या प्र-मापी (Radius Gauge), सर्वेक्षण होकायंल (Surveying compass), मल्टीमीटर (Multimeter), अणुविद्युत संवेदक (Electronic sensors), प्रवाहमापी (Flowmeter) इत्यादी असे मोजमापांचे अभियांत्रिकीमध्ये विविध उपयोगासाठी तसेच अनेक साधने मोजमापासाठी वापरतात.

1.3.3 मोजमापाच्या उपकरणांची किमान वाचने व शून्य लुटी

मोजमापन उपक्रमाच्या सहाय्याने जे कमीत कमी अचूक मापन मोजले जाते त्याला त्या उपकरणांचे किमान मापन असे म्हटले जाते. ते मोजमापन उपकरणाच्या निश्चिततेचे पुष्टी देते.

उदाहरणार्थ –

(अ) नित्य भौमितीक वापरायची पट्टी 0.1 सेमी. किंवा 1 मी.मी. इतके अंतर अचूक मोजणे, ते वाचन म्हणजे पट्टीचे किमान मापन आहे, किंवा ती पातळी म्हणजे पट्टीची किमान निश्चितता आहे.

- (ब) सर्वसाधारणपणे व्हर्नियर कैवार (caliper) चे किमान वाचन 0.01 सेमी. = 0.1 मी.मी. म्हणून त्या किमान वाचनाची तुलना पट्टीच्या किमान वाचनाशी केली असता व्हर्नियरची स्पष्टता उत्तम आहे असे कोणीही म्हणू शकेल. व्हर्नियर कैवार (caliper) चे किमान वाचन (L.C.) खालील सूत्राने दिले जाते :

$$\text{अल्पमांक (L.C.)} = \frac{\text{मुख्य स्केल के सबसे छोटे भाग का मान}}{\text{वर्नियर स्केल के कुल भागों की संख्या}} = \frac{\text{SDMS}}{\text{TDVS}} = \frac{1 \text{ MSD}}{n}$$

- (स) सामान्यतः मायक्रोमीटर स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) च्या सहाय्याने 0.001 से.मी. ते 0.01 मी.मी. पर्यंत किंवा त्यापेक्षा कमी अंतर मोजले जाते. मायक्रोमीटर स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) चे किमान वाचनाचे (L.C.) सूत्र खालील प्रमाणे दिले जाते:

मायक्रोमीटर स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) चे किमान वाचन

$$\text{माइक्रोमीटर स्क्रू गेज का अल्पतमांक (L.C.)} = \frac{\text{स्क्रू गेज की पिच}}{\text{वृत्तीय स्केल पर कुल खानों की संख्या}}$$

या ठिकाणी, स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) चा पीच म्हणजे स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) मधील स्क्रूमधील दोन दातांमधील अंतराला स्क्रूचा पीच असे म्हणतात.

- (ड) बहिर्वक्र किंवा अंतर्वक्र भिंगाप्रमाणे असणाऱ्या वस्तुची कोनीय त्रिज्या मोजण्यासाठी स्पेरोमीटरचा वापर केला जातो. सर्वसाधारणपणे त्याचे किमान वाचन 0.001 सें.मी किंवा 0.01 मी.मी. पर्यंत असते.

$$\text{स्फेरोमीटर का अल्पतमांक (L.C.)} = \frac{\text{स्फेरोमीटर की पिच}}{\text{वृत्तीय स्केल पर कुल खानों की संख्या}}$$

ही प्रत्येक उपकरणे कोणतेही मोजमाप करण्यापुर्वी ती त्रुटीविरहीत आहेत का किती त्रुटी आहे हे तपासावे लागते. यामध्ये या सर्व उपकरणांविषयी शुन्य त्रुटी कशा प्रकारे हाताळवी लागतात या विषयी संबंधीत प्रयोगामध्ये उपलब्ध आहे.

1.3.4 मोजमापाचे प्रकार

मोजमापनाच्या किंमती काढण्यासाठी दोन प्रकार केले जातात: (1) प्रत्यक्ष व (2) अप्रत्यक्ष किंवा अनुमान पध्दती. व्हर्नियर कैवार (caliper), स्क्रू-प्रमापी (screw gauge), निर्देशांक मापनाची यंत्रे या सारखी उपकरणे प्रत्यक्ष मापनाची उपकरणे आहेत आणि त्यामुळे ठरवलेल्या लक्षाचे परिमाणे मोजली जातात. प्रत्यक्ष मोजमापनाची उपकरणे वापरण्यासाठी सोपी, सरळ व परवडणारी असतात. अप्रत्यक्ष मापनांच्या साधनांना आपण तुलनात्मक साधने देखील म्हणतो कारण ठरवलेले मापन करण्यासाठी वापरले जाणारी यंत्रणा एका संदर्भमानकांची आवश्यकता असते. या पध्दती बऱ्याच अंशी स्वायत्त प्रणाली वापराव्या लागतात, तसेच अति आधुनिक तंत्रज्ञान मापनासाठी आवश्यक ठरते.

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

रासायनिक कारखान्यांमध्ये प्लान्ट चालक (plant operator) सुरळीत कार्यान्वीत राहण्यासाठी विविध ठिकाणी तापमान व दाब यांची वाचने घेत असतो, त्यामुळे त्याला रासायनिक अभिक्रियेची प्रगती कळून येते व त्याला योग्य व आवश्यक पावले उचलता येतात.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण/टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक/मुद्देअनुसरून)

तुमच्या गाडीच्या चाकातील हवा जर 5 PSI (पोंड प्रति चौरस इंच) इतक्या दाबाने कमी असेल, तर त्या टायरचे आयुष्यमान धारण पणे 25 टक्क्यांनी कमी होते. या टायरमध्ये कमी असलेल्या हवेमुळे इंधन पाच टक्क्यांनी जास्त खर्च होते. त्यामुळे निसर्ग, पर्यावरणाची हानी होते व तुमच्या खिशालाही भुर्दंड पडतो.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

तुमच्या मनगटी घड्याळाचे किमान वाचन काय आणि त्याची मर्यादा किंवा पल्ला काय आहे? या निकालांची तुलना तुम्ही तुमच्या मित्रांच्या गटात करा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: मायक्रोमीटर स्क्रू-प्रमापीचे किमान वाचन 0.01मी.मी.आहे आणि त्याच्या चक्राकार (circular) पट्टीवर 50 भाग आहेत. तसेच त्याची शून्य लुटी + 0.02 मी. मी.आहे, तर ए-4 आकाराच्या कागदाची जाडीची अचूक मापन शोधा. स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) च्या मुख्य पट्टीवरील वाचन 0.70 mm आहे आणि चक्राकार (circular) पट्टीवरील वाचन 7 भागआहे.

उत्तर: या ठिकाणी स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) चे किमान वाचन L.C. = 0.01 मी.मी. आणि

शून्य लुटी (e) = + 0.02मी.मी.

त्यामुळे स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) ची दुरुस्ती (क) = -0.02 मी.मी.

मुख्य पट्टीवरील वाचन (MSR) = 0.70 मी. मी.;

चक्राकार (circular) पट्टीवरील वाचन (CSR) = 7 भाग.

∴ एकूण वाचन मी.मी मध्ये (TR) = (MSR + CSR × LC) = [0.70 + (7 × 0.01)] मी.मी.

= 0.77 मी.मी.

निरिक्षणाचे दुरुस्त वाचन = एकूण वाचन ± स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) ची दुरुस्ती

म्हणून, दुरुस्त वाचन = (0.77 - 0.02) = 0.75 मी. मी.

1.4 मोजमापनातील लुटी

गमतीशीर तथ्ये

जर तुम्ही फुटबॉल खेळत असताना, तुम्ही कित्येकदा गोल पोस्टवर चेंडू मारलेले आहेत पण गोल मात्र झाला नाही अशा वेळी तुमच्या जवळ अचूकपणा नव्हता, मात्र तुमच्या मारण्यामध्ये नेमकेपणा होता असे म्हणता येईल. जर तुम्ही डार्ट हा एक निशाणेबाजीचा खेळ खेळत असताना तुम्ही निशाण्याकडे वेगवेगळ्या ठिकाणी बाण मारलेले आहेत, तुमचे नेम केंद्रस्थानी असलेल्या वर्तुळात पडत होते. मात्र केंद्र स्थान चुकत होते. अशावेळी तुमच्या जवळ अचूकता होती पण नेमकेपणा नव्हता असे म्हणता येईल.

1.4.1 लुटी व लुटींचे प्रकार

मोजमाप करण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या जवळ जवळ सर्व मोजमापांच्या उपकरणांमध्ये लुटी येतच असतात. सर्व साधारणपणे मोजमापांच्या या लुटींना आपण निरिक्षण लुटी असे म्हणतो.

मोजमाप साधनांची अचूकता ही मोजलेली किंमत व वास्तव किंमत यांच्यामध्ये किती तफावत आहे ते दाखवते. राशी मोजण्यामध्ये नेमकेपणा हा आपणास स्पष्टता किंवा मर्यादा दर्शवतो. जवळपास सर्व मोजमापन साधनांमध्ये लुटी असल्याने प्रत्येक मोजमाप साधन आपणास अंदाजे किंमत देते. सर्व साधारणपणे लुटींचे वर्गीकरण दोन भागांमध्ये करता येईल (1) पध्दतशीर लुटी आणि (2) स्वैर लुटी

1. **पद्धतशीर लुटी:** पद्धतशीर लुटी या एकाच दिशेने असतात त्या एक तर धन असतील किंवा ऋण असतील. त्या पुन्हा तीन वर्गांमध्ये विभागल्या जातात.
 - (क) साधनांमधील लुटी (ख) प्रयोगातील तंत्र किंवा अपूर्णतांची लुटी (ग) व्यक्तीगत लुटी.
 - (क) **साधनांमधील लुटी:** या प्रकारातील लुटी सद्दोष व साधनाच्या अपूर्ण आराखडा किंवा मोजमापनातील तुलना केलेल्या असतात. त्यामुळे साधनातील दोष पूर्ण शुन्य लुटी इत्यादीमुळे या लुटी होतात.
 - (ख) **प्रयोगातील तंत्र किंवा अपूर्णतांची लुटी:** प्रयोगाच्या दरम्यान अप्रबंधीत पद्धती, तंत्रे अथवा काही भौतिक परिस्थिती (जसे की तापमान, आद्रता, दाब, समुद्रसपाटी पासूनची उंची, वेग इत्यादी सारखे घटक) मोजमापनामध्ये परिणाम करू शकतात.
 - (ग) **व्यक्तीगत लुटी:** वैयक्तिक लुटी या प्रयोगातील अयोग्य उपांगे आणि सुटे भागाचा वापर, व्यक्तीगत अनुभवाची कमतरता, वाचन घेतानाची योग्य सावधगिरी न घेतानाचा निष्काळजीपणा इत्यादीमुळे घडत असतात. तंत्र व कार्यपद्धतीमध्ये सुधारणा करणे, चांगल्या दर्जाची व नेमकी साधने निवडणे आणि शक्य तितक्या व्यक्तीगत लुटी टाळून किंवा कमी करून या सर्व प्रकारच्या पद्धतशीर लुटींना मर्यादित ठेवता येतात.
2. **स्वैर लुटी:** अनियमित काळानुरूप घडणाऱ्या या लुटी असतात आणि त्यामुळे त्याचे चिन्हे व आकार या गोष्टी मुक्त किंवा स्वैर असतात. प्रयोगाच्या दरम्यान काही स्वैर परिस्थिती किंवा अप्रतयेशित चढ-उतार (उदाहरणार्थ अचानक दाब, तापमान अथवा विद्युत दाब कमी-जास्त होणे, निरीक्षण घेताना वैयक्तिक लुटी होणे) यामुळे या लुटी घडतात.

1.4.2 मोजमापनातील लुटींचा अंदाज

- (क) **निरपेक्ष लुटी ($|\Delta a|$):** समजा एका भौतिक राशीच्या मापनामध्ये बरिच मापने घ्यावी लागली, त्यामधील किंमती $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. अशा आहेत. त्या सर्व सरासरी मध्ये खालील सुत्राने दिल्या जातील.

$$\bar{a} = a_{mean} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

वास्तव किंमत जर माहिती नसेल तेव्हा सरासरी मध्य किंमत वास्तव किंमत म्हणून गृहित धरावी लागते अशा वेळी वैयक्तिक मापने खालील प्रमाणे लिहिता येतील,

$$\Delta a_1 = \bar{a} - a_1; \Delta a_2 = \bar{a} - a_2, \Delta a_3 = \bar{a} - a_3, \dots \dots \Delta a_n = \bar{a} - a_n$$

व्यक्तीगत लुटी धन किंवा ऋण असू शकते मात्र निरपेक्ष लुटी $|\Delta a|$ नेहमी धन असते

- (ख) **सरासरी सापेक्ष लुटी ($\overline{\Delta a}$):** या प्रकारची लुटी खालील प्रमाणे दर्शवता येते $\overline{\Delta a}$ किंवा Δa_{mean} .

$$\text{म्हणून } \overline{\Delta a} = \Delta a_{mean} = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + \dots + |\Delta a_n|}{n}$$

केवळ एका मोजमापासाठी 'a' ची किंमत खालील प्रमाणे लिहिता येईल

$$a = a_{mean} \pm \Delta a_{mean}$$

- (ग) **सापेक्ष लुटी (अपूर्णाकीय लुटी) (δa) आणि शेकडा लुटी ($\delta a\%$):**

$$\text{सापेक्ष लुटी } (\delta a) = \frac{|\overline{\Delta a}|}{\bar{a}} = \frac{\Delta a_{mean}}{a_{mean}} \text{ आणि शेकडा लुटी, } \delta a = \frac{\Delta a_{mean}}{a_{mean}} \times 100\%$$

1.4.3 अंकगणितीय क्रियांमुळे त्रुटींचा प्रसार

समजा X आणि Y या दोन भौतिक राशी आहेत. त्यांची मापे व त्रुटी अनुक्रमे $X \pm \Delta X$, $Y \pm \Delta Y$ अशी लिहीता येतात. या ठिकाणी ΔX व ΔY या निरपेक्ष त्रुटी आहेत. समजा Z ही दोन्ही राशींमुळे मिळणारी परिणामी राशी आहे व ΔZ ही परिणामी निरपेक्ष त्रुटी आहे.

(अ) बेरीज अथवा ($Z = X + Y$) वजाबाकी मधील त्रुटी ($Z = X - Y$):

बेरीज अथवा वजाबाकी यामुळे जास्तीत जास्त शक्य त्रुटी ΔZ ने दिली जाईल

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

राशींच्या बेरीज अथवा वजाबाकीतील निरपेक्ष त्रुटी नेहमी मिळवली जाते.

(ब) गुणाकारातील त्रुटी ($Z = XY$), भागाकारातील त्रुटी ($Z = X/Y$):

गुणाकारातील अथवा भागाकारातील जास्तीत जास्त सापेक्ष किंवा अपूर्णाकीय त्रुटी खालील प्रमाणे दिली जाईल.

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$$

गुणाकार किंवा भागाकारातील त्रुटी या सापेक्ष किंवा अपूर्णाकीय त्रुटी असतात त्या उत्तरात नेहमी मिळवाव्या लागतात.

(क) राशींच्यामधील घातांकीय त्रुटी:

समजा, $Z = k \frac{X^n Y^m}{C^q}$ या ठिकाणी, k = स्थिरांक

त्यामुळे सापेक्ष किंवा अपूर्णाकीय त्रुटी खालील प्रमाणे लिहीता येते.

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta X}{X} + m \frac{\Delta Y}{Y} + q \frac{\Delta C}{C}$$

म्हणजेच. भौतिक राशींच्या सापेक्ष अथवा अपूर्णाकीय त्रुटी जेव्हा राशींच्या जितक्या घातांकात येत असतील तेव्हा सापेक्ष अथवा अपूर्णाकीय त्रुटीचे निवारण करण्यासाठी घातांकाची किंमत व त्रुटी यांचा गुणाकार परिणामी उत्तरात मिळवावा लागतो.

1.4.4 महत्वपूर्ण आकडे किंवा संख्या

विश्वासनीय आकडे व पहिला अनिश्चित आकडेयांच्या बेरजेने महत्वपूर्ण आकडा किंवा महत्वपूर्ण संख्या मोजमापासाठी अहवालात आवश्यक ठरतात. महत्वपूर्ण आकडे मोजमापनातील नेमकेपणा दर्शवतात व ते मोजमाप साधनांच्या किमान वाचनावर अवलंबून असतात.

महत्वपूर्ण आकडे ठरविण्या विषयक नियम

- (1) शून्ये तर सर्व संख्या (1 ते 9 अंक) महत्वपूर्ण असतात.
- (2) शून्येतर अंकांच्या दरम्यान येणारी शून्ये महत्वपूर्ण आकडे असतात भले कोणत्याही ठिकाणी दशांश चिन्ह असो.
- (3) जर संख्या एका पेक्षा लहान असेल तर ($<$) 1 (एक), दशांशाच्या उजव्या बाजूला येणारा शून्य (किंवा शून्ये) आणि पहिल्या शून्येतर संख्येच्या डाव्या बाजूस असणारी शून्य (किंवा शून्ये) महत्वपूर्ण नसतात. दशांश चिन्ह नंतरचे शेवटचे शून्ये महत्वपूर्ण आकडे ठरतात हे लक्षात ठेवा. [उदाहरणार्थ, 0.001430, या अंकात अधोरेखित केलेले शून्य महत्वपूर्ण आकडे नाहीत.]

- (4) संख्येत दशांश चिन्ह नसेल तर त्यातील अखेरचे शुन्य (किंवा शुन्ये) महत्वपूर्ण नसतात. [उदाहरणार्थ 139 मी. = 13900 से.मी. = 139000 मी.मी या संख्यांमध्ये शुन्येतक्ष तीन आकडे महत्वपूर्ण आहेत तर शुन्य (किंवा शुन्ये) महत्वपूर्ण आकडे नाहीत].
- (5) महत्वपूर्ण आकडे ठरवण्यासंदर्भात गडबड टाळण्यासाठी शुन्य (किंवा शुन्ये) पुर्वी येणारे महत्वपूर्ण आकडे असतात असे मानावे, हा मोजमापनातील सोपा मार्ग आहे. मोजमापन शास्त्रीय पद्धतीने दर्शविण्यासाठी प्रत्येक मापन महत्वपूर्ण आकडे व दहाच्या घातांक यांच्या गुणकारात व्यक्त करण्याचा प्रघात आहे. [उदाहरणार्थ $100.0 = 1.0 \times 10^2 + 2$]

महत्वपूर्ण आकड्यासोबत अंकगणितातील आकडे मोडीचे नियम

गुणाकारात व भागाकारात कमीत कमी महत्वपूर्ण आकडे दिलेल्या सर्व संख्यांमध्ये येतात त्यामुळे संख्यांचा विचार अंतिम उत्तरात करावाच लागतो. बेरीज अथवा वजाबाकीतील अंतिम उत्तरामुळे संख्यांपैकी कमीत कमी दशांशातील स्थाने राखून ठेवली जातात.

उपयोग (वास्तव जीवनात/ औद्योगिक क्षेत्रात)

काही मर्यादित माणसाला जवळपास सर्व क्रियांमध्ये मापन व त्यातील त्रुटी यांचा संबंध येतो. उदाहरणार्थ मोजमापनाचे उपयोग व त्रुटींचे पृथक्करण यांचा वापर GPS व GNSS या तंत्रज्ञानाच्या आधारे वैद्यकीय व आरोग्य विभाग, ऑलिंपिक दर्जाच्या क्रिडा क्षेत्रात, उत्पादन व औद्योगिक क्षेत्रात केला जातो.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक /नैतिक /मुद्दे अनुसरून)

दिनांक 23 जुलै, 1983 रोजी मॉंट्रियलहून एडोम्टोनकडे जाणारी एअर कॅनडाचे विमान उड्डाण क्र. 143 ने सर्व इंधन अर्ध्या वाटेतच समुद्र सपाटीपासून 41000 फूट उंचीवर असताना संपवले. त्यामुळे त्या विमानाला आणि-बाणी परिस्थितीत उतरावे लागले. हे सर्व घडले या मागचे कारण उड्डाणापुर्वी इंधनाची टाकी भरताना झालेली त्रुटी हे होते. इंधनाच्या आकारमानासंदर्भात रूपांतरणासंदर्भात किलो ग्रॅम प्रति लिटर ऐवजी इंपेरियल एकक पद्धतीचा वापर झालेला होता.

मनोरंजक वस्तुस्थिती

मापन एककांच्या प्रत्येक बाजूला अचुकतेची मर्यादा अर्धा एकक आहे. 5.5 मीटर लांबीच्या लाकडामध्ये मापनाची अचुकता बरोबर किंवा 0.1 च्या जवळपास आहे. याचा अर्थ ते लाकूड 5.45 मीटर ते 5.55 मीटरच्या दरम्यान कितीही असेल. तुमची स्वतःची उंची मोजताना असणारी अचुकता किती असेल.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: बॉलपेनच्या बॉलचा व्यास पुढील प्रमाणे दिलेला आहे. (0.70 ± 0.01) मी.मी. यांचा अर्थ स्पष्ट करा?

उत्तर: यांचा अर्थ असा की बॉलपेनच्या व्यासाची वास्तव किंमत 0.69 मी.मी. ते 0.71 मी.मी. यांच्या दरम्यान असते.

प्र.2: जर एका केलेल्या प्रयोगामध्ये सर्व मोजमापे समान वेळा घेतलेली आहेत, तर त्या अंती मोजमापामध्ये जास्तीत जास्त कोणती त्रुटी घडेल?

उत्तर: सुत्रामध्ये जास्तीत जास्त घातांक मध्ये राशी आल्यास मोजमापामुळे त्रुटी जास्तीत जास्त उद्भवत जातात. जर सर्व राशींचे घातांक समान असतील तर ज्या राशीची किंमत कमी आहे तिच्यामुळे जास्तीत जास्त (मोठ्यात मोठी) त्रुटी उद्भवते.

प्र.3: जेव्हा एका गोळ्याची त्रिज्या स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) च्या सहाय्याने मोजली आणि त्या निरिक्षणातून गोळ्याची त्रिज्या खालील प्रमाणे मिळतात. तेव्हा निरिक्षणातून मिळणारी शेकडा त्रुटी शोधा : $R_1 = 2.46$ से.मी, $R_2 = 2.40$ से.मी, $R_3 = 2.48$ से.मी, $R_4 = 2.43$ से.मी, $R_5 = 2.42$ से.मी.

उत्तर:

$$(i) \quad \text{निरिक्षणासाठी माध्य} = \frac{\bar{a}}{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5}$$

$$= \frac{2.46 + 2.40 + 2.48 + 2.43 + 2.42}{5}$$

$$= \left(\frac{12.19}{5} \right) = 2.438 \text{ cm}$$

(ii) वैयक्तिक निरिक्षणातील निरपेक्ष त्रुटी :

$$|\Delta a_1| = |2.438 - 2.46| = |-0.022| \text{ cm} = 0.022 \text{ cm}$$

$$|\Delta a_2| = |2.438 - 2.40| = |+0.038| \text{ cm} = 0.038 \text{ cm}$$

$$|\Delta a_3| = |2.438 - 2.48| = |-0.042| \text{ cm} = 0.042 \text{ cm}$$

$$|\Delta a_4| = |2.438 - 2.43| = |+0.008| \text{ cm} = 0.008 \text{ cm}$$

$$|\Delta a_5| = |2.438 - 2.42| = |+0.018| \text{ cm} = 0.018 \text{ cm}$$

$$(iii) \quad \text{निरिक्षणातील निरपेक्ष त्रुटी} = \Delta \bar{a} = \frac{|a_1| + |a_2| + |a_3| + |a_4| + |a_5|}{5}$$

$$= \frac{0.022 + 0.038 + 0.042 + 0.008 + 0.018}{5}$$

$$= \frac{0.128}{5} = 0.0256 \text{ cm}$$

$$(iv) \quad \text{सापेक्ष त्रुटी } \delta a = \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}}$$

$$= \frac{\text{माध्य निरपेक्ष त्रुटी}}{\text{प्रेक्षणां का माध्य}} = (0.0256 \text{ cm} / 2.438 \text{ cm}) = 0.0105$$

$$(v) \quad \text{शेकडेवारी त्रुटी } \delta a\% = \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}} \times 100\% = (0.0105 \times 100) \% = 1.05\%$$

प्र.4: खाली दिलेल्या निरिक्षणातील महत्वपूर्ण आकडे शोधा:

(क) 0.001 सेकंद (ख) 4.34×10^4 मी/सेकंद (ग) 0.5250 कि.ग्रॅम. (घ) 6.0780 न्यु/मी²

(च) 31.052 कॅलरी (छ) 0.0009012 मी (ज) 1.0203×10^{12} हर्ट्झ (झ) 1.5×10^{-9} अॅम्पीअर

उत्तर: निरिक्षणातील महत्वपूर्ण आकडे खालील प्रमाणे:

अ. क्र.	निरिक्षण	महत्वपूर्ण आकडे
(क)	0.001 सेकंद	1 (एक)

अ. क्र.	निरिक्षण	महत्वपूर्ण आकडे
(ख)	4.34×10^4 मी/सेकंद	3 (तीन)
(ग)	0.5250 कि.ग्रॅ	4 (चार)
(घ)	6.0780 न्यु/मी ²	5 (पाच)
(च)	31.052 कॅलरी	5 (पाच)
(छ)	0.0009012 मी	4 (चार)
(ज)	1.0203×10^{12} हर्ट्झ	5 (पाच)
(झ)	1.5×10^{-9} अॅम्पीअर	2 (दोन)

युनिटचा सारांश

- मोजता येणाऱ्या आणि निरिक्षण करता येणाऱ्या राशींना भौतिक राशी असे म्हणतात.
- सात मुलभूत भौतिक राशी स्वतंत्र स्वरूपाच्या आहेत. कोन व घनकोन या दोन पुरक राशी आहेत. त्यांची एकेके अनुक्रमे रेडियन (rad) व स्टरेडियन (sr) अशी आहेत.
- साधित भौतिक राशी यामुळ राशींच्या पासून साध्य केल्या जातात आणि साधित राशींच्या एककांना साधित एकेके असे म्हणतात.
- एखादी भौतिक राशी जितक्या वेळा वापरली जाते तितका घातांक त्या भौतिक राशीच्या परिमाणात येतो.
- भौतिक राशींचे सुत्रांमधे जे पदे येतात त्यामधे केवळ सात मुळ राशींचा सामावेश असतो.
- एका एकक पद्धती मधून दुसऱ्या एकक पद्धतीमधे रूपांतर करण्यासाठी परिमाण पद्धतीचा वापर होतो. परिमाण समिकरणे पडताळणी साठी या पद्धतीचा उपयोग होतो तसेच काही राशींच्या संबंध सांगणाऱ्या समिकरणांची सिध्दता मिळवण्यासाठी परिमाण पद्धतीचा उपयोग होतो.
- किमान वाचन हे मोजमापन साधनामुळे मोजणाऱ्या कमीत कमी वाचन होय, ती कमीत कमी मोजलेली किंमत त्या मर्यादेपर्यंत अचूक असते.
- मोजमापाचे साधन किती अचूक वाचन किंवा मापन करावयाचे आहे त्यावर अवलंबून असते.
- अचूकता म्हणजे तंतोतंत बरोबर किंमत (निशाण्यावर असलेला लक्ष-मध्य) नेमकेपणा म्हणजे पुन्हा पुन्हा त्याच ठिकाणी लक्ष भेद करणे (अंशतः चुकीच्या ठिकाणी का होईना पुन्हापुन्हा त्या ठिकाणी लक्ष भेद करणे).
- मोजमाप साधनांचे किमान वाचनातील महत्वपूर्ण आकडे त्याचा नेमकेपणा दर्शवितो.

स्वाध्याय

(अ) वस्तुनिष्ठ प्रश्न

- 1.1 खालील पैकी उत्तेजक बलाचे परिमाण कोणते: [LOD1]
 (अ) ML^2T^{-2} (ब) MLT^{-1}
 (क) $M^2L^2T^{-1}$ (ड) ML^3T^{-2}
- 1.2 $ML^{-1}T^{-2}$ हे परिमाण कोणती राशी व्यक्त करते : [LOD2]
 (अ) प्रतिबंध (ब) Y (यंगचा स्थितीस्थापकता स्थिरांक)
 (क) दाब (ड) शक्ती
- 1.3 खालील पर्यायांमध्ये कोणती राशी व तिचे एकक जुळणारी नाही: [LOD1]
 (अ) बल-न्युटन (ब) विद्युत धारकता-फॅरड
 (क) शक्ती-वॅट (ड) कोनीय संवेग-ज्युल
- 1.4 उर्जा घनतेची परिमाणे कोणत्या राशीच्या परिमाणा सारखी असतात. [LOD2]
 (अ) बल (ब) दाब
 (क) वेग (ड) रेखीय संवेग
- 1.5 खालील पैकी परिमाण रहीत राशी : [LOD3]
 (अ) एकक असू शकते (ब) कधीही एकक असत नाही
 (क) नेहमी एकक असते (ड) अस्तित्वात असत नाही
- 1.6 रिकाम्या जागा भरा: [LOD3]
 खालील प्रमाणे आदर्श वायू समिकरण दिले जाते
 $(\rho + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT$ या ठिकाणी, p , v व T ही अक्षरे अनुक्रमे वायुवरील दाब, त्याचे आकारमान व निरपेक्ष तापमान दर्शवतात, तसेच R हा वैश्विक वायु स्थिरांक आहे. या समिकरणामधे 'a' या स्थिरांकाचे परिणाम _____ आहे
- 1.7 खालील जोड्या जुळवा: [LOD1]
 (1) स्पेरोमीटर (अ) तारेची जाडी मोजणे
 (2) मोजपट्टी (ब) चंचूपात्राचा व्यास
 (3) व्हर्नियर कैवार (caliper) (क) प्रकाशकी भिंगाची कोनीय त्रिज्या
 (4) मायक्रोमीटर स्कू-प्रमापी (ड) चलाख भ्रमणध्वनीची लांबी
- 1.8 महत्त्वपूर्ण आकड्यांच्या नियमानुसार खालील प्रमाणे $(1.0305 \times 10^{23}) + (0.011 \times 10^{23})$, आपणास _____ मिळते. $(1.0415 \times 10^{23}, 1.042 \times 10^{23}, 1.041 \times 10^{23}, 1.04 \times 10^{23})$ [LOD1]

1.9 जर R_1 , R_2 and R_3 हे तीन विद्युत रोध एकसर जोडीत जोडलेले आहेत आणि त्यांच्या शेकडा लुटीची किंमत अनुक्रमे $10 \pm 1\%$ ओहम, $12 \pm 0.8\%$ ओहम व $20 \pm 2\%$ ओहम आहे, तर परिणामी रोधातील शेकडा लुटी ___ इतकी असेल. ($\pm 3.6\%$, $\pm 3.8\%$, $\pm 3.3\%$, $\pm 3.5\%$) [LOD2]

1.10 एका चलाख भ्रमणध्वनीची (smart phone) लांबी 6 इंच आहे. त्या भ्रमणध्वनीच्या सहाय्याने टेबलची लांबी मोजली असता, 91.44 सेमी इतकी टेबलची लांबी असताना _____ इतका भ्रमणध्वनीच्या एकका इतकी असेल. (9, 6, 11, 15) [LOD2]

(अ) वस्तुनिष्ठ प्रश्नाची उत्तरे

1.1 (ब) उत्तेजक बलाचे परिमाण: उत्तेजक बल = बल \times वेळ = MLT^{-2} . $T = MLT^{-1}$

1.2 (ड) प्रतिबल = $\frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$

$$\text{यंगचा स्थिती स्थापकता स्थिरांक } Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l} = \frac{MLT^{-2}L}{L^3} = ML^{-1}T^{-2}$$

$$\text{दाब} = \text{बल} / (\text{क्षेत्रफल}) = ML^{-1}T^{-2} \times \text{शक्ति} = (\text{कार्य}) / \text{समय} = ML^{-1}T^{-3}$$

1.3 (ड) कोनीय संवेग = रेषीय संवेग \times लांबी = कि.ग्रॅ. मी/ सेकंद \times मी = कि. मी.²सेकंद⁻²

1.4 (ब) उर्जा घनता = (ऊर्जा) / आयतन

$$= ML^{-1}T^{-2}, \text{ बल} = \text{वस्तुमान} \times \text{त्वरण} = MLT^{-2}$$

$$\text{दाब} = \text{बल} / (\text{क्षेत्रफल}) = ML^{-1}T^{-2}, \text{ वेग} = LT^{-1},$$

$$\text{रेषीय संवेग} = \text{वस्तुमान} \times \text{वेग} = MLT^{-1}$$

1.5 (अ) परिमाणी राशींना एकक असू शकते.

$$\text{उदाहरणार्थ, एक प्रतलीय कोन} = (\text{चाप}) / (\text{त्रिज्या}) = M^0L^0T^0 \text{ परिमाणरहित मात्र कोनाचे एकक रेडियन}$$

1.6 $p + a/v^2$ या मध्ये या दोन पदांची बेरीज होईल, दोन्ही पदांचे परिणाम सारखेच असणार

$$p = a/v^2, a = pv^2 = \text{बल} / (\text{क्षेत्रफल}) \times (\text{आयतन})^2 = ML^5T^{-2}$$

1.7 1-क; 2-ड; 3-ब; 4-अ

1.8 $1.042 \times 10^{23} [\therefore (1.0305 + 0.011) \times 10^{23} = 1.0415 \times 10^{23}$

बेरीज केल्यानंतर आपण मुळ संख्यांचे कमीत कमी महत्वपूर्ण आकडे घेणार आहोत. त्यामुळे 1.042×10^{23} हे उत्तर मिळेल अपूर्णाकाचे आकडे राऊंड ऑफ करून.

1.9 $\pm 3.8\% [\therefore R_{eq} \pm \Delta R_{eq} = (R_1 \pm \Delta R_1) + (R_2 \pm \Delta R_2) + (R_3 \pm \Delta R_3) = (10 \pm 1\%) + (12 \pm 0.8\%) + (20 \pm 2\%) = (10 + 12 + 20) \pm (1 + 0.8 + 2) \% = 42 \pm 3.8\% \text{ ohms}]$

1.10 6 [\therefore टेबलची लांबी 91.44 सेमी आहे; कारण 2.54 सेमी. = 1 इंच, 91.44 से.मी. = 36 इंच. या ठिकाणी, 6 इंच = 1 चालाख भ्रमणध्वनीची (smartphone) लांबी, \therefore 36 इंच = 6 चालाख भ्रमणध्वनीची लांबी]

(ब) वर्णनात्मक प्रश्न

1.1 खालील राशींचे परिमाण शोधा.

(1) बल

(2) विद्युत क्षमता

(3) रेखीव संवेग

[LOD1]

1.2 परिमाणांच्या एक रुपतेचे तत्वाचे विधान करा आणि परिमाण पृथःकरणाचा वापर करून पदार्थाचे वस्तुमान 'm' असलेल्या व पदार्थाच्या वेगातील त्वरण 'a' असतानाचे पदार्था वर कार्य करणाऱ्या 'F' बलासोबतचे नाते प्रस्थापित करा.

[LOD3]

1.3 जेव्हा उर्जेचे सूत्र $E = hf$ असते या ठिकाणी 'f' ही वारंवारता आहे, तेव्हा प्लँकच्या स्थिरांकाचे h परिमाण शोधा.

[LOD1]

1.4 परिमाण पृथःकरण पद्धतीचा वापर करून खालील समिकरणांची सत्यता पडताळा.

(अ) $S = \frac{\rho r h g}{2 \cos \theta}$

(ब) $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$

(क) $F = 6\pi r v \eta$.

या ठिकाणी h उंची आहे, S हा पृष्ठीय ताण आहे, ρ ही घनता आहे, T हे ताण बल आहे, m हे वस्तुमान प्रती लांबी आहे आणि η हा प्रवाही बलाचा गुणांक आहे.

[LOD2]

1.5 मोटरची शक्ती 1500 वॅट CGS पद्धतीत रुपांतरीत करा.

[LOD2]

1.6 प्रगमनशील तरंग समिकरणा नुसार A व k यांची परिमाणे शोधा, $y = A \sin (\omega t - kx)$ या ठिकाणी तरंग संदर्भात, y = विस्थापन, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ कोनीयवेग, t = तरंग वेळ

[LOD3]

1.7 नेमके मोजमाप करण्यासाठी व्हर्नियर कैवार (caliper) पेक्षा स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) चा वापर करण्याची कारणे सांगा.

[LOD1]

1.8 व्हर्नियर कैवार (caliper) च्या मुख्य पट्टी वरील वाचन 1.3 सेमी आहे आणि व्हर्नियर पट्टीवरील वाचन 21 भाग आहे तर एकूण वाचन शोधा तसेच जर व्हर्नियर कैवार (caliper) चे किमान वाचन 0.02 मी.मी. असून व्हर्नियर कैवार (caliper) मध्ये 2 भागांची ऋण त्रुटी आहे.

[LOD1]

1.9 एका व्होल्ट मिटरचा पल्ला 0–250 व्होल्ट इतका असून विद्युत दाबातील घट मोजण्यासाठी घटकाच्या दोन्ही टोकांवर जोडलेला आहे आणि बऱ्याच वेळा हा व्होल्ट मीटर चालू-बंद केला तरीही प्रत्येक वेळी त्याने 5 व्होल्ट वाचन दाखवले. शक्य तितक्या अचूक, विद्युत दाबाचे मोजमाप करण्यासाठी आपण या परिस्थितीमध्ये कशी कार्यवाही कराल?

[LOD2]

1.10 माझ्याकडे 10 सेमी.लांबीचा दोरा आहे. तितक्याच व्यासाची तांब्याची तार आणि मोजपट्टी आहे. मोजपट्टीचा पल्ला 0 ते 30 सेमी. आहे. माझ्याकडे व्हर्नियर कैवार (caliper) किंवा स्क्रू-प्रमापी (screw gauge) सारखे मापन साधन नाही. मला तांब्याच्या तारेचा व्यास 1 मीमी पर्यंत अचूक मोजावयाचा असल्यास मी तो कशा प्रकारे मोजू शकतो?

[LOD3]

(B) वर्णनात्मक प्रश्नाची उत्तरे

- 1.1 (अ) MLT^{-2} (ब) $ML^2T^{-3}I^{-1}$ (क) MLT^{-1}
- 1.2 $F = KmB$ $K = 1$ (स्थिरांकाची किंमत प्रयोगांती ठरवण्यात आली आहे.)
- 1.3 $[h] = ML^2T^{-1}$
- 1.4 (अ) विधान सत्य असू शकते. (ब) विधान सत्य असू शकते. (क) विधान सत्य असू शकते.
- 1.5 1.5×10^{10} अर्ग/सेकंद (CGS एकक)
- 1.6 $[A] = L$, $[K] = L^{-1}$
- 1.8 $13.46 \text{ mm} = 1.346 \text{ cm}$ [': एकूण मापन = मुख्य पट्टीवरील वाचन + (व्हर्नियर पट्टीवरील वाचन \times कमीत कमी गणना) = $[13 + (21 \times 0.02)] \text{ mm} = 13.42 \text{ mm}$ किंवा 1.342 cm ; बरोबर मापन = एकूण मापन + दुरुस्ती = $13.42 + (2 \times 0.02) = 13.42 + 0.04 = 13.46 \text{ mm}$]

प्रात्यक्षिक

1. व्हर्नियर कैवार (caliper) चा वापर करून दिलेल्या दंडगोल, परिक्षानळी, चंचूपात्राची लांबी व त्रिज्या मोजा आणि त्या प्रत्येक वस्तूचे आकारमान शोधा.

प्रात्यक्षिकाचे महत्व

विद्यार्थी अभ्यासादरम्यान आणि त्यांच्या कामाच्या व्यवसायात बाह्य व्यास, खोली, आतील व्यास आणि वस्तूची लांबी मोजण्यासाठी व्हर्नियर कॅलिपर वापरतील. उद्योगांमध्ये, जेव्हा 1 मिमी पेक्षा कमी वस्तूचे परिमाण मोजण्याची गरज असते तेव्हा सामान्य तराजू निरुपयोगी असतात. अशा प्रकारच्या मापनात व्हर्नियर कॅलिपरचा वापर अचूकतेसह 0.1 मिमी पर्यंत परिमाण मोजण्यासाठी केला जातो. या प्रयोगात व्हर्नियर कॅलिपरचा वापर खूप छान समजावून सांगितला आहे.

संबंधित सिद्धांत

व्हर्नियर कॅलिपर हे एक साधे साधन आहे ज्याद्वारे वस्तूची लांबी एक मिलीमीटरच्या एक दशांश किंवा सेंटिमीटरच्या शंभराव्या भागापर्यंत अचूकपणे मोजता येते.

वापरलेला फॉर्म्युला: व्हर्नियर कॅलिपरची कमीत कमी गणना

$$L.C. = \frac{\text{मुख्य पैमाने पर सबसे छोटे भाग का मान}}{\text{वर्नियर पैमाने पर कुल भागों की संख्या}} = (1 \text{ mm}) / 10 = 0.1 \text{ mm} = 0.01 \text{ cm}$$

(a) निरीक्षण वाचन = मुख्य प्रमाण वाचन + (व्हर्नियरची रेषा जी मुख्य पट्टीशी जुळते \times कमीत कमी गणना)

(b) सुधारित वाचन = निरीक्षण वाचन - (\pm शून्य त्रुटी)

(c) बेलनाकार (cylindrical) वस्तूचे प्रमाण $V = \pi r^2 h$

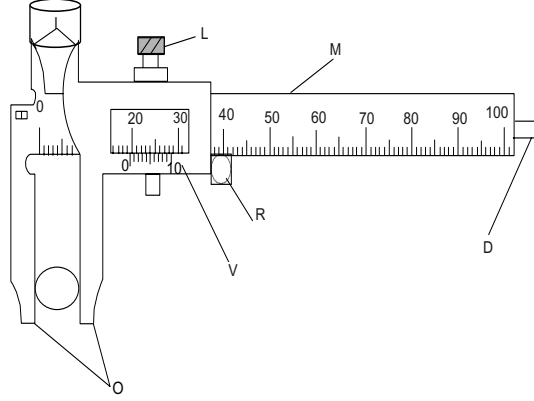
इथे h ही लांबी, r ही बेलनाकार (cylindrical) वस्तूची आतील त्रिज्या आहे.

प्रात्यक्षिकाचे परिणाम (PrO)

PrO1: व्हर्निअर कॅलिपरची कमीत कमी गणना (L.C.) आणि शून्य त्रुटी काढा.

PrO2: वस्तूची लांबी, अंतर्गत व्यास आणि खोलीच्या मोजमापात व्हर्निअर कॅलिपर वापरा.

PrO3: दिलेल्या वस्तूचे आकारमान निश्चित करा.

प्रात्यक्षिक रचना (रेखांकन / रूपरेषा / परिक्रमाआकृती / कामाची परिस्थिती)

आकृती 1.1: व्हर्निअर कॅलिपर

‘I’ = अंतर्गत व्यास मोजण्यासाठी जबडे, O = बाहेरचा व्यास मोजण्यासाठी जबडे, V = व्हर्निअर पट्टी M = मुख्य पट्टी, D = नळीची खोली, R = थंब स्कू, L = लॉक स्कू

आवश्यक संसाधने (Resources required)

अ.क्र.	आवश्यक संसाधने (महत्त्वपूर्ण वैशिष्ट्ये असलेली यंत्रे/ साधने/ साधने)	प्रमाण	वास्तविक संसाधने आवश्यक यंत्रे/ साधने/ साधने व्यापक तपशीलसह (विद्यार्थ्यांनी भरणे)	टिप्पण्या/शेरा (जर काही असेल तर)
	व्हर्निअर कॅलिपर	1		
	बेलनाकार (cylindrical) वस्तू	1		
	परीक्षा नळी	1		
	चंचुपात्र	1		
	पट्टी	1		

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

- जर व्हर्निअर स्केल मुख्य पट्टीवर सहजपणे सरकत नसेल तर मशीन ऑईल/ग्रीस लावा.
- स्कूच्या धाग्याचे कोणतेही नुकसान टाळण्यासाठी अनावश्यक दबाव न आणता व्हर्निअरचा स्कू घट्ट करा.

3. लंबामुळे कोणतीही चूक होऊ नये म्हणून, थेट विभागणी चिन्हावर लक्ष ठेवा.
4. प्रत्येक निरीक्षणाने महत्त्वपूर्ण आकडेवारी आणि मापन दुरुस्त केलेले असावेत.

सुचविलेली प्रक्रिया (Suggested Procedure)

(A) बेलनाकार वस्तूचा व्यास मोजणे

1. व्हर्निअर कॅलिपरचा प्रत्येक भाग ओळखा.
2. संबंधित सिद्धांतात वरील प्रमाणे सूत्राद्वारे व्हर्निअर कॅलिपरची कमीत कमी गणना निश्चित करा.
3. आकृती 1.2 ते आकृती 1.4 दिलेल्या पद्धतीनुसार शून्य लुटी मोजा.
4. आता बाह्य व्यास मोजण्यासाठी जबड्याच्या मध्ये बेलनाकार वस्तू ठेवा. व्हर्निअर स्केलच्या शून्य बिंदूच्या डावीकडे मुख्य प्रमाणाचे वाचन त्वरित लक्षात घ्या.
5. डाव्या टोकापासून उजवीकडे (शून्य) वरच्या बाजूला व्हर्निअर स्केलचे विभाग आणि मुख्य पट्टीवरचे विभाग यांची एकरूपता पहा (कोणतीही लुटी टाळण्यासाठी आपला डोळा थेट विभाग चिन्हावर ठेवा). हे n ने नमूद केलेले एक व्हर्निअर स्केलचे वाचन आहे.
6. एकूण वाचन = मुख्य प्रमाण वाचन + $n \times L.C.$
7. लंब स्थितीच्या परिक्रमेवर वस्तूचा व्यास प्राप्त करण्यासाठी वरील 4 ते 6 चरण यांची पुनरावृत्ती करा. प्रत्येक प्रकरणात वाचनाचे तीन संच घ्या.
8. दिलेल्या बेलनाकार वस्तूच्या व्यासाचा सुधारित वाचनाक शोधा आणि शेवटी दिलेल्या सूत्रात मूल्ये ठेवून आकारमान मोजा.

(B) आकारमान शोधण्यासाठी दिलेल्या काचपात्र आणि चाचणी नळीचा अंतर्गत व्यास आणि खोली मोजणे.

1. अनावश्यक दबाव न आणता व्हर्नियर कॅलिपरचा वरचा जबडा काचपात्राच्या आतल्या भिंतीला स्पर्श करण्यासाठी जुळवून घ्या. त्या जागेवर स्क्रू हळूवारपणे घट्ट करा.
2. काचपात्राच्या अंतर्गत व्यासाचे मूल्य मिळविण्यासाठी (A) प्रमाणे 4 ते 6 चरण यांची पुनरावृत्ती करा. काचपात्राच्या तीन वेगवेगळ्या जागेवर वाचनाक घ्या.
3. बीकरची खोली निश्चित करण्यासाठी, व्हर्नियर कॅलिपरच्या मुख्य प्रमाणाची किनार पेरिफेरलची एड्ज (किनार) त्याच्यावर ठेवा.
4. धातूच्या पट्टीपर्यंत व्हर्निअर कॅलिपरचा हलता जबडा सरकवत रहा किंवा स्टेम D फक्त बीकरच्या तळाला स्पर्श करतो आणि तो तळाच्या पृष्ठभागावर पूर्णपणे लंबवर्तुळाकार असतो आता व्हर्निअर कॅलिपरचा पेच घट्ट करा.
5. आता पुन्हा मुख्य प्रमाणाचे वाचन शोधा आणि व्हर्निअर स्केलचे विभाजन करा.
6. मुख्य वाचन = मुख्य पट्टीवरील वाचन + $n \times L.C.$ प्रयोगाच्या चंचुपात्राची खोली मिळवण्यासाठी. काचपात्राची वेगवेगळ्या ठिकाणची खोली मोजण्यासाठी वाचन घ्या.
7. निरीक्षणे नोंदवा आणि गरज पडल्यास शून्य सुधारणा लागू करा. चंचुपात्राचा अंतर्गत व्यास आणि खोली यांचा सुधारित वाचनाचा अर्थ मोजा आणि शेवटी दिलेल्या सूत्रात मूल्ये ठेवून आकारमान मोजा.
8. परीक्षा नळीसाठी वरील समान प्रक्रिया [(B) 1 ते 7] पुन्हा करा.

निरीक्षणे आणि गणना

निरीक्षणे

- (1) व्हर्निअर कॅलिपरची कमीत कमी गणना (व्हर्निअर कॉन्स्टंट)

मुख्य प्रमाणात सर्वात लहान विभाग (MSD) = X cm

व्हर्निअर स्केलवरील विभागांची एकूण संख्या = N

$$\text{कमीत कमी गणना} = \frac{\text{MSD}}{N} = \frac{X}{N} \text{ cm}$$

- (2) बेलनाकार (cylindrical) वस्तूची लांबी = cm

- (3) शून्य लुटी आणि त्याची दुरुस्ती

जेव्हा बाह्य व्यासाचे जबडे एकमेकांना स्पर्श करतील, तेव्हा व्हर्निअरचा शून्य मुख्य प्रमाणाच्या शून्याशी जुळला पाहिजे, तेव्हा उपकरणात कोणतीही चूक नाही हे सिद्ध होते (आकृती 1.2) जर तसे नसेल तर उपकरणात शून्य लुटी असल्याचे म्हटले जाते (हे उत्पादनातील दोषामुळे किंवा अयोग्य हाताळणीमुळे घडले असावे). शून्य लुटी सकारात्मक किंवा नकारात्मक असू शकते. व्हर्निअर स्केलचा शून्य मुख्य प्रमाणाच्या शून्याच्या डावीकडे किंवा उजवीकडे आहे यावर अवलंबून आहे (आकृती 1.3 & आकृती 1.4). या परिस्थितीत निरीक्षण केलेल्या वाचनात सुधारणा करणे आवश्यक आहे.

(1) सकारात्मक शून्य लुटी

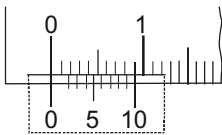
व्हर्निअर स्केलचे जेव्हा दोन्ही जबडे एकमेकांना स्पर्श करत असतात ते व्हर्निअर स्केलवरचा शून्य मुख्य प्रमाणाच्या शून्याच्या उजवीकडे हलवला जातो जो (आकृती 1.3) मध्ये बघा. या परिस्थितीत, मोजमापादरम्यान, घेतलेले वाचन प्रत्यक्ष वाचनापेक्षा जास्त असेल. म्हणून, या प्रकरणात शून्य लुटी सकारात्मक आहे आणि दुरुस्ती लागू करणे आवश्यक आहे. केलेल्या कोणत्याही मोजमापासाठी शून्य लुटी निरीक्षण केलेल्या वाचनातून 'वजा' केली पाहिजे.

अशा प्रकारे, सुधारित वाचन = निरीक्षण वाचन - (+शून्य लुटी)

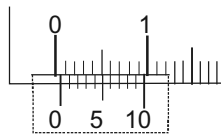
(ब) नकारात्मक शून्य लुटी

व्हर्निअर स्केलचे जेव्हा दोन्ही जबडे एकमेकांना स्पर्श करत असतात तेव्हा व्हर्निअर स्केलवरचा शून्य मुख्य प्रमाणाच्या शून्याच्या डावीकडे हलवला जातो जो (आकृती 1.4) मध्ये बघा. या परिस्थितीत, मोजमापादरम्यान, घेतलेले वाचन प्रत्यक्ष वाचनापेक्षा कमी असेल. म्हणून, या प्रकरणात शून्य लुटी नकारात्मक आहे आणि दुरुस्ती लागू करणे आवश्यक आहे.

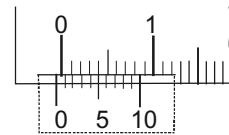
अशा प्रकारे, सुधारित वाचन = निरीक्षण वाचन - (-शून्य लुटी).



आकृती 1.2: शून्य लुटी



आकृती 1.3: सकारात्मक शून्य लुटी



आकृती 1.4: नकारात्मक शून्य लुटी

निरीक्षण तक्ता (Observation Table):

A बेलनाकार वस्तूचा व्यास मोजणे (Measuring the diameter of a cylindrical object)

अ.क्र.	एकाच दिशेमध्ये				लंब दिशेमध्ये				सरासरी मोजमाप	सुधारित मोजमाप
	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	व्हर्निअर स्केलवरील समांतर असलेला विभागाचा नंबर (n)	व्हर्निअर स्केल मोजमाप = $n \times \text{L.C}$ (in cm)	एकूण मोजमाप = $MS + VS = (a + c)$ cm	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	व्हर्निअर स्केलवरील समांतर असलेला विभागाचा नंबर (n)	व्हर्निअर स्केल मोजमाप = $n \times \text{L.C}$ (in cm)	एकूण मोजमाप = $MS + VS = (a' + c')$ cm	सरासरी मोजमाप $\frac{(d + d')}{2}$ cm	सुधारित मोजमाप = सरासरी मोजमाप - (\pm सुधारित शून्य बूटी) (cm)
	(a)	(b)	(c)	(d)	(a')	(b')	(c')	(d')	(e)	(f)
1. ते 3.										

B परीक्षा नळीचा अंतर्गत व्यास आणि खोली मोजणे (Measuring the internal diameter and depth of a test tube)

	अ.क्र.	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	व्हर्निअर स्केलवरील समांतर असलेला विभागाचा नंबर n (b)	व्हर्निअर स्केल मोजमाप = $(n \times \text{L.C})$ (c) cm	एकूण मोजमाप = $(MS + VS) = (a + c)$ cm (d)	सुधारित मोजमाप = एकूण मोजमाप - (\pm सुधारित शून्य बूटी) cm (e)
आंतरिक व्यास	1 ते 3.					
खोली	1 ते 3.					

टीप: चंचुपात्राचा व्यास आणि खोलीसाठी पुन्हा तेच टेबल काढा

परिणाम आणि / किंवा व्याख्या

- बेलनाकार वस्तूची लांबी (l) = _____ cm
- बेलनाकार वस्तूचा एकूण बरोबर व्यास (D) = _____ cm
- बेलनाकार वस्तूचा एकूण बरोबर त्रिज्या (R) = $D/2 =$ _____ cm
- बेलनाकार वस्तूचे आकारमान (V_1) = $\pi R^2 l =$ _____ cm^3
- नळीच्या आतील एकूण बरोबर व्यास (d) = _____ cm
- नळीच्या आतील एकूण बरोबर त्रिज्या (r) = $d/2 =$ _____ cm
- नळीची खोली (l_1) = _____ cm

- h. नळीचे आकारमान (V_2) = $\pi r^2 l_1 =$ _____ cm^3
- i. चंचुपात्राचा एकूण बरोबर असलेला आतील व्यास (d') = _____ cm
- j. चंचुपात्राची एकूण बरोबर असलेली आतील त्रिज्या (r') = $d'/2 =$ _____ cm
- k. चंचुपात्राची खोली (l_2) = _____ cm
- l. चंचुपात्राचे आकारमान (V_3) = $\pi r'^2 l_2 =$ _____ cm^3

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

.....

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न

- व्हर्निअर स्थिरता परिभाषित करा.
- सरकत्या पट्टीचा किंवा व्हर्नियर कॅलिपरच्या खोडाचा वापर लिहा.
- व्हर्निअर कॅलिपरमध्ये शून्य त्रुटी शोधण्याची पद्धत स्पष्ट करा.
- व्हर्निअर कॅलिपरचे तत्त्व थोडक्यात स्पष्ट करा.



सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

दिलेल्या प्रक्रियेसंदर्भात सूचकांनी मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून काम केले पाहिजे

(परफॉर्मंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित :..... गुण * (..... %)		60%	
1.	व्हर्निअर कॅलिपरची कमीत कमी गणना (L.C.) शोधण्यासाठी	15%	
2.	व्हर्निअर कॅलिपरच्या शून्य त्रुटीचे मोजमाप	15%	
3.	दिलेल्या वस्तूची लांबी आणि व्यासांचे योग्य मोजमाप	15%	
4.	गणना आणि परिणाम मिळवा	15%	
उत्पादन संबंधित :..... गुण * (..... %)		40%	
5.	त्रुटीचा अंदाज	10%	
6.	परिणाम आणि व्याख्या	10%	
7.	निष्कर्ष आणि वैधता	10%	
8.	प्रात्यक्षिक संबंधित प्रश्नांची किंवा तोंडी प्रश्नांची उत्तरे देण्याची तयारी	10%	
एकूण		100%	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्यांचे नाव :			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
मिळालेले गुण			
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण	

2 .स्कू गेजचा वापर करून सॉलिड बॉल, वायर आणि पुठ्याची जाडी यांचा व्यास निश्चित करा

प्रात्यक्षिकाचे महत्व (Physical Significance)

भविष्यात स्कू गेजचा वापर करून विद्यार्थ्यांना स्कू गेजच्या मदतीने वायरचा व्यास कोठेही शोधता येईल. तसेच कोणत्याही पातळ पत्त्याची (फ्लॅट लॅमिना) ची जाडी देखील काढत येते जी त्यांच्या कामाच्या वेळी त्यांच्यासाठी उपयुक्त ठरेल.

संबंधित सिद्धांत (Relative Theory)

पिच: स्कूला एक संपूर्ण रोटेशन दिले जाते आणि स्कू गेजने स्कूच्या टोकापासून जेवढे अंतर प्रवास केले त्याला स्कू गेजची खेळपट्टी म्हणतात. हे स्कूच्या सलग दोन धाग्यांमधील मधील अंतर असते. स्कू गेजची खेळपट्टी ही 1mm ईतकी असते.

स्कू गेजची कमीत कमी गणना: स्कू गेजद्वारे अचूकपणे मोजलेल्या किमान अंतराला स्कू गेजची सर्वात कमी गणना म्हणतात

$$\text{स्कू गेज की पिच} = \frac{\text{स्कू द्वारा तय की गई दूरी}}{\text{स्कू को दिए गए घुमावों की संख्या}}$$

$$\text{अल्पतमांक} = \frac{\text{पिच}}{\text{वृत्ताकार पैमाने पर कुल भागों की संख्या}} = \frac{1\text{mm}}{100} = 0.001 \text{ cm}$$

कमीत कमी गणना = खेळपट्टी / गोलाकार पट्टीवरील एकूण विभाग = 1mm/100 = 0.01mm = 0.001cm व्यासाचे एकूण

वाचन = मुख्य पट्टीवरील वाचन + गोलाकार पट्टीवरील जुळणारी रेष × कमीत कमी गणना पुठ्याच्या जाडीचे एकूण वाचन = मुख्य पट्टीवरील वाचन + गोलाकार पट्टीवरील जुळणारी रेष × कमीत कमी गणना = x + (n × L.C.)

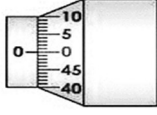
व्यासाचे सुधारित वाचन = व्यासाचे एकूण वाचन - (± शून्य लुटि)

पुठ्याच्या जाडीचे सुधारित वाचन = पुठ्याच्या जाडीचे एकूण वाचन - (± शून्य लुटि)

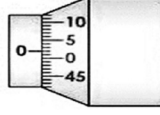
स्कू गेजची शून्य लुटी

जेव्हा स्कूचा शेवट आणि स्टडचा पृष्ठभाग एकमेकांच्या संपर्कात असतो तेव्हा रेषीय प्रमाण (किंवा मुख्य प्रमाण) आणि वर्तुळाकार प्रमाण वाचन शून्य असले पाहिजे. जर हे दाखवले गेले नाही तर स्कू गेजमध्ये एक लुटी असल्याचे म्हटले जाते जी शून्य लुटी असते.

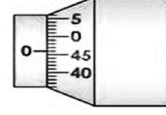
जेव्हा A आणि B समोरच्या बाजूने संपर्कात येतात तेव्हा शून्य लुटी नसते कारण रेषीय प्रमाण आणि वर्तुळाकार प्रमाण यांचे शून्य गुण एकमेकांशी जुळतात जे आकृती 1.5 मध्ये दाखवले आहे. जेव्हा रेषीय प्रमाणाच्या पलीकडे वर्तुळाकार प्रमाणात वाचन शून्य किंवा सकारात्मक पेक्षा जास्त असते, तेव्हा स्कू गेजमध्ये दर्शविल्याप्रमाणे सकारात्मक शून्य लुटी असते जे आकृती 1.6 मध्ये दाखवले आहे. जेव्हा रेषीय प्रमाणातील वर्तुळाकार प्रमाणाचे वाचन शून्य किंवा नकारात्मक पेक्षा कमी असते, उपकरणात नकारात्मक शून्य लुटी असते जे आकृती 1.7 मध्ये दाखवले आहे.



आकृती 1.5: शून्य त्रुटी नाही



आकृती 1.6: धन शून्य त्रुटी



आकृती 1.7: ऋण शून्य त्रुटी

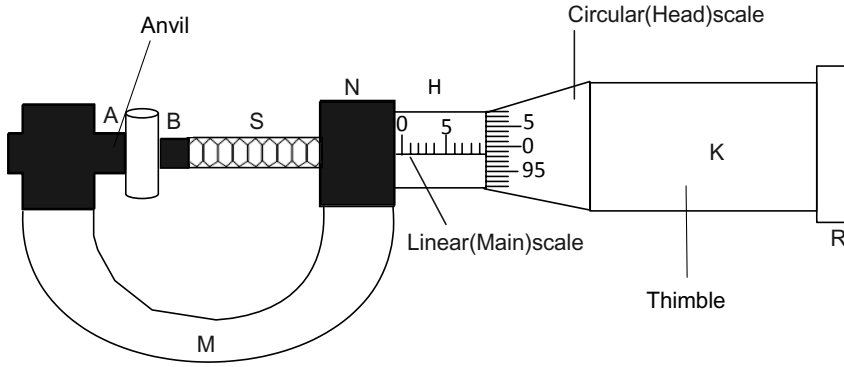
प्रयोगाची फलनिष्पत्ती (PrO)

PrO1: विद्यार्थी स्कू गेजची कमीत कमी गणना आणि शून्य त्रुटी निश्चित करण्यास सक्षम होतो.

PrO2: आपले ज्ञान स्कू गेजचा वापर करून चेंडू आणि वायरचा व्यास शोधण्यासाठी लावा.

PrO3: स्कू गेज वापरून पुट्टाची जाडी शोधण्यासाठी.

प्रात्यक्षिक रचना (रेखांकन /रूपरेषा /परिक्रमाआकृती/कामाची परिस्थिती)



A अनविल किंवा स्टड, S-स्पिन्डल, N-लॉक नट M-फ्रेम, H-बॅरल, K-थिंबल, R-रॅचेट स्कू

आकृती 1.7: स्कू गेज

आवश्यक संसाधने (Required Resources)

अ. क्र.	आवश्यक संसाधने (महत्त्वपूर्ण वैशिष्ट्ये असलेली यंत्रे/ साधने/ साधने)	प्रमाण	वास्तविक संसाधने आवश्यक यंत्रे/ साधने/ साधने व्यापक तपशीलसह (विद्यार्थ्यांनी भरणे)	टिप्पण्या (जर काही असेल तर)
	व्हर्निअर कॅलिपर	1		
	बेलनाकार (cylindrical) वस्तू	1		
	परीक्षा नळी	1		
	चंचुपात्र	1		
	पट्टी	1		

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

1. स्कू घर्षण न करता मुक्तपणे हलला पाहिजे.
2. स्कूची मागच्या बाजूची लुटी टाळण्यासाठी स्कू त्याच दिशेने हलविला पाहिजे.
3. अतिरिक्त आवर्तन टाळावे.

सुचविलेली कृती (Suggested Procedure)

1. मुख्य प्रमाणात दिलेल्या पाच पूर्ण रोटेशनमध्ये स्कूच्या टोकाने प्रवास केलेले अंतर शोधा त्यानंतर स्कू गेजच्या खेळपट्टीच्या बरोबरीने या अंतराला 5 ने विभागा.
2. वर्तुळाकार पट्टीवरील आणि स्कू गेजच्या खेळपट्टीवरील विभाग मोजा आणि त्याला गोलाकार पट्टीवरील एकूण विभागांनी भागा. की जे स्कू गेजच्या कमीत कमी गणणे बरोबर असते.
3. स्कू गेजचे रॅचेट असे फिरवा की जेणेकरून स्थिर बिंदु A आणि फिरणारे टोक B एकमेकांना स्पर्श करतात आणि त्यामुळे रॅचेटचे पुढील रोटेशन शक्य नाही.
4. वर्तुळाकार प्रमाणाच्या विभाजनाची नोंद करा आणि मुख्य प्रमाण नंतर शून्य लुटी शोधा.
5. आता स्थिर बिंदु A आणि फिरणारे टोक B यांच्या टोकादरम्यान वायर घाला नंतर रॅचेट असे फिरवा की A आणि B दोघेही तारेला स्पर्श करतात आणि पुढील रोटेशन शक्य होऊ शकणार नाही.
6. नंतर मुख्य प्रमाणाचे वाचन लक्षात घ्या आणि वर्तुळाकार प्रमाणाचे विभाजन करा.
7. मागील स्थितीनुसार वायर लंबवर्तुळाकार ठेवले आणि पुन्हा आकड्यांचे वाचन करा.
8. 5, 6 आणि 7 वी पायरी पुन्हा करा आणि 4 ते 5 वाचनाक घ्या आणि वायर चा सरासरी व्यास काढा.
9. तारेच्या व्यासाचे सुधारित मूल्य मिळविण्यासाठी गरज पडल्यास (\pm) चिन्हासह शून्य लुटी वजा करा.
10. स्टॅंड A आणि टोक B दरम्यान कार्डबोर्ड घाला, पाच वेगवेगळ्या ठिकाणची जाडी निश्चित करा.
11. स्कू आणि स्कू गेजच्या स्टॅंडमध्ये दिलेला घन गोळा (सॉलिड बॉल) घाला आणि पाच वेगवेगळ्या ठिकाणी व्यास निश्चित करा.
12. घन गोळ्याचा व्यास आणि पुढ्याच्या जाडी मोजा आणि शून्य लुटी मधून वजा करा.

निरीक्षण आणि गणना

निरीक्षण

खेळपट्टी निश्चित करण्यासाठी: 5 पूर्ण रोटेशनमध्ये स्कूच्या टोकाने प्रवास केलेले अंतर X आहे म्हणून, पिच (खेळपट्टी) = $\frac{X}{5} = \dots\dots\dots\text{cm}$, गोलाकार पट्टीवरील एकूण विभाग (N) =

स्कू गेज का अल्पतमांक (L.C.) = $\frac{\text{पिच}}{\text{वृत्तीय पैमाने पर कुल भागों की संख्या}} = \dots\dots\dots\text{cm}$

स्कू गेजची कमीत कमी गणना = खेळपट्टी / गोलाकार पट्टीवरील एकूण विभाग

शून्य लुटी : शून्य लुटीचे वाचन = $X \pm n \times \text{L.C.} = \pm \dots\dots\dots\text{cm}$

निरीक्षण तक्ता:

1. तारेचा व्यास निश्चित करण्यासाठी

अ. क्र .	एकाच दिशेतील मोजमापे				लंब दिशेतील मोजमापे				मोजलेला व्यास = $\frac{(d + d')}{2}$ (cm)	सरासरी व्यास (cm)
	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	वर्तुळाकार पट्टीवरील समांतर असलेला भाग (n)	वर्तुळाकार पट्टीवरील मोजमाप = $n \times L.C.$ (cm)	एकुण मोजमाप (a + c) cm	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	वर्तुळाकार पट्टीवरील समांतर असलेला भाग (n)	वर्तुळाकार पट्टीवरील मोजमाप = $n \times L.C.$ (cm)	एकुण मोजमाप (a' + c') (cm)		
	(a)	(b)	(c)	(d)	(a')	(b')	(c')	(d')	(e)	(f)
1. ते 5.										

2. घन चेंडू आणि तारेचा व्यास निश्चित करण्यासाठी

अ. क्र	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	वर्तुळाकार पट्टीवरील समांतर असलेला भाग (n)	वर्तुळाकार पट्टीवरील मोजमाप = $n \times LC$ (cm)	एकुण मोजमाप (a + c) (cm)	सरासरी मोजमाप (cm)
	(a)	(b)	(c)	(d)	(f)
1. ते 5.					

टीप: प्रात्यक्षिक वहीत वायरसाठी पुन्हा तेच टेबल काढा

निष्कर्ष आणि/किंवा अनुमान

(a) तारेच्या व्यासाचे सुधारित मूल्य (D_1) = वायरचा सरासरी व्यास - शून्य त्रुटी (चिन्हासह) = _____ cm(b) चेंडूच्या व्यासाचे सुधारित मूल्य (D_2) = बॉलच - शून्य त्रुटी (चिन्हासह) सह सरासरी व्यास = _____ cm(c) पुठ्याच्या जाडीचे सुधारित मूल्य (t) = कार्डबोर्डचे सरासरी मूल्य - (\pm शून्य त्रुटी) = _____ cm

निष्कर्ष आणि / किंवा पृथःकरण (विद्यार्थींनी भरायचे)

.....

.....



प्रात्यक्षिकासंबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न

1. स्कू गेजच्या शब्दाच्या खेळपट्टी (पिच) या शब्दाबद्दल लिहा.
2. सकारात्मक आणि नकारात्मक शून्य त्रुटीची स्थिती लिहा.
3. स्कू गेजची मागच्या बाजूची त्रुटी कमी करण्याची पद्धत स्पष्ट करा.
4. स्कू गेजची कमाल श्रेणी निश्चित करण्याची पद्धत स्पष्ट करा.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

दिलेल्या प्रक्रियेसंदर्भात सूचकांनी मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून काम केले पाहिजे

(परफॉर्मेंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित :..... गुण * (..... %)		60%	
1.	स्कू गेजची कमीत कमी गणना (L.C.) शोधण्यासाठी	15%	
2.	शून्य त्रुटीचे मोजमाप	15%	
3.	बॉल, वायर या वस्तूचा योग्य व्यास आणि पुठ्याची जाडी यांचे योग्य मोजमाप	15%	
4.	गणना आणि परिणाम मिळवा गणना आणि परिणाम मिळवा	15%	
उत्पादन संबंधित गुण * (.....%)		40%	
5.	त्रुटीचा अंदाज	10%	
6.	परिणाम आणि व्याख्या	10%	
7.	निष्कर्ष आणि वैधता	10%	
8.	प्रतिक्षिक संबंधित प्रश्नांची किंवा तोंडी प्रश्नांची उत्तरे देण्याची तयारी	10%	
एकूण		100%	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव: मिळालेले गुण			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण	

3. स्फेरोमीटर वापरून अंतर्वक्र आणि बहिर्वक्र भिंगाची / पृष्ठभाग लिज्या मोजणे**प्रात्यक्षिकाचे महत्व (Practical Significance)**

तेल उद्योग आणि यांत्रिक अभियांत्रिकी सारख्या उद्योगांमध्ये, अभियंते वेगवेगळ्या वक्र पृष्ठभागाची वक्रता जसे पाईप, मेटल प्लेट्स आणि गोलांचे पृष्ठभाग मोजण्यासाठी स्फेरोमीटर वापरतात. वक्र पृष्ठभागाच्या वक्रतेची लिज्या स्फेरोमीटर वापरून 0.01 मिमी

पर्यंत उच्च परिशुद्धतेसह मोजली जाऊ शकते. सिव्हिल इंजिनिअरिंगमध्ये, सर्वेक्षणात सिलेंडर आणि लेन्सची वक्रता मोजण्यासाठी स्फेरोमीटर उपयुक्त आहे. पेट्रोलियम उद्योगात स्फेरोमीटरचा वापर धातूच्या पृष्ठभागाची सपाटता आणि ड्रिलिंग प्रक्रियेत पाईप्सची गोलाकारता मोजण्यासाठी केला जातो. या प्रयोगात स्फेरोमीटरचा वापर आणि तत्त्व दिलेले आहे.

संबंधित सिद्धांत (Relevant Theory)

पिच: मुख्य प्रमाणात एका संपूर्ण रोटेशनमध्ये वर्तुळाकार प्रमाणात प्रवास केलेले अंतर

$$\text{स्फेरोमीटरचे किमान वाचन} = \frac{\text{स्फेरोमीटर स्कू का पिच}}{\text{वृत्ताकार पैमाने के कुल भागों की संख्या}}$$

$$= \frac{1\text{mm}}{100} = 0.01 \text{ mm} = 0.001 \text{ cm}$$

$$\text{वक्र पृष्ठभागाच्या वक्रतेच्या लिज्याचे सूत्र (R)} = \frac{a^2}{6h} + \frac{h}{2}$$

येथे a हे स्फेरोमीटरच्या दोन पायांमधील सरासरी अंतर आहे आणि ' h ' ही वक्र पृष्ठभागापासून सपाट पृष्ठभागापर्यंतची सरासरी ऊंची आहे जिला सॅजिट्टा (sagitta) म्हंटल जाते. विमानाच्या पृष्ठभागावरून उंची ज्याला म्हणून ओळखले जाते.

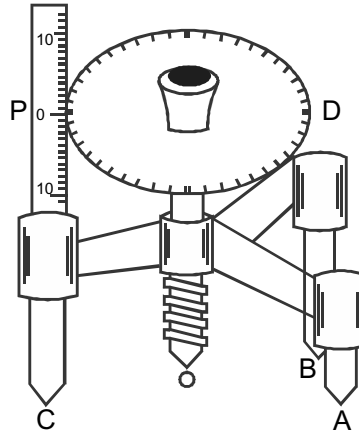
प्रात्यक्षिकाचे परिणाम (Practical Outcomes (PrO))

PrO1: विद्यार्थी स्फेरोमीटरची कमीत कमी गणना (L.C.) आणि शून्य त्रुटी निश्चित करू शकतील.

PrO2: अंतर्वक्र आणि बहिर्वक्र भिंगाचा/पृष्ठभागाचा सॅजिट्टा शोधण्यासाठी स्फेरोमीटरचा वापर करा.

PrO3: स्फेरोमीटरचा वापर करून अंतर्वक्र आणि बहिर्वक्र भिंगाच्या/ पृष्ठभागाच्या वक्रतेची लिज्या शोधण्यासाठी.

प्रात्यक्षिक रचना (रेखांकन /रूपरेषा /परिक्रमाआकृती/कामाची परिस्थिती)



आकृती 1.9: स्फेरोमीटर (Spherometer)

A, B, C = लेग्ज, D = गोलाकार पट्टी (circular scale), O = मधला लेग (central leg),

p = उभी पट्टी (किंवा मुख्य पट्टी)

लागणारी सांसाधने (Resources Required)

क्र.	आवश्यक संसाधने (महत्त्वपूर्ण वैशिष्ट्ये असलेली यंत्रे/ साधने/ साधने)	प्रमाण	वास्तविक संसाधने आवश्यक यंत्रे/ साधने/ साधने व्यापक तपशीलसह (विद्यार्थ्यांनी भरणे)	टिप्पण्या (जर काही असेल तर)
1.	स्फेरोमीटर	1		
2.	बहिर्वक्र भिंग	1		
3.	आंतर्वक्र भिंग	1		
4.	सपाट काचेचा पृष्ठभागा	1		

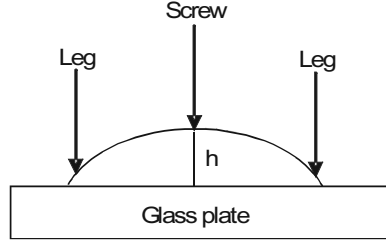
प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

1. स्कू घर्षणाशिवाय मुक्तपणे हलला पाहिजे.
2. स्कूची बॅक-लॅश तुटी टाळण्यासाठी स्कू त्याच दिशेने हलविला पाहिजे.
3. अतिरिक्त आवर्तन टाळावे.

सुचविलेली कृती (Suggested Procedure)

1. स्फेरोमीटरचा मध्यवर्ती पेच वाढवा आणि तीन पायांचे टोचणे मिळविण्यासाठी प्रयोग वहीवर स्फेरोमीटर हळूवारपणे दाबा.
2. त्रिकोण ABC तयार करण्यासाठी बिंदू जोडून टोचण्यांमधील अंतर मोजा.
3. वहीवर ही अंतरे (AB, BC, AC) नोंदवा, आणि त्यांचे सरासरी मूल्य 'a' मोजा.
4. खेळपट्टी (पीच) आणि स्फेरोमीटरची सर्वात कमी गणना निश्चित करा आणि ते एक एक करून रेकॉर्ड करा.
5. स्फेरोमीटर बहिर्वक्र पृष्ठभागावर हळूवारपणे पटकन ठेवा. मध्यवर्ती स्कूच्या टोकाने फक्त पृष्ठभागाला स्पर्श करेपर्यंत स्कू खाली वळवा (स्कूचे टोक फक्त त्याच्या प्रतिमेला स्पर्श करेल जी बहिर्वक्र भिंगाच्या पृष्ठभागात आहे) आणि स्फेरोमीटरचे तीनही पाय देखील त्या बहिर्वक्र भिंगाच्या पृष्ठभागाच्या संपर्कात आहेत.
6. मुख्य प्रमाण (किंवा व्हर्निअर प्रमाण) चे वाचन लक्षात घ्या आणि वर्तुळाकार प्रमाणावरील n विभाग देखील वाचा जो उभ्या पट्टीच्या प्रमाणाला सुसंगत आहे. मग एकूण वाचन = मुख्य स्केल वाचन + L.C. बहिर्वक्र पृष्ठभागावर वाचन करताना मुख्य प्रमाण वाचन त्या उभ्या स्केलच्या शून्याच्या वर मोजले जाते.
7. 5 आणि 6 वी पायरी परिवेश पृष्ठभागावर तीन वेगवेगळ्या ठिकाणी स्फेरोमीटरचे वाचन करण्यासाठी पुन्हा करा. स्फेरोमीटरच्या बहिर्वक्र पृष्ठभागावर घेतलेल्या वाचनाचा अर्थ h_1 आहे.
8. 5 आणि 6 वी पायरी पुन्हा परिवेश पृष्ठभागावर वाचन करण्यासाठी घ्या. अंतर्वक्र पृष्ठभागाच्या बाबतीत मुख्य प्रमाण वाचन त्या उभ्या प्रमाणाच्या शून्याच्या खाली मोजले जाते. अंतर्वक्र पृष्ठभागावर तीन वेगवेगळ्या ठिकाणी घेतलेल्या वाचनाचा अर्थ हा h_3 असा आहे.

9. 5 आणि 6 पायरी वापरून स्पेरोमीटरच्या सहाय्याने सपाट काचपट्टेचे तीन वेगवेगळ्या ठिकाणी वाचन घ्या आणि आणि सपाट पृष्ठभागावरील वाचनाचे सरासरी मूल्य ' h_1 ' निश्चित करा.
10. $(h_2 - h_1) = h$ शोधा जी सॅजिट्टा दर्शवते. (किंवा सपाट पृष्ठभागावरून अंतर्वक्र पृष्ठभागाची उंची). तसेच $(h_3 - h_1) = h'$ जी सॅजिट्टा दर्शवते (किंवा सपाट पृष्ठभागावरून अंतर्वक्र पृष्ठभागाची खोली). बहिर्वक्र आणि अंतर्वक्र पृष्ठभागाच्या त्रिज्या R आणि R' मोजा.

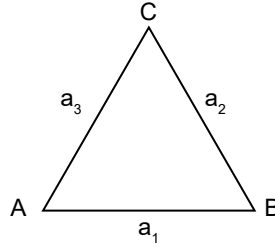


आकृती 1.10: सॅजिट्टा 'h' चे मोजमाप

निरीक्षण आणि आकडेमोड

स्फेरोमीटरच्या दोन पायादरम्यानचे सरासरी अंतर शोधणे.

त्रिकोण ABC साठी (आकृती.1.11) स्फेरोमीटरच्या पायांमधील अंतर खालीलप्रमाणे चिन्हांकित केले आहे.



आकृती 1.11: स्फेरोमीटरच्या पायांचा त्रिकोण

$$AB = a_1 = \dots\dots\text{cm},$$

$$BC = a_2 = \dots\dots\text{cm},$$

$$CA = a_3 = \dots\dots\text{cm आकृती.1.11}$$

म्हणून स्फेरोमीटरच्या पायांमधील सरासरी अंतर,

$$a = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \dots\dots\text{cm}$$

पिचसाठी: हे x भगिले स्क्रू ने 5 वेळा गोलाकार पट्टीवर पूर्ण रोटेशन केलेले अंतर आहे.

$$\text{म्हणून पिच} = \frac{X}{5} = \dots\dots\text{cm},$$

मुख्य पट्टीवरील एकूण विभाग (N) =

Least count of spherometer (LC) = $\frac{\text{पिच}}{\text{वृत्ताकार पैमाने पर कुल भागों की संख्या}} = \dots\dots\dots\text{cm}$

स्फेरोमीटरची कमीत कमी गणना = पिच / मुख्य पट्टीवरील एकूण विभाग

स्फेरोमीटरचे वाचन

	अ. क्र	मुख्य प्रमाण मोजमाप (cm)	वर्तुळाकार स्केलवरील समांतर असलेला विभागाचा नंबर (n)	वर्तुळाकार स्केलवरील मोजमाप = $n \times$ LC (cm)	एकूण मोजमाप (a + c) (cm)	सरासरी मोजमाप
		(a)	(b)	(c)	(d)	
सपाट पृष्ठभाग	1. ते 3.					$h_1 = \dots \text{cm}$
बहिर्वक्र पृष्ठभाग	1. ते 3.					$h_2 = \dots \text{cm}$
अंतरवक्र पृष्ठभाग	1. ते 3.					$h_3 = \dots \text{cm}$

निष्कर्ष आणि/किंवा अनुमान (Results and/or Interpretation)

सपाट पृष्ठभागापासून बहिर्वक्र पृष्ठभागाची उंची $h = h_2 - h_1 = \dots\dots\dots \text{cm}$

सपाट पृष्ठभागापासून अंतरवक्र पृष्ठभागाची खोली $h' = h_3 - h_1 = \dots\dots\dots \text{cm}$

बहिर्वक्र पृष्ठभागाची लिज्या $R = \frac{a^2}{6h} + \frac{h}{2} = \dots\dots\dots\text{cm}$

अंतरवक्र पृष्ठभागाची लिज्या $R' = \frac{a^2}{6h'} + \frac{h'}{2} = \dots\dots\dots\text{cm}$

निष्कर्ष आणि /किंवा पृथःकरण (Conclusions and/or Validation) (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

प्रात्यक्षिकासंबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न

1. स्फेरोमीटरची शून्य दुरुस्ती स्पष्ट करा.
2. बहिर्वक्र भिंगाची वक्रतेची केंद्रबिंदू लांबी आणि लिज्या यांच्यातील संबंध लिहा.
3. स्फेरोमीटरची मागील पृष्ठभागाची लुटी कमी करण्यासाठी पद्धत द्या.
4. वेगेवेगल्या उपकरणाचे किमान वाचनाची व्याख्या लिहा.



सुचविलेली मूल्यांकन योजना (Suggested Assessment Scheme) (शिक्षकानी भरायचे)

दिलेल्या प्रक्रियेसंदर्भात सूचकांनी मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून काम केले पाहिजे.

परफॉर्मंस इंडिकेटर		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित : गुण * (..... %)		60%	
1.	स्पेरोमीटरची कमीत कमी गणना (L.C.) शोधण्यासाठी	15%	
2.	शून्य लुटीचे मोजमाप	15%	
3.	बहिर्वक्र आणि अंतर्वक्र पृष्ठभागाची सॅजिटल h आणि 'h' मोजा	15%	
4.	गणना आणि परिणाम मिळवा	15%	
उत्पादन संबंधित गुण * (..... %)		40%	
5.	लुटीचा अंदाज	10%	
6.	परिणाम आणि व्याख्या	10%	
7.	निष्कर्ष आणि वैधता	10%	
8.	प्रतिक्षिक संबंधित प्रश्नांची किंवा तोंडी प्रश्नांची उत्तरे देण्याची तयारी	10%	
एकूण		100%	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव : मिळालेले गुण			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण	

अवांतर माहिती

सुर्यमालेच्या बाहेरच्या अवकाशिय वस्तु दरम्यानची अंतरे पर सेकंद, प्रकाशवर्ष किंवा अवकाशिय एकक (AU). या एककांमधे मोजली जातात. रेणु किंवा अणुचे वस्तुमान हे अणुवस्तुमान एककात (amu) मोजले जाते तर अवकाशिय वस्तु जसे आकाशगंगा किंवा कृष्णविवर यांचे वस्तुमान सौर वस्तुमान या एककात मोजतात. वेळ मोजण्या संदर्भात दहा नॅनो सेकंदाचा एक शेक असे एक अनौपचारिक एकक आहे. न्युट्रॉन अभिक्रियां सारख्या अणुअभिक्रियांसाठी लागणारा कालावधी व्यक्त करणारे क्षेत्र आहे.

मोजमापन अचुक व विश्वासनीय असणे हे का अत्यंत महत्वाचे आहे?

अज्ञान, अचुकतेचा अभाव आणि आकडे मोडीतील चुका आपत्तीचे कारण होऊ शकतात. या बाबत क्रेस्टन ब्लंडरचे एक मोठे उदाहरण आहे. मिलीमीटरचे रुपांतर इंचात करताना त्यांच्याकडून चूक झाली, त्यामुळे दोन बिलियन डॉलर पेक्षा जास्त नुकसान शासनाचे झाले. त्याने 25.4 ऐवजी 24.5 ही किंमत स्थापित केल्यामुळे परिणाम स्वरुपाणे 'व्हिगोर' हे अंतरिक्षयान शुक्र ग्रहाकडे जाण्याच्या ऐवजी अंतराळात हरवले गेले.

नाविण्यपूर्ण योजना प्रात्यक्षिक /प्रकल्प

1. वेगवेगळ्या किमान मापकांच्या व्हर्नियर कैवार (caliper) च्या सहाय्याने वस्तुंची मापे शोधा.
2. वेगवेगळ्या किमान मापकांच्या स्क्रुप्रमापीच्या सहाय्याने वस्तुंची मापे शोधा.
3. वेगवेगळ्या किमान मापकांच्या स्पेरोमीटरच्या सहाय्याने वस्तुंची मापे शोधा.
4. तुमच्या मुळ अभ्यासक्रमामधे वापरल्या जाणाऱ्या विविध मोजमाप साधनांची यादी करा.

संदर्भ ग्रंथ व वाचनप्रस्ताव

संदर्भ

1. H. C. Verma, *Concepts of Physics Vol. I & II*, Bharti Bhawan Ltd. New Delhi, 2017.
2. J. Walker, *Principles of Physics*, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
3. M. E. Browne, *Schaum's Outline of Physics For Engineering And Science*, 4th Edition, McGraw-Hill, 2019.
4. E. Hecht, *Schaum's Outline of College Physics*, 12th Edition, McGraw-Hill, 2017.
5. A. Halpern, *Schaum's 3,000 Solved Problems In Physics*, McGraw-Hill, 2011.
6. A. Beiser, *Schaum's Outline Of Applied Physics*, 4th Edition, McGraw-Hill, 2009.
7. A. Beiser, *Schaum's Easy Outline Of Applied Physics*, Revised Edition, McGraw-Hill, 2011.
8. PhET Interactive Simulations, University of Colorado Boulder, <https://phet.colorado.edu>

9. OLABs, Developed by Amrita Vishwa Vidyapeetham & CDAC Mumbai and funded by MeitY (Ministry of Electronics & Information Technology, India), <http://www.olabs.edu.in/>
10. Swayam Prabha, INFLIBNET, India, <https://www.swayamprabha.gov.in/index.php/>

प्रॅक्टिकलसाठी सुचवलेले शिक्षण संसाधने

1. C. L. Arora, *B.Sc. Practical Physics*, S. Chand Limited, 2001.
2. G. L. Squires, *Practical Physics*, Cambridge University Press, 2001.
<https://selflearning.io/study-material/physics/physics/physics-and-mathematical-calculation/absolute-error-relative-error-and-percentage-error>

2

बल आणि गती

युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट मूलभूत भौतिकशास्त्राच्या खालील पैलूंवर केंद्रित आहे:

- स्केलर आणि वेक्टरचे भौतिक प्रमाण आणि त्यांची उदाहरणे
- वेक्टरच्या प्रमाणावरील गणितीय ऑपरेशन्स आणि वेक्टरच्या रिझोल्यूशनच्या उपयोग
- त्रिकोण आणि समांतरभुज नियम (केवळ विधान)
- लिनीयर मोमेंटमचे कॉन्झर्वेशन आणि त्याचे उपयोग
- ऑब्जेक्टच्या गोलाकार हालचालीशी संबंधित भौतिक प्रमाण
- लिनीयर आणि कोनीय (अँग्युलर) वेग, लिनीयर त्वरण आणि कोनीय प्रवेग यांच्यातील संबंध
- उदाहरणांसह सेंट्रीपेटल आणि सेंट्रीफ्युगल फोर्सेस
- समीकरणे आणि उपयोग जसे बँकिंगचे रस्ते आणि सायकलस्वाराचे वाकणे.

तर्कसंगत

कोणतीही मापन करण्यायोग्य राशी एकतर अदिश किंवा सदिश असते. अदिश राशींचे केवळ परिमाणाने यथार्थ वर्णन केले जाऊ शकते आणि दिशाची आवश्यक नसते. सदिश राशींना परिमाण आणि दिशा या दोहोंची आवश्यकता असते. आणि त्या राशींनी सदिशांच्या बेरीजच्या नियमांचे पालन केले पाहिजे. सदिश राशींच्या बेरजा त्रिकोण आणि समांतरभुज चौकोनाच्या नियमाने केल्या जातात. दोन सदिशांचा गुणाकार व सदिशांचे विघटन उदाहरणासह स्पष्ट केले आहे. कोनीय संवेगाची अक्षयता किंवा संवर्धन आणि प्रेरकबलाची सिध्दता, बंदुकीचा उलट वेग आणि अग्निबाण यांचे स्पष्टीकरण कोनीय विस्थापन, कोनीय वेग, कोनीय त्वरण आणि त्यांचे रेषीय राशीसोबतचे संबंधांच्या सिद्धता, केंद्रकारक (सेंट्रीपेटल) आणि केंद्रोत्सारी (सेंट्रीफ्युगल) बल, त्यांचे व्यावहारिक उदाहरणांसहित, त्यांची समीकरणे आणि उपयोग जसे की वळणावरती रोड एका बाजूने उचललेला असतो आणि सायकलपटू वळणावरती तिरके होतात. या सर्वांचे स्पष्टीकरण.

पूर्व-आवश्यकता

भौतिकशास्त्र – एकाकांची मूलभूत माहिती आणि भौतिक परिमाणांचे मोजमाप

गणित - रेखीय बीजगणिताची मूलभूत माहिती

इतर- संगणकाची प्रारंभिक माहिती

पाठाची फलनिष्पत्ती

U2-O1: सदिश आणि अदिश राशी मधील फरक सदिश राशी यांच्या बेरजा वजाबाक्या व गुणाकार यांचा वापर करणे, उतरणीवर सदिशांचे विघटनाचा उपयोग करणे.

U2-O2: बलासोबत संवेग आणि प्रेरकबल यांचे नाते स्पष्ट करणे, रेखीय संवेग अक्षय्यतेचा नियम बंदुकीच्या उलटल्या जाणाऱ्या वेगामध्ये वापरणे.

U2-O3: कोनीय गती आणि त्याच्या भौतिक राशीसोबत संबंध, केंद्र कारक आणि केंद्रोत्सारी बल ओळखणे.

त्यांच्या व्यावहारिक उदाहरणातील आणि त्यांचा उपयोग वाहनाच्या ठिकाणी जेव्हा एका एका बाजूने उचललेला असतो आणि वाढण्याच्या ठिकाणी सायकल पटू तिरका चालतो एका सायकल चालवतो.

पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्ती व पाठाची फलनिष्पत्ती यांचे समन्वय विश्लेषण:

पाठ-2 फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1-कमी सहसंबंध, 2-मध्यम सहसंबंध, 3-उत्तम सहसंबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U2-O1	2	3	2	2	1	1
U2-O2	2	3	2	1	3	1
U2-O3	2	3	1	2	-	-

2.1 अदिश आणि सदिश राशी

मनोरंजक तथ्य

प्रतलावरील सदिश (कोन्या कागदावरील किंवा द्विमितीय अवकाश) दोन अनवलंबित सदिशांच्या बेरजेमध्ये व्यक्त करता येतो. त्रिमितीय अवकाशातील सदिश हा तीन घटक बलांच्या बेरजेमध्ये व्यक्त करता येतो. सदिश हे असे गणितीय हत्यार आहे की आमचे भौतिक शास्त्र मधील क्लिष्ट प्रश्न सोडू शकते आणि त्याच्या वापरामुळे आकडेमोड सोपी होते

2.1.1 अदिश आणि सदिश राशी

काही भौतिक राशी केवळ त्यांच्या परिमाणाच्या सहाय्याने पूर्णपणे व्यक्त होतात. अशा राशींना आपण अदिश राशी असे म्हणतो. या राशींच्या बेरजेसाठी नेहमीच्या बीजगणितातील नियम आपण वापरू शकतो. वस्तुमान, घनफळ, घनता आणि तापमान ही काही अदिश राशींची उदाहरणे आहेत.

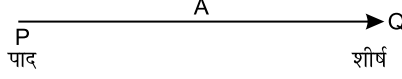
काही राशी संपूर्णपणे व्यक्त होण्यासाठी त्यांच्या परिमाणासोबत दिशेची देखील आवश्यकता असते, अशा राशींना आपण सदिश राशी असे म्हणतो. वेग, त्वरण, रेखीय संवेग आणि बल ही काही सदिश राशींची उदाहरणे आहेत.

भौतिक राशीमध्ये अजूनही वेगळ्या प्रकारच्या राशी भासतात. या राशींना व्यक्त करण्यासाठी परिमाण आणि दिशेची देखील आवश्यकता असते, मात्र या राशींना सदिश राशींचे बेरजेचे नियम वापरता येत नाही.

उदाहरणार्थ- विद्युत प्रवाह या राशीला परिमाण आणि दिशा या दोघांची देखील आवश्यकता असते. मात्र विद्युत प्रवाहासाठी सदिश राशीचा बेरजेचा नियम आपल्याला विद्युतप्रवाहाकरिता वापरता येत नाही, म्हणून विद्युत प्रवाह ही अदिश राशी आहे.

A. सदिश राशींची मांडणी

सदिश हे किरणाच्या सहाय्याने भौमितिकरित्या दर्शविता येतात. या किरणाची लांबी रिमाणाच्या प्रमाणात घ्यावी लागते आहे आणि त्यावरील बाण या सदिश राशीची दिशा व्यक्त करतो.



आकृती 2.1: व्हेक्टरची

मध्ये सदिश \vec{A} किरण \overrightarrow{PQ} , ने दर्शवलेला आहे. PQ ची लांबी आपल्याला सदिशाचे परिमाण देते तर, बाण आपल्याला दिशा दर्शवतो. सदिश लिहिताना आपण बाणचिन्ह त्यांच्या डोक्यावर लिहितो.

उदाहरणार्थ \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{AB} इत्यादी काही वेळेला आपण सदिश लिहिण्यासाठी केवळ एकच अक्षर ही वापरतो उदाहरणार्थ \vec{r} , \vec{f} , \vec{v} इत्यादी. काही पुस्तकांमध्ये सदिश लिहिताना तो जाड अक्षरांनी लिहिण्याचा प्रघात होता उदाहरणार्थ **PQ**, **AB**, **F**, **V** इत्यादी, सदिशाचे परिमाण लिहिण्यासाठी $|\vec{A}|$ ही पद्धत वापरली जाते यामध्ये A हे अक्षर जाड लिहू नये.

B. सदिशाचे प्रकार

1. **शून्य सदिश:** जेव्हा सदिशाचा आरंभीचा आणि अंतिम बिंदू एक आणि एकच असतो, तेव्हा त्याचे परिमाण शून्य होते, म्हणून या सदिशाला शून्य सदिश असे म्हणतात.
2. **एकक सदिश:** जेव्हा सदिशाचे परिमाण एक असते, म्हणून या सदिशाला एकक सदिश असे म्हणतात. एकक सदिश \vec{A} हा व्हेक्टर पुढील प्रमाणे दर्शवतात-

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{\text{सदिश}}{\text{सदिश का परिणामी}}$$
 \hat{A} याला A कॅप असे म्हणतात.
3. **समान सदिश:** जेव्हा दोन सदिश समान आहेत असे म्हटले जाते, तेव्हा ते दोन सदिश एकच राशी दर्शवित असतात, शिवाय त्यांचे परिमाण आणि दिशादेखील समान असतात.

$$\vec{A} = \vec{B}$$
4. **ऋण सदिश:** जेव्हा एकाच राशीचे दोन सदिश यांचे परिमाण समान असते, मात्र दिशा परस्पर विरुद्ध असते, अशा सदिशांपैकी एक सदिश धन असतो व दुसरा सदिश ऋण असतो. ऋण सदिश असे म्हणतात. ऋण सदिश पुढील प्रमाणे दर्शवतात,

$$\vec{A} = -\vec{B}$$

आरंभीच्या बिंदूवर आधारित सदिशांचे प्रकार

- a. **मुक्त सदिश:** जेव्हा दिलेल्या सदिशाचा आरंभ बिंदू अवकाशामध्ये कोणत्याही ठिकाणी स्थापित करता येतो अशा सदिशाला मुक्त सदिश असे म्हणतात.
- b. **सरक सदिश:** जेव्हा दिलेल्या सदिशाचा आरंभ बिंदू त्याच्या कार्य रेषेवर कोणत्याही ठिकाणी स्थापित करता येतो अशा सदिशाला सरक सदिश असे म्हणतात.
- c. **मर्यादा सदिश:** जेव्हा दिलेल्या सदिशाचा आरंभ बिंदू अवकाशामध्ये एका स्थिर बिंदूच्या ठिकाणी असतो अशा सदिशाला मर्यादा सदिश असे म्हणतात.

- d. **ध्रुवीय सदिश:** दिलेल्या सदिशाची दिशा ही संदर्भ चौकटीवर अवलंबून नसते, अशा सदिशाला ध्रुवीय सदिश असे म्हणतात. ध्रुवीय सदिशाच्या बाणामुळे वेग, त्वरण, बल सदिश यांचे आकलन होत.
- e. **अक्ष सदिश:** जेव्हा सदिश हा घूर्णन (rotational) गती दर्शवित असतो व तो फिरणाऱ्या अक्षावर कार्यरत असतो तेव्हा त्याला अक्ष सदिश असे म्हणतात. अक्ष सदिशाची दिशा ही संदर्भ चौकटीच्या दिशेवर अवलंबून असते. Torque $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ आणि रेखीय संवेग $\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p}$ ही काही अक्ष सदिशाची उदाहरणे आहेत.

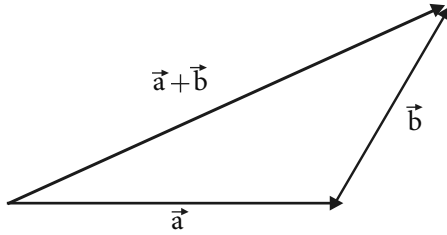
एक प्रतलीय सदिश; जेव्हा दोन सदिश एकाच प्रतलात असतात तेव्हा त्यांना एक प्रतलीय सदिश असे म्हणतात.

2.1.2 सदिश राशीच्या बेरजा आणि वजाबाक्या

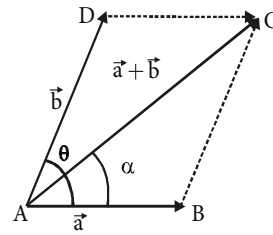
A. दोन सदिशांच्या बेरजा

त्रिकोणाचा नियम:

जेव्हा \vec{a} आणि \vec{b} या दोन सदिशांची बेरीज करावयाची तेव्हा असते, तेव्हा पहिल्या सदिशाचा अंतिम बिंदू आणि दुसऱ्या सदिशाचा आरंभ बिंदू एका ठिकाणी घ्यावा, त्यानंतर पहिल्या सदिशाचा आरंभ बिंदू आणि दुसऱ्या सदिशाचा अंतिम बिंदू यांना जोडणारा एक नवीन सदिश काढावा हा नवीन काढलेला सदिश म्हणजे या दोन सदिशांची बेरीज असलेला सदिश असेल. या नियमाला बलांचा किंवा सदिशांचा त्रिकोणाचा नियम असे म्हणतात.



आकृती 2.2: त्रिकोणाचा नियम



आकृती 2.3: समांतरभुज नियम

समांतर (parallel) भुज कोनाचा नियम:

जेव्हा दोन सदिश एकाच आरंभ बिंदूवर काही कोन करून असतात, तेव्हा त्यांची बेरीज, त्या दोन सदिशांना संलग्न भुजा मानून तयार होणाऱ्या, समांतरभुज चौकोनाच्या, त्या बिंदूतून जाणाऱ्या कर्णाने दिली जाते दिली जाते:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$$

दोन सदिशांच्या बेरजेचे परिमाण $(\vec{a} + \vec{b})$ ने दिले जाईल $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$ या ठिकाणी θ हा या दोन सदिशांच्या लघुकोन असेल.

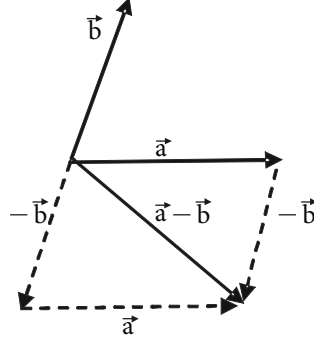
जर त्यांच्या बेरजेचा सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ हा α हा इतका कोन \vec{a} सोबत करीत असेल तर,

$$\tan \alpha = \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta}$$

B. दोन सदिश राशीच्या बेरजा आणि वजाबाक्या

\vec{a} व \vec{b} या सदिशांची वजाबाकी- जर \vec{a} मधून \vec{b} वजा करावयाचा असेल तर \vec{a} मध्ये $-\vec{b}$ हा मिळवावा म्हणजे आपणास वजाबाकी मिळेल. या ठिकाणी $-\vec{b}$ हा \vec{b} या सदिशाचा विरुद्ध सदिश आहे.

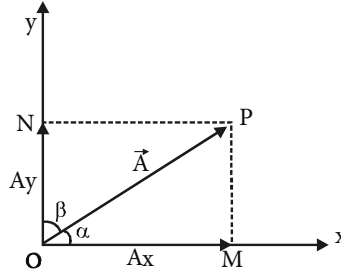
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ उदाहरणार्थ आपण असे घेऊया, जर \vec{b} \vec{a} मधून \vec{a} वजा करावयाचा असेल तर $\vec{b} - \vec{a} = \vec{b} + (-\vec{a})$ हा सदिशाचा विरुद्ध $(\vec{a} - \vec{b})$ सदिश आहे.



आकृती 2.4: व्हेक्टरची वजाबाकी

2.1.3 बलांचे विघटन (Resolution of vector)

समजा $\vec{A} = \vec{OP}$ हा सदिश X-Y या प्रतला मध्ये 0 बिंदूपासून P या बिंदूपर्यंत आकृतीत (2.5) दाखवल्याप्रमाणे आहे. समजा या सदिशाने धन X- अक्षाशी केलेला कोन α आहे तसेच धना Y-अक्षाशी केलेला कोन $\beta = (90 - \alpha)$ असा असेल.



आकृती 2.5: व्हेक्टर रिसोल्यूशन

त्यामुळे PM आणि PN हे दोन लंब अनुक्रमे X- अक्षावर व Y- अक्षावर या अक्षावर असतील.

OM = OP चे X- अक्षावरील प्रक्षेप = X- अक्षावरील \vec{OP} चे विघटन

आणि ON = OP चे Y- अक्षावरील प्रक्षेप = Y- अक्षावरील \vec{OP} चे विघटन

सदिशांच्या त्रिकोणाच्या बेरजेच्या नियमानुसार

$\vec{A} = \vec{OP} = \vec{OM} + \vec{MP} = \vec{OM} + \vec{ON}$ (या ठिकाणी $\vec{MP} = \vec{ON}$ आयताची समोरील बाजू आहे.)

यामध्ये ΔOMP $\cos \alpha = \frac{OM}{OP}$ किंवा $OM = OP \cos \alpha = A \cos \alpha$

यामध्ये ΔONP $\cos \beta = \frac{ON}{OP}$ किंवा $ON = OP \cos \beta = A \cos \beta$

जर \vec{i} आणि \vec{j} हे एकक सदिश अनुक्रमे X व Y या अक्षावर असतील

म्हणून $\vec{OM} = (A \cos \alpha) \vec{i}$ आणि $\vec{ON} = (A \cos \beta) \vec{j}$

म्हणून, v सदिश $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} = (A \cos \alpha) \vec{i} + (A \cos \beta) \vec{j}$

$$|\vec{A}| = OP^2 = OM^2 + MP^2 = A_x^2 + A_y^2$$

म्हणून, सदिशाचे परिमाण $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ आणि दिशा $\tan \alpha = \frac{A_y}{A_x}$

त्याच पद्धतीने आपण या सदिशाचे त्रिमितीय चौकटीमध्ये X , Y आणि Z या संलग्न अक्षावर विघटन करू शकतो.

जर \vec{A} या सदिशाचे α , β आणि γ केलेले कोन अनुक्रमे X - अक्ष, Y - अक्ष व Z - अक्ष या अक्षावर असतील, म्हणून

$$\vec{A} = (A \cos \alpha) \vec{i} + (A \cos \beta) \vec{j} + (A \cos \gamma) \vec{k}$$

इथे, \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} हे तीन दोन एकक सदिश अनुक्रमे X , Y व Z या अक्षावर असतील.

जर $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$, $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$

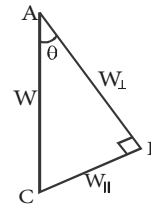
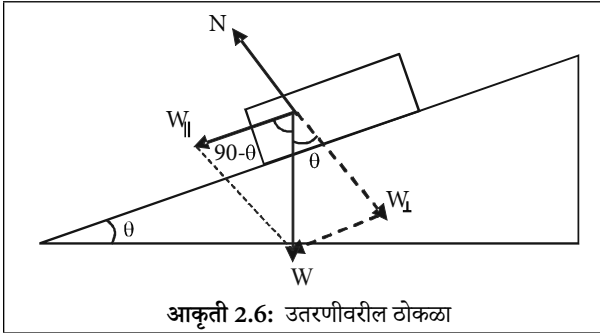
$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x) \vec{i} + (A_y \pm B_y) \vec{j} + (A_z \pm B_z) \vec{k}$$

परिमाण $|\vec{A} \pm \vec{B}| = \sqrt{(A_x \pm B_x)^2 + (A_y \pm B_y)^2 + (A_z \pm B_z)^2}$

2.1.4 सदिशांचे उपयोग

A. उतरण (Inclined plane)

आपण उतरणीवर लागणारे बल हे सहजपणे दर्शवू शकतो. यामध्ये 'm' वस्तुमान असलेला ठोकळा θ इतक्या त्याच्या समांतर पातळीशी कोन करून बसलेल्या उतरणीवर ठेवलेला आहे. या ठोकळ्याचे $W = mg$ हे वजन दोन घटकांमध्ये विभागले जाईल. एक घटक बल उतरणीच्या पृष्ठभागाशी समांतर असेल आणि दुसरा घटक बल उतरणीच्या पृष्ठभागाला लंब असेल. सामान्य प्रतिक्रिया हे लंब घटक बलाने दाखवली जाईल.



$$\sin \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{W_{\parallel}}{W} \text{ या } W_{\parallel} = W \sin \theta$$

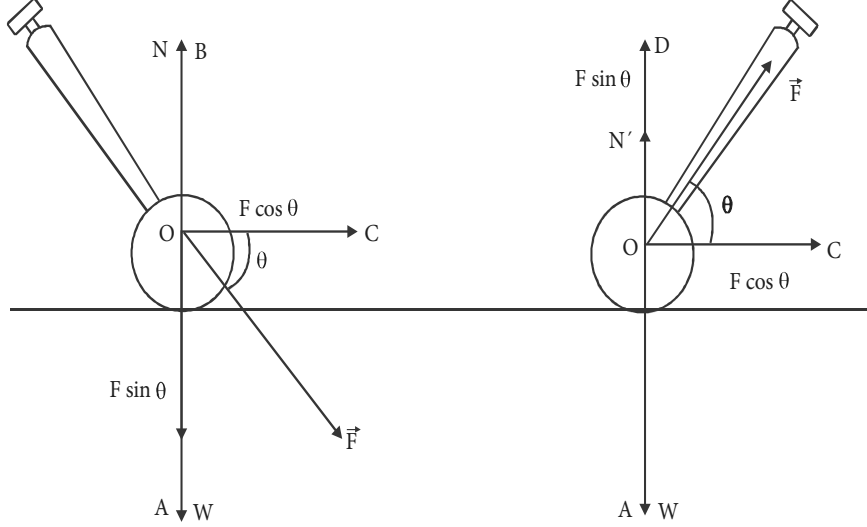
$$\cos \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{W_{\perp}}{W}$$

or $W_{\perp} = W \cos \theta = N$ (सामान्य प्रतिक्रिया).

उभे घटक बल आहे.

B. लॉन रोलर

लॉन रोलर समजा लॉन रोलरचे वास्तविक वजन W आहे. जेव्हा लॉन रोलरला लॉन रोलरला एखादा व्यक्ती त्याला गवतावरून त्याला ढकलतो किंवा ओढतो



आकृती 2.8: लॉन रोलर

लॉन रोलरला ढकलण्याचा प्रकार: क्षितिजाच्या समांतर पातळीवर एखादा व्यक्ती जेव्हा \vec{F} इतके बल लावून क्षितिज समांतर पातळीशी θ कोन तो लॉन रोलरला ढकलत असतो. \vec{F} हे बल O या बिंदूपासून दोन भागांमध्ये विभागले जाऊ शकते. \vec{F} या बलाचा आडवा घटक बल हा $F \cos \theta$ असतो आणि त्याची दिशा OC शी संलग्न असते. त्याच पद्धतीने \vec{F} या बलाचा उभा घटक बल $F \sin \theta$ इतक्या किमतीचा असतो आणि त्याची दिशा OA शी संलग्न असते. आडव्या घटक बल कार्यरत असल्यामुळे लॉन रोलरला पुढील दिशेत गती प्राप्त होते. जर यावेळी सामान्य प्रतिक्रिया बल N असेल तर,

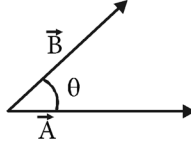
$$N = W + F \sin \theta$$

यावरून असे दिसते की लॉन रोलर चे वजन वाढते व त्यामुळे लॉन रोलर ढकलायला कठीण जातो.

लॉन रोलरला ओढण्याचा प्रकार: आता क्षितिजाच्या समांतर पातळीवर एखादा व्यक्ती जेव्हा \vec{F} इतके बल लावून क्षितिज समांतर पातळीशी θ कोन हा लॉन रोलरला ओढत असतो. \vec{F} हे बल O या बिंदूपासून दोन भागांमध्ये विभागले जाऊ शकते. \vec{F} या बलाचा आडवा घटक बल हा $F \cos \theta$ असतो आणि त्याची दिशा OC शी संलग्न असते. त्याच पद्धतीने \vec{F} या बलाचा उभा घटक बल $F \sin \theta$ इतक्या किमतीचा असतो आणि त्याची दिशा OD शी संलग्न असते. आडव्या घटक बल कार्यरत असल्यामुळे लॉन रोलरला पुढील दिशेत गती प्राप्त होते. जर यावेळी सामान्य प्रतिक्रिया बल N असेल तर, $N' = W - F \sin \theta$ यावरून असे दिसते की लॉन रोलरचे वजन वाढते व त्यामुळे लॉन रोलर ओढायला कठीण जातो.

2.1.5 दोन सदिशांचा सदिश गुणाकार आणि अदिश गुणाकार

जेव्हा \vec{A} या सदिशांना K ने गुणू तेव्हा गुणाकार $K\vec{A}$ येतो या गुणाकाराची दिशा \vec{A} या सदिशांप्रमाणे असते. आणि परिमाण \vec{A} या K सदिशाच्या पट असते. जेव्हा \vec{A} या सदिशांना $-K$ ने गुणू तेव्हा गुणाकार $(-K\vec{A})$ येतो या गुणाकाराची दिशा \vec{A} या सदिशाच्या विरुद्ध दिशेने असते. आणि परिमाण \vec{A} सदिशाच्या $-K$ च्या पट असते.



आकृती 2.9: दोन डॉट प्रॉडक्ट व्हेक्टरची

A. अदिश किंवा डॉट गुणाकार (scalar or dot product)

\vec{A} आणि \vec{B} या दोन सदिशांचा अदिश गुणाकार $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$ असा जातो

या ठिकाणी \vec{A} आणि \vec{B} या सदिशांची परिमाण अनुक्रमे A आणि B आहेत.

आणि θ हा यांच्यामधील कोन आहे.

जर \vec{A} आणि \vec{B} या दोन सदिशांमधील कोन असेल 90° असेल किंवा \vec{A} आणि \vec{B} हे दोन सदिश एकमेकांना लंब असतील, तर अदिश गुणाकार $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = 0$ as ($\cos 90^\circ = 0$)

दोन सदिशांचा अदिश गुणाकार हा ते सदिश कोणत्या क्रमाने आले आहेत, यावर अवलंबून नसतो, म्हणजेच हा गुणाकार क्रमनिरपेक्ष असतो. हा गुणाकार क्रमनिरपेक्ष आणि वितरकाचा नियम देखील पाळतो.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (क्रमनिरपेक्ष नियम) (commutative law)

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$ (वितरकाचा नियम) (distributive law)

प्रश्न 1: दोन सदिशांचे परिमाण $A = 10$ आणि $B = 20$ आहे, त्यांच्यामधील कोन 120° आहे तर त्यांचा अदिश गुणाकार किती येईल ते शोधा.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = 10 \times 20 \times \cos 120^\circ = -100$ एकक

दोन सदिशांचा अदिश गुणाकार ही अदिश राशी येते. दोन सदिशांचा अदिश गुणाकार हा निर्देशक अक्षावरील एकक सदिशांच्या घटकांमध्ये व्यक्त करता येतो.

या ठिकाणी \vec{A} आणि \vec{B} या दोन सदिशांचा एकक सदिशांच्या पदांमध्ये विघटन पुढीलप्रमाणे असे होईल \vec{i} , \vec{j} आणि \vec{k}

$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$, $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$

म्हणून, $\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}) \cdot (B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}) = A_x B_x (\vec{i} \cdot \vec{i}) + A_x B_y (\vec{i} \cdot \vec{j}) + A_x B_z (\vec{i} \cdot \vec{k})$
 $+ A_y B_x (\vec{j} \cdot \vec{i}) + A_y B_y (\vec{j} \cdot \vec{j}) + A_y B_z (\vec{j} \cdot \vec{k}) + A_z B_x (\vec{k} \cdot \vec{i}) + A_z B_y (\vec{k} \cdot \vec{j}) + A_z B_z (\vec{k} \cdot \vec{k})$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

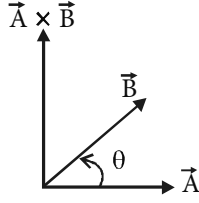
या ठिकाणी आपण दोन सदिशांचा अदिश गुणाकार एकक सदिशांच्या घटकांमध्ये X, Y आणि Z या तिन्ही अक्षांवर विघटन करू

$(\vec{i} \cdot \vec{i}) = (\vec{j} \cdot \vec{j}) = (\vec{k} \cdot \vec{k}) = 1.1 \cos 0^\circ = 1$ आणि

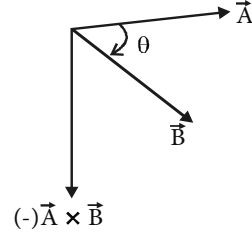
$(\vec{i} \cdot \vec{j}) = (\vec{j} \cdot \vec{k}) = (\vec{k} \cdot \vec{i}) = 1.1 \cos 90^\circ = 0$

B. सदिश गुणाकार किंवा दोन सदिशांचा क्रॉस प्रॉडक्ट

\vec{A} आणि \vec{B} या दोन सदिशांचा सदिश गुणाकार $\vec{A} \times \vec{B}$ ने दर्शविला जातो. आणि तो सदिशच असतो. या सदिश गुणाकाराचे परिमाण $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta$ ने दिले जाते. या ठिकाणी A आणि B हे अनुक्रमे \vec{A} आणि \vec{B} या सदिशांचे परिमाण आहेत. तसेच त्या दोन सदिशांमधील कोन θ आहे.



आकृती 2.10: व्हेक्टर क्रॉस प्रॉडक्ट



आकृती 2.11: दोन क्रॉस प्रॉडक्ट व्हेक्टर

$\vec{A} \times \vec{B}$ या सदिश गुणाकाराची दिशा \vec{A} आणि \vec{B} या सदिशांच्या प्रतलाला लंब असते. म्हणून $\vec{A} \times \vec{B}$ हा सदिश गुणाकार ज्या प्रतलामध्ये \vec{A} आणि \vec{B} हे सदिश आहेत, त्या प्रतलाला लंब असतो. $(\vec{A} \times \vec{B})$ या सदिश गुणाकाराची दिशा उजव्या हाताच्या नियमानुसार दिली जाते. उजव्या हाताच्या अंगठ्याच्या नियमाच्या विधान असे आहे की, जेव्हा तुम्ही तुमचा उजव्या हाताचा तळवा \vec{A} आणि \vec{B} या सदिशांच्या दिशेने असा ताणून पकडा की, \vec{A} या सदिशाच्या दिशेने दर्शवलेली बोटे \vec{A} कडून \vec{B} कडे फिरवताना किंवा मिळताना जी दिशा अंगठ्याची असेल ती दिशा $\vec{A} \times \vec{B}$ या सदिश गुणाकाराची असेल.

टीप: $\vec{A} \times \vec{B} \times \vec{B} \times \vec{A}$ म्हणून, सदिश गुणाकार क्रमनिरपेक्ष नाही.

कारण $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ वितरणाचा नियम सदिश गुणाकाराला वापरता येतो.

$$\therefore \vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

संलग्नतेचा नियम सदिश गुणाकाराला वापरता येत नाही.

$$\therefore \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) \neq (\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$$

अक्षासोबतच्या एकक सदिशांचा सदिश गुणाकार खालील प्रमाणे होईल

$$\begin{aligned} \vec{i} \times \vec{j} &= (1.1 \sin 90^\circ) \vec{k} = \vec{k} = -\vec{j} \times \vec{i} \\ \vec{j} \times \vec{k} &= -\vec{k} \times \vec{j} = \vec{i}, \vec{k} \times \vec{i} = -\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j} \end{aligned}$$

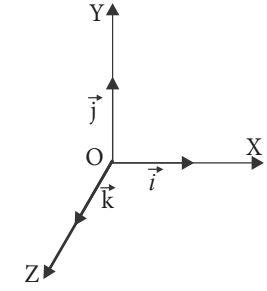
$$\text{आणि } \vec{i} \times \vec{i} = (1.1 \sin 0^\circ) = 0 \text{ त्याचप्रमाणे } \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

जर \vec{A} आणि \vec{B} हे दोन सदिश त्यांच्या घटक एकक बलांनी दिले असतील तर त्या दोन सदिशांचा सदिश गुणाकार खालील प्रमाणे डिटरमिनंटच्या सहाय्याने दिली जातात

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{k} \end{aligned}$$

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

- जेव्हा एक मोटरगाडी गतिमान होत असते, तेव्हा तिच्या टायरचा सुरुवातीचा वेग, त्वरण तसेच टायर आणि रस्ता यांच्या मध्ये असणारे घर्षण बल अस्तित्वात असते. त्याच पद्धतीने टायरवर गुरुत्वीय प्रतिक्रिया देखील होत असते. म्हणून मोटरगाडीच्या गतीचे विश्लेषण करण्यासाठी या सर्व सदिशांचा उपयोग होतो



आकृती 2.12: अक्षांसह युनिट वेक्टर

- जेव्हा होडी वरील खलाशी नदीपार करीत असतो, तेव्हा त्याला या एका किनाऱ्यावरून दुसऱ्या किनाऱ्या कडे सरळ रेषेत जाण्यासाठी नदीच्या प्रवाहाची गती आणि होडीची गती या दोघांचाही विचार करावा लागतो.
- भौतिकशास्त्र आणि अभियांत्रिकीमध्ये सदिशांचा वापर केला जातो. भौतिकशास्त्र आणि अभियांत्रिकीमध्ये विद्युत चुंबकीय आणि गुरुत्वाकर्षण क्षेत्रा संदर्भात स्पष्टीकरण करण्यासाठी सदिशांचा वापर केला जातो.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक/मुद्दे अनुसरून)

आघूर्ण (torque) ही राशी बल भुजा आणि लावलेल्या बाह्य बलाच्या सदिश गुणाकाराने दिले जाते. दरवाजाच्या कडेला असलेल्या हॅण्डलच्या सहाय्याने जेव्हा बल लावले जाते, तेव्हा दरवाजाच्या लांबीमुळे जास्त लांबीचे बलभुजा मिळते, त्यामुळे दरवाजा उघडताना किंवा लावताना लावले जाणारे बल कमी किंमतीचे असते. दोन सदिश राशींचा गुणाकार सदिशच असतो. म्हणून टॉर्क या राशीला दिशा असते.

$$\text{आघूर्ण (टॉर्क)} = \text{बलभुजा} \times \text{बाह्यबल} = \vec{r} \times \vec{F}$$

दरवाजा बिजागीरीतून जाणाऱ्या उभ्या अक्षावर फिरण्यासाठी टॉर्क लावावे लागते व त्याची दिशा \vec{r} आणि \vec{F} यांच्या प्रतलाला लंब असते.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

अशा दोन राशींची अशी उदाहरणे पहा, ज्यामध्ये दोन राशींना परिमाण आणि दिशा आहे. मात्र त्या सदिश नाहीत. त्या विषयी चर्चा करा. शक्ती ही अदिश राशी आहे, ती सदिश नाही हे स्पष्ट करा. सदिश राशीमध्ये आदिश राशी मिळवता येत नाहीत, यावर चर्चा करा. सदिश राशींचे परिमाण हे ऋण असू शकत नाही. हे स्पष्ट करा. जर दोन सदिश राशींची बेरीज शून्य असेल तर अशी भौमितिक अट स्पष्ट करा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: जर हे बल क्षितिजा समांतर पातळीशी 60° कोन करीत असेल, तर या बलाचे उभे व आडवे घटक बल शोधून बलाचे विघटन करा..

$$\text{उत्तर: आडवे घटक बले } F_x = F \cos 60^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10\text{N},$$

$$\text{उभे घटक बले } F_y = F \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

प्र.2: परिमाण $\vec{A} - 2\vec{B}$, जर $2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ आणि $\vec{B} = 3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$

$$\text{उत्तर: } \vec{A} - 2\vec{B} = (2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) - 2(3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}) = -4\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$$

$$\text{म्हणून, परिमाण } |\vec{A} - 2\vec{B}| = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{16 + 9 + 36} = \sqrt{61}$$

प्र.3: जर $\vec{A} = 4\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$ आणि $\vec{B} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$ हे सदिश आहे. तर $\vec{A} \times \vec{B}$ हे तर ठरवा.

$$\begin{aligned} \text{उत्तर: } \vec{A} \times \vec{B} &= (4\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}) = 4 \times 2 (\vec{i} \times \vec{i}) + 4 \times 4 (\vec{i} \times \vec{j}) + 4 \times (-6) (\vec{i} \times \vec{k}) + \\ &(-6) \times (2) (\vec{j} \times \vec{i}) + (-6) \times 4 (\vec{j} \times \vec{j}) + (-6) \times (-6) (\vec{j} \times \vec{k}) + 8 \times 2 (\vec{k} \times \vec{i}) + 8 \times 4 (\vec{k} \times \vec{j}) + 8 \times (-6) \end{aligned}$$

$$(\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + 16\vec{k} - 24(-\vec{j}) - 12(-\vec{k}) - 0 + 36\vec{i} + 16\vec{j} + 32(-\vec{i}) - 0$$

$$\text{या } \vec{A} \times \vec{B} = 4\vec{i} + 40\vec{j} + 28\vec{k}$$

प्र.4: जर $\vec{A} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ आणि $\vec{B} = 10\vec{i} - 4\vec{j}$ काढा.

(1) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ या सदिशाचा परिमाण (2) आणि या दोन सदिशाच्या मधील कोन.

$$\text{उत्तर: } \vec{A} \cdot \vec{B} = (2\vec{i} + 5\vec{j}) \cdot (10\vec{i} - 4\vec{j}) = 2 \times 10(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 5 \times (-4)(\vec{j} \cdot \vec{j}) = 20 - 20 = 0$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = 0 \text{ म्हणून, } \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = 0 \text{ किंवा } \theta = 90^\circ$$

2.2 बल व संवेग

मनोरंजक तथ्य

जेव्हा एक व्यक्ती फुटबॉलला लाथ मारतो, तेव्हा बल कार्यरत होते. काही वेळाने तो स्थिर अवस्थेत जातो कारण त्याला बाहेरील बल विरुद्ध दिशेने कार्यरत होते. एकंदर पदार्थाची गती रेषीय ही रेषीय संवेगाने दिली जाते. जर एकूण बल हे शून्य असेल तर पद्धतीचा संपूर्ण रेषीय संवेग स्थिर राहतो ही वस्तुस्थिती या संदर्भात अभ्यासायची आहे.

2.2.1 बल

जेव्हा एखादे बल एखाद्या वस्तूवर कार्यरत होते तेव्हा ते ढकलणे किंवा ओढणे या स्वरूपाचे असते. तेव्हा ते वस्तूची एकसमान गतीमधील अवस्था किंवा स्थिर अवस्था बदलते किंवा बदलण्याचा प्रयत्न करते हे बल वस्तूचा वेग बदलू शकते. तिची दिशा बदलू शकते किंवा त्या वस्तूची आकार किंवा आकारमान बदलू शकते बलाचे S. I. एकक न्यूटन (N) हे आहे. 'बल' ही सदिश राशी आहे. आणि पदार्थावरील एकूण बल हे सदिश बेरजेने व्यक्त करता येते.

निसर्गामध्ये चार बले आढळून येतात. (1) गुरुत्वीय (2) विद्युतचुंबकीय (3) प्रबळ केंद्रीय बल (4) क्षीण केंद्रीय बलांचे वर्गीकरण दोन भागात होते.

(a) **संपर्क बल:** जेव्हा पदार्थ आणि बलाचा स्त्रोत हे एकमेकांच्या संपर्कात असतात, तेव्हा त्या बलाला संपर्कबल असे म्हणतात.

संपर्कबलाचे उदाहरण म्हणजे स्नायूबल किंवा ताणबल

(b) **असंपर्क बल:** असंपर्क बल या प्रकारच्या बलांमध्ये पदार्थ आणि बलांचा स्त्रोत हा एकमेकांच्या संपर्कात असण्याची आवश्यकता नसते.

उदाहरणार्थ – गुरुत्वीय बल आणि विद्युत स्थितीज बल

रेषीय संवेग: ही पदार्थांमधील सर्व गती असते. पदार्थाचा रेषीय संवेग हा त्या पदार्थाचे वस्तुमान आणि वेग \vec{v} यांच्या गुणाकाराने दिला जातो. रेषीय संवेग हा पुढील सूत्राने दिला जातो. $\vec{p} = m\vec{v}$, रेषीय संवेग \vec{p} ही सदिश राशी असून तिची दिशा ही पदार्थाच्या वेगाच्या \vec{v} दिशेने असते.

न्यूटनचा गतीविषयक दुसरा नियम:

पदार्थांमधील संवेग परिवर्तन हे लावलेल्या एकूण बाह्यबलाच्या सम प्रमाणामध्ये असते. जर पदार्थावर लावलेले बाह्यबल, \vec{F} असेल तर

$$\vec{F} \propto \left(\frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} \right) \text{ or } \vec{F} = k \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} \text{ or } \vec{F} = m\vec{a},$$

k हा निरंक आहे व त्याची किंमत $k = 1$, (येथे त्वरण, $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$)

या ठिकाणी $p_1 = mv_1$ व $p_2 = mv_2$ हा पदार्थाचा अनुक्रमे सुरुवातीचा व अंतिम संवेग आहे.

न्यूटनचा तिसरा नियम:

जेव्हा एक पदार्थ A दुसऱ्या पदार्थावर B इतके बल कार्य करतो त्याच वेळी B हा पदार्थ देखील A या पदार्थावरती विरुद्ध दिशेने कार्य करतो आणि त्याला क्रिया व प्रतिक्रिया यांचा नियम असे म्हणतात. या ठिकाणी एक बल हे क्रिया दर्शवते आणि दुसरे बल प्रतिक्रिया दर्शवते. म्हणजेच क्रिया आणि प्रतिक्रिया एकमेकांच्या समान परंतु विरुद्ध दिशेने होत असतात.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

2.2.2 संवेग अक्षय्यतेचा किंवा संवर्धनाचा नियम

जेव्हा पदार्थावर लावलेले एकंदर बल शून्य असते तेव्हा,

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = 0 \text{ (न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमानुसार)}$$

$$\text{किंवा } \vec{p}_1 = \vec{p}_2$$

\vec{p} = स्थिरांक. म्हणून जेव्हा पदार्थावर कोणतेही बल लावलेले नसते तेव्हा एकूण रेषीय संवेग पदार्थाचा हा स्थिर राहतो किंवा संवर्धित होतो. यालाच आपण संवेग अक्षय्यतेचा नियम किंवा संवर्धनाचा नियम असे म्हणतो.

2.2.3 रेषीय संवेग अक्षय्यतेच्या नियमाचे उपयोग

A. बंदुकीचा उलट वेग

समजा 'm' इतक्या वस्तुमानाची बंदुकीची गोळी 'M' इतक्या वस्तुमानाच्या बंदुकीतून झाडली, न्यूटनच्या तिसऱ्या नियमानुसार जर बंदुकीच्या गोळीवर \vec{F} , हे बंदुकीमुळे लावलेले बल असेल तर त्याच्या समान परंतु विरुद्ध दिशेने ($-\vec{F}$) हे बल बंदुकीच्या गोळीकडून बंदुकीवरती पडेल. बंदूक व बंदुकीच्या गोळीच्या अंतर्गत बलांची बेरीज शून्य असेल बंदूक आणि बंदुकीच्यावर इतर कोणतेही बाह्य बल कार्य करीत नाहीत, त्यामुळे एकंदर बलांची बेरीज शून्य होते. त्यामुळे गोळी झाडण्यात पूर्वी बंदूक आणि बंदुकीच्या एकूण रेषीय संवेग हा गोळी झाडल्या नंतर बंदूक आणि बंदुकीच्या एकूण रेषीय संवेगा इतका असतो.

$$0 = m\vec{v} + M\vec{V}$$

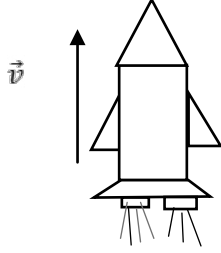
सुरुवातीला बंदूक आणि बंदुकीची गोळी या स्थिर असल्यामुळे त्यांचा एकूण संवेग शून्य असतो. या ठिकाणी \vec{v} आणि \vec{V} ही अक्षरे अनुक्रमे गोळी झाडल्यानंतर लगेचच असलेला बंदुकीच्या गोळीचा वेग आणि बंदुकीचा वेग दर्शवतात.

$M\vec{V} = -m\vec{v}$ किंवा बंदुकीचा उलट वेग $\vec{V} = -m\vec{v}/M$ या ठिकाणी बंदुकीचा वेग हा विरुद्ध दिशेने असतो, त्यामुळे आपण त्याला बंदुकीचा उलट वेग म्हणतो. त्याचे ऋण चिन्ह हे बंदुकीच्या गोळीच्या वेगाच्या विरुद्ध दिशेने असल्याचे सांगितले जाते.

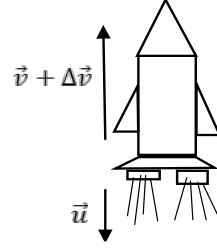
B. अग्निबाण

अग्निबाणाचे प्रक्षेपण हे रेषीय अक्षय्यता किंवा संवर्धनाचे उदाहरण आहे. अग्निबाणामध्ये ज्वलनकक्ष असतो. इंधन जेव्हा प्रज्वलित होते, तेव्हा त्याच्या कक्षामध्ये दाब प्रचंड प्रमाणात वाढतो त्यामुळे उष्णवायू हे एका सपाटीतून फवाऱ्याने अग्निबाणाच्या गतीच्या विरुद्ध

दिशेने जोरात बाहेर पडतात. या ठिकाणी इतर कोणतेही बल लावले जात नाही, केवळ अग्निबाण आणि वायू हेच या मध्ये समाविष्ट असतात. त्यामुळे गुरुत्वबल हे त्या मधून वगळले जाते म्हणून अग्निबाणा व वायू यांचा संवेग संवर्धित होतो.



आकृती 2.13: रॉकेट



आकृती 2.14: रॉकेट प्रणोदन

समजा 't' या वेळात इंधनाने भरलेल्या अग्निबाणाचे वस्तुमान 'm' आहे. सुरुवातीचा अग्निबाणाचा वेग \vec{v} आहे आणि म्हणून सुरुवातीचा वेग इंधन अग्निबाण आणि वायू इंधन सहित इंधना सहित पुढील प्रमाणे \vec{v} . (अग्निबाण आणि वायू इंधना सहित)

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \dots(1)$$

Δt या वेळेच्या कालावधी नंतर अग्निबाणाचा वेग $\Delta \vec{v}$ ने वाढेल आणि वस्तुमान Δm . ने कमी होईल या ठिकाणी Δm हे वस्तुमान इंधन म्हणून ज्वलन झालेल्या वायूंचे असेल. समजा इंधन वायूंचा वेग अग्निबाणाच्या सापेक्ष \vec{u} इतके आहे. त्यामुळे इंधन वायूंचा वेग अग्निबाणाच्या सापेक्ष खालील प्रमाणे दिला आहे,

$$\vec{v}_{GR} = \vec{v}_G - \vec{v}_R$$

म्हणून इंधन वायूंचा वेग $\vec{v}_G = \vec{v}_R + \vec{v}_{GR} = (\vec{v} + \Delta \vec{v} - \vec{u})$

(या ठिकाणी $\vec{v}_{GR} = -\vec{u}$ हे रॉकेटच्या गतीच्या विरुद्ध दिशेने बाहेर पडणारे वायू दर्शवितात.)

अग्निबाण व वायू इंधन या दोघांचा रेखीय संवेग = अग्निबाणाचा संवेग + वायू इंधनाचा रेखीय संवेग

$$\begin{aligned} \vec{p}' &= (m - \Delta m)(\vec{v} + \Delta \vec{v}) + \Delta m(\vec{v} + \Delta \vec{v} - \vec{u}) \\ &= m\vec{v} + m(\Delta \vec{v}) - (\Delta m)\vec{v} - (\Delta m)(\Delta \vec{v}) + (\Delta m)\vec{v} + (\Delta m)(\Delta \vec{v}) - (\Delta m)\vec{u} \\ \vec{p}' &= m\vec{v} + m(\Delta \vec{v}) - (\Delta m)\vec{u} \end{aligned} \quad \dots(2)$$

रेखीय संवेग अक्षयतेच्या नियमानुसार, $\vec{p} = \vec{p}'$

$$\therefore m\vec{v} = m\vec{v} + m(\Delta \vec{v}) - (\Delta m)\vec{u}$$

$$m(\Delta \vec{v}) = (\Delta m)\vec{u} \quad \dots(3)$$

या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूस वेळेच्या कालावधीने Δt , भागू म्हणून, $m \frac{(\Delta \vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \vec{u}$

$$\vec{F} = m \frac{(\Delta \vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \vec{u}$$

अग्निबाणाचे ऊर्ध्वबल = वस्तुमान \times अग्निबाणाचे त्वरण = वायूंचा वेग \times वस्तुमान कमी होण्याचा दर

$$\text{अग्निबाणाचे त्वरण } \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{u}}{m} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{u} \left(\frac{\Delta m}{m} \right) \text{ समीकरण (3) वरून}$$

अग्निबाणाच्या वेगाचे समीकरण अत्यंत लहान किमती करिता जर

$$d\vec{v} = \vec{u} \left(\frac{dm}{m} \right) \text{ (अति लहान किमतीसाठी } \Delta \vec{v} \rightarrow d\vec{v}, \Delta m \rightarrow dm \text{ आणि } \Delta t \rightarrow dt \text{)}$$

जर $t = 0$ अग्निबाणाचे वस्तुमान m_i असेल आणि वेग हा \vec{v}_i , असेल तर अंतिम अग्निबाणाचे वस्तुमान असेल m_f आणि अंतिम वेग \vec{v}_f , असेल.

$$\text{तर त्यांचे इंटीग्रेशन घेऊ } \int_{v_i}^{v_f} d\vec{v} = \vec{u} \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{m}$$

$$[\vec{v}]_{v_i}^{v_f} = \vec{u} [\log m]_{m_i}^{m_f} = \vec{u} [\log m_f - \log m_i] = -\vec{u} \log \frac{m_i}{m_f}$$

$$\vec{v}_f - \vec{v}_i = -\vec{u} \log \frac{m_i}{m_f}$$

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{v}_r \log \frac{m_i}{m_f} \text{ (} \vec{v}_r = -\vec{u} \text{ अग्निबाणाच्या सापेक्ष वायूंची गती)}$$

जर अग्निबाणाचा सुरुवातीचा वेग शून्य असेल तर ($\vec{v}_i = 0$), अग्निबाणाचा अंतिम वेग $\vec{v}_f = \vec{v}_r \log \frac{m_i}{m_f}$ असेल.

2.2.4 प्रेरकबल आणि त्याचे उपयोग

प्रेरकबल म्हणजे रेषीय संवेगातील बदल होय. दुसऱ्या शब्दात सांगायचे झाल्यास प्रेरक बल म्हणजे बल आणि वेळ यांचा गुणाकार होय, याच्यामध्ये बाह्याबल हे पदार्थावर कार्यरत होत असते. न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमाने आपण खालील समीकरण देऊ शकतो,

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} \text{ किंवा } \vec{F} \Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\text{प्रेरक बल } \vec{I} = \vec{F} \Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

येथे $\Delta t = (t_2 - t_1)$ या कालावधीमध्ये बल कार्यरत होते

प्रेरक बल-संवेग सिद्धांत लावलेल्या बलामुळे पदार्थांमध्ये आलेले प्रेरक बल हे पदार्थांमधील रेषीय संवेगाच्या बरोबर असते. प्रेरक बल ही सदिश राशी आहे तिचे S.I. एकक Newton-sec (N-s) हे एकक आहे आणि परिमाण MLT^{-1} असे आहेत.

प्रेरक बलाचे उपयोग

- (1) क्रिकेटपटू जेव्हा चेंडूचा झेल घेतो, तेव्हा तो त्याचे हात किंचित पाठीमागे घेतो, असे केल्यामुळे त्याला संवेग कमी करण्यासाठी थोडा जास्त वेळ मिळतो. जर वेळ वाढला तर लावलेले बल सापेक्ष लावलेले बल कमी किमतीचे असते, म्हणून त्याच्या हातामध्ये चेंडू सुरक्षित राहतो किंवा त्याला इजा होत नाही.
- (2) टेनिस चेंडू आणि क्रिकेटचा चेंडू यामध्ये टेनिसच्या चेंडूचा झेल घेणे सोपे जाते. क्रिकेटच्या चेंडूचे वस्तुमान टेनिसच्या चेंडूपेक्षा जास्त असते. दोन्ही चेंडू समान गतीने फिरत असतील तर संवेगामधील बदल हा क्रिकेटच्या चेंडूमध्ये जास्त असेल कारण त्याचे वस्तुमान जास्त असते, त्यामुळे जास्त किमतीचे बल हे क्रिकेटच्या चेंडूकडे असते.

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

1. एकाएकी गाडी चालू झाली असता प्रवासी एकदम मागच्या बाजूने झुकतात.
2. गाडीला अचानक ब्रेक लावले असता, सर्व प्रवासी पुढच्या बाजूने झुकतात.
3. जेव्हा माणूस जमिनीवर चालतो तेव्हा तो जमीन मागे ढकलतो आणि जमीन त्या माणसाला पुढे ढकलते. अशाप्रकारे न्यूटनच्या गतीच्या तिसऱ्या नियमानुसार, माणूस चालू शकतो.
4. अभियांत्रिकी क्षेत्रामध्ये अग्निबाणाचे प्रक्षेपण हे संवेग अक्षय्यतेचा नियम आणि न्यूटनचा तिसरा नियम यांच्या मिळून होणाऱ्या परिणामाचे उदाहरण आहे.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक/मुद्दे अनुसरून)

प्रेरक बल म्हणजे जे बल कार्यरत होते ते बल आणि वेळेचा गुणाकार होय.

$$\text{प्रेरक बल } \vec{F} \times \Delta t = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

दोन चेंडूंची वस्तुमाने अनुक्रमे $m_1 = 20\text{g}$ आणि $m_2 = 50\text{g}$ अशी आहेत. ते चेंडू एका उंचीतून मुक्तपणे खाली सोडले असता 50 g इतके वस्तुमान असलेला पहिला चेंडू पडून उसळी मारतो मात्र 20 g वस्तुमानाचा चेंडू पडून उसळी मारत नाही. या उदाहरणांमध्ये दुसऱ्या चेंडूचे प्रेरकबल $= mv_f - (-mv_i)$ हे पहिल्या चेंडूच्या प्रेरक बलापेक्षा $= \{0 - (-mv_i)\}$ जास्त असते.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

1. एखाद्या अशा अ-जडत्वीय चौकटीचे वर्णन करा की ज्यामध्ये कोणतेही बाह्यबल लावले जात नाही आणि तरी देखील पदार्थाचे त्वरण शून्य नसते याचा चर्चा करा.
2. संवेग अक्षय्यतेचा नियम जेव्हा एकूण पद्धतीचा संवेग अस्थिर असेल $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$ स्थिरांक किंवा एका स्वतंत्र पदार्थाचा रेषीय संवेग $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$ कदाचित बदलेल. किंवा रेषीय संवेग प्रत्येक पदार्थाचा हा बदलत असताना देखील एकूण संवेग स्थिर राहतो, हे स्पष्ट करा

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: एका ठोकळ्याचे वस्तुमान 20 किलो ग्रॅम आहे व तो एका दोरीच्या साह्याने आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे (आकृती. 2.15) टांगलेला आहे तर दोरी वरती असलेला ताण शोधा.

$$(g = 10 \text{ m/sec}^2)$$

उत्तर: आकृतीत दाखवलेला ठोकळा स्थिर असल्याने त्या वरती असलेले एकूण

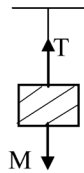
$$\text{बल शून्य असेल म्हणून, } T - mg = 0 \text{ or } T = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

प्र.2: 40 g वस्तुमानाची बंदुकीची गोळी बंदुकीतून झाडली असता तिचा सुरुवातीचा वेग 200 m/sec होता.

जर बंदुकीचे वस्तुमान 5 kg असेल, तर बंदुकीचा फलटण्याचा वेग किती असेल ते ठरवा.

उत्तर: बंदुकीचा फलटण्याचा वेग $= -mv/M$

$$\text{येथे बंदुकीच्या गोळीचे वस्तुमान, } m = 40\text{g} = 40 \times 10^{-3} \text{ Kg}$$



आकृती 2.15: लटकवलेले वजन

(गोळीचा वेग $\vec{V} = 200\text{m/s}$ आणि बंदुकीचे वस्तुमान $M = 5\text{kg}$)

$$\text{बंदुकीचा परतण्याचा वेग } \vec{V} = -\frac{40 \times 10^{-3} \times 200}{5} = -\frac{8}{5} = -1.6 \text{ मीटर/सेकंड}$$

बंदुकीचा परतण्याचा वेग हा झाडलेल्या गोळीच्या वेगाच्या विरुद्ध दिशेने असेल.

प्र.3: अग्निबाणातील इंधन ज्वलनाचा दर $2 \times 10^4 \text{ kg. /sec}$ इतका आहे आणि फवाऱ्यातून बाहेर फेकलेल्या वायूचा वेग $3 \times 10^3 \text{ m /sec}$ इतका आहे. तर अग्निबाणाचे लागलेले ऊर्ध्व बल किती असेल.

उत्तर: या ठिकाणी वायु बाहेर पडण्याचा वेग $v_r = 3 \times 10^3$ आणि ज्वलनामुळे वस्तुमान कमी होण्याचा दर प्रती सेकंद $\frac{\Delta m}{\Delta t} = 2 \times 10^4 \text{ kg/s}$

$$\text{अग्निबाणाला मिळालेला झटका } F = v_r \frac{\Delta m}{\Delta t} = 3 \times 10^3 \times 2 \times 10^4 = 6 \times 10^7 \text{ N}$$

प्र.4: 300 g वजनाचा एक रबरी चेंडू एका इमारतीच्या खिडकीतून मुक्तपणे बाहेर टाकला तेव्हा तो रस्त्याच्या पदपथावर 40 m / sec या वेगाने पडतो आणि पुन्हा उसळी मारतो, त्यावेळी त्याचा वेग 30 m /sec असतो.

या घटनेमध्ये पदपथावरून उसळी घेतल्यानंतर किती प्रेरक बल निर्माण झाले ते शोधा.

उत्तर: प्रेरक बल हे सर्व वेगातील परिवर्तन इतके असते.

$$\text{त्यामुळे प्रेरक बल } \vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{p}_f - m\vec{v}_i = m[\vec{v}_f - \vec{v}_i]$$

सुरुवातीचा वेग हा शेवटच्या वेगाच्या विरुद्ध दिशेने होता, $m = 300 \text{ g}$, $\vec{v}_f = 30\text{m/sec}$, $\vec{v}_i = 40\text{m/sec}$

$$I = 0.3 \times [30 - (-40)]$$

$$= 0.3 \times 70 = 21$$

त्यामुळे, हे बल पदपथावरील प्रेरक बल 21 kg.-m /sec इतके असेल.

2.3 चक्रिय गती

गमतीशीर तथ्य

जेव्हा एखादी वस्तू चक्राकार गतीमध्ये फिरते, तेव्हा तिला चक्राकार गतीत ठेवण्यासाठी वर्तुळाच्या केंद्रीय भागाकडे दिशा असलेल्या बलाची आवश्यकता लागते. उदाहरणार्थ- जेव्हा पृथ्वी सूर्याभोवती फिरते तेव्हा केंद्र कारक बल हे पृथ्वी आणि सूर्य यांच्या दरम्यान असलेल्या गुरुत्वीय बलामुळे संतुलित राहते. या केंद्राच्या दिशेने असलेल्या बलाला केंद्रकारक बल असे म्हणतात. याउलट तितक्याच किंमतीचे परंतु विरुद्ध दिशेने कार्यरत असणारे जे बल असते त्या बलाला केंद्रोत्सारी बल असे म्हणतात.

2.3.1 कोनीय भौतिक राशींच्या व्याख्या

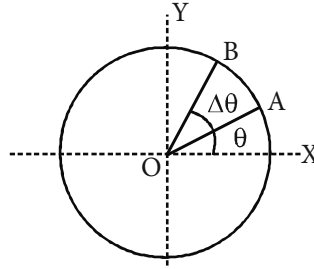
जेव्हा एखादा पदार्थ चक्रीय पदपथावर फिरतो तेव्हा त्याच्या गतीला चक्रीय गती असे म्हणतात.

(a) कोनीय स्थिती: अँग्युलर पोजिशन

समजा एक पदार्थ A वर्तुळाकार पदपथावरून फिरत आहे की ज्याची r त्रिज्या आहे. असा विचार करा की या वर्तुळाचा केंद्रबिंदू O आहे. आणि केंद्रबिंदू पासून OX अशावरती तो पदार्थ आहे. या पदार्थाची A आरंभीची स्थिती A, कोन $\angle AOX = \theta$, कोन θ ला पदार्थाची कोनीय स्थिती असे म्हणतात

(b) कोनीय विस्थापन (अँग्युलर डिसप्लेसमेंट):

जेव्हा एखादा पदार्थ A हा A पासून B पर्यंत Δt , इतक्या काळात जात आहे तर कोनीय स्थितीमधे होणारी वाढ $\Delta\theta = (\theta + \Delta\theta - \theta)$ म्हणून, त्याचे विस्थापन = कोन AOB = कोन BOX – कोन AOX = $\Delta\theta$ पदार्थाची स्थिती आपण भ्रमणामध्ये दिलेल्या वेळेच्या कालावधीसाठी भ्रमणामध्ये मोजू अथवा दर्शवू शकतो, त्याला आपण पदार्थाचे कोनीय विस्थापन असे म्हणतो. कोनीय विस्थापन सदिश राशी आहे. कोनीय विस्थापन हे घडाळ्याच्या काट्यांच्या विरुद्ध दिशेने होत असेल तेव्हा ते धन समजण्यात येते. आणि कोनीय विस्थापन हे जेव्हा घडाळ्याच्या काट्यांच्या दिशेने घडते तेव्हा ते ऋण समजण्यात येते.

(c) कोनीय वेग (ω) (अँग्युलर वेलॉसिटी)

आकृती 2.16: अँग्युलर विस्थापनाच्या गोलीय गतीची

म्हणून सरासरी कोनीय वेग

$$\omega_{\text{avg}} = \frac{\text{कुल कोणीय विस्थापन}}{\text{कुल लिया गया समय}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\text{तत्क्षणी कोनीय वेग } \omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

ω कोनीय वेग हो सदिश राशी आहे व ती चक्रिय गतीच्या प्रतलाच्या लंब दिशेने कार्यरत होत असते व तिची दिशा उजव्या हाताच्या अंगठ्याच्या नियमाने मिळते. कोनीय वेग ω चे एकक rad/sec हे आहे.

(d) कोनीय त्वरण (α) (अँग्युलर):

कोनीय वेग परिवर्तनाच्या दराला कोनीय त्वरण असे म्हणतात.

$$\text{सरासरी कोनीय त्वरण } \omega_{\text{avg}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \text{ तत्क्षणी कोनीय त्वरण}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

α त्वरण ही सदिश राशी आहे. कोनीय त्वरणाची दिशा उजव्या हाताच्या अंगठ्याच्या नियमाने दिली जाते. ज्या प्रतलामध्ये चक्रीय गती घडत असते तिला लंब दिशेने कोनीय त्वरण कार्यरत होते. त्याचे एकक rad/sec².

स्थिर कोनीय त्वरणाचे समीकरण: या ठिकाणी α कोनीय त्वरणाकरता समीकरण खालील प्रमाणे

$$(1) \omega = \omega_0 + \alpha t \quad (2) \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (3) \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

येथे ω_0 हा सुरुवातीचा कोनीय वेग आहे, येथे वेळ $t = 0$, ω अंतीम कोनीय वेगासाठी वेळ t , θ कोनीय विस्थापन आहे.

(e) वारंवारता (f) आणि कालावधी (T):

वारंवारता (f) : चक्रीय गतीमध्ये पदार्थाच्या दर सेकंदाला पुर्ण होणाऱ्या भ्रमणाला वारंवारता असे म्हणतात. वारंवारतेचे एकक फेरे किंवा भ्रमण प्रति सेकंद हे आहे किंवा त्याला हर्टज (Hz) असे देखील म्हटले जाते.

कालावधी (T) : चक्रीय गतीमध्ये पदार्थाने एक भ्रमण पूर्ण करण्यासाठी घेतलेला वेळ म्हणजे कालावधी होय. कालावधी आणि वारंवारता या दोन्ही राशी एकमेकांच्या गुणाकार व्यस्त आहेत.

$$\text{वारंवारता } f = 1/T$$

2.3.2 A. रेखीय वेग (v) आणि कोनीय वेग (ω) यांच्यातील नातेसंबंध

समजा AB या मार्गावरून चक्रीय गतीत असलेल्या पदार्थाने Δt या मर्यादित कालावधीमध्ये रेखीय अंतर कापलेले खालील सुत्रांनी दिले जाते

$$\Delta s = r\Delta\theta \text{ दोन्ही बाजूला } \Delta t \text{ ने भागू, } \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} = r \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) \text{ or } v = r\omega \quad \dots(4)$$

या ठिकाणी, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ हा पदार्थाचा रेखीय वेग आहे. r लिज्या असलेल्या वर्तुळावरून त्याचे भ्रमण होत आहे.

(कोन = चाप/त्रिज्या से $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$, $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega$ हे पदार्थाचा कोनीय वेग आहे. सदिश स्वरूपात हा नातेसंबंध

खालीलप्रमाणे लिहिता येईल,

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$ या ठिकाणी, \vec{R} पदार्थाची स्थिती दर्शवणारा सदिश आहे

B. रेखीय त्वरण (a) आणि कोनीय त्वरण (α) यांचा नातेसंबंध

रेखीय गतीमध्ये पदार्थाच्या वेग परिवर्तनाच्या दराला त्वरण असे म्हणतात. चक्रीय गतीमध्ये या प्रकारच्या त्वरणाला स्पर्शिकीय त्वरण असे म्हणतात

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \quad (v = r\omega) \text{ आणि } \frac{d\omega}{dt} = \alpha \text{ याला आपण पदार्थाचे कोनीय त्वरण असे म्हणतो.}$$

\vec{a}_t हा एकूण त्वरणाचा कोणत्याही स्पर्श बिंदूवर असलेले घटकबल आहे. सदिश स्वरूपात हा नातेसंबंध खालीलप्रमाणे लिहिता येतो,

$$\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{R}$$

या ठिकाणी, \vec{R} हा स्थिती पदार्थाची स्थिती दर्शवणारा सदिश आहे.

प्र.1: 40 cm लिज्या असलेल्या आणि 5 m/sec रेखीय वेग असलेल्या पदार्थाचा कोनीय वेग शोधा.

$$\text{उत्तर: कोनीय वेग } \omega = \frac{\text{रेखीय वेग}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{v}{r} = \frac{5}{40 \times 10^{-2}} = 12.5 \text{ rad/s}$$

प्र.2: 10 m/s पासून 20 m/s पर्यंत 5 सेकंदांमध्ये गती बदलणाऱ्या, 40 cm लिज्या असणाऱ्या वर्तुळाकृती मार्गावरून, एक पदार्थ गतिमान होत आहे. तर त्याचे कोनीय त्वरण काढा.

उत्तर: पदार्थाचे स्पर्शिकीय दिशेने असलेले त्वरण,

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 10}{5} = 2 \text{ मी./सेकंड}^2$$

$$\text{कोनीय त्वरण } \alpha = \frac{a_t}{r} = \frac{2}{40 \times 10^{-2}} = \frac{200}{40} = 5 \text{ rad/s}^2$$

चक्रीय गतीचे प्रकार

1. एकसमान चक्रीय गती:

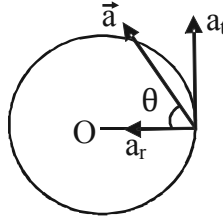
जेव्हा एखादा पदार्थ वर्तुळाकृती मार्गाने भ्रमण करित असे आणि त्याची गती एकसमान असेल, स्थिर असेल अशा गतीला आपण एकसमान चक्रीय गती असे म्हणतो. या गतीमध्ये पदार्थाचे स्पर्शिकेच्या दिशेने होत असलेले

$$\text{त्वरण } a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = 0 \text{ या ठिकाणी } |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| \text{ स्थिर}$$

येथे पदार्थाचे त्वरण नेहमी केंद्र वर्तुळ केंद्राच्या दिशेने होते म्हणून याला केंद्रकारक त्वरण असे म्हणतात. याचे परिमाण खालील प्रकारे दिले जाते.

$$a_r = \omega^2 r = \frac{v^2}{r^2} r = \frac{v^2}{r} \quad (\text{क्योंकि } \omega = \frac{v}{r})$$

एकसमान चक्रीय गतीमध्ये पदार्थाची गती स्थिर राहते मात्र वर्तुळाच्या परिघा मार्गावर प्रत्येक बिंदूच्या ठिकाणी त्याची दिशा बदलते आहे असते, त्यामुळे त्याचा वेग बदलतो, त्यामुळे त्वरण निर्माण होते.



आकृती 2.17: नॉन-युनिफॉर्म सर्कुलर मोशन मधील त्वरणासाठी

2. अ-समान चक्रीय गती:

जेव्हा पदार्थ वर्तुळाकृती परिघावर एक समान गतीने फिरत नसेल, तेव्हा त्याचे त्रिज्येच्या दिशेने आणि स्पर्शिकेच्या दिशेने होणारे त्वरण विचारात घ्यावे लागते.

$$\text{या ठिकाणी स्पर्शिकाच्या दिशेने होणारे त्वरण } a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{त्रिज्येच्या दिशेने किंवा केंद्रकारक त्वरण } a_r = -\omega^2 r = -\frac{v^2}{r^2} r = -v^2/r \text{ एकूण त्वरणाचे}$$

$$\text{परिमाण } |\vec{a}| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$$

$$\text{जर एकूण त्वरण } \vec{a} \text{ हे } a \text{ सोबत } \theta \text{ कोन करित असेल, तर, } \tan \theta = a_t/a_r$$

2.3.3 केंद्रकारक आणि केंद्रोत्सारी बल

A. केंद्रकारक बल (सेन्ट्रीपेटल फोर्स)

जेव्हा एखादा पदार्थ वर्तुळाच्या परिघावर स्थिर गतीने गतिमान होत असेल, तेव्हा हे बल केंद्राच्या दिशेने असते, हे बल त्या पदार्थावर कार्य करणाऱ्या बाहेरील स्त्रोतामार्फत मिळत असते. (जसे की दोरीवर असलेला ताण किंवा घर्षण बल इत्यादी) त्यामुळे पदार्थाचे त्वरण केंद्राच्या दिशेने होत असते व त्याचे परिमाण v^2/r दिले जाते.

म्हणून केंद्रकाच्या दिशेने कार्य करणारे बल खालील सूत्राने दिले जाईल,

$$F = ma = mv^2/r = m\omega^2 r \text{ (या ठिकाणी } v = r\omega \text{)}$$

केंद्राच्या दिशेने असलेल्या या बालाला केंद्रकारक बल असे म्हणतात.

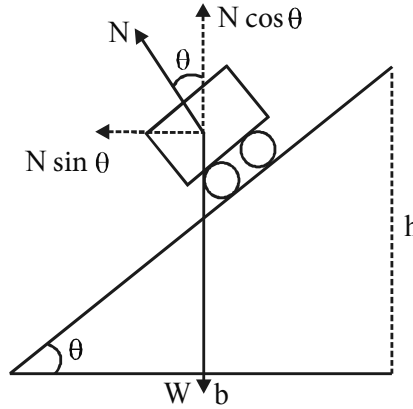
B. केंद्रोत्सारी बल (सेंट्रीफ्यूगल फोर्स)

अ-जडत्वीय चौकटीमध्ये (घूर्णन किंवा त्वरणीय चौकटीत) न्यूटनचे गतीविषयक नियम पाळले जात नाहीत. या चौकटीमध्ये विरुद्धबल (pseudo force) $(-m\vec{a})$ हे पदार्थावर अनुभवायला येते. पदार्थाचे वस्तुमान (m) आणि त्या संदर्भ चौकटीचे त्वरण \vec{a} आहे. ही चौकट ω या स्थिर कोनीय त्वरणाने (r) या त्रिज्येभोवती गोलाकार फिरत असेल तर संदर्भ चौकटीचे त्वरण गोलाच्या केंद्रस्थानाच्या दिशेने असेल व त्याचे परिमाण $\omega^2 r = v^2/r$ असेल. आता (m) वस्तुमान असलेला पदार्थ या संदर्भ चौकटीमध्ये असेल तेव्हा विरुद्ध बलाला $(-m\omega^2 r)$ हे पदार्थावर कार्यरत होईल आणि याची दिशा ही केंद्रकापासून दूर जाणारी असेल. या विरुद्ध बलाला आपण केंद्रोत्सारी बल असे म्हणतो. हे बल केंद्र कारक बलाच्या समान आणि विरुद्ध असतो.

2.3.4 केंद्रकारक आणि केंद्रोत्सारी बल यांचे उपयोग

(a) रस्ता कलता असणे

रस्त्यामध्ये जेव्हा वळणे येतात तेव्हा त्या वळणावरती आपल्याला गाडीची चाके आणि रस्ता यांच्यामधील घर्षणामुळे गाडी स्थिरपणे राहिल हे गृहीत धरता येत नाही. जेव्हा गाडी वेगाने जाते तेव्हा हा प्रश्न येतो, घर्षणावर अवलंबून न राहता त्याकरिता वळणावरती रस्ते थोडे कललेले



आकृती 2.18: रोडच्या बँकिंगची

असतात. रस्त्याचा बाहेरील भाग हा थोडासा उंच ठेवलेला असतो व आतील भाग खोलगट ठेवलेला असतो यालाच आपण रस्त्याचा कलतेपणा असे म्हणतो. रस्ता कलता ठेवून केंद्रकारकबल वाहनाला वळणावरून जाण्यासाठी सुरक्षा देण्याचे काम करते. समजा हा कलता कोन (रस्त्याची आतील कडा आणि बाहेरील कडा यांचा क्षितिजसमांतर पातळीची किंवा एकूण रस्त्याच्या पातळीशी झालेला कोन) θ कोन आहे.

वाहनाचे वजन $W = mg$ इतके आहे. समजा वाहनाचे सामान्य /क्रिया बल (उत्तरणीच्या पृष्ठभागाला लंब असलेले बल) N आहे. वाहनाचे प्रतिक्रियाकारक बलाचे (क्षितिज समांतर पातळीशी) आडवे घटक बल N आहे. $N \sin \theta$ हा वाहनाच्या केंद्र कारक बलाला संतुलित करतो. तसेच उभा घटक बल $N \cos \theta$ वाहनाचे वजन संतुलित ठेवतो. म्हणून

$$N \sin \theta = mv^2/r \text{ and } N \cos \theta = mg$$

$$\tan \theta = v^2/rg \text{ किंवा } v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

v हा त्या वाहनाचा वेग सुरक्षित इतका आहे.

$\tan \theta = h/b$ ('h' ही बाहेरील कडा व आतील कडेची सापेक्ष उंची आहे. व रस्त्याची एकूण रुंदी 'b' आहे.)

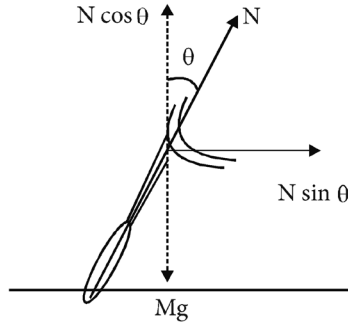
सायकल स्वाराचे झुकणे

जेव्हा एखादा सायकलस्वार रस्त्याने जात असतो तेव्हा जेव्हा वळण येते तेव्हा त्याला किंचित θ इतक्या कोनाने एका बाजूला झुकावे लागते. समजा, सायकलची चाके व रस्त्याच्या दरम्यानचे प्रतिक्रिया बल N आहे. त्यामुळे बदलामुळे $N \sin \theta$ इतका उभा घटक केंद्रकारक बलामुळे संतुलित होतो.

सायकल स्वाराचे वजन

$$N \sin \theta = mv^2/r \text{ and } N \cos \theta = mg$$

$$\text{म्हणून, } \tan \theta = v^2/rg$$



आकृती 2.19: साईकलिस्टची बेंडिंग

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

1. जेव्हा एखादा वाहक गाडी चालवत असतो अशा वेळी रस्त्यामध्ये जर वळण आले तर केंद्रकारक बल रस्त्याचा कलला कोनामुळे तसेच गाडीची चाके आणि रस्त्या यामधील घर्षणामुळे देखील पुरवले जाते.
2. वॉशिंग मशीन मध्ये विद्युत मोटरच्या सहाय्याने ड्रायर फिरवला जातो, अशा वेळी केंद्रकीय बल अनुभवता येते.
3. अणुमध्ये इलेक्ट्रॉनला केंद्रका भोवती गतीत फिरण्यासाठी जे केंद्रकीय बल लागते, ते इलेक्ट्रॉन आणि केंद्रकामध्ये असलेल्या प्रोटॉनमधील विद्युत स्थितीज बलामुळे दिले जाते.
4. जेव्हा बस एकाएकी डाव्याबाजूला वळण घेते तेव्हा गाडीमधील प्रवासी हे उजव्या बाजूला ढकलले जाण्याचा अनुभव घेतात हे केवळ केंद्रोत्सारी बलामुळे घडते.
5. मिक्सर किंवा ज्यूसर वापरताना जे बल दिलेले असते ते केंद्रोत्सारी बल असते जे बाहेरील दिशेने अनुभवायला मिळते.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक मुद्दे अनुसरून)

कृत्रिम उपग्रह पृथ्वीभोवती परिभ्रमण करीत असतात त्यांना आवश्यक असलेले केंद्र कारकबल हे आणि उपग्रह यांच्या दरम्यान असलेल्या गुरुत्वीय बलाने दिले जाते.

$$\therefore \frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

कृत्रिम उपग्रहाचा वेग खालीलप्रमाणे असेल,

$v = \sqrt{\frac{Gm}{r}}$ या ठिकाणी, G = गुरुत्वीय स्थिरांक, M पृथ्वीचे वस्तुमान M आणि ज्या कक्षेमध्ये उपग्रह फिरत आहे, त्या उपग्रहाचे वस्तुमान m असताना, कोनीय वेग $\omega = \frac{v}{r}$

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

जेव्हा एखादा दगड दोरीच्या एका टोकाला बांधलेला असतो आणि एखादा व्यक्ती तो शेतीच्या समांतर पातळीमध्ये फिरवतो, तेव्हा जी चक्रीय गती निर्माण होते, त्या गतीला आवश्यक असणारे केंद्र कारक बल हे दोरीच्या ताणामुळे मिळते. जर दोरी तुटली तर दगडाच्या गतीचे काय होईल याविषयी चर्चा करा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: एक पदार्थ 40 cm त्रिज्या असलेल्या वर्तुळावरून चक्रिय गतीत एकसमान वेगाने फिरत आहे. तो एक भ्रमण 10 सेकंदात पूर्ण करतो तर त्याच्या त्वरणाचे परिमाण शोधा.

उत्तर: कोनीय वेग $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10}$ (कालावधी = 10 sec, $r = 40 \text{ cm} = 0.40 \text{ m}$)

$$\text{केंद्रकारक बल } a_r = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 \times 0.4 = 0.16 \text{ m/s}^2$$

प्र.2: 1.5 kg वस्तुमानाचा एक ठोकळा दोरीच्या 50 cm लांबी असलेल्या दोरीला बांधलेला आहे. तिचे दुसरे टोक फिर आधारासाठी आहे. जर ठोकळा शेतीच्या समांतर पातळीमध्ये टेबलवर चक्राकार गती 4 = 5 m /sec या स्थिर गतीने फिरवला, तर त्या दोरीवरील ताण शोधा.

उत्तर: या प्रकरणी, केंद्रकारक बल दोऱ्याच्या ताणामुळे पुरवले जाईल,

$$\therefore T = \frac{mv^2}{r} = \frac{1.5 \times 4 \times 4}{0.5} = 48 \text{ N}$$

प्रश्न 3: एक पंखा 20 rev /sec या वारंवरतेने चक्राकार फिरत आहे. या पंख्याचे बटन बंद केले आणि तो पंखा दोन मिनिटात थांबतो. तर,

(1) या वेळी घडणाऱ्या कोनीय मंदनाची किंमत शोधा.

(2) पंखा थांबण्यापूर्वी पंख्याने पूर्ण केलेल्या फेऱ्यांची संख्या शोधा.

उत्तर: (1) $\omega = \omega_0 + \alpha t$ आणि सुरुवातीचा कोनीय वेग $\omega_0 = 2\pi n = 2 \times 3.14 \times 20 = 125.6 \text{ rad/s}^2$

$$0 = 125.6 + \alpha (2 \times 60) \text{ म्हणून, } \alpha = \frac{-125.6}{120} = -1.05 \text{ rad/s}^2$$

$$(2) \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$= \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t = \left(\frac{125.6 + 0}{2}\right) \times 2 \times 60 = 125.6 \times 60 = 7536 \text{ rad}$$

$$\text{फेऱ्यांची संख्या } \theta = 7536/2\pi = 7537/6.28 = 1200 \text{ फेरे}$$

प्र.4: एक कार 90 km/hr या वेगाने 250 m त्रिज्या असलेल्या विशिष्ट कल असलेल्या वळण रस्त्यावरून जात आहे, तर रस्त्याचा कल कोन शोधा. (रस्त्याचे घर्षण गृहीत धरू नका.)

उत्तर: $\tan \theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{25 \times 25}{250 \times 10} = \frac{1}{4}$ (सरासरी वेग $v = 90 \times 1000/60 \times 60 = 25$)
 $\theta = \tan^{-1}(0.25) = 14^\circ$

युनिटचे सारांश

- अदिश राशींना केवळ परिमाणाची आवश्यकता असते आणि सदिश राशींना परिमाण आणि दिशा या दोघांची आवश्यकता असते. सदिश राशींची बेरीज त्रिकोणाच्या नियमाने दिली जाते.
- सदिशांच्या बिजगणितामध्ये त्यांची बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आणि सदस्यांचे विघटन हे अंतर्भूत असते.
- एखाद्या पदार्थाची स्थिर अथवा गतीमान अवस्था बदलण्यासाठी बल हे कारणीभूत असते.
- सवेग हा पदार्थाचे वस्तुमान आणि वेळ यांचा गुणाकाराने दिला जातो.
- प्रेरक बल हे बल आणि वेळेचा कालावधीच्या गुणाकाराने दिले जाते, ते संवेगामधील बदल मोजते.
- जेव्हा एक पदार्थ वर्तुळाच्या परिघावर चक्रीय गतीमध्ये गतिमान होतो, तेव्हा त्याचे कोनीय विस्थापन कोनीय वेग आणि कोनीय त्वरण या राशी मिळतात. या रेखीय आणि कोनीय भौतिक राशींमध्ये $v = r\omega$ आणि $a = r\alpha$ असा संबंध आहे.
- केंद्रकारक बल हे वर्तुळाच्या केंद्राच्या दिशेने असते आणि केंद्रोत्सारी बल हे वर्तुळ केंद्राच्या विरुद्ध दिशेने कार्यरत होते, त्या दोन्ही बलांची किंमत समान असते.

स्वाध्याय

A. वस्तुनिष्ठ प्रश्न

2.1 \vec{A} हा सदिश क्षितिजसमांतर पातळीशी 30° चा कोन करतो, त्याचे परिमाण 6 आहे, तर या सदिशाचा उभा घटक किती होईल. [LOD1]

- (a) 3 (b) $3\sqrt{3}$ (c) 6 (d) $\frac{1}{2}$

2.2 $\vec{A} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$, आणि $\vec{B} = 3\vec{i} + p\vec{j} + 4\vec{k}$ हे दोन सदिश आहेत, त्यापैकी सदिश \vec{A} ला सदिश \vec{B} लंब आहे. तर p ची किंमत किती असेल. [LOD2]

- (a) 4 (b) 2 (c) 10 (d) 5

2.3 $\vec{A} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ व $\vec{B} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$ या दोन सदिशां मधील कोन किती असेल. [LOD3]

- (a) $\cos^{-1} \frac{2}{15}$ (b) $\cos^{-1} \frac{3}{5}$ (c) $\cos^{-1} \frac{1}{15}$ (d) $\cos^{-1} \frac{1}{5}$

2.4 क्षितीज समांतर पातळीशी θ कोन करून असलेल्या उतरणीवर m वस्तुमान असलेला पदार्थ ठेवला आहे, तर सामान्य प्रतिक्रिया कारक बल किती असेल. [LOD2]

- (a) $mg \sin \theta$ (b) $mg \cos \theta$ (c) mg (d) $mg \tan \theta$

2.5 160 g वस्तुमानाचा एक चेंडू क्रिकेटरच्या हातावर 5 न्युटनचे बलाने चेंडू 20 सेकंदांसाठी कार्यरत होत असताना त्यावर किती प्रेरकबल $kg \text{ m/s}$ मध्ये असेल. [LOD2]

- (a) 200 (b) 300 (c) 500 (d) 100

2.6 4 किलो ग्रॅम वजनाची एक वस्तू 240 m/sec या वेगाने जात आहे, ती दोन मिनिटात स्थिर होत असेल तर या घटनेमध्ये वस्तू थांबवण्यासाठी लावलेल्या बलाचे परिमाण किती असेल. [LOD2]

- (a) 4N (b) 240N (c) 10N (d) 8N

2.7 एका बंदुकीतून गोळी 300 m/sec या वेगाने झाडली गेलेली आहे, बंदुकीचे आणि बंदुकीच्या गोळीचे वस्तुमान अनुक्रमे 10 किलोग्रॅम आणि 8 ग्रॅम आहे, तर बंदुकीचा उलट वेगाचे परिमाण प्रती सेकंदात किती असेल. [LOD1]

- (a) 0.24 (b) 0.30 (c) 0.48 (d) 0.20

2.8 एक पंखा 150 rad/sec या कोनीय वेगाने फिरत आहे, तो बंद केल्यानंतर दहा सेकंदानी त्याचा वेग 50 rad/sec होतो, तर त्याच्या वेगातील मंदन rad/sec^2 किती होईल. [LOD2]

- (a) 20 (b) 40 (c) 10 (d) 5

2.9 रस्त्यावरील एका वळणाची त्रिज्या 40 m आहे. एक कार त्यावरून जात आहे, सरासरी कारची गती 36 Km/hr असेल, जर रस्त्याचा कलता कोन $\tan^{-1} x$ असल्यास x ची किंमत शोधा. [LOD2]

- (a) $1/2$ (b) $1/4$ (c) $1/8$ (d) $1/10$

2.10 सत्य की असत्य (True/False) [LOD3]

- (1) अ-जडत्वीय चौकटीकरिता जर $F = 0$ तर $a \neq 0$.
- (2) दोन सदिशांचा सदिश गुणाकार ही सदिश राशी असते.
- (3) जेव्हा पदार्थावर कोणतेही बाह्यबल लावले जात नाही, तेव्हा त्याचा रेखीय संवेग बदलत नाही, तो स्थिर राहतो.
- (4) रेखीय गती आणि कोनीय गती यांचे नाते पुढील प्रमाणे: $v = \omega^2 r$.

2.11 रिकाम्या जागा भरा. [LOD3]

4 g वजनाच्या एका पदार्थाचा स्फोट होतो. त्यापैकी 1g वजनाचे प्रत्येकी दोन तुकडे एकमेकांना लंब दिशेत 18 m/sec या गतीने दूर फेकले जातात, तर तिसऱ्या तुकड्याची गती _____ (m/s मध्ये) असेल.

- (a) $5\sqrt{2}$ (b) 5 (c) 10 (d) $3\sqrt{2}$

A. वस्तुनिष्ठ प्रश्नांची उत्तरे

अ. क्र	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10 (1)	2.10 (2)	2.10 (3)	2.10 (4)	2.11
पर्याय	a	b	a	b	d	d	a	c	b	True	True	False	False	a

$$2.1 \quad 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$2.2 \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ म्हणून } p = 2$$

$$2.3 \quad \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{2}{15}$$

$$2.4 \quad N = mg \cos \theta$$

$$2.5 \quad I = Ft$$

$$2.6 \quad F = mv/t$$

$$2.7 \quad V = mv/M$$

$$2.8 \quad \omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$2.9 \quad \tan \theta = v^2/rg$$

$$2.11 \quad 2v_3 = \sqrt{v^2 + v^2} = (\sqrt{2})v$$

B. वर्णनात्मक प्रश्न

2.1 दोन सदिशांसाठी असलेल्या त्रिकोणाच्या आणि समांतरभुज चौकोनच्या नियमाचे विधान स्पष्ट करा. [LOD1]

2.2 जर $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ आणि $\vec{B} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ तर खालील पर्यायांचे परिमाण शोधा. [LOD2]

(a) $\vec{A} + \vec{B}$ (b) $\vec{A} - \vec{B}$ आणि (c) $\vec{A} \times \vec{B}$

2.3 सुरुवातीला m वस्तुमान असलेल्या एका अग्निबाणचे उड्डाणानंतर एका सेकंदात $2 \times 10^3 \text{ m/s}$ सापेक्ष गतीने उडताना $1/100$ वस्तुमानाच्या वायूंचा फवारा करतो, तर अग्निबाणाचे सुरुवातीचे त्वरण शोधा. [LOD3]

2.4 संवेग अक्षय्यतेचा किंवा संवर्धनाचा नियमाचे विधान स्पष्ट करा आणि तो नियम सिद्ध करा. [LOD1]

2.5 वळणाच्या रस्त्याला कल असताना, त्या रस्त्यावर जास्तीत जास्त अपेक्षित असणाऱ्या वेगाचे सूत्र शोधा. [LOD1]

2.6 जर $\vec{A} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{B} = \vec{j} - 4\vec{k}$ या दोन सदिशांचा $\vec{A} \times \vec{B}$ सोबत \vec{A} आणि \vec{B} अदिश गुणाकार हा शून्य आहे हे दाखवा आणि तो शून्य असल्याने त्यावरून काहीतरी अंदाज बांधा. [LOD3]

2.7 एक पदार्थ वर्तुळाकृती मार्गाने गतिमान होत आहे. या वर्तुळाची त्रिज्या 10 m आहे आणि त्या पदार्थाचे वस्तुमान 200 g असून जर तो पदार्थ 10 Hz या वारंवारतेने फिरत असेल, तर या चक्रीय गतीकरिता लागणारे केंद्रकारक बल किती असेल.

[LOD2]

2.8 खालील प्रश्नांची थोडक्यात उत्तरे द्या. [LOD1]

1. केंद्रकारक बलाची व्याख्या सांगा.
2. बंदुकीच्या उलट वेगाची व्याख्या सांगा.
3. प्रेरक बलाचे सूत्र आणि त्याचे एक सांगा.

B. वर्णनात्मक प्रश्नांची उत्तरे

2.2 (a) $\sqrt{74}$ (b) $\sqrt{2}$ (c) 1

2.3 $a = 20 \text{ m/s}^2$ (उल्लेख $a = \frac{v_{\text{आपेक्षिक}}}{m} \times \frac{dm}{dt} = \frac{2 \times 10^3 m_0}{m_0 \cdot 100} = 20 \text{ m/s}^2$) या ठिकाणी, हे अग्निबाणाचे सुरुवातीचे वस्तुमान m_0 आहे. ($t = 1 \text{ sec}$)

2.6 $\vec{A} \times \vec{B}$ या सदिश गुणाकाराची दिशा \vec{A} व \vec{B} या दोन्ही सदिशांना लंब असेल.

(कारण $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{A} = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{B} = 0$ हे सिद्ध होते.)

2.7 $F = 7888 \text{ N}$ ($\therefore F = m\omega^2 r$, $\omega = 2\pi f$)

प्रात्यक्षिक

1. बलांच्या त्रिकोणाचा आणि समांतरभुज चौकोनचा नियम सिद्ध करणे.

प्रात्यक्षिकाचे महत्व

विद्यार्थी दोन सदिश राशीच्या मूल्याची बेरीज करण्यासाठी त्रिकोण आणि समांतरभुज चौकोनाचा नियम वापरू शकतात. ते सदिश राशीच्या बेरजा क्रमनिरपेक्ष नियमांची पडताळणी देखील करतात.

संबंधित सिद्धांत

त्रिकोणाचा नियम: जेव्हा दोन सदिशांची बेरीज करावयाची तेव्हा असते, तेव्हा पहिल्या सदिशाचा अंतिम बिंदू आणि दुसऱ्या सदिशाचा आरंभ बिंदू एका ठिकाणी घ्यावा, त्यानंतर पहिल्या सदिशाचा आरंभ बिंदू आणि दुसऱ्या सदिशाचा अंतिम बिंदू यांना जोडणारा एक नवीन सदिश काढावा हा नवीन काढलेला सदिश म्हणजे या दोन सदिश राशींची बेरीज असलेला सदिश असेल. या नियमाला बलांचा किंवा सदिशांचा त्रिकोणाचा नियम असे म्हणतात.

समांतरभुज चौकोनाचा नियम: जेव्हा समांतर भुज चौकोनाच्या दोन लगतच्या बाजू जर P आणि Q ह्या दोन बलांची मूल्य आणि दिशा दर्शवितात तर R हा परिणामी बल असून तो P आणि Q च्या बेरजेची मूल्य आणि दिशा दर्शवितो की जो कर्ण आहे आणि तो दोन बलांच्या छेदनबिंदूमधून जातो.

वापरलेले सूत्र: लॅमीचा सिद्धांत हा आहे $\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R_1}{\sin \gamma}$ (त्रिकोणाच्या नियमासाठी)

जर \vec{P} , \vec{Q} और \vec{R} ही बले एकाच क्रमाने त्रिकोणाच्या तीन बाजूंवर असतील तर $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

परिणामी बलाचे परिमाण (magnitude) $R_1 = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta}$ इतके असते. (समांतरभुज चौकोनाच्या नियमासाठी)

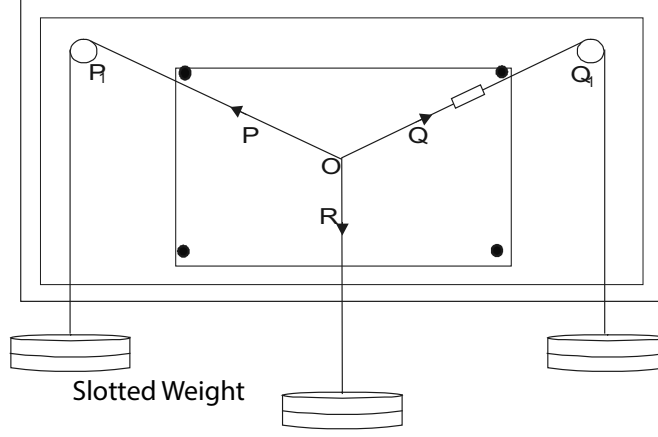
प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

PrO1: सदिश राशींच्या बेरजेसाठी त्रिकोणाचा नियम आणि समांतरभुज चौकोनाचा नियम वापरणे.

PrO2: सदिश राशींची बेरजेचा त्रिकोणाचा नियम पडताळणे.

PrO3: सदिश राशींच्या बेरजेचा समांतरभुज चौकोनाचा नियम पडताळणे.

प्रात्यक्षिक रचना (रेखांकन /रूपरेषा /परिक्रमाआकृती/कामाची परिस्थिती)



आकृती 2.20: ग्रेव्हसॅंड उपकरण

आवश्यक संसाधने (Required Resources)

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे / उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	प्रमाण	वास्तविकता स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे / उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्यांनी भरायची माहिती)		शेरा (काही सल्यास)
			निर्मिती	विस्तृत माहिती	
1.	समांतर भुज चौकोनाच्या नियमांचे उपकरण	1			
2.	आरसा पट्टी	1			
3.	हॅंगरसह स्लॉटेड वजने	2			
4.	कापसाच्या धाग्यांचे तुकडे	3			
5.	ड्रॉइंग पिन	4			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

- हॅंगर्स आणि वजने उभ्या बोर्ड आणि भिंतीला स्पर्श करू नयेत.
- धाग्यावर एकच मध्यवर्ती गाठ असावी जी लहान असावी.
- प्रत्येक वेळी एकूण बलाची आकडेमोड करताना हॅंगरचे वजन हॅंगरमधे असलेल्या स्लॉटेड वजनामध्ये मिळवावीत.
- बलांची बलरेषा आखत असताना सर्व हॅंगर्स ही स्थिर असल्याची खात्री करा.
- सर्व पुलीमधील घर्षण शून्य असावे किंवा कमीत कमी घर्षण असावे जेणेकरून आपण घर्षणाला दुर्लक्ष करू शकू.

सुचवलेली कृती (Suggested Procedure)

1. आकृती 2.20 मध्ये दर्शविलेले समांतरभुज उपकरणाचे बोर्ड (किंवा ग्रेव्हसँडचे उपकरण) उभे ठेवण्यासाठी ओळंबरेषा (प्लंबलाइन) समायोजित करा. पुली P_1 आणि Q_1 यांना आवश्यक असल्यास घर्षण रहित करण्यासाठी तेल वापरावे.
2. ड्रॉइंग पिनच्या मदतीने बोर्डवर पांढऱ्या ड्रॉइंग पेपर शीटचे निराकरण करा.
3. दोरीच्या तीन तुकड्यांचा जंक्शन पॉइंट O बनवण्यासाठी त्या प्रत्येकाचे एक टोक गाठेच्या स्वरूपात एकत्र बांधून घ्या.
4. दोन वेट हॅंगर्स दोन धाग्यांच्या इतर टोकांना बांधतात आणि तेच स्लॉटेड वेट्स पुली P_1 आणि Q_1 वरून खाली जातात. (पास होतात). P आणि Q भारित (हॅंगर + स्लॉटेड वेट) वजन आहेत.
5. वजन (हॅंग + वजन) तिसऱ्या धाग्याच्या शेवटी बांधून मध्यभागी लटकवले आणि R द्वारे दर्शविले.
6. तीन वजने P, Q आणि R हे तीन बलांच्या रूपात समतोल स्थितीत जंक्शन O वर कार्य करतात.
7. अशी उपाय योजना करा की तिन्ही वजन मुक्तपणे लटकतील आणि त्यापैकी कोणतेही बोर्डला स्पर्श होणार नाहीत.
8. P आणि Q वजनांना किंचित हलवा, आणि त्यांना स्थिर होण्यासाठी सोडा. वजने स्थायिक झाल्यानंतर स्थिति लक्षात घेऊन बिंदु O चे निरक्षण करा आणि लिहा.
9. आता प्रत्येक दोरीच्या खाली आरशाची पट्टी लांबीच्या दिशेने ठेवा, दोरीने प्रतिमा झाकून दोरीच्या टोकांच्या प्रतिमेचे स्थान आरशात बनवा. P वजन ज्या दोरीवर कार्यरत आहे त्या दोरीसाठी ही नवीन स्थाने P_1 आणि P_2 आहेत आणि Q वजन ज्या दोरीवर कार्यरत आहे त्या दोरीसाठी Q_1 , Q_2 आहेत आणि R वजन ज्या दोरीवर कार्यरत आहे त्या दोरीसाठी R_1 , R_2 ही नवीन स्थाने आहेत.
10. बोर्डपासून कागद (पेपर) काढा आणि बिंदू P ला निर्देशित करण्यासाठी मोजपट्टीच्या सहाय्याने बिंदु P_1 आणि P_2 मधून जाणाऱ्या रेषा काढा, बिंदू Q ला निर्देशित करण्यासाठी बिंदु Q_1 आणि Q_2 मधून जाणाऱ्या रेषा काढा, तसेच बिंदु R_1 आणि R_2 रेषा ह्या बिंदू R साठी निर्देशित करा.
11. ह्या रेषा समतोल बल दर्शवितात त्यासाठी ह्या रेषा O बिंदूवर भेटणे आवश्यक आहे. असे माना की $1\text{cm} = 50\text{g}$ चे स्केल; म्हणून $P = 200\text{g}$ आणि $Q = 250\text{g}$ दर्शवण्यासाठी $OA = 4\text{cm}$ आणि $OC = 5\text{cm}$.
12. चौकोन सेट वापरून समांतरभुज OABC पूर्ण करा आणि OB ला जोडा. OB ही P आणि Q (बले) ह्या सदिश बलाची बेरीज आहे हे दर्शवितो आणि ही बेरीज वजन R शी अनुरूप आहे.
13. OB मोजा आणि वजनाचे परिणामी मूल्य शोधण्यासाठी मोजमापानच्या सहाय्याने ($1\text{cm} = 50\text{g}$) गुणाकार करा. आणि ते R_1 आहे, हे आधीच माहीत असलेल्या वजनाच्या बरोबरीचे असावे मग समांतरभुज नियमानुसार पडताळणी होईल.
14. वेगवेगळ्या निरिक्षणांचे संच घेण्यासाठी P आणि Q योग्यरित्या बदला.

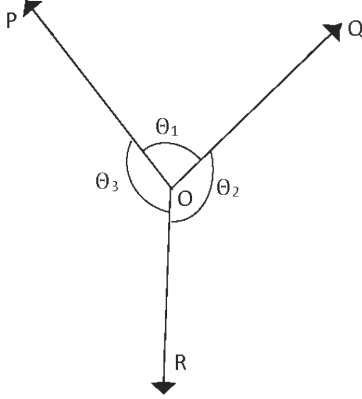
त्रिकोणाच्या बलाचा नियम (Triangle Law of Forces)

आलेखिय पद्धत (Graphical Method)

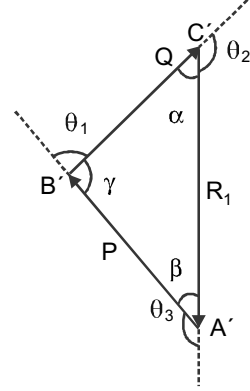
P, Q, R ला A'B', B'C' आणि C'A 'अशी नावे देण्यासाठी Bow's notation वापरा. योग्य मोजपट्टी निवडा. बल P ला समांतर करण्यासाठी A'B ' रेषा काढा आणि A कडून P च्या विशालतेच्या बरोबरीने कट करा' बल Q ला समांतर रेषा B'C' काढा आणि

Q च्या समांतर विशालतेच्या बरोबरीने कट करा. (आकृती 2.22 पहा) आणि C'A' चे परिमाण काढा. म्हणजेच, R_1 जे तिसऱ्या बल (R) च्या बरोबरीने असेल जे बलाचा त्रिकोण नियम सिद्ध करतो. जर R_1 हा R च्या मूळ परिमाणांपेक्षा भिन्न आहे, म्हणून टक्केवारी त्रुटी खालीलप्रमाणे आढळली आहे

$$\text{टक्केवारी त्रुटी} = \frac{(R - R_1)}{R} \times 100\%$$



आकृती 2.21: दिशानिर्देशांसह वजन P, Q आणि R चे



आकृती 2.22: P, Q आणि R_1 चे त्रिकोण

विश्लेषणात्मक पद्धत (Analytical Method)

α , β and γ हे कोन मोजा आणि लॅमीचे सिद्धांत वापरून पडताळणी करा.

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R_1}{\sin \gamma} \text{ आणि शोधा } R_1, \text{ नंतर टक्केवारी त्रुटी} = \frac{(R - R_1)}{R} \times 100\%$$

समांतर भुज चौकोनाच्या बलाचा नियम (PARALLELOGRAM LAW OF FORCES)

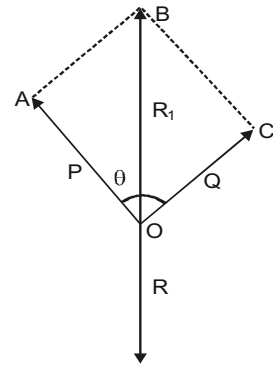
आलेखीय पद्धत (Graphical Method)

(आकृती 2.23) मध्ये, OA = P आणि OC = Q योग्य प्रमाणात कापून टाका. A मधून AB OC ला समांतर आणि BC OA ला समांतर. R_1 शक्ती P आणि Q च्या परिणामाचे प्रतिनिधित्व करते कारण प्रणाली समतोल आहे म्हणून ती R च्या बरोबरीची असणे आवश्यक आहे हे लक्षात घ्या की R आणि R_1 विरुद्ध दिशेने आहेत.

$$\text{शेकडेवारीतील त्रुटी} = \frac{(R - R_1)}{R} \times 100\% \text{ शोधा}$$

विश्लेषण पद्धत (Analytical method)

बल P आणि Q मधील कोन मोजा, नंतर $R_1 = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta}$ दिलेल्या परिणामाचे सूत्र वापरून R_1 ची गणना करा येथे θ , P आणि Q मधील कोन आहे



आकृती 2.23: P, Q आणि R_1 चे समांतरभुज चौकोन

निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षण तक्ता नियम	अ. क्र.	P एकूण वजन	Q एकूण वजन	R एकूण वजन	R_1 पूर्ण वजन	आलेखिय % लुटी	विश्लेषण % लुटी
बलांचा त्रिकोणाचा नियम	(i)						
	(ii)						
	(iii)						
बलांचा समांतर भुज चौकोणाचा नियम	(i)						
	(ii)						
	(iii)						

आकडेमोड

लॅमीच्या प्रमेयानुसार, परिणामी शक्ती R_1 ची गणना केली जाते

$$R_1 = \left(\frac{P}{\sin \alpha} \right) \times \sin \gamma \quad \text{or} \quad R_1 = \left(\frac{Q}{\sin \beta} \right) \times \sin \gamma \quad \text{आणि समांतरभुज कायदा परिणामी शक्ती वापरून}$$

दिलेल्या सूत्रानुसार गणना केली जाते

$$R_1 = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta}$$

तर्क आणि / किंवा अनुमान

या प्रयोग त्रिकोण नियम आणि समांतरभुज नियमाच्या मदतीने, दोन्ही पडताळणी केली आहे आणि आम्ही या दोन नियमांचा वापर करून कोणतेही सदिश राशी (वेक्टर) प्रमाण जोडू शकतो. विश्लेषणात्मक आणि चित्रमय दोन्ही पद्धतींमधील शत-प्रतिशत लुटी खालील सूत्रानुसार मोजल्या जातात

$$\text{टक्केवारी लुटी} = \frac{(R - R_1)}{R} \times 100\%$$

ही लुटी नगण्य (negligible) आहे म्हणून त्रिकोण नियम आणि समांतरभुज नियम सिद्ध झाला आहे.

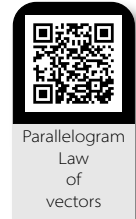
निष्कर्ष आणि/किंवा पृथःकरण (विद्यार्थ्याने भरावे)

.....

.....

प्रात्यक्षिक संबंधित प्रश्न (Practical related Questions) (उत्तरासाठी स्वतंत्र कागद वापरा)

1. त्रिकोणाचा नियम आणि सदिश राशीच्या बेरजेचा समांतरभुजचा नियम यांचे विधान लिहा.
2. सदिश राशीच्या आयताकृती घटकांचा (components) अर्थ स्पष्ट करा.
3. ग्रेव्हसँड उपकरण वापरून प्रयोगातील लुटीच्या मुख्य स्त्रोतांची चर्चा करा.
4. अदिश राशी (स्केलर) आणि सदिश राशी (वेक्टर) प्रमाणातील फरक स्पष्ट करा.



सुचवलेले मूल्यांकन योजना (शिक्षकांनी भरले पाहिजे)

कार्यमापक दर्शक अंक हे प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी व आलेल्या उत्तरासाठी मार्गदर्शक तत्वे म्हणून आहेत

(परफॉर्मन्स इंडिकेटर) कामगिरी निर्देशक		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित: गुण * (.....%)		60%	
1.	दोरीचे तुकडे बांधणे आणि कमी केलेले वजन त्याच्याशी जुळविणे	15%	
2.	त्रिकोणाच्या नियमांसाठी योग्य अंक मापन वाचन	15%	
3.	समांतर भुज चौकोनाच्या नियमांसाठी योग्य अंक मापन वाचन	15%	
4.	आकडेमोडे आणि निष्कर्ष मिळविणे	15%	
उत्पादन संबंधित: गुण * (.....%)		40%	
5.	तुटीचा अंदाज	10%	
6.	तर्क आणि अनुमान	10%	
7.	निष्कर्ष आणि पृथकरण	10%	
8.	प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी प्रश्नांची उत्तरे देण्याची तयारी	10%	
एकूण		100%	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्यांचे नाव : मिळालेले गुण			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
कृती संबंधित	तर्क संबंधित	एकूण	

अवांतर माहिती

- **न्यूटनचा पहिला नियम:** जेव्हा पदार्थावर लावलेले एकूण बल शून्य असते, तेव्हा त्या पदार्थाचे त्वरण शून्य राहते किंवा तेव्हा त्या पदार्थाचा वेग शून्य राहतो. या नियमालाच जडत्वाचा नियम असे देखील म्हटले जाते.
- **जडत्वीय संदर्भ चौकट:** संदर्भ चौकट म्हणजे पदार्थाची गती सांगणारे चौकट होय. जर या चौकटीमध्ये न्यूटनचे गती विषयक सिद्धांत पाळला जात असेल (किंवा जरी $F = 0$ तरी $a = 0$), तर या चौकटीला जडद्रव्य संदर्भचौकट असे म्हणतात.
- **अ-जडत्वीय संदर्भ चौकट:** जेव्हा संदर्भीय चौकटीमध्ये जडत्वाचा नियम पाळला जात नाही (किंवा जरी $F = 0$ तरी $a \neq 0$), त्यासंदर्भात चौकटीला अ-जडत्वीय संदर्भ चौकट असे म्हटले जाते.

नाविन्यपूर्ण संकल्पना प्रात्यक्षिके/योजना प्रकल्प

1. सदिशांच्या समांतरभुज चौकोनाच्या नियमाचा वापर करून ठोकळ्याचे वजन शोधणे.
2. बलांच्या बहुभुजाकृतीचा नियम पडताळून पाहणे.
3. लॅमीचे प्रमेय पडताळून पाहणे. सिद्ध करणे.

संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव

संदर्भ

1. H. C. Verma, *Concepts of Physics Vol. I & II*, Bharti Bhawan Ltd. New Delhi, 2017.
2. J. Walker, *Principles of Physics*, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
3. M. E. Browne, *Schaum's Outline of Physics For Engineering And Science*, 4th Edition, McGraw-Hill, 2019.
4. E. Hecht, *Schaum's Outline of College Physics*, 12th Edition, McGraw-Hill, 2017.
5. A. Halpern, *Schaum's 3,000 Solved Problems In Physics*, McGraw-Hill, 2011.
6. A. Beiser, *Schaum's Outline Of Applied Physics*, 4th Edition, Mc-Graw-Hill, 2009.
7. G. Mase, *Schaum's Outline of Continuum Mechanics*, McGraw-Hill, 1969.
8. M. R. Spiegel, S. Lipschutz, *Schaum's Outline of Vector Analysis*, 2ed, McGraw-Hill, 2009.
9. PhET Interactive Simulations, University of Colorado Boulder, <https://phet.colorado.edu>
10. OLABs, Developed by Amrita Vishwa Vidyapeetham & CDAC Mumbai and funded by MeitY (Ministry of Electronics & Information Technology, India), <http://www.olabs.edu.in/>
11. Swayam Prabha, INFLIBNET, India, <https://www.swayamprabha.gov.in/index.php/>
12. <https://www.khanacademy.org/>

प्रॅक्टिकलसाठी सुचलवलेले शिक्षण संसाधने

1. C. L. Arora, *B.Sc. Practical Physics*, S. Chand Limited, 2001.
2. G. L. Squires, *Practical Physics*, Cambridge University Press, 2001.
3. <https://ophysics.com/k2.html>
4. <https://www.physicsclassroom.com/Physics-Interactives/Momentum-and-Collisions/Collision-Carts/Collision-Carts-Interactive>

3

कार्य शक्ति आणि ऊर्जा

युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट मूलभूत भौतिकशास्त्राच्या खालील पैलूंवर केंद्रित आहे:

- कार्याची संकल्पना आणि कार्याच्या प्रकारांची उदाहरणे.
- घर्षण संकल्पना, मर्यादित घर्षणाचे नियम, घर्षण गुणांक, घर्षण कमी करणे.
- खडबडीत आणि सपाट पृष्ठभाग आणि उपयोगांसाठी होरीझेंटल आणि इन्क्लॅड प्लेन मधील ऑब्जेक्ट हालचालीचे कार्य.
- ऊर्जेची संकल्पना आणि त्याची एकके.
- मुक्तपणे पडणाऱ्या पदार्थासाठी यांत्रिक ऊर्जेचे कॉन्झर्वेशन आणि ऊर्जेच्या परिवर्तनाची उदाहरणे.
- शक्ती आणि त्याची एकके, शक्ती आणि कार्य संबंध, शक्तीची गणना.

तर्कसंगत

कार्य, घर्षण, ऊर्जा आणि शक्ती हे अभियांत्रिकीमधील विविध प्रश्न सोडवण्याचे अत्यंत महत्त्वाचे मापदंड आहेत. या ठिकाणी आपण या राशींच्या संकल्पना समजावून घेणार आहोत आणि त्यांचे प्रकार देखील आपल्याला सहजपणे ओळखता येतील. आडव्या आणि विशिष्ट कोन करून असलेल्या पृष्ठभागावरून एखादा पदार्थ गतिमान होत असेल, तर त्यावेळी घडलेले कार्य हे आपल्याला काढता येईल आणि त्यानुसार इतर अभियांत्रिकी प्रश्न सोडवता येतील. गतिज ऊर्जा आणि स्थितिज ऊर्जा यांच्या संकल्पना आपल्याला समजतील आणि यांत्रिकी ऊर्जेचे क्षमता कशी राखली जाते ते या उदाहरणावरून स्पष्ट होईल. शेवटी कार्य आणि शक्ती यांचा परस्परसंबंध अभ्यासायचा आहे आणि त्यानुसार त्यावर आधारित असणारी उदाहरणे सोडवायची आहेत.

पूर्व-आवश्यकता

गणित- मुलभूत बिजगणित

विज्ञान- मुलभूत विज्ञान

इतर- संगणकाची प्रारंभिक माहिती

पाठाची फलनिष्पत्ती

U3-O1: कार्य, ऊर्जा, घर्षण बल व शक्ती इत्यादी राशी ओळखणे, त्यांची एकके व परिमाणे ओळखणे.

U3-O2: कार्य या राशीवर आधारित अभियांत्रिकी उपयोग सांगणारे प्रश्न सोडवणे.

U3-O3: क्षितिज समांतर पातळीला समांतर व उतरणीवरून गतीमान होणाऱ्या पदार्थ व पृष्ठभाग या दरम्यानचा घर्षण गुणांक शोधणे व त्यांचे संबंधित उपयोग अभ्यासणे.

U3-O4: वेगवेगळ्या प्रकारच्या शक्ती व उर्जांचे प्रकार अभ्यासणे, कार्य व शक्ती यांचा परस्पर संबंध अभ्यासणे व त्यावरील अभियांत्रिकी प्रश्न सोडवणे.

पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्ती व पाठाची फलनिष्पत्ती यांचे समन्वय विश्लेषण:

पाठ-3 फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1-कमी सहसंबंध, 2-मध्यम सहसंबंध, 3-उत्तम सहसंबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U3-O1	3	1	3	3	3	3
U3-O2	2	1	3	2	1	2
U3-O3	2	2	3	2	2	2
U3-O4	1	1	3	1	2	2

3.1 कार्य

मनोरंजक तथ्य

जेव्हा आपण कोडी सोडवतो किंवा चलाख भ्रमणदुरध्वनी (smartphone) वरती महाजाल शिक्षण (e-learning) घेत असतो, तेव्हा आपण एकाच जागेवर बसलेले असतो, आपल्या शरीरामध्ये काही रासायनिक अभिक्रिया की ज्या जैविक-रासायनिक प्रक्रिया करतात, त्यामध्ये आपण काही संकेतांक मेंदूला पाठवतो व त्याच्याकडूनही काही सूचना शरीराला प्राप्त होतात. या शिवाय कोणतेही शारीरिक काम आपल्याकडून अशावेळी होत नसते.

3.1.1 कार्य ओळख आणि व्याख्या

कार्य आणि ऊर्जा यांचे परस्पर रूपांतरण दैनंदिन व्यवहारांमध्ये होताना आपल्याला आढळून येते. जेव्हा आपण पदार्थावर ते बल लावतो किंवा पदार्थ ढकलतो अथवा ओढतो, तेव्हा आपल्याला बलामुळे होणारा परिणाम दिसून येतो. तो परिणाम म्हणजे ज्या दिशेने बल लावलेले आहे, त्या दिशेने पदार्थाचे विस्थापन होते. उदाहरणार्थ:- एका सपाट पृष्ठभागावर एक ठोकळा ठेवलेला आहे व त्याला ज्या दिशेने ढकलले किंवा ओढले त्या दिशेने त्याचे विस्थापन होते. बल आणि विस्थापन यांचा संबंध ज्या भौतिक राशीने दिला जातो, त्या राशीला कार्य असे म्हणतात.

$$\text{कार्य} = \text{बल} \times \text{विस्थापन}$$

या ठिकाणी बल F (किंवा \vec{F}) आणि विस्थापन r (किंवा \vec{r}) या दोन सदिश राशी दर्शवलेल्या आहेत आणि त्यांचा डॉट गुणाकार (अदिश गुणाकार) आदिश राशी येतो. त्यालाच आपण कार्य असे म्हणतो.

व्याख्या: पदार्थावर लावलेले बल (F) आणि पदार्थाचे झालेले विस्थापन (r) या राशींच्या अदिश गुणाकाराला बलाने पदार्थ किंवा वस्तूवर केलेले कार्य (W) असे म्हणतात. किंवा सोप्या शब्दात सांगायचे झाले तर वस्तू किंवा पदार्थाच्या विस्थापनच्या दिशेने लावलेले घटक बल, यांच्या गुणाकाराने विस्थापितांच्या दिशेने कार्याचे परिमाण मिळते.

$$\therefore \text{कार्य (W)} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} = F \cos(\theta) \cdot r$$

या ठिकाणी $F \cos \theta$ हा विस्थापनाच्या दिशेने असलेले घटक बल आहे. आता एक लक्षात घ्या, जाड अक्षरे ही भौतिक राशी सदिश राशी असल्याचे दर्शवतात. आता जर बलामधील किंवा विस्थापनातील बदल हा वेळेनुरूप बदलत असेल तर कार्य हे वेळेनुसार बदलते व ते खालील सूत्राने दिली जाते

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

या ठिकाणी लावलेले बल हे न्यूटन या एककात मोजले जाते, आणि विस्थापन हे मीटर मध्ये मोजले जाते. एस. आय. एककाच्या पद्धतीमध्ये कार्याचे एकक ज्युल (J) आहे. जेम्स प्रेस्कॉट जूल या ब्रिटिश शास्त्रज्ञाच्या प्रित्यर्थ या एककाला ज्युल हे नाव दिले गेले आहे. जेव्हा एक न्यूटनचे (N) बल एक मीटर (m) अंतरातून कार्य करते, तेव्हा घडलेल्या कार्याला एक ज्युल कार्य घडले असे म्हणतात. (1J = 1 N-m) कार्य किंवा ऊर्जा यांची एकके परस्परांना पूरक आहेत, जसे की, ती एकके अर्ग (CGS पद्धतीमध्ये), कॅलरी (CGS पद्धतीमध्ये), इलेक्ट्रॉन व्होल्ट किलो-वॅट-अवर अशी आहेत.

3.1.2 कार्य - उदाहरणे

घडलेल्या कार्यावरील उदाहरणे: (a) शून्य कार्य (b) ऋण कार्य (c) धन कार्य

(a) शून्य कार्य:

जेव्हा पदार्थावर बल विस्थापनाच्या लंब दिशेने कार्य करते, तेव्हा 0° हा 90° होतो व शून्य कार्य घडते, किंवा जेव्हा लावलेले बल शून्य असते व विस्थापन हे देखील शून्य होते तेव्हा शून्य कार्य घडते. उदाहरणार्थ-

- (1) केवळ पदार्थ उचलण्यासाठी पुढे जाणे.
- (2) सिमेंटच्या भिंतीला हाताने ढकलण्याचा प्रयत्न करणे.
- (3) चालणाऱ्या गाडीला ब्रेक लावून थांबविण्याचा प्रयत्न करणे.
- (4) पृथ्वी सूर्याभोवती फिरते, तेव्हा शून्य कार्य घडते.

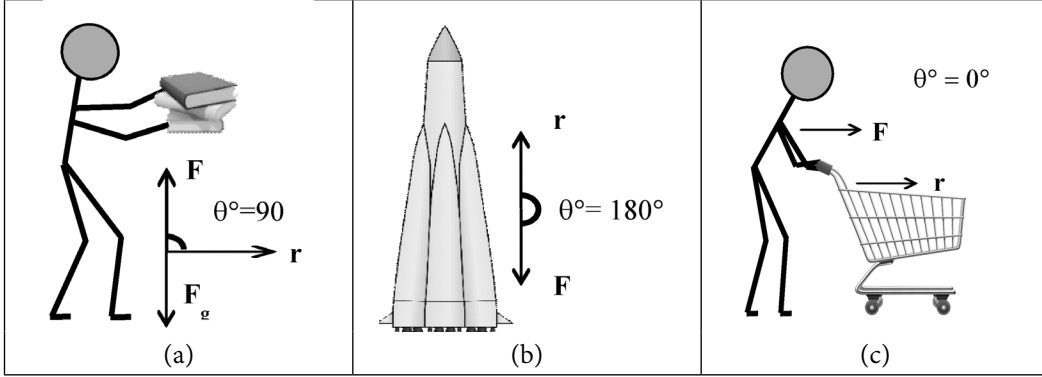
(b) ऋण कार्य:

जेव्हा लावलेले बल हे ज्या दिशेने लावलेले आहे त्याच्या विरुद्ध दिशेने पदार्थाचे विस्थापन होते, म्हणजेच बल आणि विस्थापन यांच्यामध्ये 180° अंशाचा कोन होतो, अशा वेळी घडलेले कार्य ऋण असते.

उदाहरणार्थ- (1) जेव्हा घर्षण बल किंवा मंदन बल हे गतीत असणाऱ्या चेडूवर विरुद्ध दिशेने कार्य करते. (2) जेव्हा चेंडू वर फेकलेला असतो तेव्हा गुरुत्व बलाच्या विरुद्ध दिशेने कार्य घडते. (3) जेव्हा पाण्यावरती नाव पुढे चालवायची असते तेव्हा विरुद्ध दिशेने वल्हेच्या साहाय्याने बल लावावे लागते.

(c) **धन कार्य:** जेव्हा लावलेले बल आणि घडून येणारे विस्थापन हे एकाच दिशेने म्हणजेच समांतर दिशेने असतील, तेव्हा घडलेले कार्य धन आहे असे आपण म्हणतो.

उदाहरणार्थ- (1) जेव्हा एखादा पदार्थ गुरुत्वाकर्षणाच्या बलाने जमिनीवर पडत असतो तेव्हा धन कार्य घडते. (2) जमीन नांगरताना जोर ज्या दिशेने ट्रॅक्टर बल लावत असतो त्याच दिशेने नांगर चालत असतो. (3) क्रेन किंवा हेलिकॉप्टरच्या सहाय्याने जेव्हा जड वस्तू वर घेतली जाते तेव्हा बल आणि विस्थापन दोन्ही एकाच दिशेने घडतात.



आकृती 3.1: उदाहरणे: (a) शून्य कार्य (b) ऋण कार्य (c) धन कार्य

उपयोग

दैनंदिन जीवनामध्ये असे एकही काम नाही तिच्यामध्ये कार्य सामाविष्ट नसते. कार्य हे मानवी जीवनाचा एक अविभाज्य भाग आहे. आपण जेव्हा एखादी भौतिक कार्य-क्रिया करीत असतो, तेव्हा शुन्येतर बल किंवा विस्थापन घडत असते, अशा वेळी आपण कार्य घडले असे म्हणतो. (भले ते कार्य धन असो की ऋण) जेव्हा एक इलेक्ट्रॉन एका अवस्थेतून दुसऱ्या अवस्थेत उडी मारतो, तेव्हा देखील कार्य घडते आणि ऊर्जा बाहेर पडते किंवा ग्रहण केली जाते ते आपण इलेक्ट्रॉन-व्होल्ट (eV) या एककात मोजतो. आपण विद्युत खात्याला बिल भरतो, कारण आपले काम विद्युत शक्तीने केलेले असते विद्युत ऊर्जा ही विभवांतर (potential difference) यामुळे निर्माण होते. ती किलो-वॅट-अवर या एककात मोजली जाते.

स्थिती अध्ययन

जेव्हा बॉस्केटबॉल पटू बास्केटमध्ये चेंडू फेकतो, तेव्हा चेंडूवर धन कार्य घडते आणि जेव्हा तो चेंडू खाली पडतो, तेव्हा पुन्हा गुरुत्वबलामुळे धन कार्य घडते. हॉकी या खेळामध्ये जेव्हा खेळाडू मैदानावर एका दिशेने चेंडू मारत असताना धन कार्य घडते आणि प्रतिस्पर्धी खेळाडू हॉकीस्टिकच्या सहाय्याने चेंडू विरुद्ध दिशेने मारतो, तेव्हा पहिल्या खेळाडूच्या दृष्टीने ऋण कार्य घडते. जेव्हा तो काही क्षणिक काळाकरता थांबतो तेव्हा त्याच्या गतीमध्ये मंदन घडून येते.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

देवयानी गाडी घेऊन भव्य बाजारातून येत आहे आणि तिने तिची गाडी गाडीतळावर थांबवली. किराणा सामानाच्या पिशव्या तिने गाडीतून काढल्या व ती चार मजली इमारतीमधील तिच्या घराकडे चालू लागली. तिने पहिला मजला किराणा सामान्यांच्या पिशव्यांसह चढला. त्यानंतर ती ऊदवाहनाच्या (lift) दिशेने गेली. तिने चौथ्या मजल्यावर जाण्यासाठी ऊदवाहनाचा (lift) उपयोग केला. या घटनेचे पृथःकरण करा आणि कोणत्या ठिकाणी व कसे ऋण, धन किंवा शून्य कार्य घडलेले आहे ते शोधा.

सोडलेली उदाहरणे

प्र.1: जर एक हमाल पंचेचाळीस न्यूटन (45 N) इतके बल वापरून एक पेटी उचलतो आणि चालू लागतो, या कामामध्ये तो 1250 ज्युल इतके कार्य करतो, तेव्हा या हमालाने पेटी घेऊन किती अंतर कापले असावे ते मोजा.

उत्तर: या ठिकाणी, $F = 45 \text{ N}$; $W = 1250 \text{ J}$ व बल व हमालाच्या विस्थापनाच्या दरम्यान कोन $= 0^\circ$. हमाल पेटी उचलतो आणि चालू लागतो. त्यामुळे लावलेले बल आणि विस्थापन या दोन्ही सदिश राशी होतात आणि त्यांची दिशा एकच असते. त्यामुळे घडलेले कार्य धन असेल. व्याख्येनुसार कार्य खालीलप्रमाणे दिले जाईल,

$$W = F \cos(\theta) \cdot r = F \cos(0^\circ) \cdot r = F \cdot r$$

$$\text{त्यामुळे } r = \frac{W}{F} = \frac{1250}{45} = 27.78\text{m}$$

3.2 घर्षण

गमतीशीर तथ्य

इ. सन. 1493 साली लिओनार्दो दि. विन्सी याने प्रथम सरक घर्षणाचा नियम शोधला. मात्र त्याने तो प्रकाशित केला नाही. त्यामुळे तो जगाला समजला नाही. त्यानंतर गुईल्लाउमे ॲमोनटोन्स याने तो इ. सन 1699 साली पुन्हा नव्याने शोधला, त्यामुळे या नव्याने शोधलेल्या नियमाला आम्ही ॲमोनटोन्सचा तिसरा निर्द्रव घर्षणाचा नियम असे म्हणतात.

3.2.1 घर्षण- संकल्पना आणि प्रकार

घर्षण बल किंवा सोप्या शब्दात सांगायचे झाले तर हे पुनर्स्थापित बल आहे, की जे दोन वस्तु किंवा पदार्थ यांच्या दरम्यान जी सापेक्ष गती निर्माण होते तिला ते विरोध करते. ते दोन स्पर्शित भागांच्या पृष्ठभागांमध्ये कार्य करते. घर्षण बलाचे एकक न्यूटन किंवा कि.ग्रॅ.-मी/से² हे आहे आणि त्याचे परिमाण $[M^1L^1T^{-2}]$ असे आहे. घर्षण बलाचे खालील प्रकार पडतात. (1) स्थितीज घर्षण (2) गतिज घर्षण. प्रवाही पदार्थांमध्ये देखील घर्षण अस्तित्वात असते, जेव्हा प्रवाही पदार्थ वाहतात, तेव्हा त्यांच्या दोन स्तरांवर गतीला विरोध निर्माण करणारे बल असते. आणि ते विष्यदिता (viscosity) या राशीने व्यक्त किंवा स्पष्ट केला जातो.

(1) स्थितीज घर्षण

घर्षण बल हे एकाएकी अस्तित्वात येत नाही. जेव्हा एखादी वस्तु दुसऱ्या एका पृष्ठभागाला स्पर्श करते आणि बल लावल्यानंतर ती वस्तु पृष्ठभागावर गतिमान होते/होण्याचा प्रयत्न करते. तेव्हा स्थितीजचा घर्षणाचे अस्तित्व निर्माण होते. हे बल लावलेल्या बलामुळे उत्पन्न होणाऱ्या गतीला विरोध करते आणि हा विरोध एका मर्यादेपर्यंत राहतो. मर्यादेपर्यंत वस्तु त्या पृष्ठभागावर स्थिर राहते. त्यामुळे या उत्पन्न झालेल्या विरोधी बलाला स्थितीज घर्षण बल असे म्हणतात. सुरुवातीला जर लावलेल्या बलाची किंमत कमी असेल आणि स्थितीज घर्षण बल हे लावलेल्या बलानुसार वाढत जाते असेल तर ते अशा जास्तीत जास्त किमतीपर्यंत पोहोचते, की ते लावलेल्या बलाच्या विरुद्ध दिशेने कार्य करते. आणि त्यामुळे जर या घर्षणातून बाहेर पडण्यासाठी म्हणजेच पदार्थ पृष्ठभागावर गतिमान होण्यासाठी लावलेले बल हे स्थितीज घर्षणापेक्षा जास्त किमतीचे असायला हवे. जर घर्षण बल अस्तित्वात नसेल म्हणजे अत्यंत गुळगुळीत आदर्श असा पृष्ठभाग असेल, तर कितीही कमी किमतीचे बल लावले तर पदार्थ गतिमान होईल. स्थितीज घर्षणाची उदाहरणे - (i) माणसाला चालताना, पळताना, उडी मारताना घर्षण घसरू देत नाही. जमिनीवरती तो स्थिरपणे क्रिया करतो. (ii) अत्यंत जड लाकडी कपाट हे अत्यंत कमी बल लावले तरी जागचे हलत नाही.

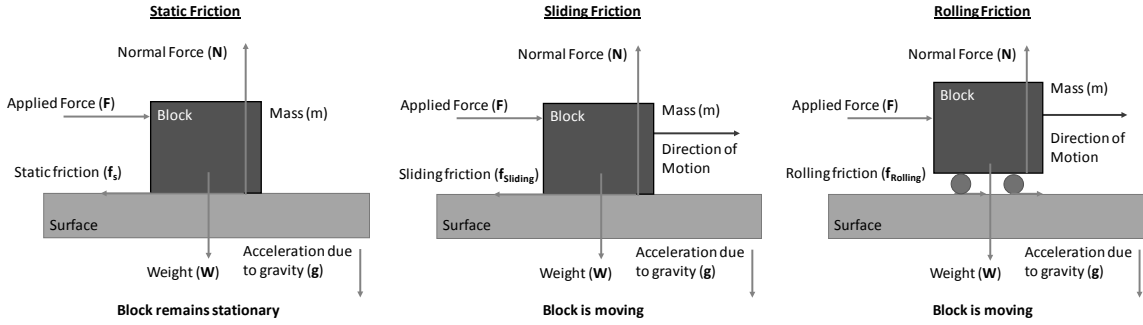
(2) गतिज घर्षण

जेव्हा एक पदार्थ दुसऱ्या पृष्ठभागावर किंवा पदार्थावर लावलेल्या बलाच्या सहाय्याने गतिमान होऊ लागतो, तेव्हा गतीच्या घर्षण बलाचा उदय होतो. हे घर्षण बल तो पदार्थ पृष्ठभागावर किती वेगाने जात आहे, यावर अवलंबून नसते. गतिज घर्षणाची पुन्हा सरक घर्षण आणि भ्रमणजन्य घर्षण अशा दोन प्रकारामध्ये, पदार्थ कोणत्या प्रकारे पृष्ठभागावर गतिमान होतो त्यानुसार विभागणी होते.

(a) **सरक घर्षण:** जेव्हा एखादा पदार्थ पृष्ठभागावरून सरकत असेल सरक घर्षण निर्माण होते. जसे की जेव्हा एखादी मोटारगाडीला ब्रेक लावल्याने रस्त्यावरून घसरते, तेव्हा सरक घर्षण निर्माण होते. किंवा बर्फामध्ये जेव्हा स्केटिंग

करण्यात येते, तेव्हा स्केटिंग थांबवण्यासाठी ज्या पद्धतीने पायातील स्केटचा कोन बदलतात तेव्हा सरक घर्षण निर्माण होते.

(b) **भ्रमणजन्य घर्षण:** जेव्हा एखादा पदार्थ पृष्ठभागावरून घरंगळत जातो तेव्हा भ्रमणजन्य घर्षण निर्माण होते. जसे की रोलर स्केटिंग या खेळांमध्ये जेव्हा थांबण्याची वेळ येते तेव्हा स्केटिंग मधील चाके भ्रमण करतात. किंवा गोलफ खेळामध्ये गवतावरती चेंडू थांबत असताना तो घरंगळतपणे सावकाशपणे जाऊन थांबतो. भ्रमणजन्य घर्षण हे घरंगळत जाणारा पदार्थ आणि स्पर्शित पृष्ठभाग यांच्या दरम्यान होते.



आकृती 3.2: पेटीवर कार्यरत होणारे स्थितीचे घर्षण (f_s) पेटीवर कार्यरत होणारे गतिज घर्षण (f_{sliding}) पेटीवर कार्यरत झालेले भ्रमणजन्य घर्षण (f_{rolling}).

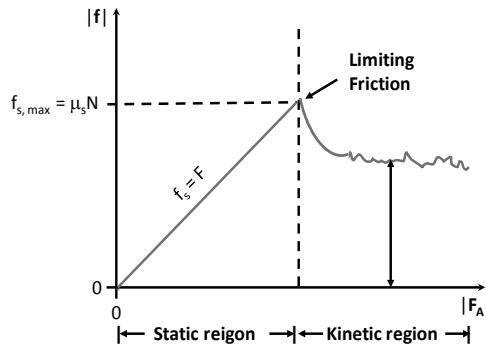
3.2.2 सीमांत (limiting) घर्षणाचे नियम आणि घर्षण गुणांक

सीमांत घर्षणाची किंमत स्थितीज घर्षणाच्या किमतीपेक्षा जास्तीत जास्त असते. जेव्हा पदार्थवर बाह्यबल लावल्यानंतर पदार्थ किंचित जागा सोडण्याचा प्रयत्न करतो, तेव्हा ही किंमत मिळते. कोणत्याही वेळी सामान्य प्रतिक्रिया बलाची किंमत आणि सीमांत घर्षण बल या राशी एकमेकांशी समप्रमाणात बदलतात. गणितीय सूत्रांमध्ये ते खालील प्रकारे दिले जाते,

सीमांत घर्षण बल $F = \mu_{\text{limiting}} \times N$ प्रतिक्रिया कारक बल

येथे, μ_{limiting} = सीमांत घर्षण गुणक

सीमांत घर्षण गुणांक: सीमांत घर्षण हे पदार्थाच्या गतीच्या नेहमी विरुद्ध दिशेने असते. आणि ते पदार्थाचे वस्तुमान आणि स्पर्शित पृष्ठभागाचा खडबडीतपणा यांच्या समप्रमाणात बदलते.



आकृती 3.3: घर्षण ($|f|$) vs लावलेले बल ($|F_A|$) आणि सीमांत घर्षण.

स्थितिज घर्षणाचे बल (f_s) आणि सामान्य बल (N) यांच्या मधील नाते खालील पद्धतीने लिहिता येईल.

$$f_s < \mu_s N$$

या ठिकाणी, μ_s हा स्थितिज घर्षण गुणांक आहे.

जास्तीत जास्त किंवा सीमांत स्थितिज घर्षण गुणकाकरीता.

$$f_s = \mu_s N$$

गतिय घर्षणाचे बल (f_k) आणि सामान्य बल (N) यांच्या मधील नाते खालील पद्धतीने लिहिता येईल

$$f_k < \mu_k N$$

या ठिकाणी, μ_k हा गतिज घर्षण गुणांक आहे.

घर्षण गुणांक या राशीला एकक नसते. गतिज घर्षण गुणकाची किंमत स्थितिज घर्षण गुणकापेक्षा कमी असते, म्हणजेच,

$$\mu_k < \mu_s$$

3.2.3 घर्षण कमी करणे आणि त्याचे अभियांत्रिकी उपयोग

आगपेटीतील काडी पेटवण्यासाठी, जमिनीवरून चालण्यासाठी, कागदावरती लिहीण्यासाठी, एखादी वस्तू हातामध्ये पकडण्यासाठी जसे पुस्तक, मोटर गाडीमध्ये ब्रेक लावण्यासाठी घर्षणाची आवश्यकता असते. पण नेहमीच हे घर्षण आवश्यक नसते. त्यामुळे नको असलेले उष्णताजनक परिणाम टाळण्यासाठी घर्षण कमी करण्याचे उपाय करावे लागतात. घर्षणामुळे अनावश्यक उष्णता निर्माण होते. त्या उष्णतेमुळे आग उत्पन्न होऊन अपघात होण्याची शक्यता असते. अनावश्यक घर्षणामुळे ध्वनी प्रदूषण देखील होते. तसेच यंत्रांमधील सुट्या भागांची कित्येक वेळा झीज व हानी होते. घर्षणामुळे यंत्रांची कार्यक्षमता कमी होते. किंवा बऱ्याच प्रक्रियांचा वेग मंदावतो. घर्षण कमी करण्याच्या उपायांमध्ये (1) स्पर्शित पृष्ठभाग ग्राइंडिंग किंवा रासायनिक क्रियांमुळे गुळगुळीत करावे लागतात. (2) काही वेळेला अर्ध-घन वंगणेदेखील वापरावे लागतात. (उदाहरणार्थ- वाहन उद्योग क्षेत्रात किंवा अवजड उद्योगांमध्ये अशा धातूच्या सरकणाऱ्या सुट्या भागांवर वंगण वापरावे लागते) (3) यंत्राचा आराखडा वायुगतिशास्त्रीय किंवा सुलभकारक बनवावा लागतो (उदाहरणार्थ- बुलेट ट्रेन किंवा मोटरगाड्या) (4) पदार्थावरील दाब किंवा वजन कमी करून घर्षण कमी करता येते. (उदाहरणार्थ मोटर गाड्यांची टायर हलके असते तर त्यांची झीज कमी होते) (5) स्पर्शित पृष्ठभागांमधील अंतर कमीत कमी करणे (उदाहरणार्थ- चुंबकीय परिणामाच्या सहाय्याने मॅगलेव्ह प्रकारच्या अतिवेगवान आगगाड्या धावू शकतात) (6) प्रवाही घर्षण प्रकार वापरून घर्षण कमी करता येते. (7) सरकणारऱ्या भागांऐवजी भ्रमणजन्य घर्षण वापरून घर्षण कमी करता येते. (उदाहरणार्थ (बोल बेरिंग) गोल दिशा वापरून घर्षण कमी करता येते.)

3.2.4 घर्षण विरोधात घडलेले कार्य याविषयी असलेले उपयोग

(a) समांतर पृष्ठभागावर असणारे घर्षण बल

जमीन किंवा टेबल यांच्यासारख्या समांतर पृष्ठभागावर m वस्तुमान असलेला ठोकळा ठेवलेला आहे. त्यावरती घर्षण बलाच्या विरुद्ध किती कार्य चडू शकते ते आपण पाहू. समजा (F_A) हे ठोकळ्यावर लावलेले बल आहे, त्यामुळे ठोकळा गतिमान होण्याचा प्रयत्न करीत आहे, मात्र स्थितिज घर्षणाचे हे बल त्या ठोकळ्याला स्वतःची जागा सोडून देत नाही. स्थितिज घर्षणाचे बल (f_s) हे आपल्याला पुढील प्रमाणे लिहिता येईल

$$f_s = \mu_s N$$

येथे μ_s हा स्थितिज घर्षण गुणांक आहे. या ठिकाणी N हे सामान्य प्रतिक्रियाकारक बल हे पृष्ठभागापासून ठोकळ्याकडे निर्माण झालेले आहे आणि त्याची किंमत ठोकळ्याच्या वजना इतकी असेल. हे आपणास न्युटनच्या तिसऱ्या नियमाने समजेल, त्यामुळे सामान्य प्रतिक्रिया कारक बल हे आपणास $N = mg$ इतके लिहिता येईल. म्हणून

$$f_s = \mu_s N = \mu_s mg$$

त्यामुळे आता आपण फक्त बलाच्या परिमाणाचा विचार करू. आता समजा (F_A) हे बाह्यबल ठोकळ्यावर लावलेले आहे व ते स्थितिज घर्षणापेक्षा जास्त किमतीचे असल्याने पदार्थ स्वतःची जागा सोडेल. त्यानंतर ठोकळा गतिमान होईल व त्याचे त्वरण 'a' व गतिज घर्षणाची किंमत (f_k) न्युटनच्या तिसऱ्या नियमाने आपणास सांगता येईल. ठोकळ्यावर कार्य होणारे एकूण बल की ज्यामुळे तो गतिमान होतो ते, आपणास खालील प्रकारे लिहिता येईल

$$ma = F_A - f_k$$

घर्षणाच्या नियमानुसार आपण हे लिहू शकतो $F_A = \mu_k N = \mu_k mg$

येथे μ_k हा गतिज घर्षण गुणांक आहे. त्यामुळे ठोकळ्यावर कार्य करणारे एकूण बल

$$ma = F_A - f_k = F_A - \mu_k mg$$

म्हणून ठोकळ्यात उत्पन्न होणारे त्वरण

$$a = \frac{F_A}{m} - \mu_k mg$$

आणि कार्याच्या व्याख्येनुसार आपण घर्षण बलामुळे घडलेले कार्य खालील प्रकारे लिहू

$$W = f_k \cdot r = f_k r \quad (\because \cos 0^\circ = 1 \text{ since } f_k \parallel r)$$

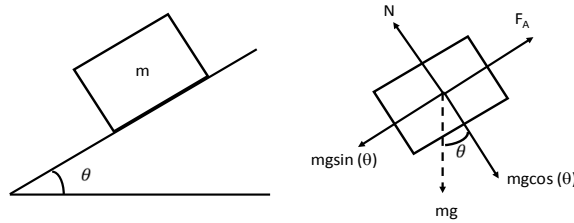
(b) उतरणीवरील घर्षण बल:

एका उतरणीचा कोन क्षितीज समांतर पातळीशी θ आहे. या उतरणीवर एक ठोकळा ठेवलेला असून तो स्थिर आहे. या ठोकळ्याच्या वजनाने दोन घटक बलात रूपांतर होते- एक घटक बल उतरणीच्या पृष्ठभागाला समांतर असेल व दुसरे घटक बल हे उतरणीच्या पृष्ठभागाला लंब असेल

जे घटक बल उतरणीच्या पृष्ठभागाला लंब असेल त्याची किंमत $W_\perp = mg \cos \theta = N$ (न्युटनच्या तिसऱ्या नियमानुसार)

आणि घर्षणाच्या नियमानुसार उतरणीच्या पृष्ठभागाला समांतर असलेले घटक

$$\text{बल} = W_\parallel = mg \sin \theta$$



आकृती 3.4: उतरणीवरील ठोकळा



Simulation on Friction

आता, समजा ठोकळा खाली सरकायला सुरुवात झाली व त्याचे त्वरण 'a' असेल, तेव्हा घर्षण बलाच्या नियमानुसार आपण पुन्हा गतिज घर्षण (f_k) बलाची किंमत खाली प्रकारे लिहू शकतो

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg \cos \theta$$

न्यूटनच्या दुसऱ्या नियमानुसार आपण लिहू शकतो,

$$ma = mg \sin \theta - f_k \text{ किंवा } ma = mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta \text{ किंवा}$$

$$\mu_k = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$$

किंवा जेव्हा एक समान वेग असेल किंवा त्वरण शून्य असेल, गतिज घर्षण गुणांक व स्थितीज घर्षण गुणांक समान असतात.

गतिज घर्षण गुणांक = स्थितीज घर्षण गुणांक

$$\text{म्हणून } \mu_k = \mu_s \frac{(g \sin \theta - 0)}{g \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

याचा अर्थ असा होतो की, उतरणीचा मोजलेला कोन हा पदार्थ सरकण्यास सुरुवात करताना त्याच्या स्थितीज घर्षण गुणांकाच्या परिमाणाने मिळतो. क्षितिज समांतर पृष्ठभागावरील आणि उतरणीवरील घर्षणाचा उपयोग करून आपणास खालील गणिते सोडवायची आहेत.

उपयोग

नित्य उपक्रमातील कामे जसे की, दाताला ब्रशने घासणे, चालणे, पाण्यामध्ये पोहणे, घसरगुंडी खेळणे, कागदावरती लिहिणे, एखाद्या पृष्ठभागावर खिळा ठोकणे, कापडाच्या सहाय्याने फरशी साफ करणे, दोन प्लॅस्टिक किंवा लाकूड वापरून घर्षणाच्या उपयोगाने स्थितीज विद्युत ऊर्जा तयार करणे, स्पर्श पडद्यावर स्क्रोलिंग करणे, एका बाजूने वाकून चालणे, आपल्या वाहनांना ब्रेक वापरणे, कप्पीचा वापर करून विहिरीतून पाणी शेंदून काढणे या सर्व गोष्टी केवळ घर्षणामुळे शक्य होतात

स्थिती अध्ययन

घन स्थिती सांधे कामा मध्ये स्थिर घर्षण वेल्डिंग नावाची एक प्रक्रिया आहे आणि ही प्रक्रिया अवकाश कूलदान रेल्वे शास्त्र आणि अत्याधुनिक जहाज बांधणीमध्ये करतात. या प्रक्रियेमध्ये जे भाग जोडायचे आहेत त्यांना वितळवले जात नाही तर जी उष्णता घर्षणा मध्ये तयार केली जाते आणि त्याचा वापर करून एक फिरणारे हत्यार अति जलद वेगाने फिरून हत्यार व तो सुद्धा भाग अति जलद वेगाने फिरून शांत कामाची क्रिया केली जाते अमेरिकेची संशोधन संस्था नासा ने ही प्रक्रिया सर्वात उत्कृष्ट व अगदी सर्व क्षेत्रामध्ये बलवान प्रक्रिया असल्याचे सांगितले आहे. स्पेस लॉन्च सिस्टीम म्हणजेच अवकाश उड्डाण पद्धती मध्ये 4 नोव्हेंबर 2021 रोजी याचा उपयोग पहिल्या अवकाश उड्डाण पद्धतीमध्ये केला जाणार आहे

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

कोणत्या प्रकारचे घर्षण आपल्या बोटांमुळे अस्तित्वात येते आणि भ्रमणदुरध्वनीच्या स्पर्श पडद्यावर (touch screen) आपल्या बोटांमुळे घर्षण कसे घडते?

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: बर्फावर एका स्कीइंग करणाऱ्या खेळाडूचे वजन 60 किलोग्रॅम आहे. तो गिरी शिखरावर उभा आहे. त्याचा डोंगराच्या उतराचा क्षितिज समांतर पातळीशी कोन 30° अंशाचा आहे. तो खेळाडू घसरायला नुकतीच सुरुवात करत आहे, अशावेळी तो खेळाडू आणि डोंगराचा पृष्ठभाग यादरम्यानच्या स्थितिज घर्षण गुणांकाची किंमत किती असेल? जर 50 किलोग्रॅमचे घर्षण बल अस्तित्वात असेल तर गतिज घर्षण गुणांकाची किंमत काढा.

उत्तर:

$$\text{येथे, } \theta = \theta_{\max} = 30^\circ$$

हा कोन जास्तीत जास्त स्थितिज घर्षणासाठी आहे. त्यामुळे जेव्हा खेळाडू किंचित गतिमान होईल, तेव्हा θ च्या किंमतीपेक्षा

$$\theta_{\max} \text{ थोडा जास्त असेल. म्हणून, } \mu_s = \tan \theta_{\max}$$

$$\therefore \mu_s = \tan \theta_{\max} = \tan (30^\circ) = 0.51$$

$$\text{गतिज घर्षणासाठी, } f_k = \mu_k N$$

$$\text{म्हणून, } N = mg \sin \theta = \frac{f_k}{\mu_k}$$

$$\therefore \mu_k = \frac{f_k}{mg \sin \theta} = \frac{50}{60 \times 9.8 \times \sin (30^\circ)} = 0.090$$

$$\text{एथे लक्षात घ्या } \mu_k < \mu_s$$

3.3 ऊर्जा आणि शक्ति

गमतीशीर तथ्य

एका भूकंपाची तीव्रता रिश्टर स्केल मध्ये 9.0 दाखवलेली आहे. तर त्या भूकंपामध्ये 2.0×10^{18} ज्युल = 556 टेरा वॅट = 50 दशलक्ष TNT स्फोटाइतक्या प्रमाणात ऊर्जा सोडली जाते. रिश्टर स्केलची तीव्रता एकाने वाढली, तर त्या भूकंपामध्ये भूकंपीय ऊर्जा तीस पटीने वाढते.

3.3.1 ऊर्जा- ओळख, गतिज ऊर्जा आणि स्थितिज ऊर्जा

ऊर्जा म्हणजे कार्य करण्याची क्षमता होय. ऊर्जा हा पदार्थाचा असा भौतिक गुणधर्म आहे की ज्या मध्ये एखादा पदार्थ कार्य घडवून आणत असतो. ऊर्जा ही सदिश राशी आहे. ती एस. आय. एकक पद्धतीमध्ये ज्युल किंवा न्यूटन-मीटर या एककात मोजली जाते. ऊर्जा व कार्याची एकके समान असतात. अर्ग किंवा डाईन-सेंटीमीटर, कॅलरी किलो-वॅट-अवर (kwh), इलेक्ट्रॉन-व्होल्ट (eV), ब्रिटिश थर्मल युनिट (BTU) ही उर्जेची इतर पद्धतीतील एकक आहेत. ऊर्जा ही कोणत्याही गतिज ऊर्जा (K.E.) किंवा स्थितिज ऊर्जा (P.E.) या प्रकारात असते.

गतिज ऊर्जा (K.E.)

जेव्हा 'm' वस्तुमानाचा पदार्थ गतिमान अवस्थेत असेल आणि त्याचा वेग 'v' असेल, तर अशावेळी त्या पदार्थामध्ये गतिज ऊर्जा (K.E.) = $\frac{1}{2}mv^2$ इतकी असते.

लक्षात घ्या, गतिज ऊर्जा ही वस्तुमान आणि वेगाच्या समप्रमाणात बदलते. गतिज ऊर्जा अदिश राशी आहे. ती एखाद्या गतिमान

पदार्थाकडून घडणाऱ्या कामाची क्षमता मोजते. गोलंदाजाने जोरात टाकलेला चेंडू, बंदुकी मधून झाडलेली बंदुकीची गोळी, मोटर गाडी 120 किलोमीटर प्रतितास या वेगाने धावते, डोंगरावरून भूसंकलन होते किंवा ग्लेशियर संकलन होणे. अशी उदाहरणे आपल्याला त्या वस्तू अत्यंत प्रचंड वेगाने किंवा त्यांच्या प्रचंड वस्तुमानामुळे अत्यंत उच्च गतीज ऊर्जे मध्ये आहेत असे दिसते.

स्थितिज ऊर्जा (P.E.)

जेव्हा पदार्थ गतिज ऊर्जा कार्यामध्ये रूपांतरित करण्याच्या क्षमतेला स्थितिज ऊर्जा म्हणतात. यामध्ये ऊर्जा ही एखाद्या वस्तूमध्ये साठवली जाते, किंवा बऱ्याच वस्तूमध्ये देखील ती साठवता येते. उदाहरणार्थ -जुन्या प्रकारच्या घड्याळातील स्प्रिंग मध्ये गुंडाळल्यानंतर जी ऊर्जा साठवली जाते ती स्थितिज ऊर्जेच्या स्वरूपात असते. स्थितिज ऊर्जा ही अदिश राशी आहे. या ठिकाणी आपण आता फक्त गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जेचा विचार करणार आहोत.

3.3.2 गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा

एखाद्या (m) वस्तुमानाचा पदार्थ जेव्हा अनंत अंतरापासून एखाद्या स्त्रोत वस्तुमानाच्या (M) गुरुत्वीय क्षेत्रात एक समान गतीने आणला जातो, तेव्हा त्या वस्तुमाना करिता गुरुत्वीय क्षेत्राने स्त्रोत वस्तुमानाकडे आणताना जे कार्य घडलेले असते, ते कार्य स्त्रोत वस्तुमानामध्ये स्थितिज ऊर्जेच्या स्वरूपात साठवलेले असते. आणि त्यालाच आपण गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा असे म्हणतो. गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा 'U' किंवा P.E. या अक्षराने दर्शवतात. गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा, $U = mg\Delta h$, या ठिकाणी $m =$ पदार्थाचे वस्तुमान (kg), $g =$ गुरुत्वीय त्वरण $= 9.8 \text{ m/s}^2$, $\Delta h =$ जमिनीपासून पदार्थाची असलेली उंची (m), गुरुत्वीय ऊर्जेची उदाहरणे पुढीलप्रमाणे- (1) उंच (h उंचीच्या) धरणांमध्ये साठवलेले पाणी. (2) जलतरणपटू तलावामध्ये उडी टाकण्यापूर्वी फळीवर उडी मारतो. (3) नारळ किंवा एखादे फळ झाडावरून खाली पडते खाली पडण्यापूर्वी झाडावर असते (4) हिमालय पर्वताच्या शिखरावर बर्फाचे जाड स्तर अस्तित्वात असतात (5) बुर्ज खलिफा सारख्या इमारतीवरून सफाई कामगार सफाई करून खाली उतरतात.

गुरुत्वीय स्थितिज उर्जेची सिध्दता

समजा 'M' हे स्त्रोत वस्तुमान आहे आणि हे एका धन x-अक्षावरती आहे. सुरुवातीला 'm' हे चाचणी वस्तुमान अनंत (∞) अंतरावर होते. स्त्रोत वस्तुमान (M) चे गुरुत्वीय क्षेत्र (F) किंवा बलाच्या प्रभावी खाली येऊन चाचणी वस्तुमान (m) अत्यंत कमी अंतरातून (dx) X- अक्षावर विस्थापित करते. म्हणजेच स्त्रोत वस्तुमानाकडून अत्यंत कमी किमतीचे कार्य चाचणी वस्तुमानावर घडते आणि ते आपण खालील प्रकारे लिहू शकतो.

$$dW = F dx.$$

या ठिकाणी गुरुत्वबल (F) हे आकर्षणाचे आहे. आणि चाचणी वस्तुमान m हे स्त्रोत वस्तुमान M कडे विस्थापित होते. ते ही X अक्षाच्या ऋण दिशेला. याचा अर्थ असा की F आणि dx एकमेकांना समांतर आहेत.

$$\text{म्हणून, } dW = -G \frac{mM}{x^2} dx$$

जर या समीकरणांच्या दोन्ही बाजूंचे इंटीग्रेशन घेतले तर

$$W = \int_{\infty}^r G \frac{mM}{x^2} dx = \left[G \frac{mM}{x} \right]_{\infty}^r = \left[G \frac{mM}{r} \right] - \left[G \frac{mM}{\infty} \right] = \left[G \frac{mM}{r} \right]$$

चाचणी वस्तुमान m यावर केलेले कार्य हे स्थितिज ऊर्जेच्या U स्वरूपामध्ये स्त्रोत वस्तुमानामध्ये साठवलेले असेल, त्याचे सूत्र,

$$U = -\left[G \frac{mM}{r}\right]$$

आपण वरील समीकरण खालील पद्धतीत लिहू शकतो. गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा हि चाचणी वस्तुमान (m), स्त्रोत वस्तुमानापासून (M) हे (r) इतक्या अंतरात विस्थापित होताना असलेली गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा साठवल्याची किंमत आहे.

आता चाचणी वस्तुमान (m) हे (A) बिंदूकडून गुरुत्वीय क्षेत्रामध्ये स्त्रोत वस्तुमान (M) कडे म्हणजेच (B) या बिंदूकडे विस्थापित होत आहे. समजा (A) बिंदूसाठी, स्त्रोत वस्तुमानापासून (M) चाचणी वस्तुमानाची (m) स्थिती r_i आहे आणि (B) बिंदूसाठी स्त्रोत वस्तुमानापासून (M) चाचणी वस्तुमानाची (m) स्थिती r_f आहे.

त्यामुळे चाचणी वस्तुमान m करिता गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जेतील बदल खालील सूत्राने दिला जातो,

$$\Delta U = -\left[G \frac{mM}{r}\right]_{r_i}^{r_f} = -\left[G \frac{mM}{r_i}\right] + \left[G \frac{mM}{r_f}\right] = GmM \left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right]$$

जर $r_i = R$ व $r_f = R + h$,

या ठिकाणी h = गुरुत्वीय क्षेत्रामध्ये चाचणी वस्तुमान m चे अत्यंत कमी विस्थापन असेल तर,

$$\Delta U = GmM \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right] = GmM \left[\frac{h}{R(R+h)}\right]$$

कारण $h \ll R$, $(R+h) \sim R$,

$$\Delta U = GmM \frac{h}{R^2} = mgh \quad \left(\because g = \frac{GM}{R^2}\right)$$

यहाँ g = गुरुत्वीय त्वरण है।

$r_i > r_f$ के लिये ΔU ऋणात्मक होता है।

3.3.3 यांत्रिक ऊर्जा व यांत्रिक उर्जेचे संवर्धन

पदार्थातील एकूण यांत्रिकी ऊर्जा ही गतिज ऊर्जा आणि स्थितिज ऊर्जा यांच्या बेरजेने लिहिता येतात. म्हणजेच., $(1/2 mv^2 + mgh)$

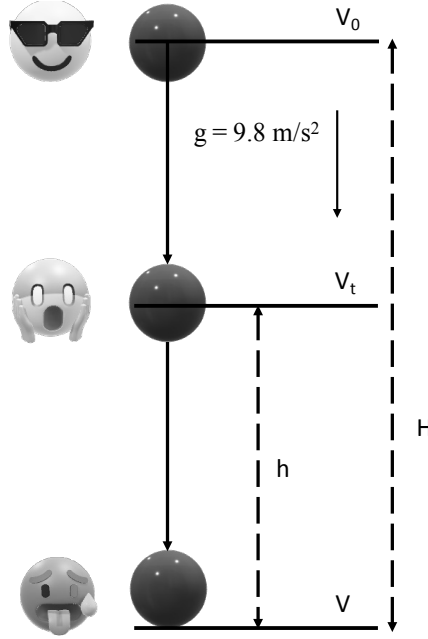
याचा अर्थ असा की पदार्थातील एकूण यांत्रिकी ऊर्जा पदार्थाची स्थिती किंवा गती किंवा स्थिती आणि गती दोन्ही दर्शवित असतात.

मुक्तपणे पडणाऱ्या पदार्थाच्या उर्जेचे संवर्धन

एखाद्या प्रणालीची एकूण यांत्रिकी ऊर्जा (T.M.E.) संवर्धित होत असते. म्हणजेच कोणत्याही प्रणालीत ऊर्जा नव्याने तयार करता येत नाही किंवा तिचा समूळ नायनाट देखील करता येत नाही. केवळ एका प्रकारच्या ऊर्जेचे रूपांतर दुसऱ्या प्रकारामध्ये करता येते, किंवा तिचे रूपांतर कार्यामध्ये घडते हे कार्य संपूर्ण पद्धतीने संवर्धित बल म्हणून कार्य करते.

आता आपण पृथ्वीच्या गुरुत्वाकर्षण शक्तीच्या प्रभावाखाली मुक्तपणे पडणाऱ्या पदार्थाचे खालील उदाहरणाने ऊर्जा संवर्धनाच्या नियम संदर्भात समजावून घेऊ.





आकृती 3.5: मुक्तपणे पडणाऱ्या चेंडूची योजनाबद्ध

समजा g ही गुरुत्व त्वरणाची किंमत आहे, m या वस्तुमानाचा चेंडू, H इतक्या उंचीवरून खाली सोडला, तर त्याचे विस्थापन वरील आकृतीत दाखविले आहे.

(a) H इतक्या उंचीवरून खाली येत असेल

स्थितिज ऊर्जा (PE) = mgH व गतिज ऊर्जा (KE) = 0

($\because V_0 = 0$)

म्हणून, एकूण यांत्रिक ऊर्जा = PE + KE = $mgH + 0 = mgH$

(b) h इतक्या उंचीत आला असेल:

स्थितिज ऊर्जा (PE) = mgh आणि गतिज ऊर्जा (KE) = $\frac{1}{2} mV_t^2$.

गतीच्या समीकरणाचा उपयोग करून m वस्तुमानाचा पदार्थ, H उंचीवरून खाली सोडला असता, तो h या उंचीवर आल्यावर त्याचा वेग V_t इतका असतो तो खालील प्रकारे लिहिता येईल

$$V_t = \sqrt{2g(H-h)}.$$

म्हणून गतिज ऊर्जा आपण खालील प्रमाणे लिहू शकतो,

$$\frac{1}{2} mV_t^2 = \frac{1}{2} m\sqrt{2g(H-h)}^2 = mgH - mgh$$

\therefore एकूण यांत्रिक ऊर्जा = P.E. + K.E. = $mgh + (mgH - mgh) = mgH$

(c) शून्य उंचीवरील पदार्थ

स्थितिज ऊर्जा (PE) = 0 ($\because H = 0$) आणि गतिज ऊर्जा (KE) = $\frac{1}{2} mV^2$.

पुन्हा गतीचे समीकरणे आपण वापरून आपल्याला मुक्तपणे पडणाऱ्या पदार्थाचा वेग मिळेल, जेव्हा पदार्थ जमिनीवर पडेल तेव्हा जमिनीला स्पर्श करेल म्हणून अशावेळी गतिज ऊर्जा खालील सूत्राने दिली जाईल.

$$\text{गतिज ऊर्जा } KE = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m (\sqrt{2gH})^2 = \frac{1}{2} m (2gH) = mgH$$

$$\text{म्हणून एकूण यांत्रिक ऊर्जा} = PE + KE = 0 + mgH = mgH$$

म्हणून, पदार्थ जेव्हा गुरुत्वीय बलाच्या कक्षेत येईल, तेव्हा तो मुक्तपणे पडताना एकूण यांत्रिकी ऊर्जा (T.M.E.) संपूर्ण पद्धतीची यांत्रिक ऊर्जा असेल.

3.3.4 उर्जेचे रूपांतरण

ऊर्जेच्या अक्षय्यतेचा किंवा संवर्धनाच्या नियमानुसार ऊर्जा ही केवळ एका प्रकारातून दुसऱ्या प्रकारामध्ये रूपांतरित होते, ऊर्जा ही नव्याने निर्माण करता येत नाही किंवा तिचा समुळ नायनाट करता येत नाही.

खाली ऊर्जेच्या रूपांतरणाची काही उदाहरणे दिली आहे.

- (1) स्थितिज ऊर्जेचे रूपांतर गतिज ऊर्जेमध्ये होते. उदाहरणार्थ; धबधबा, डायव्हर
- (2) गतीज ऊर्जेचे रूपांतर गुरुत्वीय ऊर्जेमध्ये होते. उदाहरणार्थ; कोणत्याही स्थितीमधील उपग्रह
- (3) गुरुत्व स्थितिज ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत ऊर्जेमध्ये होते. उदाहरणार्थ; जलविद्युत धरणे
- (4) गतिज ऊर्जा किंवा यांत्रिक ऊर्जेचे रूपांतर औष्णिक ऊर्जेमध्ये होते. उदाहरणार्थ दोन्ही हात एकमेकांवर घासणे.
- (5) उष्णता ऊर्जेचे रूपांतर यांत्रिक ऊर्जे मध्ये होते. उदाहरणार्थ; वाफेचे इंजिन
- (6) उष्णता ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत ऊर्जेत होते उदाहरणार्थ; बलयुग्म, औष्णिक विद्युत केंद्र
- (7) विद्युत उर्जेचे रूपांतर उष्णता ऊर्जेत होते उदाहरणार्थ; रूम-हिटर, वॉटर-हिटर, टोस्टर, ओवन,
- (8) यांत्रिक ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; विद्युत जनित्र
- (9) विद्युत ऊर्जेचे रूपांतर यांत्रिक ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; विद्युत मोटर, ब्लेंडर, ज्यूसर-मिक्सर, विद्युत पंखा
- (10) विद्युत उर्जेचे रूपांतर रासायनिक ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; विद्युत विलेपन, लिथियम आयन बॅटरी चार्जिंग करणे.
- (11) रासायनिक ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; बॅटरीच्या शक्तीच्या सहाय्याने प्रकाश योजना चालवणे, फ्युएल सेल.
- (12) रासायनिक ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत किंवा यांत्रिक ऊर्जेत होते उदाहरणार्थ; मानवी हाताची हालचाल
- (13) रासायनिक ऊर्जेचे रूपांतर उष्णता किंवा उत्सर्जन ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; लाकूड किंवा कोळशाचे ज्वलन,
- (14) ध्वनी ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; मायक्रोफोन,
- (15) विद्युत ऊर्जेचे रूपांतर ध्वनी ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; लाऊड स्पीकर, ध्वनिक्षेपक
- (16) विद्युत ऊर्जेचे रूपांतर उष्णता ऊर्जेत किंवा उत्सर्जन ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; विद्युत बल्ब,
- (17) स्थितीस्थापक पदार्थातील प्रतिबल ऊर्जाविद्युत ऊर्जेत रूपांतरित होते .उदाहरणार्थ; गॅस लाइट मधील पिझो इलेक्ट्रिक परिणाम

- (18) वायु ऊर्जेचे रूपांतर यांत्रिक किंवा विद्युत ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; पवनचक्क्या
 (19) सौर ऊर्जाचे रूपांतर रासायनिक ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; प्रकाश संश्लेषण
 (20) सौर ऊर्जेचे रूपांतर विद्युत ऊर्जेत होते. उदाहरणार्थ; सौर सेल किंवा फोटो वोल्टाइक सेल

3.3.5 शक्ती व शक्तीची एकके

भौतिकशास्त्रमध्ये शक्ती ही कार्य करण्याचा वेळेतील दर असतो किंवा ऊर्जा रूपांतरणाचा वेळे संदर्भातील दर असतो. ही राशी केवळ घडलेली कार्य सांगत नाही, तर ते किती वेळामध्ये पार पडते ते देखील व्यक्त करते. उदाहरणार्थ- गिरी शिखरावर चढाई करणे, हे काम तुमची शारीरिक क्षमता दर्शवते. मात्र तुम्ही ते शिखर किती वेळात चढाई करता, ही गोष्ट तुमच्या स्नायूंची शक्ती दर्शवते. हृदयात होणारे ठोके हे तुमच्या शरीरामध्ये रक्त हृदयाच्या पंपाने किती जोरात किंवा हळुवारपणे पाठवले जाते ते व्यक्त करते. आणि हृदयाची धडधड ही तुमच्या हृदयाच्या स्नायूंचे दाब व्यक्त करत असते. शक्ती ही सदिश राशी आहे तिचे परिमाण $[ML^2T^{-3}]$ असे आहेत. शक्तीचे एस आय पद्धतीतील एकक वॅट हे आहे. जेम्स वॅट या शास्त्रज्ञाच्या स्मृतिप्रीत्यर्थ हे नामकरण करण्यात आले आहे. वाफेचे इंजिन शोधण्यासाठी ज्यांनी प्रयत्न केले, त्यांच्या श्रेयनामावलीत जेम्स वॅटचे नाव आहे

$$1 \text{ वॅट} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ Js}^{-1}$$

अश्वशक्ती हे वाहन उद्योग क्षेत्रामध्ये आजही वापरले जाणारे शक्तीचे एक मोठे एकक आहे.

$$\text{अश्वशक्ती (hp)} . 1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

अलीकडच्या काळामध्ये विद्युत कार 'टेस्ला-S' या विद्युत मोटरगाडीने 1020 अश्वशक्ती दिलेली आहे, की जी किलोवॅटमध्ये 761kW आहे. 80 किलोमीटर प्रति तास या वेगाने धावण्यासाठी सर्वसाधारणपणे वाहन उद्योगांमध्ये मोटर गाडीला 20 अश्वशक्ती किंवा 15 किलोवॅट इतकी शक्ती लागते. विद्युत बल्ब, रेफ्रिजरेटर ब्लेंडर, वॉटर हिटर, इत्यादी विद्युत साहित्य आणि विद्युत उपकरणे यांची शक्ती वॅट (watt) मध्ये मोजली जाते.

3.3.6 शक्ती आणि कार्याचा परस्पर संबंध

आपण सरासरी शक्ती (P_{avg}) ही कार्य (w) आणि काम पूर्ण करण्यासाठी लागलेला एकूण वेळ (t) यांच्या गुणोत्तराने शोधून काढता येतो.

$$\text{म्हणजेच, } P_{avg} = \frac{w}{t}.$$

समकालीन शक्तीची व्याख्या

व्याख्येनुसार,

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$\therefore W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} \text{ और } \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

उपयोग

औद्योगिक क्षेत्रामध्ये उच्च ऊर्जा पाण्याचे कापनयंत्र, मऊ पदार्थ कापण्यासाठी होतो जसे प्लास्टिक फोम, फायबर तंतू, छपाई केलेले सर्किट बोर्ड, डायपर, चमडे. तसेच ऊर्जा ही अत्यंत वेगवेगळ्या प्रकाराने मुलभूत कार्यासाठी वापरली जाते. सर्व विद्युत उपकरणे किंवा इलेक्ट्रॉनिक्स साधनांमध्ये आवश्यक विद्युत शक्ती निर्देशित प्रमाणात उपयोगी केली जाते. वाहन उद्योग क्षेत्रामध्ये, प्रमाणित शक्ती

वाहनांना त्वरीत वेग देण्यास व अवजड सामान वाहून नेण्यास मदत करते. वजन उचलण्याची स्पर्धा, मुष्टियुद्ध, टेनिस, चेंडूफळी अशासारख्या जवळपास सर्व क्रीडा प्रकारांमध्ये नेमकेपणा, वेळेची अचूकता आणि शक्ती यांचाच अंतर्भाव असतो.

स्थिती-अध्ययन

बिटकॉइन सारख्या क्रिप्टोकॉरेंसी म्हणजे आभासी चलन हाताळण्याकरिता बऱ्याच संगणकीय प्रक्रिया कराव्या लागतात. त्याकरिता बरीच शक्ती खर्च करावी लागते. खास प्रकारचे संगणक की जे वर्षाला 22 टेरा-वॅट-अवर (TWh) ते 110 टेरा-वॅट-अवर इतकी ऊर्जा वापरतात, तेवढीच ऊर्जा मलेशिया, स्वीडन, आयर्लंडसारखे देश देखील वर्षाला वापरतात.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक्य

एक प्रौढ व्यक्तीचे मिनिटाला 75 इतके हृदयाचे ठोके पडत असतील तर त्याला किती शक्ती आवश्यक असते?

सोडलेली उदाहरणे:

प्र.1: रुपांतरणे करा 24.5 GeV (गिगा-इलेक्ट्रॉन-व्होल्ट) चे ज्युलमध्ये. $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

उत्तर:

$$1 \text{ GeV} = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^9 \text{ J} = 1.6 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$\text{म्हणून, } 24.5 \text{ GeV} = 24.5 \times 1.6 \times 10^{-10} \text{ J} = 39.2 \times 10^{-10} \text{ J}$$

प्र.2: 55 कि.ग्रॅ. आणि 52 कि.ग्रॅ.चे धावपटू 200 मीटरच्या धावपट्टीवर अनुक्रमे 19.19 सेकंद व 21.34 सेकंद इतक्या वेळेत अंतर पार करतात. कोणत्या खेळाडूच्या स्नायूंमध्ये शक्ती जास्त आहे? गुरुत्व त्वरण $g = 9.8 \text{ मी/सेकंद}^2$.

उत्तर: येथे, $m_1 = 55 \text{ कि.ग्रॅ.}$, $m_2 = 52 \text{ कि.ग्रॅ.}$, $g = 9.8 \text{ मी/सेकंद}^2$, $r = 200 \text{ मीटर}$, $t_1 = 19.19 \text{ सेकंद}$ आणि $t_2 = 21.34 \text{ सेकंद}$.

सुत्रानुसार शक्ती, $(P) = \frac{w}{t} = \frac{F \cdot r}{t} = \frac{mgr}{t}$, दोन्ही धावपटूसाठी आपण त्यांच्या स्नायूंची शक्ती शोधू शकतो.

$$P_1 = \frac{mg \cdot r}{t} = \frac{55 \times 9.8 \times 200}{19.99} = 5617.51 \text{ वॅट} = 5.618 \text{ किलोवॅट}$$

$$P_2 = \frac{mg \cdot r}{t} = \frac{52 \times 9.8 \times 200}{21.34} = 4776.00 \text{ वॅट} = 4.776 \text{ किलोवॅट}$$

यावरून 55 किलोग्रॅम वजनाच्या धावपटूची स्नायूंची शक्ती जास्त आहे.

प्र.3: जर जलविद्युत निर्मिती प्रकल्प, अणु विद्युत निर्मिती प्रकल्प आणि औष्णिक विद्युत निर्मिती प्रकल्प अनुक्रमे 4.3 GW (गिगा-वॅट), 850 MW (मेगा-वॅट) आणि 2100 MW (मेगा-वॅट) इतक्या पूर्ण क्षमतेने दररोज अनुक्रमे सहा तास, बारा तास व आठ तास जास्तीत जास्त ऊर्जा निर्मिती करतात. तर प्रत्येक ऊर्जा निर्मिती प्रकल्पाकडून प्रत्येक तासाला किती ऊर्जा निर्मिती होते ते शोधा

उत्तर: याठिकाणी, शक्ती $(P) = \frac{w}{t}$.

$$\text{म्हणून, } W = P \cdot t$$

(a) जल विद्युत प्रकल्पसाठी:

$$P = 4.3 \text{ GW} = 4300 \text{ MW सहा तास प्रती दिवस}$$

म्हणून, एक तासाची निर्मिती,

$$P = \frac{4300}{6} \text{ MW} = 716.67 \text{ MW}$$

$$\therefore \text{एक तासाची ऊर्जा निर्मिती} = W = P.t = 716.67 \times 1 = 716.67 \text{ MWh}$$

(b) अणुऊर्जा प्रकल्पासाठी:

$$P = 850 \text{ MW बारा तास प्रती दिवस}$$

\therefore एक तासाची ऊर्जा निर्मिती,

$$P = \frac{850}{12} \text{ MW} = 70.83 \text{ MW}$$

$$\therefore \text{एक तासाची ऊर्जा निर्मिती} = W = P.t = 70.83 \times 1 = 70.83 \text{ MWh}$$

(c) औष्णिक ऊर्जा प्रकल्पासाठी: $P = 2100 \text{ MW}$ आठ तास प्रती दिवस

\therefore एक तासाची ऊर्जा निर्मिती,

$$P = 2100/8 \text{ MW} = 262.5 \text{ MW}$$

$$\therefore \text{एक तासाची ऊर्जा निर्मिती} = W = P.t = 262.5 \times 1 = 262.5 \text{ MWh}$$

या उदाहरणावरून असे दिसते की, जलविद्युत निर्मिती प्रकल्प हा प्रति तास सर्वात जास्त ऊर्जा निर्मिती करतो.

युनिटचा सारांश

- कार्य व ऊर्जा यांची परिमाणे सारखीच आहेत, ते असे $[M^1L^2T^{-2}]$.
- अंतराच्या हिशोबाने गतिज ऊर्जा आणि स्थितिज ऊर्जा यांचे आलेखावरील वक्र पॅराबोलिक स्वरूपाचे असतात.
- घर्षण हे स्पर्शित पृष्ठभागाच्या कठीणपणा पेक्षा खडबडीतपणावर अवलंबून असते.
- जेव्हा दोन पद्वती एकमेकींना सापेक्ष अशा स्थिर स्थितीत असतील व त्या जर एकमेकींच्या सानिध्यात असतील, तर तिथे स्थितिज घर्षण होत असते, याउलट जर त्या दोन पद्वती एकमेकींच्या सापेक्ष गतिमान अवस्थेत असतील, तर त्याच्या स्पर्शित भागांमध्ये गतिज घर्षण त्यांच्या सापेक्ष गतीमुळे अस्तित्वात येते.
- घर्षण गुणांक स्थिरांक 1.0 पेक्षा अधिक असू शकत नाही.
- गतिज घर्षण गुणांक हा स्थितिज गुणांक इतका किंवा त्यापेक्षा कमी असतो.
- उत्तरणीवर ठेवलेल्या वस्तू करीता स्थितिज घर्षण हे उत्तरणीचा कोन मोजून सांगता येते.
- कार्य म्हणजे लावलेले बल आणि त्याच दिशेने पदार्थाचे झालेले विस्थापन यांच्या गुणाकाराने दिले जाते.
- शक्ती म्हणजे एक एकक वेळेमध्ये केलेले कार्य होय.
- ऊर्जा म्हणजे काम करण्याची क्षमता होय आणि शक्ती म्हणजे कार्य करण्यास किती वेळ लागतो सांगणारी राशी होय.
- कार्य आणि ऊर्जेची इतर एकके पुढील प्रमाणे: (a) $1 \text{ erg} = 1 \text{ dyne/cm} = 10^{-7} \text{ Joule (J)}$ (b) $1 \text{ calorie (cal)} = 4.186 \text{ J}$ (c) $1 \text{ electron volt (eV)} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ (d) $1 \text{ kilowatt-hour (kWh)} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$ (औद्योगिक एकक).

स्वाध्याय

(A) वस्तुनिष्ठ प्रश्न

- 3.1 $25\text{kWh} = \underline{\hspace{2cm}}$ Joule. [LOD2]
 (a) 25 (b) 90×10^6
 (c) 40×10^{-19} (d) 25×10^7
- 3.2 विलगीकरण पद्धतीमध्ये ऊर्जा नेहमी स्थिर राहते. [LOD1]
 (a) सत्य (b) असत्य
- 3.3 आकाशातून मुक्तपणे पडणाऱ्या स्कायड्रायवरला हवेचे विरोधी ----- प्रकारचे घर्षण जाणवते. [LOD2]
 (a) स्थितिज (b) सरक
 (c) भ्रमणजन्य (d) प्रवाही
- 3.4 खालील पैकी कोणत्या घटनेमध्ये कमीत कमी कार्य घडते [LOD3]
 (a) 20° उतरणीवरून एक दगड खाली घसरून जात आहे.
 (b) एक दगड डांबर रस्त्याने समांतर पृष्ठभागावरून गडगडत आहे.
 (c) घसरणाला दगड उतरणीवर 20° कोन करून वरच्या दिशेने जात आहे.
 (d) एक दगड मार्बलच्या पॉलिश केलेल्या पृष्ठभागावरून गतिमान गडगडत जात आहे.
- 3.5 जमिनीपासून 500 मीटर उंच असलेल्या m वस्तुमानाच्या पदार्थाची जमिनीपासून 549 मीटर उंच असलेल्या पदार्थापेक्षा स्थितिज ऊर्जा जास्त असेल. [LOD2]
 (a) सत्य (b) असत्य
- 3.6 पवन चक्की _____ प्रकारची वायु ऊर्जा विद्युत ऊर्जेत रूपांतरित करते. [LOD1]
 (a) स्थितिज (b) रासायनिक
 (c) गतिज ऊर्जा (d) सौर ऊर्जा

(A) मधील वस्तुनिष्ठ प्रश्नांची उत्तरे:

- 3.1 b ($\because 1\text{kWh} = 3.6 \times 10^6\text{ J}$)
 3.2 a (सत्य)
 3.3 d (प्रवाही घर्षण)
 3.4 d (एक दगड मार्बलच्या पॉलिश केलेल्या पृष्ठभागावरून गतिमान गडगडत जात आहे.)
 3.5 b (असत्य)
 3.6 c (गतिज ऊर्जा)

(B) वर्णनात्मक प्रश्न

- 3.1 घन कार्य आणि अन्य कार्य यांच्या उदाहरणांची यादी करा. [LOD1]
 3.2 स्थितीचे घर्षण आणि गतीचे घर्षण यांची तुलना करा. [LOD1]

- 3.3 एक हॉलीबॉल पटू हॉलीबॉलला 24 न्यूनचे बल लावत आहे आणि त्याचा क्षितिज समांतर पातळीशी कोन अनुक्रमे (i) 30° (ii) 45° आणि (iii) 60° होत असेल तर आणि या घटनेमध्ये 2500 ज्युल इतके कार्य घडित असेल, तर प्रत्येक बाबतीत चेंडू किती दूर जाईल ते शोधा. [LOD2]
- 3.4 अॅनी दररोज घरगुती वापरासाठी दोन युनिट इतकी पुरवलेली वीज वापरते आणि विद्युत विभाग रुपये 1.25 प्रति kwh या दराने बिलाची आकारणी करत असेल, तर ती महिन्याला किती वीज वापरते आणि त्या विजेच्या बिलाची रक्कम किती असेल. [LOD2]
- 3.5 सोन्याचा दहा किलो ग्रॅम वजनाचा एक बार 45° कोन करून ठेवलेल्या उतरणीवर ठेवलेला आहे, तर त्याच्या उतरणीच्या पृष्ठभागाशी समांतर असलेले घटक बल शोधा. [LOD2]
- 3.6 घड्याळातील काटे एका तासामध्ये किती अंतर कापतात, पावसाचा थेंब जमिनीवर पडतो, एका अत्यंत घट्ट दोरावरून काही अंतरात वर चढाई करणे या सर्व घटनांचे पृथक्करण करा आणि त्यामध्ये कशाप्रकारे कार्य घडते त्याचे विश्लेषण करा. [LOD3]

(B) वर्णनात्मक प्रश्नाची उत्तरे:

- 3.3 120.28 m, 147.31 m, 208.33 m [Hint: कार्य, $W = F \cos\theta \cdot r$]
- 3.4 महिन्यांमध्ये खर्च झालेली ऊर्जा = 60 युनिट्स
महिन्याचे विजेचे बिल 75 रुपये होईल.
[\therefore 2 युनिट्स प्रति दिवस $U \Rightarrow$ सरासरी 30 दिवस \times 2 युनिट्स = 60 महिन्यातील युनिट्स = 60 kWh एका महिन्यात. आता, रुपये 1.25 Rs. हा दर प्रति युनिटला आहे. म्हणून 60 युनिटचे वीज बिल रुपये 75 Rs होईल.]
- 3.5 69.3 N [Hint: $W_{\parallel} = m g \sin\theta$]

प्रात्यक्षिक

1. क्षितीज समांतर काचेचा बोर्ड वापरून लाकूड आणि काचेमध्ये घर्षण गुणांक शोधणे.

प्रात्यक्षिकाचा फायदा

दोन पृष्ठभागांमधील सीमान्त घर्षण गुणांक म्हणजे जेव्हा स्थिर वस्तू हलवायची असते तेव्हाची स्थितिज घर्षणाची जास्तीत जास्त किंमत होय. जर त्याची किंमत जास्त असेल तर पदार्थ गतिमान करण्यासाठी जास्त बल आवश्यक असते. कोणत्याही दोन गुळगुळीत न केलेल्या केलेल्या आडव्या पृष्ठभागांमधील घर्षण गुणांक या साध्या प्रयोग साहित्याचा वापर करून निश्चित केला जाऊ शकतो.

संबंधित विषय सैद्धांतिक

माहितीसाठी संदर्भ पाठ क्रमांक 3 (विभाग क्रमांक : 3.2)

सूत्रे

$$f_{\text{limiting}} = -\mu_{\text{limiting}} N; \text{ या ठिकाणी}$$

f_{limiting} = सीमान्त घर्षण बल

μ_{limiting} = सीमान्त घर्षण गुणांक बल N = सामान्य प्रतिक्रिया बल.

प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

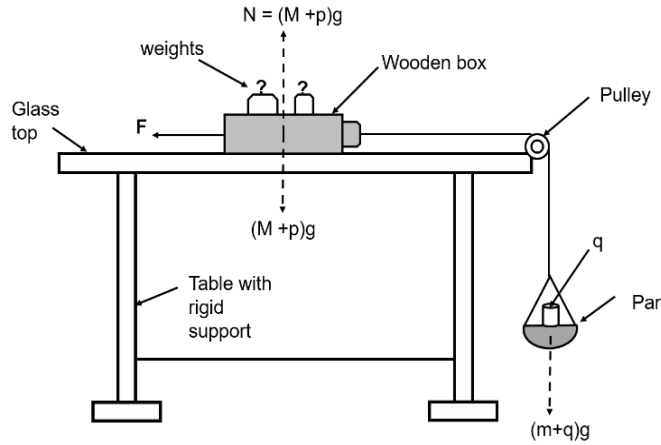
पाठ्यक्रमातील अभ्यासक्रमानुसार प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती साध्य करायची आहे,

PrO1: प्रयोगाची मांडणी आणि जेव्हा लाकडी ठोकळा फक्त वस्तुमानासह किंवा त्याशिवाय किंचित गतिमान होऊ लागतो, तेव्हा अचूक मोजमाप स्थापित करण्यात कौशल्य प्राप्त करा.

PrO2: सीमान्त घर्षण बलाचे घर्षण वर्णन करा आणि क्षितिज समांतर फळा वापरून काच आणि लाकडामधील सीमान्त घर्षण गुणांक शोधा.

PrO3: हे आवश्यक उपकरण योग्य सावधगिरीने एकतर सामूहिकपणे किंवा वैयक्तिकपणे चालवा.

प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रेखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)



आकृती 3.6: घर्षण मर्यादित करण्याच्या गुणांकाचे निर्धारण करण्यासाठी प्रायोगिक सेटअप

अपेक्षित स्त्रोत

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे /उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	Details	
1	आकड्यासहित लाकडी ठोकळा	1			
2	काचेची किंवा लॅमिनेटेड टेबल किंवा वरचा पृष्ठभाग सपाट असलेली आडवी फळी (टेबलचा वरचा पृष्ठभागच आडवे प्रतल म्हणून वापरला जाऊ शकतो.)	1			

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्त्रोत यंत्रे/ हत्यारे /उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	Details	
3	एक घर्षणरहित पुली जीचा आस क्षितिज समांतर टेबलला किंवा प्रतलाच्या काठावर घट्ट बसवला जाऊ शकतो.	5			
4	स्प्रिट लेव्हल	1			
5	पट्टी	1			
6	तागडे	1			
7	सुत किंवा धागा	1			
8	ताण-काटा	1			
9	वजन-पेटी	1			
10	प्रत्येकी 100 g ची वस्तुमाने किंवा वजने	5			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी

- बोर्डचा किंवा फळ्याचा आडवा पृष्ठभाग धूळमुक्त ठेवणे आवश्यक आहे.
- जोडणारा धागा किंवा दोरी आडवी ठेवा. धागा पातळ, हलका, मजबूत, न पसरलेला असावा आणि गुंता झालेला नसावा.
- पुलीचे घर्षण कमीत कमी होण्यासाठी तिला तेलाचे वंगण ठेवा.
- काचेचा वरचा भाग (किंवा टेबल टॉप) हळूवारपणे टॅप करा.
- लाकडीठोकळ्याच्या मध्यभागी नेहमी वस्तुमान ठेवा.
- क्षितिज समांतर पृष्ठभाग (म्हणजे काचेचा वरचा भाग) आणि गतिमान होणारा पदार्थ कोरडे ठेवणे आवश्यक आहे.
- ठोकळ्याचा आकार आणि वस्तुमान चातुर्याने निवडले पाहिजेत.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती

- ताण काट्याचा वापर करून, दिलेल्या लाकडी ठोकळ्याचे वस्तुमान (M) त्याच्या बाजूच्या हुक आणि स्केल तगड्यासह (m) मोजा.
- काच आडव्या बोर्डवर ठेवा. बोर्ड पृष्ठभाग क्षितिज समांतर पातळीत असल्याची खात्री करण्यासाठी स्प्रिट लेव्हल वापरा. बोर्ड पृष्ठभाग स्वच्छ आणि कोरडे असणे आवश्यक आहे.
- आता, आकृतीमध्ये दाखवल्याप्रमाणे बोर्ड-टॉपच्या एका कडेवर घर्षण रहित कप्पी बसवा.
- दोऱ्याचे एक टोक मापासाठीच्या तागाड्याला आणि दुसरे टोक लाकडी ठोकळ्याच्या हुकला बांधून घ्या.
- नंतर आडव्या काचेच्या विमानावर लाकडी ठोकळा ठेवा आणि कप्पीवर अशाप्रकारे दोरी लावा की जेणेकरून तो लाकडी ठोकळा आणि कप्पी दरम्यान आडवे राहतील.

- स्केल तागाड्यावर काही वस्तुमान (q) ठेवा. आपल्या बोटाने काचेच्या पृष्ठभागावर हळूवारपणे दाबा आणि लाकडी ठोकळा गतिमान होतो का ते पहा.
- लाकडी ठोकळा हळूवारपणे काचेवर दाब देवून गतिमान होईपर्यंत स्केल तागाड्यामध्ये वस्तुमान (q) हळूहळू वाढवा. तागाड्यामध्ये ठेवलेले एकूण वस्तुमान याची नोंद करा.
- काही ज्ञात वस्तुमान (p) लाकडी ठोकळ्याच्या मध्यभागी ठेवा आणि वस्तुमान (q) स्केल तागाड्यामध्ये वाढवा जेणेकरून वस्तुमान p सह लाकडी ठोकळा हळूवारपणे काचेवर दाब मिळून सरकण्यास सुरवात होईल. P आणि q यांच्या किंमती नोंद करा.
- p च्या आणखी पाच किंमतीसाठी सहा ते आठ पायऱ्या परत एकदा करा आणि q च्या संबंधित किंमतींचे कोष्टक तयार करा.
- Y-अक्षावर सीमान्त घर्षण (f_{limiting}) आणि. X- अक्षावर वर सामान्य प्रतिक्रिया बल 'N' यांचा आलेख काढा. आणि सीमान्त घर्षण गुणांककाची किंमत काढा.

5.9 निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षण :

- मापासाठीच्या तागाड्याचे वस्तुमान, (m) = ____ g
- लाकडी ठोकळ्याचे वस्तुमान (M) = ____ g
- प्रयोगाच्या ठिकाणीचे गुरुत्व त्वरण (g) = ____ m/s²

निरीक्षण तक्ता:

अ. क्र.	लाकडी ठोकळ्याचे वस्तुमान (p) (kg)		‘N’ वस्तुमानामुळे सामान्य प्रतिक्रिया बल = (M + p)		तागड्यातील वस्तुमान (q)	सिमांत घर्षण बल $f_{\text{limiting}} = (m + q)$	घर्षण गुणांक $m_{\text{limiting}} = \frac{f_{\text{limiting}}}{N}$	सरासरी m_{limiting}
	(g)	(kg)	(Newton)	(g)	(kg)	(Newton)		
1								
2								

आकडेमोड :

सैध्दांतिकानुसार:

(p आणि q वस्तुमानाच्या विविध किमतींसाठी काचेच्या आणि लाकडाच्या पृष्ठभागामधील सिमांत घर्षण गुणांकाची किंमत काढा आणि नंतर त्यांची सरासरी घ्या.)

$$f_{\text{limiting}} = \mu_{\text{limiting}} N$$

$$\therefore \mu_{\text{limiting}} = \frac{f_{\text{limiting}}}{N} = \dots\dots\dots$$

सीमान्त घर्षण बल (f_{limiting}) Y- अक्षावर आणि सामान्य प्रतिक्रिया बल (N) x-अक्षावर (X- अक्षावर) यांच्यामधील आलेखावरून

$$\mu_{\text{limiting}} = \frac{\Delta f_{\text{limiting}}}{\Delta N}$$

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता

काचेचा बोर्ड आणि लाकडी ठोकळा यांच्या दरम्यान असलेल्या सीमान्त घर्षण गुणांकाची, μ_{limiting} किंमत

- सैध्दांतिकानुसार (किंवा आकडेमोडीवरून) = _____
- आलेखावरून = _____

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न

(प्रत्येक उत्तरासाठी स्वतंत्र पत्रक वापरा)

- दोन पृष्ठभागांमधील घर्षण कधीच शून्य का असू शकत नाही?
- या प्रयोगात गुळगुळीत न केलेले पृष्ठभाग वापरण्याचे प्रयोजन काय आहे?
- ज्या ठिकाणी घर्षण बल वापरले जाते अशा वापरांची यादी करा.
- स्थितिज घर्षण आणि गतिज घर्षण यांच्यामध्ये काय फरक आहे?
- जर आपण दोन पृष्ठभागांमधील सिमांत घर्षणाचा अभ्यास करण्यासाठी गोलाकार वस्तू निवडली तर काय होईल?

कचऱ्याचे नियोजन

या प्रयोगाला वापरल्या जाणाऱ्या कचऱ्याचे साहित्य खालील डब्यांमध्ये वर्गीकृत करा:

कचऱ्याचा प्रकार		तपशील
जैविक कचरा	हिरवा डब्बा	काही नाही
e-कचरा	काळा डब्बा	काही नाही
प्लास्टिक आणि धातूचा कचरा	निळा डब्बा	काही नाही
इतर काही		काही नाही

पर्यावरण पूरक दृष्टीकोन : Reuse (पुनर्वापर), Reduce (वापर कमी करा) आणि Recycle (पुनर्चक्रण),
आवश्यक असलेले साहित्य जर काळजीपूर्वक वापरले तर ते प्रदीर्घ काळासाठी पुनूवापरासाठी उपलब्ध राहील.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

कार्यमापक दर्शक अंक हे प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी व आलेल्या उत्तरासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून आहेत.

परफॉर्मंस इंडिकेटर		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित : गुण * (%)		60%	
1.	उपकरण हाताळणे	20%	
2.	जेव्हा लाकडी ठोकळा वस्तुमानासह किंवा त्याशिवाय हलू लागतो तेव्हा वाचन त्वरित नोंद करणे	20%	
3.	सीमान्त घर्षण गुणांक शोधणे	20%	
उत्तरासंदर्भात: गुण* (.....%)		40%	
4.	टापटीपपणा व वेळेवर अचूक नोंद दाखवल्यास	10%	
5.	सूत्र आणि आलेख वापरून सीमान्त घर्षण गुणांकाची किंमत काढणे.	10%	
6.	आलेल्या उत्तराचे अचूक सिद्धता आणि अनुमान	10%	
7.	प्रयोगात संदर्भातील प्रश्न	10%	
एकूण		100%	

* उत्तरे आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव		मिळालेले गुण	शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्तरा संबंधित	एकूण	

2. यांत्रिक ऊर्जेच्या अक्षय्यतेच्या किंवा संवर्धनाच्या नियमाची पडताळणी करणे. (स्थितिज उर्जेतून, गतिज उर्जेत)

प्रात्यक्षिकाचा फायदा

एखाद्या प्रणालीची एकूण यांत्रिक उर्जा नेहमी स्थिर असते. याचा अर्थ असा होतो की, ऊर्जा नव्याने निर्माण किंवा नष्ट केली जाऊ शकत नाही. ही अंतर्गत ऊर्जा एका स्वरूपातून दुसऱ्या स्वरूपात रूपांतरित केले जाऊ शकते. हा साधा प्रयोग यांत्रिक ऊर्जेच्या संरक्षणाच्या नियमाची पडताळणी करतो. पोलादी गोळ्याची संभाव्य ऊर्जा त्याच्या गतिज ऊर्जेमध्ये रूपांतरित होते.

संबंधित विषय सैध्दांतिक

माहितीसाठी संदर्भ पाठ क्रमांक 3 (विभाग क्रमांक : 3.3.1, 3, 3.2 व 3.3.3)

प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

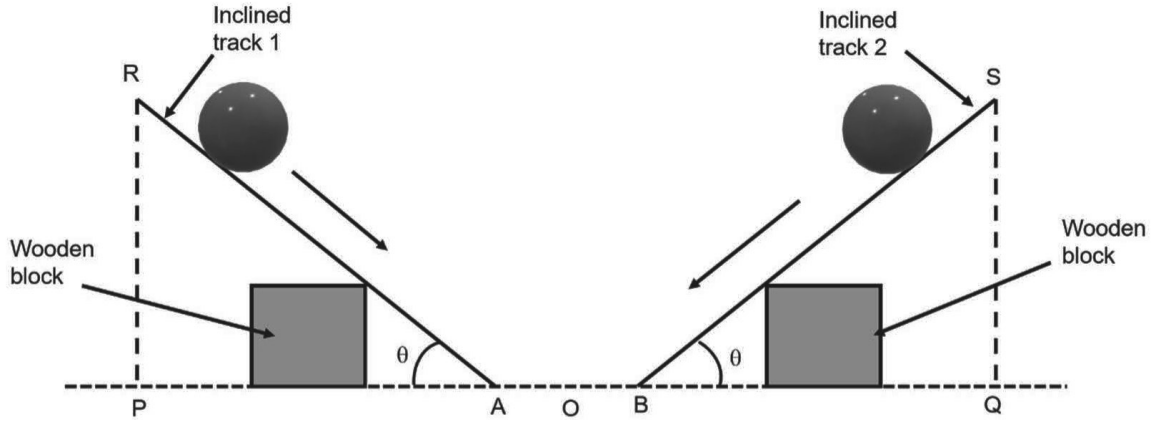
पाठ्यक्रमातील अभ्यासक्रमानुसार प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती साध्य करायची आहे :

PrO1: भ्रमण करणाऱ्या पोलादी गोळ्याच्या स्थितीची खूण करण्याचा प्रयोग आणि अचूक मोजमाप सेट करण्याचे कौशल्य मिळवा.

PrO2: एकूण यांत्रिक ऊर्जेच्या अक्षय्यतेच्या किंवा संवर्धनाच्या नियमाचे वर्णन करा आणि सत्यता पडताळून पहा.

PrO3: समुहाने किंवा वैयक्तिकरित्या योग्य खबरदारीसह आवश्यक उपकरणे चालवा.

प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रेखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)



आकृती 3.7: वापरून यांत्रिक उर्जेच्या संवर्धनाच्या कायद्याची पडताळणी करण्यासाठी प्रायोगिक सेटअप दुहेरी कलते विमान आणि एक गोलाकार स्टील बॉलमुक्तपणे पडणाऱ्या चेंडूची योजनाबद्ध

अपेक्षित स्रोत

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्रोत यंत्रे/हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्रोत यंत्रे/हत्यारे /उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती		
	समान मापाची दुहेरी उतरण (मार्ग)	1			
	एक पोलादी गोळा अंदाजे 10 cm व्यासाचा	1			
	लाकडी ठोकला (2.5 cm लांबीचा)	2			
	1 kg चे वजन	2			

	स्टॉप वॉच	1			
	ओळंबा	1			
	मीटरपट्टी	1			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी

1. पोलादी गोळा आणि उतरण मार्ग पूर्णपणे स्वच्छ असले पाहिजेत. उतरण मार्ग स्वच्छ करण्यासाठी बेंझिनमध्ये ओला केलेला कापूस वापरा.
2. उतरणीचा मार्ग एका विशिष्ट कोनात चिकटवा जेणेकरून पोलादी गोळा त्यांच्यावर भ्रमण करताना उतरणी वर स्थिर राहिल. दोन्ही उतरणी एकाच उभ्या पातळीत असाव्यात.
3. उतरण मार्गाच्या बाजूने पोलादी गोळ्याने हलवलेल्या अंतराच्या तुलनेत दोन उतरणींमधील रुंदी नगण्य प्रमाणात लहान असावी. पोलादी गोळा हळूवारपणे उतरण मार्गावर सोडा.
4. उतरण मार्गावर गोळ्याची स्थिती त्वरित आणि अचूकपणे लक्षात घ्या.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती

1. प्रयोगशाळेत पुरेसा मोठा समांतर पृष्ठभाग असलेला टेबल शोधा. गरज असल्यास, स्पिरिट लेव्हल वापरून पृष्ठभागाची पातळी मोजा.
2. आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे टेबलावर डबल कल असलेल्या ट्रॅकची व्यवस्था करा आणि ते स्थिर आहेत याची खात्री करा. प्रयोगादरम्यान स्थिर ठेवण्यासाठी त्याच्या पंखांवर वजन वापरा.
3. प्रत्येक उतरणीच्या मार्गाखाली लाकडी ठोकळे ठेवा. जेणेकरून दोन्ही मार्ग काही कोनात झुकलेले राहतील.
4. प्रत्येक मार्गाखाली अशापद्धतीने लाकडी ठोकळे ठेवा की जेणेकरून ते उतरते राहतील. दोन्ही मार्ग एकाच कोनात उतरते असतीलच असे नाही.
5. आता एक पोलादी गोळा घ्या आणि पहिल्या उतरणीच्या मार्ग 1 वर 'R' या खुणेवर ठेवा आणि हळूवारपणे सोडा.
6. जेव्हा हा पोलादी गोळा दुसऱ्या उतरणीच्या मार्ग 2 वरील सर्वोच्च बिंदू 'एस' वर पोहोचतो, तेव्हाची ती स्थिती नोंद करा.
7. ओळंबा आणि मीटरपट्टी वापरून उभ्या उंची 'PR' आणि 'QS' मोजा.
8. ट्रॅक 1 चा कल कोन बदलून 'R' ची स्थिती बदला आणि 5, 6, 7 क्रमांकाच्या क्रिया आणखी काही वेळा पुन्हा करा.
9. आपली निरीक्षणे तक्त्यात/कोष्टकात नोंदवा.

निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षण :

1. स्टॉप घड्याळाचे किमान वाचन = ____ sec
2. पोलादी गोळ्याचा व्यास, $D =$ ____ cm

निरीक्षण तक्ता:

अ. क्र.	उतरण मार्गाच्या वरच्या टोकाकडून खुणेची स्थिती		लंब उंची		फरक (PR - QS) = (h ₁ - h ₂) (cm)
	R मार्ग 1 वर असताना (cm मध्ये)	S मार्ग 2 वर असताना (cm मध्ये)	PR (h ₁) (cm)	QS (h ₂) (cm)	
1					
2					
3					

आकडेमोड :

फरक (h₁ - h₂) = _____ प्रत्येक निरीक्षणासाठी.

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता.

फरक (h₁ - h₂) = _____

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न (प्रत्येक उत्तरासाठी स्वतंत्र पत्रक वापरा)

- या प्रयोगासाठी आपल्या उत्तरांचे स्पष्टीकरण काय आहे?
- ऊर्जा अक्षय्यतेचा किंवा संवर्धनाचा नियमाची सत्याता पडताळण्यासाठी पर्यायी पद्धत सुचवा.
- आपल्या अवतीभवती अभ्यासात येणाऱ्या ऊर्जा अक्षय्यतेचा किंवा संवर्धनाची उदाहरणे द्या.
- ऊर्जा निर्माण येत नाही तसेच तिचा समूळ नायनाट करता येत नाही.
- ऊर्जा मोजण्यासाठी असलेली वेगवेगळी एकके सांगा.

कचऱ्याचे नियोजन

या प्रयोगाला वापरलेल्या जाणाऱ्या कचऱ्याचे साहित्य खालील डब्यांमध्ये वर्गीकृत करा:

कचऱ्याचा प्रकार		तपशील
जैविक कचरा	हिरवा डब्बा	काही नाही

कचऱ्याचा प्रकार		तपशील
e-कचरा	काळा डब्बा	काही नाही
प्लास्टिक आणि धातूचा कचरा	निळा डब्बा	काही नाही
इतर काही		काही नाही

पर्यावरण पूरक दृष्टीकोन : Reuse (पुनर्वापर), Reduce (वापर कमी करा) आणि Recycle (पुनर्चक्रण)

आवश्यक असलेले साहित्य जर काळजीपूर्वक वापरले तर ते प्रदीर्घ काळासाठी पुनर्वापरासाठी उपलब्ध राहील.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

कार्यमापक दर्शक अंक हे प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी व आलेल्या उत्तरासाठी मार्गदर्शक तत्वे म्हणून आहेत.

(परफॉर्मंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित : गुण * (%)		60%	
1.	उपकरण हाताळणे	20%	
2.	अचूक स्थितीला खूण करून बरोबर नोंद घेणे..	20%	
3.	ऊर्जा अक्षय्यतेच्या नियमाची पडताळणी करणे.	20%	
उत्तरासंदर्भात: गुण* (.....%)		40%	
4.	टापटीपपणा व वेळेवर अचूक नोंद दाखवल्यास	10%	
5.	उंचीची आकडेमोड करणे आणि भ्रमण करणाऱ्या पोलादी गोळ्यासाठी त्याचा फरक काढणे	10%	
6.	आलेल्या उत्तराचे अचूक सिद्धता आणि अनुमान	10%	
7.	प्रयोगात संदर्भातील प्रश्न	10%	
एकूण		100%	

* उत्तरे आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव मिळालेले गुण			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्तरा संबंधित	एकूण	

अवांतर माहिती

कार्य-ऊर्जा सिद्धांत:

घडलेले कार्य आणि वापरलेली ऊर्जा यांचे नाते सांगणारा हा सिद्धांत आहे. या सिद्धांताचे विधान असे आहे की, पदार्थावर झालेले कार्य हे पदार्थांमध्ये बदल झालेल्या गतीज ऊर्जे इतकी असते. गणितीय रूपात ते खालील प्रकारे दिले जाते,

$$K_{final} - K_{init} = W,$$

याठिकाणी K_{final} = अंतिम गतिज ऊर्जा

K_{init} = सुरुवातीची गतिज ऊर्जा आणि

W = एकूण घडलेली कार्य

कार्य-ऊर्जा सिद्धांत हा ऊर्जा अक्षय्यतेच्या संदर्भात देखील व्यक्त होतो कारण यामध्ये ऊर्जा ही इतर अवस्थेमध्ये बदलते किंवा याउलट घडते.

नाविष्यपूर्ण संकल्पना प्रात्यक्षिक/योजना/प्रकल्प:

- (1) दहा शारीरिक हालचालींची यादी बनवा व त्यामध्ये कोणते धन कार्य, कोणते ऋण कार्य, कोणते शून्य कार्य आहे ते शोधा.
- (2) घर्षण मोजण्यासाठी जे उपकरण लागते त्याची माहिती व कार्यपद्धती शोधा तुम्ही शोधलेल्या गोष्टी अहवाल अथवा सादरीकरण यांच्या स्वरूपात व्यक्त करा.
- (3) तुम्हाला एक पाच रुपयाचे नाणे, तुमचे पुस्तक आणि कोनमापक यांची आवश्यकता आहे. पुस्तकावर नाण्याची सपाट बाजू ठेवा. ते पुस्तक काही कोन करून थोडेसे तिरपे धरा. ज्या क्षणी ते नाणे थोडेसे हालचाल करेल तो कोन मोजा व त्यानुरूप गतिज घर्षण गुणांक शोधा.

संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव

संदर्भ:

1. H. C. Verma, *Concepts of Physics Vol. I & II*, Bharti Bhawan Ltd. New Delhi, 2017.
2. J. Walker, *Principles of Physics*, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
3. M. E. Browne, *Schaum's Outline of Physics For Engineering And Science*, 4th Edition, McGraw-Hill, 2019.
4. E. Hecht, *Schaum's Outline of College Physics*, 12th Edition, McGraw-Hill, 2017.
5. A. Halpern, *Schaum's 3,000 Solved Problems In Physics*, McGraw-Hill, 2011.
6. A. Beiser, *Schaum's Outline Of Applied Physics*, 4th Edition, Mc-Graw-Hill, 2009.
7. A. Beiser, *Schaum's Easy Outline Of Applied Physics*, Revised Edition, McGraw-Hill, 2011.
8. PhET Interactive Simulations, University of Colorado Boulder, <https://phet.colorado.edu>

9. O Labs, Developed by Amrita Vishwa Vidyapeetham & CDAC Mumbai and funded by MeitY (Ministry of Electronics & Information Technology, India) , <http://www.olabs.edu.in/>
10. Swayam Prabha, INFLIBNET, India, <https://www.swayamprabha.gov.in/index.php/>
11. <https://www.khanacademy.org/>

प्रात्यक्षिकासाठी वापरलेली संसाधने

1. C. L. Arora, *B.Sc. Practical Physics*, S. Chand Limited, 2001.
2. G. L. Squires, *Practical Physics*, Cambridge University Press, 2001.
3. <https://www.learncbse.in/to-study-the-conservation-of-energy-of-a-ball-rolling-down-on-an-inclined-plane/>

4

रोटेशनल गति

युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट मूलभूत भौतिकशास्त्राच्या खालील पैलूंवर केंद्रित आहे:

- उदाहरणासह ट्रान्सलेशन आणि रोटेशनल हालचाली
- उदाहरणांसह टॉर्क आणि अंगूलर गती या संकल्पना
- अंगूलर गतीचे कॉनझर्वेशन आणि उपयोग
- मोमेंट ऑफ इनरशिया आणि त्याचे भौतिक महत्त्व आणि रिजीड पदार्थासाठी गिरेशनची लिज्या
- समांतर आणि लंब अक्षांचे प्रमेय
- रॉड, डिस्क, रिंग आणि गोल यांची मोमेंट ऑफ इनरशिया

तर्कसंगत

गतिचे तीन भागात विभाजन केलेले आहे स्थानांतरण, घूर्णन आणि कंपन गति. स्थानांतरण, घूर्णन गतिचे उदाहरणासहित वर्णन केलेले आहे, आघूर्ण आणि कोनीय संवेग आणि त्याचा संबंध सांगितलेले आहे. कोनीय संवेग अक्षय्यता आणि तीचे उपयोग सांगितलेले आहेत. जडत्व आघूर्ण आणि त्याचे महत्त्व समजावून सांगितले आहेत. प्रमेयांची विधाने आणि काही वस्तूंचे जडत्व आघूर्ण सूत्रे दिलेली आहेत.

पूर्व-आवश्यकता

भौतिक शास्त्र- पायाभूत बल आणि गति

गणित- पायाभूत सदिश बीजगणित आणि रेखीय बैजिकि

इतर- संगणकाचे मूलभूत ज्ञान.

पाठाची फलनिष्पत्ति

U4-O1: स्थानांतरण, घूर्णन गति ओळखणे. जडत्व आघूर्णचे (moment of inertia) आघूर्ण (torque) आणि कोनीय संवेगाबरोबर संबंध. कोनीय संवेग अक्षय्यताचा उपयोग आणि प्रयोजन, वेगळ्या वस्तूंचे जडत्व आघूर्ण आणि जडत्व आघूर्ण संबंधित प्रमेय सांगण्याची क्षमता पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्ती व पाठाची फलनिष्पत्ती यांचे समन्वय विश्लेषण:

पाठ-4 फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1- कमी सहसंबंध, 2 - मध्यम सहसंबंध, 3 - उत्तम सहसंबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U4-O1	2	2	-	3	-	-

4.1 घूर्णन गति

मनोरंजक तथ्य

एक स्केटर ज्यावेळी त्याचे पाय पसरवतो किंवा आत ओढून घेतो त्यावेळी त्याचे घूर्णन जडत्व बदलते पण त्याच्या स्थानांतरण गति मध्ये असे बदल घडत नाहीत. आभ्रामी भोवरा किंवा घूर्णी मध्ये कोनीय संवेग हा आघूर्णच्या दिशेमध्ये नसून वेगळ्या दिशेत असतो. घूर्णन गतिमध्ये आघूर्ण हा स्थानांतरण गति मधल्या बलासारखे काम करतो.

4.1.1 स्थानांतरण आणि घूर्णन गतिचे उदाहरणे

A स्थानांतरण गति

ज्यावेळी वस्तूच्या सर्व कणांचा वेग हा दर वेळी समान असतो त्यावेळी त्या वस्तूची गति ही स्थानांतरण गति असते. ह्या गति मध्ये सर्व कणांचे विस्थापन (\vec{s}), वेग (\vec{v}) आणि त्वरण (\vec{a}) दरवेळी समान असते. उदाहरण- एकरेखीय गति असलेले वाहन, रस्त्यावरून चालणारी व्यक्ति, मार्ग-रुळावरून जाणारी रेल्वे, आकाशात उडणारे पक्षी.

- (1) **रेखीय किंवा एक-मितिय गति- (1D)** - ज्यावेळी वस्तू ही सरळ रेषेत जात असते त्या गतिला रेखीय गति असे म्हणतात. उदा. मुक्त पतनात असलेली वस्तू, सरळ रस्त्यावरून जाणारी बस.
- (2) **द्विमितीय- गति-** एक प्रतलात फिरणारी वस्तूचे दोन सहनिर्देशक बदलतात उदा. (x, y) or (y, z) or (z, x). उदा. वाहनाचा वक्र मार्गी प्रवास, प्रक्षेप्य गति
- (3) **त्रिमितीय गति-** आकाशात फिरणाऱ्या वस्तूचे तीनही सहनिर्देशक बदलत असतात अश्या गतिला त्रिमितीय गति असे म्हणतात. उदा. उडणारे पक्षी, पतंग, विमान.

m_1, m_2, \dots, m_n वस्तुमान असलेल्या n - कणांची पद्धति विचारात घेऊयात. वस्तू ही पूर्ण स्थानांतरण गति करीत आहे. त्यामुळे, $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n = \vec{a}$

आणि $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n = \vec{v}$ न्यूटनचा गति विषयक नियम वापरून,

$$\vec{F}_{\text{net}} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots = M \vec{a} \quad (M \text{ हे वस्तूचे वस्तुमान आहे.})$$

वस्तूचे रेखीय संवेग,

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots = M \vec{v}$$

एकूण ऊर्जा,

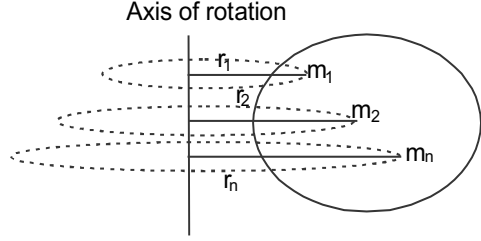
$$\text{K.E} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + \dots = M v^2$$

B. पूर्ण घूर्णन गति

असे मानुयात की एक दृढ वस्तू एका स्थिर रेषे भोवती फिरत आहे, त्या रेषेला घूर्णन अक्ष असे म्हणतात. वस्तूवरील प्रत्येक कण वर्तुळात फिरतो आणि त्या वर्तुळाचे केंद्र हे अक्षावर असतात आणि प्रत्येक कण समान वेळेत समान कोन तयार करतो. अश्या गतिला पूर्ण घूर्णन गति म्हणतात. पूर्ण घूर्णन गति मध्ये सगळ्या कणांचे कोनीय वेग समान असतात.

अशा प्रकारे, $v_1 = \omega r_1$, $v_2 = \omega r_2$ $v_n = \omega r_n$

त्यामुळे $v_1 = \omega r_1$, $v_2 = \omega r_2$ $v_n = \omega r_n$



आकृती 4.1: रोटेशनल गति

घूर्णन गतिचे उदाहरणे-

- छताच्या पंख्यामध्ये पात्यावरील सर्व कण वर्तुळात घूर्णन करतात आणि सगळ्या वर्तुळांचे केंद्रे पंख्याच्या केंद्रा मधून जाणाऱ्या रेषेवर असतात त्यालाच घूर्णन अक्ष म्हणतात.
- ज्यावेळी आपण दरवाजा उघडतो किंवा बंद करतो त्यावेळी दरवाजा वरील सर्व बिंदू गोलाकार फिरतात आणि सगळ्या गोलांचे केंद्रे ही बिजागरी वर असतात ति रेषा ही घूर्णन अक्ष असते.
- पृथ्वीचे स्वतः भोवती परिवलन करणे.
- वाहनाच्या चाकांची गति.
- घड्याळाच्या मिनिट आणि तास काट्यांची गति.

कोनीय विस्थापन- कणाने अनुरेखित केलेल्या कोनाला कोनीय विस्थापन म्हणतात.

$$\theta = \frac{\text{चाप } [s]}{\text{त्रिज्या } [r]} \text{ या } s = r\theta$$

कोनीय गति- वेळेनुसार कोनीय स्थान बदलणे ह्यालाच कोनीय गति असे म्हणतात. $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ **कोनीय त्वरण-** वेळेनुसार कोनीय गति

बदलणे ह्यालाच कोनीय त्वरण असे म्हणतात. $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

4.1.2 आघूर्ण आणि कोनीय संवेग

A आघूर्ण

आघूर्ण हे बल आणि घूर्णन अक्षा पासूनच्या लंब अंतराच्या गुणाकारा इतके असते. असे मानुयात की बल हे बिंदू P जवळ कार्य करत आहे आणि घूर्णन अक्ष हा बिंदू O मधून जात आहे. त्यामुळे वस्तूला आघूर्ण मुळे घूर्णन गति मिळेल आणि हे आघूर्ण खालील प्रमाणे असेल,

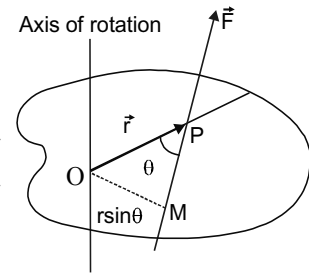
आघूर्ण = बल (F) × (रेखीय क्रियाचे घूर्णन अक्षा पासूनचे लंबाकृती अंतर)

OM हा घूर्णन अक्षावर 'O' बिंदू पासून काढलेला लंब आहे.

ΔOMP मध्ये $\sin \theta = OM/OP$ आणि

$OM = OP \sin \theta$ आणि $OM = r \cdot \sin \theta$

आघूर्णचे परिमाण (अभिमिती) = $\tau = r \cdot F \cdot \sin \theta$



आकृती 4.2: टॉर्क (आघूर्ण)



Simulation
on Rotational
Motion

सदिश आघूर्ण खलील प्रमाणे असेल,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

SI एकक पद्धती मध्ये आघूर्ण चे एकक हे न्यु-मी (N-m) आणि त्याची मिती $[ML^2T^{-2}]$ आहे.

आघूर्ण ला बल आघूर्ण असे देखील म्हणतात. आघूर्ण ची दिशा उजव्या हाताच्या नियमाने काढता येते.

नमूना 1- जर $\theta = 0^\circ$ या 180 तर, $\sin \theta = 0$

म्हणून, $\tau = 0$

ह्याचा अर्थ बलरेषा ही केंद्रामधून जात असावी.

नमूना 2 - जर $\theta = 90^\circ$ त्यामुळे, $\sin 90^\circ = 1$

म्हणून $\tau = rF$

उदाहरणे-

1. तागडी फळी (See-saw) हे आघूर्ण चे उदाहरण आहे. तागडी फळीच्या एका टोकाला एक व्यक्ति बसते आणि दुसऱ्या टोकाला दुसरी व्यक्ति बसते जी पहिल्या व्यक्ति पेक्षा वजनदार असते. वजनदार व्यक्ति जर टेकू च्या जवळ बसली ते आघूर्ण कमी होते कारण आघूर्ण भुजा हलक्या वजनाच्या व्यक्ति पेक्षा कमी होते. त्यामुळे हलका व्यक्ति वजनाने जड असलेल्या व्यक्तीला वर उचलू शकतो.
2. पाण्याच्या पंपाचे मूठ जर लंब असेल तर त्याला फिरवण्यासाठी लागणारे बल कमी लागते आणि कार्य घडून येते. कारण बलरेषा मोठी असली की आघूर्ण साठी लागणारे बल कमी होते. $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.

B कोनीय संवेग आणि त्याची उदाहरणे

कोनीय संवेग म्हणजे रेखीय संवेग आणि रेखीय संवेगाचे घूर्णन अक्षा पासूनच्या लंब अंतराचा गुणाकार. एका दृढ वस्तूच्या P बिंदु जवळ रेखीय संवेग \vec{p} लावलेले आहे आणि बिंदु p चा स्थान सदिश हा \vec{r} आहे. कणाचा बिंदु O भोवती कोनीय संवेग खालील प्रमाणे असेल,

$$L = p(OM)$$

(OM ही रेखीय संवेगाच्या बलरेषेला बिंदु O पासून काढलेला लंब आहे.)

ΔOMP मध्ये $\sin \theta = \frac{OM}{OP}$ किंवा $OM = OP \sin \theta$ किंवा $OM = r \sin \theta$

$$L = p (r \sin \theta) = mvr \sin \theta \text{ (रेखीय संवेग } p = mv)$$

सदिश कोनीय संवेग हा $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ इतका असेल.

कोनीय संवेगाची दिशा उजव्या हाताच्या नियमाने काढता येईल.

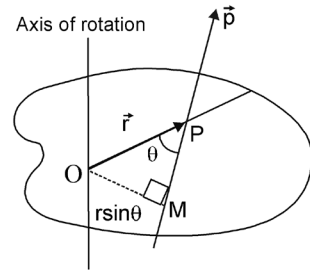
SI एकक पद्धतीत कोनीय संवेगचे एकक $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$ किंवा J-s

आणि त्याची मितीसूत्र ML^2T^{-1} हे असेल.

नमूना 1- जर $\theta = 0$ $\sin \theta = 0$ आणि $\vec{L} = 0$

नमूना 2- जर $\theta = 90^\circ$ त्यामुळे, $\sin 90^\circ = 1$,

म्हणून, $L = mvr$



आकृती 4.3: अंगूलर मोमेंट (कोनीय संवेग)

उदाहरण-

- (1) पृथ्वीच्या सूर्या भोवती फिरण्यामुळे तिला कक्षीय कोनीय संवेग मिळतो.
- (2) पृथ्वीच्या स्वतः भोवती फिरण्यामुळे तिला आभ्रम कोनीय संवेग मिळतो.
- (3) फिरणाऱ्या खुर्चीचा आभ्रम कोनीय संवेग

4.1.3 जडत्व आघूर्ण (Moment of Inertia)**(a) जडत्व आघूर्ण-**

जडत्व आघूर्ण म्हणजे कणाचे वस्तुमान आणि घूर्णन अक्षापासूनच्या अंतराचा वर्ग यांचा गुणाकार.

$$I = mr^2$$

जर वस्तू कडे n

कण असतील तर त्या वस्तूचा जडत्व आघूर्ण

खालील प्रमाणे असेल,

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

इथे, $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ हे कणाचे वस्तुमान

आणि $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ हे घूर्णन अक्षापासूनचे अंतरे आहेत..

SI पद्धती मध्ये जडत्व आघूर्णचे एकक $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ आणि त्याची मिती ML^2T^0

(b) जडत्व आघूर्णचे भौतिक महत्व- (M.I)

जडत्व आघूर्ण हा वस्तूचा असा गुणधर्म आहे की ज्यामुळे वस्तू घूर्णन गतिला विरोध करते. वस्तुमान रेखीय गतिमध्ये जे कार्य करते ते कार्य जडत्व आघूर्ण, घूर्णन गति मध्ये करते.

जडत्व आघूर्ण हे खालील गोष्टीवर अवलंबून असते-

- (1) वस्तूचे वस्तुमान
- (2) वस्तुमानाचे वितरण (कणाच्या अक्षापासूनच्या अंतरावर)

(c) आघूर्ण आणि जडत्व आघूर्ण ह्यांचा परस्पर संबंध-

वस्तू वर कार्यान्वित असणारे आघूर्ण हे $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. इतके असेल.

जर स्थान सदिश \vec{r} , \vec{F} बलाला लंब असेल तर, $\theta = 90^\circ$ किंवा $\sin 90^\circ = 1$

$$\tau = r.F \quad \dots(1)$$

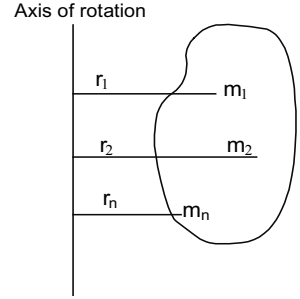
जर एखादी वस्तू घूर्णन अक्षा भोवती वर्तुळात फिरत असेल तर स्पर्शरेखी बल खालील प्रमाणे असेल,

$$F = ma = mr\alpha \quad (a = r\alpha) \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) समीकरण (1) मध्ये टाक्यात,

$$\tau = r (mr\alpha) = mr^2\alpha$$

जर वस्तूकडे n- कण असतील तर त्या वस्तूचे एकलित आघूर्ण हे सगळ्या कणांच्या आघूर्ण च्या बेरजे इतके असते.



आकृती 4.4: मोमेंट ऑफ इनरशिया (जडत्व आघूर्ण)

$$\tau_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \alpha = I \alpha \text{ इथे } I = I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \text{ हे जडत्व आघूर्ण आहे.}$$

म्हणून एकूण आघूर्ण

$$\vec{\tau}_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

(d) कोनीय संवेग आणि जडत्व आघूर्ण ह्यांचा परस्पर संबंध-

कोनीय संवेग हा $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ इतका असतो.

जर स्थान सदिश r हा रेखीय संवेगाला लंब असेल तर, $\theta = 90^\circ$ व $\sin 90^\circ = 1$, म्हणून $L = rp$

जर एखादा कण घूर्णन अक्षा भोवती वर्तुळात फिरत असेल तर कोनीय संवेग हा खालील प्रमाणे असेल.

$$L = rp = mvr = mr^2\omega \text{ (रेषिय घूर्णन } p = mv, v = r\omega)$$

जर वस्तूकडे n कण असतील तर त्या वस्तूचा पूर्ण कोनीय संवेग हा सर्व कणाच्या कोनीय संवेगाच्या बेरजे इतका असतो.

$$L_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = I \omega$$

येथे $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ हे जडत्व आघूर्ण आहे.

पूर्ण कोनीय संवेग हे $\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i$ इतके असेल.

$$L = rp = mvr = mr^2\omega$$

$$L_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = I \omega$$

4.1.4 कोनीय संवेगाची अक्षय्यता आणि त्याचे उपयोजन

(a) कोनीय संवेगाची अक्षय्यता

कोनीय संवेग हा $\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i$ इतका असतो.

वरील सूत्राचे विकलन घेऊयात वेळ 't' नुसार,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{p}_i}{dt} = \sum_i \left[\frac{d\vec{r}_i}{dt} \times \vec{p}_i + \vec{r}_i \times \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right]$$

$$= \sum_i [\vec{v}_i \times m\vec{v}_i + \vec{r}_i \times \vec{F}_i]$$

$$= \sum_i [0 + \vec{r}_i \times \vec{F}_i] = \sum_i [\vec{r}_i \times \vec{F}_i] = \vec{\tau}_{\text{net}}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_{\text{net}} \text{ हा पूर्ण आघूर्ण आहे}$$

जर $\vec{\tau}_{\text{net}} = 0$ तर, $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, असेल तर, $L = I\omega = \text{स्थिर किंवा } I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

जर वस्तू वर लागणारे आघूर्ण शून्य असेल तर त्या वस्तूचे कोनीय संवेग नेहमी स्थिर राहते ह्यालाच कोनीय संवेगाची अक्षय्यता असे म्हणतात.

(b) कोनीय संवेगाच्या अक्षय्यतेची उदाहरणे-

(1) परिवर्ती मंच (turntable) – ज्यावेळी एखादी व्यक्ति परिवर्ती मंच वर हात बाहेर पसरवून आणि हातात वजन घेऊन उभी असते आणि परिवर्ती मंच एका कोनीय वेगात फिरायला लागतो. आणि जर त्या व्यक्तीने आपले हात आतमध्ये

खेचले तर त्या व्यक्तीचा कोनीय वेग लगेच वाढतो. हे घडण्यामागचे कारण म्हणजे त्या व्यक्तीचा जडत्व आघूर्ण हात आत खेचल्यामुळे कमी होते. त्यामुळे त्याचा कोनीय वेग वाढतो आणि कोनीय संवेग नेहमी स्थिर राहते.

(2) त्याचप्रमाणे नृत्य नाट्य (ballet) नर्तक, पाणबुड्या सुद्धा कोनीय संवेग अक्षय्यतेचाच वापर करतात.

4.1.5 घूर्णन त्रिज्या K (Radius of Gyration)

वस्तूचे जडत्व आघूर्ण हे $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ इतके असते.

वस्तूचे जडत्व आघूर्ण हे $I = M \times K^2$ असेही लिहिता येते.

इथे K म्हणजे घूर्णन त्रिज्या होय.

$$MK^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

म्हणून, घूर्णन त्रिज्या ही इतकी असेल.

$$K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_i r_i^2}{M}}$$

4.1.6 समांतर आणि लंब अक्षांचे प्रमेय (फक्त विधान)

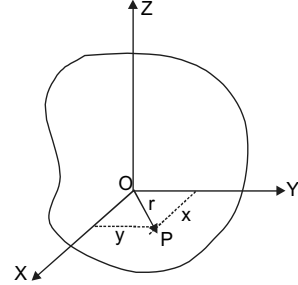
A लंब अक्षांचे प्रमेय-

हे प्रमेय असे सांगते 'सपाट वस्तूच्या प्रतलाला लंब असणाऱ्या अक्ष (I_z) भोवतीचे जडत्व आघूर्ण हे दोन परस्पर लंब असलेल्या अक्षांच्या (I_x आणि I_y) जडत्व आघूर्णांच्या बेरजे इतके असते आणि ते दोन्ही अक्ष हे वस्तूच्या प्रतलात असतात. म्हणून, $I_z = I_x + I_y$

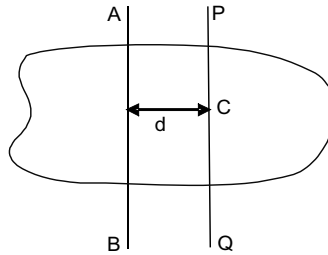
B समांतर अक्षांचे प्रमेय-

वस्तूचे कोणत्याही अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण I_{AB} हे त्या (AB) अक्षाला समांतर असणाऱ्या आणि वस्तुमान केंद्रामधून (C) जाणाऱ्या अक्षाभोवतीचे जडत्व आघूर्ण आणि वस्तूचे वस्तुमान M आणि समांतर अक्षामधील अंतराच्या (d) वर्गाचा गुणाकार ह्यांच्या बेरजे इतके असते.

$$I_{AB} = I_C + Md^2$$



आकृती 4.5: लंब अक्षांचे प्रमेय



आकृती 4.6: समांतर अक्षांचे प्रमेय

4.1.7 खालील वस्तूचे जडत्व आघूर्ण

(A) दंड

(1) दंडाच्या केंद्रातून जाणाऱ्या आणि लांबीला लंब असलेल्या अक्षाभोवतीचे जडत्व आघूर्ण

$$I = M \left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right) \quad M = \text{वस्तुमान, } l = \text{लांबी, } r = \text{त्रिज्या } r \ll l \quad I = \frac{Ml^2}{12}$$

(2) दंडाच्या एक टोकातून जाणाऱ्या आणि लांबीला लंब असलेल्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण

$$I' = \frac{Ml^2}{3}$$

(3) दंडाच्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण

$$I'' = \frac{1}{2} Mr^2$$

(B) चकती

(1) केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला लंब असलेल्या अक्षाभोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= \frac{1}{2} Mr^2$

(2) केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला समांतर असलेल्या अक्षाभोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= \frac{1}{4} Mr^2$

(3) प्रतलाला लंब असलेल्या स्पर्शिकाभोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= \frac{1}{2} Mr^2 + Mr^2 = \frac{3}{2} Mr^2$

(4) प्रतलात असलेल्या स्पर्शिकाभोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= \frac{1}{4} Mr^2 + Mr^2 = \frac{5}{4} Mr^2$

(C) कडे (ring)

(1) केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला लंब असलेल्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = Mr^2$

(2) केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला समांतर असलेल्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{1}{2} Mr^2$

(3) प्रतलाला लंब असलेल्या स्पर्शिका भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= \frac{1}{2} Mr^2 + Mr^2 = \frac{3}{2} Mr^2$

(4) प्रतलात असलेल्या स्पर्शिका भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = Mr^2 + Mr^2 = 2Mr^2$

(D) भरीव गोल

(1) केंद्रातून जाणाऱ्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{2}{5} Mr^2$

(2) स्पर्शिका भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= \frac{2}{5} Mr^2 + Mr^2 = \frac{7}{5} Mr^2$

(E) पोकळ गोल

केंद्रातून जाणाऱ्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण (I)

$$I = \frac{2}{5} M \left(\frac{r_2^5 - r_1^5}{r_2^3 - r_1^3} \right) \quad M = \text{वस्तुमान, } r_2 = \text{बाहेरील त्रिज्या, } r_1 = \text{आतील त्रिज्या}$$

(F) गोलीय कवच-

केंद्रातून जाणाऱ्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{2}{3} Mr^2$

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

1. हात गिरणीला एक दांडा असतो त्यामुळे आघूर्ण भुज वाढते. त्यामुळे आघूर्ण वाढते आणि दाणे पिसून निघायला मदत होते.
2. ग्रहांचे कोनीय संवेग देखील स्थिर असतात ज्यावेळी ते सूर्या भोवती फिरतात.
3. बर्फातील स्केटर सुद्धा आपली जडत्व आघूर्ण बदलण्यासाठी कोनीय संवेग अक्षय्यतेचा वापर करतात.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण/ पोषण क्षमता / सामाजिक / नैतिक समस्या)

ज्यावेळी मांजर उंच ठिकाणावरून जमिनीवर पडते त्यावेळी ति तिचे शरीर पसरवते. त्यामुळे तिचा जडत्व आघूर्ण जास्त होतो आणि कुठलेही बाह्य आघूर्ण तिच्यावर कार्यान्वित होत नाही. म्हणून, पूर्ण कोनीय संवेग अक्षय्य राहते कारण ती कोनीय संवेग अक्षय्यतेचे तत्व वापरते.

$$L = I\omega = \text{स्थिरांक (कारण } \tau = 0) \text{ } I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \text{ } I_1 < I_2 \text{ } \omega_1 > \omega_2$$

मांजर तिचे शरीर पसरवते त्यामुळे तिचा जडत्व आघूर्ण जास्त होतो आणि कोनीय वेग कमी होतो. त्यामुळे, मांजर जमिनीवर सुरक्षित उभी राहते (इजा न होता).

जिज्ञासा आणि कुतूहल तयार करा

1. घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने किंवा विरुद्ध दिशेने फिरणाऱ्या वस्तूच्या अभिकेंद्री बलाची दिशा सांगा.
2. शून्य आघूर्ण असताना पण वस्तू परिभ्रमण करू शकते. हे उदाहरण देऊन सांगा.
3. वेगवेगळ्या पदार्थ पासून बनलेली चकती आणि कडी की ज्यांचे वस्तुमान आणि त्रिज्या समान आहेत असे माना, आणि कडीचे जडत्व आघूर्ण चकती पेक्षा जास्त असते हे समजावून सांगा.

सोडवलेली उदाहरणे

उदा. 1: एक 200 g वस्तुमान असलेली आणि 20 cm त्रिज्या असलेली एकसंध कडे व्यासाभोवती 10 rad/s इतक्या कोनीय वेगात फिरत आहे. काढा 1) कड्याचे जडत्व आघूर्ण 2) दिलेल्या अक्षा भोवतीचे कोनीय संवेग

उत्तर: (1) कड्याचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 4 \times 10^{-3} \text{ Kgm}^2$

(2) कोनीय संवेग $L = I \omega = 4 \times 10^{-3} \times 10 = 4 \times 10^{-2} \text{ Js}$

उदा. 2: R त्रिज्या असलेल्या एकसंध गोलाची घूर्णन त्रिज्या त्याच्या स्पर्शिके भोवती काढा.

उत्तर: एकसंध गोलाचे व्यासा भोवती जडत्व आघूर्ण $I_{\text{dia}} = \frac{2}{3} MR^2$

म्हणून, एकसंध गोलाचे स्पर्शिके भोवती जडत्व आघूर्ण $I = I_{\text{dia}} + MR^2$

$$I = \frac{2}{3} MR^2 + MR^2 = \frac{5}{3} MR^2$$

जर K ही घूर्णन त्रिज्या असेल तर, $MK^2 = \frac{5}{3} MR^2$ या $K = R \sqrt{\frac{5}{3}}$

उदा. 3: $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ एवढे बल एका कणावर कार्यान्वित होत आहे ज्याचे निर्देशक (1, 1, 0) आहेत. तर त्या बलाचे आघूर्ण काढा.

उत्तर- आघूर्ण $= \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

कणाची स्थान सदिश $\vec{r} = \vec{i} + \vec{j} + 0\vec{k} = \vec{i} \times \vec{j}$

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= (\vec{i} + \vec{j}) \times (2\vec{i} + 3\vec{j}) = 2(\vec{i} \times \vec{i}) + 3(\vec{i} \times \vec{j}) + 2(\vec{j} \times \vec{i}) + 3(\vec{j} \times \vec{j}) \\ &= 3\vec{k} - \vec{k} = 2\vec{k} \text{ Nm}\end{aligned}$$

उदा. 4: चकतीचे जडत्व आघूर्ण काढा. (1) तिच्या व्यासाभोवती (2) प्रतलाला लंब असलेली स्पर्शकिंभोवती.

उत्तर: $I_z = I_x + I_y = 2I_x = 2I_y$ or $I_x = I_y = \frac{1}{2} I_z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 \right) = \frac{1}{4} MR^2$ (लंब अक्षाचे प्रमेय)

चकतीचे प्रतलाला लंब असलेली स्पर्शकिंभोवती जडत्व आघूर्ण- $I_t = \frac{1}{2} MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2} MR^2$

युनिटचा सारांश

1. ज्यावेळी वस्तूच्या सर्व कणांचा वेग हा दर वेळी समान असतो त्यावेळी त्या वस्तूची गति ही स्थानांतरण गति असते आणि जर वस्तु अक्षा भोवती फिरत असेल तर त्या गतिला घूर्णन गति असे म्हणतात.
2. बल आघूर्ण म्हणजेच आघूर्ण ($\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$) आणि रेखीय संवेग आघूर्ण ला कोनीय संवेग म्हणतात.
3. जर वस्तू वर लागणारे आघूर्ण शून्य असेल तर त्या वस्तूचे कोनीय संवेग नेहमी स्थिर राहते ह्यालाच कोनीय संवेगाची अक्षय्यता तत्व असे म्हणतात. $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$
4. वस्तुमान आणि घूर्णन अक्षा पासूनच्या अंतराच्या गुणाकाराला जडत्व आघूर्ण म्हणतात.
5. $I_z = I_x + I_y$ ला लंब अक्षाचे प्रमेय म्हणतात आणि $I_{AB} = I_C + Md^2$ ला समांतर अक्षाचे प्रमेय म्हणतात.
6. जडत्व आघूर्ण हे वस्तूचे वस्तुमान आणि वस्तुमानाचे वितरण (कणाच्या अक्षापासूनच्या अंतरावर) अवलंबून असते आणि घूर्णन

त्रिज्या $K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_i r_i^2}{M}}$ असते.

7. चकतीच्या केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला लंब असलेल्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{1}{2} Mr^2$

कड्याच्या केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला लंब असलेल्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{1}{12} Mr^2$ भरीव गोलाच्या केंद्रातून जाणाऱ्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $= I = \frac{2}{5} Mr^2$

स्वाध्याय

A. वस्तुनिष्ठ प्रश्न

- 4.1 तीन समान लांबी L आणि समान वस्तुमान M असलेल्या दांडे X, Y आणि Z अक्षावर अश्या पद्धतीत ठेवलेले आहेत की दांड्याचे एक टोक केंद्रावर आहे. ह्या पद्धतीचे जडत्व आघूर्ण X अक्षा भोवती..... असेल. [LOD2]

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (a) $\frac{1}{3} ML^2$ | (b) $\frac{2}{3} ML^2$ |
| (c) $\frac{1}{6} ML^2$ | (d) ML^2 |

- 4.2 एका कड्याची लिज्या 5 cm आणि वस्तुमान 20 gm आहे. तर त्या कड्याचे जडत्व घूर्णन त्याच्या व्यासाभोवती इतके असेल. (10^{-5} kgm^2 च्या पटीत) [LOD1]
- (a) 5.0 (b) 2.5
(c) 25 (d) 4.0
- 4.3 2 m परिमाण असलेल्या स्थान सदिशाला 10N बल लंब दिशेत लावलेले आहे. त्या वस्तूचे आघूर्ण हे (Nm) इतके असेल. [LOD1]
- (a) 10 (b) 5
(c) 20 (d) 40
- 4.4 एक व्यक्ति हात आतमध्ये खेचून एका टेबल वर स्थिर बसलेली आहे. जर त्या व्यक्तीने त्याचे हात बाहेर पसरवले तर त्याची कोनीय गती घूर्णन अक्षा भोवती .. असेल. [LOD2]
- (a) वाढलेली (b) निम्मी
(c) स्थिर (d) कमी झालेली
- 4.5 एक चकतिचे जडत्व आघूर्ण तिच्या अक्षा भोवती 0.02 kg m^2 आहे आणि कोनीय त्वरण हे 20 rad/s^2 आहे. तर त्या चकतिचे आघूर्ण (Nm) इतके असेल. [LOD1]
- (a) 0.2 (b) 4
(c) 2 (d) 0.4
- 4.6 एकसंध चकती चे प्रतलातील स्पर्शिके भोवतीचे जडत्व आघूर्ण .. असेल. [LOD2]
- (a) $\frac{5}{4} MR^2$ (b) $\frac{1}{4} MR^2$
(c) $\frac{3}{2} MR^2$ (d) $\frac{1}{2} MR^2$
- 4.7 एका कड्याचे प्रतलाला लंब असलेल्या स्पर्शिके भोवतीचे जडत्व आघूर्ण .. असेल. [LOD2]
- (a) $\frac{1}{2} MR^2$ (b) $\frac{1}{4} MR^2$
(c) $2 MR^2$ (d) $\frac{3}{2} MR^2$
- 4.8 भरीव गोलाच्या स्पर्शिके भोवतीचे जडत्व आघूर्ण.. असेल. [LOD2]
- (a) $\frac{7}{5} MR^2$ (b) $\frac{2}{5} MR^2$
(c) $\frac{1}{5} MR^2$ (d) $\frac{3}{5} MR^2$
- 4.9 घूर्णन लिज्या .. वर अवलंबून असते. [LOD1]
- (a) वस्तुमान (b) अक्षाचे स्थान
(c) आकारमान (d) आघूर्ण

4.10 घूर्णन गति मधील वस्तूचे जडत्व आघूर्ण.. वर अवलंबून असते. [LOD1]

- (a) फक्त वस्तूच्या वास्तुमानावर (b) फक्त वस्तुमानाच्या विखुरण्यावर
(c) फक्त घूर्णन अक्षाच्या स्थानावर (d) b आणि c दोन्ही

4.11 चुक/बरोबर [LOD1]

1. घूर्णन लिज्ये चे एकक हे लांबी असते.
2. पोकळ गोळ्याचे त्याच्या व्यासाभोवती जडत्व आघूर्ण हे $2/5MR^2$ इतके असेल.
3. जडत्व आघूर्ण ही सदिश राशी आहे.

वस्तुनिष्ठ प्रश्नांची उत्तरे

Q.N.	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10	4.11 (1)	4.11 (2)	4.11 (3)
Option	b	b	c	d	d	a	c	a	b	d	T	F	F

$$4.1 \ I_x = 0, I_y = \frac{1}{3} ML^2, I_z = \frac{1}{3} ML^2, \text{ कुल } I = 0 + \frac{1}{3} ML^2 + \frac{1}{3} ML^2 = \frac{2}{3} ML^2$$

B. वर्णनात्मक प्रश्न-

4.1 (a) कोनीय संवेगाची अक्षय्यता तत्व सांगा. [LOD1]

- (b) लंब अक्षाचे आणि समांतर अक्षाचे प्रमेय सांगा.
(c) घूर्णन लिज्या व्याख्या लिहा.

4.2 एक कण ज्याचे वस्तुमान 3 kg आहे तो कण $(3\vec{i} + 4\vec{j})$ m/s वेगात जात आहे. त्याचे कोनीय संवेग काढा ज्यावेळी त्याचे निर्देशक (2, 2, 0) आहेत. [LOD2]

4.3 एक 4 kg वस्तुमान 1.0 m लिज्या असलेल्या वर्तुळात 40 rad/s ह्या कोनीय गती मध्ये फिरत आहे. जर मार्गाची लिज्या 2.0 m असेल तर कोनीय संवेग काढा. [LOD2]

4.4 एक फिरणाऱ्या वस्तूचा कोनीय संवेग 30 Js आहे आणि वारंवारता 30 rev/s आहे. त्याची जडत्व आघूर्ण काढा. [LOD3]

4.5 40 gm वस्तुमान आणि 20 cm लिज्या असलेली एक कडे आहे. त्या कड्याचे जडत्व आघूर्ण 1) केंद्रातून जाणारा आणि प्रतलाला लंब असलेल्या अक्षा भोवती 2) प्रतलाला लंब असलेल्या स्पर्शिके भोवती काढा. [LOD2]

4.6 200N-m चे एक बाह्य आघूर्ण एक चाकावरती लावलेले आहे. त्या चाकाचे जडत्व आघूर्ण हे 25kgm^2 आहे. काढा 1) कोनीय त्वरण 2) कोनीय वेग स्थिरतेपासून 3s नंतर. [LOD2]

4.7 एका वस्तूचे जडत्व आघूर्ण हे 2kgm^2 आहे. तर 5rads^{-2} कोनीय त्वरण निर्माण करणारे आघूर्ण काढा. [LOD1]

4.8 चकतीच्या केंद्रातून जाणाऱ्या आणि प्रतलाला लंब असलेल्या अक्षा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण $\frac{1}{2} Mr^2$ आहे. तर तिच्या व्यासा भोवतीचे जडत्व आघूर्ण काढा. [LOD2]

वर्णनात्मक प्रश्नांची उत्तरे

$$4.1 \ I_x = 0, I_y = \frac{1}{3} ML^2, I_z = \frac{1}{3} ML^2 \text{ अतः } I = 0 + \frac{1}{3} ML^2 + \frac{1}{3} ML^2 = \frac{2}{3} ML^2$$

$$4.2 \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v}) = 3(2\vec{i} + 2\vec{j}) \times (3\vec{i} + 4\vec{j}) = 6\vec{k} \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$4.3 I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2 \text{ या } I_1 = mr_1^2, I_2 = mr_2^2, \omega_2 = 10 \text{ rad/s}$$

$$4.4 L = I\omega = I_2 \pi n \text{ या } I = 0.16 \text{ kgm}^2$$

$$4.5 I = MR^2 = 1.6 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2 \text{ या } I = MR^2 + MR^2 = 3.2 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

$$4.6 \tau = I\alpha, \alpha = 8 \text{ rad/s}^2 \text{ और } \omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 8 \times 3 = 24 \text{ rad/s}$$

$$4.7 \tau = I\alpha = 2 \times 5 = 10 \text{ Nm}$$

$$4.8 I_z = I_x + I_y = 2I_x = 2I_y \text{ किंवा } I_{\text{dia}} = I_x = I_y = \frac{1}{2} I_z = \frac{1}{4} MR^2$$

प्रात्यक्षिक

1. फ्लायव्हीलचा जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) काढणे.

प्रात्यक्षिकाचा फायदा

हा प्रयोग रोटेशनल डायनॅमिक्सच्या संकल्पना सादर करेल. फ्लायव्हीलच्या गतीचे वास्तववादी विश्लेषण या प्रयोगात करता येईल. परंतु हे गृहीत धरेल की फिरत्या फ्लायव्हीलवरील एकूण घर्षणात्मक टॉर्क स्थिर राहतो. रोटेशनल डायनॅमिक्स चा वापर करा आणि मोजमाप त्रुटी निश्चित करा.

संबंधित सिद्धांत (Relative Theory)

जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) : ही वस्तूची अशी स्थिति आहे ज्यामुळे वस्तु तिच्या विश्रांती किंवा एकसमान रोटेशनल मोशनच्या स्थितीत बदल करण्यास विरोध करते. परिवलनाच्या अक्षाबरोबर, वस्तूचे वस्तुमान आणि वस्तुमानाच्या वितरणावर जडत्वाचा नियम अवलंबून असतो.

समजा n_1 इतक्या तारा एक्क्सल (axel) भोवती गुंडाळलेल्या आहेत आणि 'r' ही एक्क्सल (axel) ची त्रिज्या आहे.

समजा 'm' हे तारेच्या मोकळ्या टोकाला बांधलेले वस्तुमान आहे आणि हे वस्तुमान एक्क्सल (axel) पासून सोडलेल्या 'h' एतक्या उंचीवर आहे. ऊर्जा, संभाव्य ऊर्जेच्या संवर्धनाच्या तत्वाने $= mgh$ वस्तुमान 'm' खालील प्रमाणे तीन स्वरूपात रूपांतरित केले जाते, वस्तुमानाची गतिज ऊर्जा 'm' = वस्तुमानाची स्थितीज ऊर्जा 'm' + चक्राची रोटेशनल स्थितीज ऊर्जा + घर्षणशक्तीविरुद्ध केलेले काम.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + n_1 W_f \quad \dots(1)$$

एथे I जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) आणि W_f एक्क्सल (axel) च्या घर्षण शक्ती विरुद्ध केलेले काम ($v = r\omega$), व्हीलची रोटेशनल गतीज ऊर्जा हे काम करण्यासाठी समान आहे जे n_2 रोटेशननंतर विश्रांती घेण्यापूर्वी घर्षणाविरुद्ध चाकाद्वारे केले जाते, चक्राची रोटेशनल स्थितीज ऊर्जा ही चक्राने n_2 इतके रोटेशन घेण्यापूर्वी घर्षणाविरुद्ध केलेले काम,

म्हणून, $\frac{1}{2}I\omega^2 = n_2 W_f$ किंवा $W_f = \frac{I\omega^2}{2n_2}$ आणि v समीकरण (1) मध्ये टाकू,

$$mgh = \frac{m\omega^2}{2r^2} + \frac{1}{2}I\omega^2 + n_1 \frac{I\omega^2}{2n_2}$$

किंवा $I = \frac{\left(2mgh - \frac{m\omega^2}{r^2}\right)n_2}{\omega^2(n_1 + n_2)}$, पण $\frac{m\omega^2}{r^2}$ हे कमी गणने मुळे उपेक्षणीय (negligible) आहे.

म्हणून फ्लायव्हीलचा जडत्व आघूर्ण (moment of inertia)

$$I = \frac{2mghn_2}{\omega^2(n_1 + n_2)} \quad \dots(2)$$

जर n_2 एवढ्या रोटेशनसाठी फ्लायव्हील t इतका वेळ घेत असेल, तर चाकाचा सरासरी कोनीय वेग असा दिला जातो

$$\omega_{\text{avg}} = \frac{\omega + 0}{2} = \frac{\omega}{2},$$

जर वस्तुमान 'm' जमिनीवर असेल तर चाकाचा सुरुवातीचा कोनीय वेग ω असेल आणि चक्राची गती थांबल्यावर, त्याचा वेग शून्य असेल.

$$\omega_{\text{avg}} = \frac{\omega}{2} = \frac{2\pi n_2}{t},$$

$$\text{म्हणून } \frac{\omega}{2} = \frac{2\pi n_2}{t} \text{ किंवा } \omega = \frac{4\pi n_2}{t}$$

$$W \text{ ची किंमत समीकरण (2) मध्ये टाकू, } I = \frac{mght^2}{8\pi^2 n_2(n_1 + n_2)} \quad \dots(3)$$

येथे उंची 'h' ज्याद्वारे वस्तुमान तारेपासून वेगळे होऊन खाली पडते

$h = \text{एक्क्सल (axel) चा घेर} \times \text{एक्क्सल (axel) भोवती गुंडाळलेल्या तारेची संख्या} = (2\pi r) n_1$

समीकरण (3) मध्ये टाकू,

$$\text{फ्लायव्हीलचे जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) } I = \frac{mgrn_1 t^2}{\theta \pi n_2(n_1 + n_2)}$$

एथे $m = \text{तारेच्या दुसऱ्या टोकाला अडकवलेले वस्तुमान}$, $r = \text{एक्क्सल (axel) ची त्रिज्या}$,

$n_1 = \text{एक्क्सल (axel) भोवती गुंडाळलेल्या तारेची संख्या}$, $n_2 = \text{फ्लायव्हील थांबण्यापूर्वी फ्लायव्हील भोवती गुंडाळलेल्या तारेची संख्या}$, $t = \text{स्टॉपवाचने मोजलेली वेळ आणि } n_2 \text{ ही गणना, तार वेगळी होऊन फ्लायव्हीलचे रोटेशन बंद होईपर्यंत दोन्ही सुरू ठेवले जातात}$

प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

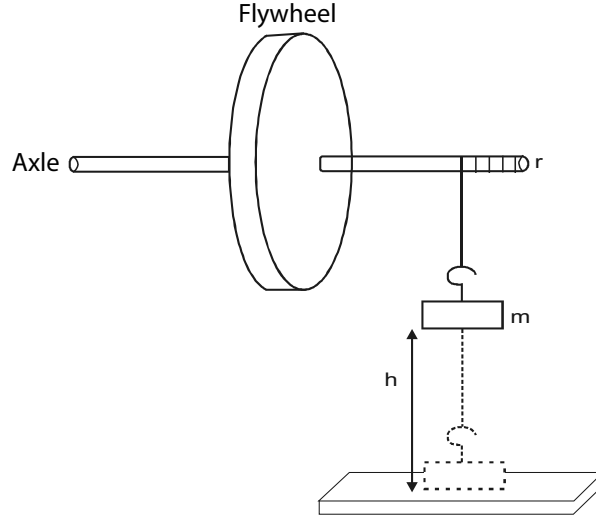
PrO1: विद्यार्थ्यांना जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) ची संकल्पना समजू शकेल

PrO2: फ्लायव्हीलचा जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) काढणे.

PrO3: फ्लायव्हीलच्या जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) ची तुलना त्याच्या सैद्धांतिक

मूल्याशी करणे.

प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रिखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)



आकृती 4.7: फ्लायव्हील

अपेक्षित स्लोट

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्लोट यंत्रे/हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्लोट यंत्रे/हत्यारे / उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	विस्तृत माहिती	
1	फ्लायव्हीलचे साहित्य	1			
2	वेगवेगळ्या कप्प्यात अडकवलेले वस्तुमान	1			
3	स्टॉपवाच	1			
4	धागे	1			
5	व्हर्निअर कॅलिपर	1			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी

1. एक्सल (axle) भोवती गुंडाळलेल्या दोरीच्या वळणांमध्ये अतिव्यापी किंवा जास्त अंतर असू नये.
2. एक्सल (axle) च्या व्यासाच्या तुलनेत दोरी किंवा धागा पातळ असावा.
3. फ्लायव्हीलवर जो माणूसकाम करत आहे त्याला वाचन घेताना कोणचाही धक्का लागू नये. याची काळजी घेतली पाहिजे.
4. वस्तुमान सोडताना उपकरणाच्या अगदी खाली उभे राहू नका.
5. वेळेच्या मोजमापात लुटी टाळण्यासाठी स्टॉपवाच काळजीपूर्वक हाताळणे आवश्यक आहे.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती

1. फ्लायव्हीलमध्ये सर्वात कमी घर्षण असले पाहिजे.
2. n_1 म्हणजे एक्सल (axel) वर गुंडाळलेल्या तारेच्या वळणांची संख्या आणि तारेच्या दुसऱ्या टोकाला जोडल्याला वस्तुमानाचे n_1 8 = 9, आणि 10 यासाठी वाचन घ्या.
3. दोरी किंवा धागा एक्सल (axel) वर समान किंवा एकसारखा गुंडाळा.
4. फ्लायव्हीलच्या परिघावर मार्क करा जेणेकरून चक्राच्या रोटेशनची संख्या मोजणे उपयुक्त ठरेल आणि शेवटच्या अपूर्ण परिवलनामध्ये परिघाच्या लांबीचा काही भाग मोजला जाऊ शकेल.
5. अॅक्सलला गुंडाळलेली जाड तार फ्लायव्हीलपासून अलग केल्यानंतर स्टॉपवॉच चालू करा आणि फ्लायव्हील फिरायचा बंद झाल्यावर बंद करा अशा प्रकारे स्टॉपवॉच मधून वेळ मोजला जातो.
6. वरील प्रमाणे फ्लायव्हीलचे रोटेशन n_2 ची संख्या वेळ t सह एकाच वेळी मोजली पाहिजे आणि शेवटचे अपूर्ण परिवलन x/y ने मोजले जाते जेथे x म्हणजे शेवटच्या अपूर्ण परिवलनात कव्हर केलेल्या चाकाच्या परिघाच्या भागाची लांबी आणि y हा चाकाचा परिघ आहे. लांबी x आणि y दोन्ही धाग्याच्या आणि मीटर स्केलच्या मदतीने मोजले जातात (दिलेल्या लिंक ने चित्रफीत बघा)
7. एक्सल (axel) ची लिज्या व्हर्निअर कॅलिपरद्वारे मोजली जाते, जेव्हा लिज्या $r =$ (सरासरी व्यास) आणि व्यासाचे वाचन मुख्य प्रमाण वाचनाच्या बेरजेइतकेच (MSR) आणि व्हर्निअरची कमीत कमी मोजणी (L.C.) आणि जुळणारी रेषा यांच्या गुणाकारा इतके असते.
8. स्ट्रिंगच्या दुसऱ्या टोकाशी जोडलेल्या वस्तुमानासाठी स्लॉट केलेले वजन हँगर्सह वापरले जाते.

निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षण तक्ता: एक्सल (axe) च्या व्यासासाठी

अ. क्र.	मुख्य पट्टीवरील वाचन (MSR)	वर्निअर ची जुळणारी रेषा (VSD)	व्यास = $MSR + n \times L.C.$
1. ते 3.			

जडत्व आघूर्ण (Moment of Inertia) चा तक्ता (1)

अ. क्र.	अडकवलेले वस्तुमान	एक्सल (axel) वर गुंडाळलेले तारेची संख्या	चक्राने पूर्ण केलेले रोटेशन n_2				n_2 सरासरी	(s) वेळ	(s) सरासरी वेळ	$I = \frac{mgrn_1 t^2}{4\pi n_2 (n_1 + n_2)}$
			पूर्ण रोटेशन ची संख्या (a)	टोकापासून मारलेले खडूचे अंतर x	$b = x/y$ अंशतः असलेले फेरे होलुशन	$n_2 = (a + b)$				
1.		(i) 8								
		(ii) 9								

		(iii) 10								
2.		(i) 8								
		(ii) 9								
		(iii) 10								

आकडेमोड

एक्क्सल (axel) सरासरी व्यास = cm

एक्क्सल (axel) सुधारित व्यास d = सरासरी व्यास - (\pm व्हर्निअर कॅलिपरची शून्य त्रुटी)

एक्क्सल (axel) ची सुधारित त्रिज्या $r = d/2 = \dots\dots$ cm

फ्लायव्हीलचे जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) पुढील समिकरणानी काढतात $I = \frac{mgrn_1 t^2}{4\pi n_2 (n_1 + n_2)}$

फ्लायव्हीलचे सरासरी जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) = kgm^2

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता

फ्लायव्हीलचे जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) = _____ kgm^2

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न

- जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) ची व्याख्या लिहा.
- कोनीय वेग परिभाषित करा आणि वारंवारतेशी त्याचा संबंध सांगा.
- फ्लायव्हीलचे दैनंदिन जीवनातील उपयोग सांगा.
- वेगवेगळ्या स्वरूपात फॉलिंग वस्तुमानामुळे गमावलेल्या संभाव्य ऊर्जेचे रूपांतर स्पष्ट करा.
- मशीनमध्ये फ्लायव्हीलची कार्ये स्पष्ट करा.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

दिलेल्या प्रक्रियेसंदर्भात सूचकांनी मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून काम केले पाहिजे

परफॉर्मंस इंडिकेटर		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित : गुण * (%)		60%	
1.	साहित्याची मांडणी व्यवस्थित करताना आवश्यक दोऱ्यांचे फेरे आणि स्लॉटचे वजन घेणे	15%	



परफॉर्मेंस इंडिकेटर		गुणांक	मिळालेले गुण
2.	फ्लायव्हीलचे फेरे योग्यप्रकारे मोजणे	15%	
3.	स्टॉप-वॉचचा वापर करून वेळेचे अचूक मापन करणे	15%	
4.	आकडेमोड करणे व अनुमान काढणे	15%	
उत्तरा संबंधित: गुण * (....%) 40%			
5.	बुटीचा अंदाज	10%	
6.	उत्तर आणि त्यावरून केलेली सिद्धता	10%	
7.	अनुमान आणि निष्कर्षाचा अर्थ लावणे.	10%	
8.	दैनंदिन व्यावहारिक प्रश्न किंवा तोंडी प्रश्नांची उत्तरे देण्याची तयारी	10%	
एकूण		100%	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थीचे नाव		मिळालेले गुण	शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण	

अवांतर माहिती

$$\text{परिभ्रमी गतीज ऊर्जा K.E.} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

आपणास माहिती आहे

$$\text{K.E.} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m (\omega r)^2 = \frac{1}{2} mr^2\omega^2 = \frac{1}{2} I\omega^2 \quad (v = r\omega). \text{ घूर्णन गति मधील कार्य}$$

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{ma} \cdot \mathbf{s} = m (\mathbf{ar}) \cdot (r\theta) = mr^2 a \cdot \theta = I a \cdot \theta = \tau \cdot \theta \quad (\mathbf{a} = \mathbf{ar}), (\mathbf{s} = r\theta), (I = mr^2), (I = mr^2)$$

शक्ती = कार्य/काळ = $\tau \cdot \theta / t = \tau \cdot \omega$ (ठळक अक्षरे ही सदिश राशी आहेत आणि चिन्हाला नेहमीचे महत्व आहे.)

नाविण्यपूर्ण योजना प्रात्यक्षिक/प्रकल्प/कृती

1. दांड्याचे जडत्व आघूर्ण काढणे.
2. कड्याचे जडत्व आघूर्ण काढणे.

संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव

संदर्भ

1. H. C. Verma, Concepts of Physics Vol. I & II, Bharti Bhawan Ltd. New Delhi, 2017.
2. J. Walker, Principles of Physics, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
3. M. E. Browne, Schaum's Outline of Physics For Engineering And Science, 4th Edition, McGraw-Hill, 2019.
4. E. Hecht, Schaum's Outline of College Physics, 12th Edition, McGraw-Hill, 2017.
5. A. Halpern, Schaum's 3,000 Solved Problems In Physics, McGraw-Hill, 2011.
6. A. Beiser, Schaum's Outline Of Applied Physics, 4th Edition, Mc-Graw-Hill, 2009.
7. G. Mase, Schaum's Outline Of Continuum Mechanics, McGraw-Hill, 1969.
8. M. R. Spiegel, S. Lipschutz, Schaum's Outline Of Vector Analysis, 2^{ed}, McGraw-Hill, 2009.
9. PhET Interactive Simulations, University of Colorado Boulder, <https://phet.colorado.edu>
10. OLabs, Developed by Amrita Vishwa Vidyapeetham & CDAC Mumbai and funded by MeitY (Ministry of Electronics & Information Technology, India), <http://www.olabs.edu.in/>
11. Swayam Prabha, INFLIBNET, India, <https://www.swayamprabha.gov.in/index.php/>
12. <https://www.khanacademy.org/>

प्रॅक्टिकलसाठी सुचवलेले शिक्षण संसाधने

1. C. L. Arora, B.Sc. Practical Physics, S. Chand Limited, 2001.
2. G. L. Squires, Practical Physics, Cambridge University Press, 2001.
3. <https://ophysics.com/r4.html>

5

पदार्थांचे गुणधर्म

युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट मूलभूत भौतिकशास्त्राच्या खालील पैलूंवर केंद्रित आहे:

- घन, लवचिकता, ताण आणि ताण, लवचिकतेचे मॉड्युली, हुकचे नियम, ताण-ताण वक्र यांचे महत्त्व घन पदार्थांतील लवचिकतेची संकल्पना, स्ट्रेस आणि स्ट्रेन, लवचिकतेचे मोड्युली, हूकचा नियम, स्ट्रेस आणि स्ट्रेन आलेखाचे महत्त्व.
- दाबाची संकल्पना, वातावरणाचा दाब, गेज दाब, परिपूर्ण दाब, फोर्टिन बॅरोमीटर आणि त्याचे उपयोग.
- पृष्ठभागावरील ताण आणि त्याचे उपयोग, कोहेसिव आणि अडेसिव बल, संपर्काचा कोन, आरोहण सूत्र, तापमान आणि अशुद्धता यांचा पृष्ठभागावरील तणावावर होणार परिणाम.
- हायड्रॉलिकसमध्ये व्हिस्कोसिटी आणि त्याचे उपयोग, व्हिस्कोसिटीचे गुणांक, टर्मिनल वेग, स्टोक्सचा नियम आणि व्हिस्कोसिटीवर तापमानाचा प्रभाव.
- हायड्रोडायनामिक्स, फ्लुइड मोशन, स्ट्रीमलाइन आणि अशांत प्रवाह, रेनॉल्ड्स सातत्य क्रमांकाचे समीकरण, बर्नौलीचे प्रमेय आणि त्याचे उपयोग यांच्या संकल्पना.

तर्कसंगत

प्रतिबल, विकृती आणि स्थितिस्थापकता मापांक वर्गीकरण, समकणाकर्षण (cohesive) आणि विषमकणाकर्षण (adhesive) बलांचे पृष्ठ ताण मधील महत्त्व सांगितले आहे. पृष्ठताणाचे उपयोग आणि तापमानाचे परिणाम दिलेले आहेत. स्टोक्सचा, व्हिस्कोसिटीचा नियम आणि अंतिम वेग काढण्यासाठी त्याचा वापर सांगितला आहे. व्हिस्कोसिटी वर तापमानाचे परिणाम आणि हायड्रोलिक पद्धती मधील उपयोग दिलेले आहेत. द्रायू गतिचे प्रकार, बर्नौलीचा सिद्धांत, रेनॉल्ड नंबर, सातत्य समीकरण सुद्धा दिले आहे.

पूर्व-आवश्यकता

भौतिकशास्त्र – बल, गती आणि कार्य यांचे मूलभूत ज्ञान

गणित – मूलभूत बीजगणित

इतर – मूलभूत संगणक ज्ञान

पाठाची फलनिष्पत्ती

U5-O1: प्रतिबलाचे, विकृतीचे आणि स्थितिस्थापकता मापांकाचे प्रकार सांगणे आणि हूकचा नियम. प्रतिबल- विकृती आलेखाचे महत्त्व सांगणे.

U5-O2: वातावरणीय दाब, प्रमापी दाब आणि निरपेक्ष दाब यातील संबंध सांगणे, आणि फोर्टनचा हवादाब मापीचा वापर करून वातावरणीय दाब काढणे.

U5-O3: कोहेसिव आणि अधेसिव बल मधील फरक सांगणे. अभियांत्रिकी समस्या मध्ये पृष्ठ ताण वापरणे आणि तापमान आणि अशुद्धी चे पृष्ठ ताण वरील परिणाम सांगणे.

U5-O4: स्टोकचा नियम सांगणे आणि हायड्रोलिक पद्धती मध्ये अंतिम वेग काढणे. तापमानाचा विस्कोसिटी वरील परिणाम शोधणे.

U5-O5: सुवाही आणि विप्रक्षुब्ध प्रवाह मधील फरक सांगणे. रेनोल्डचा नंबर समजावून सांगणे आणि बर्नालीचा सिद्धांत सांगणे आणि रोजच्या जीवनात त्याचा वापर करणे.

पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्ती व पाठाची फलनिष्पत्ती यांचे समन्वय विश्लेषण:

पाठ-5 फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1 - कमी सहसंबंध, 2 -मध्यम सहसंबंध, 3-उत्तम सहसंबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U5-O1	2	2	-	1	2	1
U5-O2	2	1	-	-	2	1
U5-O3	1	2	1	-	1	1
U5-O4	2	2	-	-	1	1
U5-O5	1	2	1	-	1	2

5.1 स्थितिस्थापकता (Elasticity)

मनोरंजक तथ्य

वस्तूचा असा गुणधर्म की ज्यामुळे वस्तुवरील बाह्य बल काढून घेतले असता वस्तु तिच्या मुळ रूपात परत येते त्या गुणधर्माला स्थितिस्थापकता असे म्हणतात आणि वस्तूला स्थितिस्थापक वस्तु असे म्हणतात. जर बाह्य बल काढून घेतल्यावर वस्तु पूर्वपदावर येत नसेल तर त्या वस्तूला आकार्य पदार्थ असे म्हणतात. **विरूपी बल- (Deforming force)** - ज्या बाह्य बलामुळे वस्तूचे आकारमाण किंवा लांबी-रुंदी सारख्या गोष्टी मध्ये बदल घडतात त्या बलाला विरूपी बल म्हणतात. दोन रेणु मध्ये आंतररेणू बल कार्य करत असते आणि ज्यावेळेस वस्तुवर बाह्य बल लावले जाते त्यामुळे ह्या आंतररेणु बलामध्ये बदल घडतात आणि रेणु मध्ये पुनःस्थापी बल तयार होते. **पुनःस्थापी बल (restoring force)** – हे बल वस्तूच्या अंतरभागात तयार होते आणि त्याचा परिमाण बाह्य बला इतकाच असतो मात्र दिशा बाह्य बला च्या विरुद्ध असते. विरूपी बल शून्य केल्यावर पुनःस्थापी बल त्या रेणुला पूर्वस्थितीत घेऊन येते. त्यामुळे आंतररेणु बल स्थितिस्थापकता साठी कारणीभूत असते.

5.1.1 प्रतिबल आणि विकृती यांची व्याख्या (Definition of Stress and Strain)

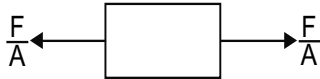
(A) प्रतिबल (Stress)

ज्यावेळी वस्तुवर बाह्य विरूपी बल लावले असेल त्यावेळी वस्तु मध्ये विरोधी बल तयार होते आणि ते विरोधी बल वस्तूला पूर्वस्थितीत घेऊन येण्याचा प्रयत्न करते. एकक चौमी क्षेत्रफळावर तयार होणारे पुनःस्थापी बल म्हणजेच प्रतिबल होय.

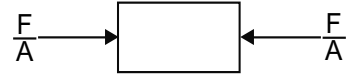


SI एकक पद्धतीत प्रतिबलाचे एकक N/m^2 किंवा पास्कल (Pa). प्रतिबलाच्या मिती $ML^{-1}T^{-2}$ आहेत. ही एक प्रदिश (tensor) राशी आहे कारण वेगळ्या दिशेमध्ये तिला वेगळ्या किमती असतात.

1. **अभिलंब प्रतिबल (Longitudinal or normal stress):** ज्यावेळेस बाह्य विरूपी बल वस्तूच्या (तार किंवा दांडा) लांबीच्या दिशेत कार्य करत असते तेव्हा एकक चौमी क्षेत्रफळावर तयार होणाऱ्या बलाला अभिलंब प्रतिबल म्हणतात.
2. **तान प्रतिबल (Tensile stress):** एकक चौमी क्षेत्रफळावर लंब दिशेत कार्य करणारे बल की ज्यामुळे तारेची लांबी वाढते (दिर्घन होते) त्याला तान प्रतिबल म्हणतात. ज्यावेळी समान परिमाण F असलेले बले तारेच्या काट छेद क्षेत्रफळावर कार्य करतात (आकृती 5.1) त्यावेळी प्रतिबल हे तान प्रतिबल असते आणि **तान प्रतिबल = F/A असते.**



आकृती 5.1: टेन्साइल स्ट्रेस (प्रतिबल)



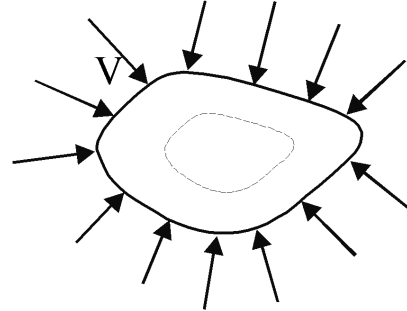
आकृती 5.2: कोमप्रेसिव स्ट्रेस (प्रतिबल)

3. **दाब प्रतिबल (Compressive stress):** एकक चौमी क्षेत्रफळावर लंब दिशेत कार्य करणारे बल की ज्यामुळे वस्तूचे आकुंचन होते त्याला दाब प्रतिबल म्हणतात. दाब प्रतिबल = F/A इतके असते आणि आकृती 5.2 मध्ये दाखवले आहे.

4. **आकारमानी प्रतिबल (volumetric stress):** ज्यावेळी वस्तुवर प्रत्येक बिंदुवर समान दाब किंवा एकक चौमी क्षेत्रफळावर लंब दिशेत कार्य करणारे बल असल्यास त्या बलास आकारमानी प्रतिबल किंवा दाब म्हणतात. ज्यावेळी वस्तूवरील दाब P ते $(P + \Delta P)$ इतका वाढतो, त्यावेळी वस्तूचे आकारमान V ते $(V - \Delta V)$ इतके घटते. दाबातील बदल ΔP म्हणजेच एकक चौमी क्षेत्रफळावर लंब दिशेत कार्य करणारे बलामुळे वस्तूचे आकारमान कमी होते.

$$\text{आकारमानी प्रतिबल} = \text{दाबातील बदल} = \Delta P = F/A$$

वस्तूचा आकार बदलू शकतो किंवा नाही हे सर्वस्वी वस्तूच्या सममिती वर ठरते.



आकृती 5.3: आकारमानी स्ट्रेस (प्रतिबल)

5. **कर्तन प्रतिबल (Shear stress):** ज्यावेळी स्पर्शरेषीय बल वस्तूच्या पृष्ठभागावर लावले असता जर वस्तूचा आकार बदलत असेल तर त्या एकक चौमी क्षेत्रफळावर कार्य करणाऱ्या बलाला कर्तन प्रतिबल म्हणतात. जर स्पर्शरेषीय बल F असेल तर कर्तन प्रतिबल = F/A

(B) विकृती (Strain)

मिती (dimension) मधील बदल (लांबी, आकारमान आणि आकार) आणि मुळ मिती ह्यांचे गुणोत्तर म्हणजेच विकृती.

$$\text{विकृती} = \frac{\text{विमा मध्ये परिवर्तन}}{\text{मूल विमा}}$$

विकृतीचे प्रकार-

विकृतीचे 3 प्रकार पडतात.

- a. **अभिलंब विकृती (longitudinal strain)** - ज्यावेळी विरूपी बल तारेवर किंवा दांड्यावर लावले जाते तेव्हा त्याच्या लांबी मध्ये बदल होतो आणि हा बदल म्हणजे लांबी L ते $(L + \Delta L)$

इतकी वाढू शकते किंवा L ते $(L - \Delta L)$ इतकी कमी होऊ शकते.

लांबी मध्ये झालेला बदल आणि मुळ लांबी ह्यांचा भागाकार म्हणजेच अभिलंब विकृती होय.

$$\text{अभिलंब विकृती} = \frac{\text{लंबाई मॆं परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक लंबाई}} = \frac{\Delta L}{L}$$

- b. **आकारमानी विकृती (Volumetric strain):** ज्यावेळी आकारमानी प्रतिबल वस्तु वर लावले असता वस्तूचे आकारमान बदलते आणि बदललेले आकारमान आणि मुळ आकारमान ह्यांचा भागाकार म्हणजेच आकारमानी विकृती. जर वस्तूचे मुळ आकारमान V असेल आणि $V + \Delta V$ or $V - \Delta V$

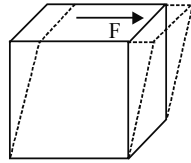
हे आकारमान मध्ये झालेले बदल आहेत. त्यामुळे,

$$\text{आकारमानी विकृती} = \frac{\text{आयतन मॆं परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक आयतन}} = \frac{\Delta V}{V}$$

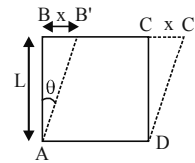
- c. **कर्तन विकृती (Shear strain):** ज्यावेळी कर्तन प्रतिबल वस्तु वर कार्य करते त्यावेळी वस्तूचा आकार बदलतो. जर स्पर्शरेषीय बल F वस्तूच्या वरील बाजूस लावले तर वस्तूचा आकार चौकोनातून समांतरभुज चौकोनात बदलतो. खालील बाजू AD स्थिर ठेवलेली आहे आणि वरील बाजू BC 'x' या अंतरात विस्थापित होते (आकृती 5.7). त्यामुळे कर्तन विकृती म्हणजे वरील बाजूचे विस्थापन आणि खालील बाजूचे लंब अंतर ह्यांचा भागाकार होय.

$$\text{कर्तन विकृती} = \frac{BB'}{AB} = (\text{येथे } \tan \theta \cong \theta = \frac{BB'}{AB} = \frac{x}{L})$$

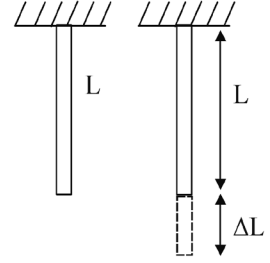
$$\text{कर्तन विकृती} = \frac{x}{L}$$



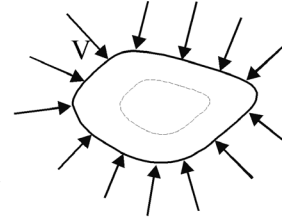
आकृती 5.6: शेयर स्ट्रेस



आकृती 5.7: शेयर स्ट्रेन



आकृती 5.4: लॉन्जिटुडिनल स्ट्रेन (अभिलंब विकृती)



आकृती 5.5: आकारमानी स्ट्रेन (आकारमानी विकृती)

5.1.2 हुकचा नियम आणि स्थितिस्थापकता मापांक

हुकचा नियम-Hooke's law

स्थितिस्थापकतेच्या मर्यादेच्या आत पदार्थामध्ये बाह्य बलाने निर्माण होणारे प्रतिबल आणि विकृती या राशी एकमेकांच्या समप्रमाणात बदलतात.

म्हणजेच प्रतिबल \propto विकृती म्हणजेच, स्ट्रेस \propto स्ट्रेन

प्रतिबल = E विकृती (येथे E म्हणजे स्थिरांक आहे आणि त्याला स्थितिस्थापकता मापांक म्हणतात.)

$$E = \text{स्ट्रेस} / \text{स्ट्रेन}$$

स्थितिस्थापकता मापांक (Modulus of elasticity)

प्रतिबल आणि विकृती ह्यांच्या भागाकारास स्थितिस्थापकता मापांक असे म्हणतात. त्याचे SI एकक N/m^2 or Pascal (Pa) आहे. स्थितिस्थापकता मापांक हा वस्तूच्या लांबी आणि आकारमानावर अवलंबून नसतो मात्र तो वस्तूच्या प्रकारावर अवलंबून असतो.

5.1.3 स्थितिस्थापकता मापांकाचे प्रकार (Types of moduli of elasticity)

स्थितिस्थापकता मापांकाचे प्रतिबल आणि विकृती नुसार 3 प्रकार पडतात.

1. यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक (Young's modulus of elasticity (Y))

ज्यावेळी F नावाचे बल दांड्याच्या एकक चौमी क्षेत्रफळावर लावले जाते त्यावेळी अभिलंब प्रतिबल $\left(\frac{F}{A}\right)$ तयार होते. असे मानुयात L ही दांड्याची मुळ लांबी आहे आणि प्रतिबलामुळे लांबीमधील बदल हा ΔL आहे. त्यामुळे अभिलंब विकृती $= \frac{\Delta L}{L}$.

हुकचा नियम वापरून, लहान विकृतीसाठी यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक म्हणजे अभिलंब प्रतिबल आणि अभिलंब विकृती यांचा भागाकार होय. त्यामुळे,

यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक $= \frac{\text{अनुदैर्घ्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्घ्य विकृति}}$

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{FL}{A\Delta L}$$

2. स्थितिस्थापकता आकारमानी मापांक (Bulk modulus)

आकारमानी प्रतिबल आणि आकारमानी विकृती यांचा भागाकार म्हणजे स्थितिस्थापकता आकारमानी मापांक होय.

$$\text{त्यामुळे, स्थितिस्थापकता आकारमानी मापांक} = B = \frac{\text{आयतन प्रतिबल}}{\text{आयतन विकृति}} = \frac{\Delta P}{\frac{-\Delta v}{V}} = \frac{-V(\Delta P)}{\Delta v}$$

(-) चिन्ह हे दर्शवते की जसा दाब (Δp) ने वाढेल तसा आकारमान (Δv) ने कमी होईल.

संपीड्यता (compressibility) (K) = K हा स्थितिस्थापकता आकारमानी मापांकाचा व्यस्त असतो.

$K = 1/B$ संपीड्यता चे SI एकक m^2/N किंवा $1/\text{पास्कल}$ (Pa^{-1}) असते.

3. कर्तन स्थितिस्थापकता मापांक (Shear modulus or modulus of rigidity)

कर्तन प्रतिबल आणि कर्तन विकृती यांचा भागाकार म्हणजे

कर्तन स्थितिस्थापकता मापांक होय. ह्याला दृढता मापांक

किंवा मोटन मापांक (torsional modulus) असे देखील म्हणतात.

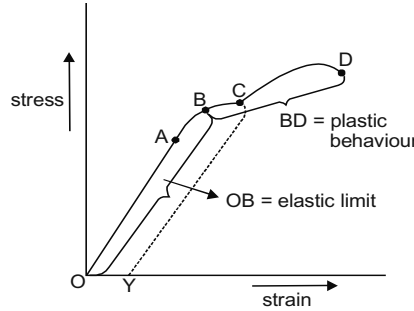
कर्तन स्थितिस्थापकता मापांक $= \eta$

$$= \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण विकृति}} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{x}{L}} = \frac{FL}{Ax}$$

5.1.4 प्रतिबल-विकृती आलेखाचे महत्व (Significance of Stress-Strain Curve)

जर आपणास एकसंध काट छेद क्षेत्रफळ असलेल्या तारेने आपण लावलेल्या बलाला दिलेला प्रतिसादाचा अभ्यास करण्यासाठी ति तार एक दृढ वस्तूला लटकवलेली आहे आणि आपण तिच्या वरील वजन टप्प्या टप्प्या ने वाढवत आहोत त्यामुळे तिची लांबी वाढते. आकृती 5.8 मध्ये प्रतिबल-विकृती आलेख दर्शवला आहे. ह्या आलेखामध्ये बिंदु A पर्यंत प्रतिबल हे विकृती बरोबर सम प्रमाणात आहे आणि OA ही एक सरळ रेषा आहे. बिंदु A ला प्रमाणित मर्यादा (proportional limit) असे म्हणतात. हुकचा नियम बिंदु A पर्यंत वैध असतो.

आता प्रतिबल जसे वाढत जाते तसे विकृती मध्ये A ते B पर्यंत वाढ होते, येथे प्रतिबल हे विकृती सोबत सम प्रमाणात नाही पण विकृती प्रतिबलापेक्षा वेगात वाढते आणि हुकचा नियम आता वैध ठरत नाही. परंतु ज्यावेळी विरूपी बल बिंदु A आणि B च्यामधून काढून टाकला जातो त्यावेळी तार तिच्या पूर्वस्थिती मध्ये येते. बिंदु Bला स्थितिस्थापकता मर्यादा किंवा स्वलन बिंदु (ईल्ड पॉइंट) असे म्हणतात.



आकृती 5.8: स्ट्रँस स्ट्रँन

स्थितिस्थापकता मर्यादेच्या पुढे म्हणजे बिंदु C (म्हणूयात) मधून जरी आपण विरूपी बल काढले तरी तार तिच्या पूर्वस्थिती मध्ये जात नाही. तिच्या मध्ये एक कायमस्वरूपी लांबीतिल बदल घडून येतो जो आकृती 5.8 मध्ये OY ने दर्शवला आहे त्यालाच स्थायी विरूपण (permanent set) असे म्हणतात. आता तार आकार्य पदार्थ (प्लॅस्टिक) म्हणून काम करते. आता जर बिंदु C च्या पुढे विरूपी बल किंवा वजन वाढवले तर लहान प्रतिबल साठी सुद्धा विकृती खूप जास्त प्रमाणात वाढते आणि तार बिंदु D जवळ तुटते त्यालाच विभंजन बिंदु (fracture) आणि बिंदु D जवळील प्रतिबलाला विभंजन प्रतिबल किंवा अंतिम प्रतिबल (ultimate stress) असे म्हणतात. तार बिंदु B आणि D मध्ये आकार्य पदार्थ म्हणून काम करते.

ज्या पदार्था मध्ये आकार्य क्षेत्र (भाग BD) हे लहान असते त्याला ठीसूळ पदार्थ म्हणतात. उदा. काच, बीड (cast-iron), दगडे इत्यादि. ज्या पदार्था मध्ये आकार्य क्षेत्र (भाग BD) हे मोठे असते त्याला तन्य (तंतुक्षम) पदार्थ म्हणतात. तुटण्यापूर्वी तन्य पदार्थ जास्त विरूपण दाखवतात आणि उदा. शिसे, अनुशीतित (annealed) पोलाद.

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

1. पुलाची वैधता वापरलेल्या पदार्थाच्या स्थितिस्थापक शक्तिवरून ठरते. जर कमी शक्ती असलेले पदार्थ वापरलेले असतील तर पुल त्याचे स्थितिस्थापक शक्ति गमावतो आणि पुल वापरण्यासाठी सुरक्षित राहत नाही.
2. शिखराची महत्तम ऊंची मोजण्यासाठी. शिखराच्या तळावर असलेला दाब ρgh असेल आणि तो प्रतिबला इतका असेल. शिखराची स्थितिस्थापकता मर्यादा ही अंदाजे $3 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ इतकी असते. प्रतिबल हे स्थितिस्थापकता मर्यादे पेक्षा कमी असायला पाहिजे नाहीतर शिखर ढासळायला लागेल.

$$h < \frac{3 \times 10^8}{pg} \text{ या } h < 10^4$$

$$\therefore h \approx 10^4 \text{ m येथे खडकाची घनता } \rho = 3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

3. तारेचा मोटन स्थिरांक (torsion constant) हा $C = \frac{\eta \pi r^4}{2l}$ इतका असतो. येथे η म्हणजे
4. दडता मापांक, r ही लिज्या आणि l ही तारेची लांबी आहे. जर τ इतका आघूर्ण तारेला θ इतक्या कोनात पिळण्यासाठी लागत असेल, तर $\tau = C\theta$ आणि तार पिळण्यासाठी केलेले कार्य हे $W = \frac{1}{2} C\theta^2$ इतके असेल.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक मुद्दे अनुसरून)

अंतिम तन्यता सामर्थ्य (UTS) ला तन्यता सामर्थ्य किंवा अंतिम सामर्थ्य असे म्हणतात. अंतिम तन्यता सामर्थ्य हा पदार्थ तुटण्यापूर्वीचा महत्तम प्रतिबल आहे की जो पदार्थ सहन करू शकतो किंवा सोसू शकतो ज्यावेळेस पदार्थ ताणला किंवा ओढला जातो. ठीसूळ पदार्थांमध्ये अंतिम तन्यता सामर्थ्य हा स्खलन बिंदूच्या जवळ असतो आणि तन्य (तंतुक्षम) पदार्थांमध्ये अंतिम तन्यता सामर्थ्य थोडासा जास्त असू शकतो.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

1. जर चुकीने विद्यार्थ्याने X अक्षावर प्रतिबल आणि Y अक्षावर विकृती घेतले तर यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक हा आलेखाच्या व्यस्त प्रमाणात असतो हे समजावून सांगा.
2. जसे तापमान वाढते तसा स्थितिस्थापकता मापांक कमी होतो याबाबत चर्चा करा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: एका तारेवर 5 kg wt./cm^2 इतके प्रतिबल प्रयुक्त केलेले आहे. तारेच्या वाढलेल्या लांबीचे शेकडा प्रमाण काढा जर यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक $2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ आहे.

उत्तर: प्रतिबल $= 5 \text{ kg wt./cm}^2 = 5 \times 9.8 / (10^{-2})^2$ आणि

$$\text{विकृती} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\text{प्रतिबल}}{Y} = \frac{\frac{5 \times 9.8}{(10^{-2})^2}}{2 \times 10^{11}} = 2.45 \times 10^{-6}$$

$$\% \text{ वाढलेल्या लांबीचे शेकडा प्रमाण} = \frac{\Delta L}{L} \times 100 = 2.45 \times 10^{-4}$$

प्र.2: एक 2 cm लांबी असलेल्या काचेच्या घनाची एक बाजू स्थिर आहे आणि विरुद्ध बाजूस 1200 N इतके स्पर्शरेषीय बल प्रयुक्त केलेले आहे. कर्तन विकृती आणि पार्श्विक विस्थापन (lateral displacement) काढा. काचेचा दडता स्थितिस्थापकता मापांक हा $2.6 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ आहे.

उत्तर: प्रतिबल $= \frac{F}{A} = \eta \frac{x}{L}$ आणि

$$\text{म्हणून पार्श्विक विस्थापन } x = \frac{FL}{\eta A} = \frac{1200 \times 2 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-4} \times 2.6 \times 10^{10}} = \frac{6}{2.6} \times 10^{-6} = 2.31 \mu\text{m}$$

$$\text{आणि कर्तन विकृती} = \frac{x}{L} = \frac{2.31 \times 10^{-6}}{0.02} = 1.16 \times 10^{-4}$$

5.2 दाब

मनोरंजक तथ्य

उंटाच्या पायाचा तळवा हा रुंद असतो त्यामुळे क्षेत्रफळ वाढते आणि दाब कमी होतो म्हणून उंट वाळवंटात सहजपणे चालू शकतो. सुईचे टोक खूप लहान क्षेत्रफळाचे असते म्हणून जास्त दाब तयार होतो आणि सहजपणे वस्त्रामध्ये घुसवता येतो. नुकसान टाळण्यासाठी जशी खोली वाढते तशी धरणाच्या भिंती जाड असतात कारण जास्त खोलीवर दाब जास्त असतो त्यामुळे जास्त बल प्रयुक्त होते.



Simulation on Pressure

5.2.1 दाबाची व्याख्या

स्थितीक द्रायु (static fluid) मधील दाब- ज्यावेळी द्रायु स्थिर असतो त्यावेळी भांड्याच्या भिंतीच्या पृष्ठ भागावर किंवा द्रायु मध्ये बुडवलेल्या वस्तुवर लंब दिशेत बल प्रयुक्त होत असते.

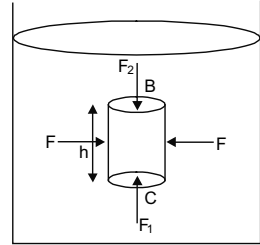
द्रायु मधील दाब म्हणजे एकक चौमी क्षेत्रफळावर प्रयुक्त असलेले सरासरी बल होय. जर सरासरी बलाचे परिमाण हे F असेल आणि क्षेत्रफळ A असेल तर दाब म्हणजे

$$P = \frac{F}{A} \quad \dots(1)$$

दाब ही अदिश राशी आहे कारण दाबाची दिशा निश्चित नसते. दाबाचे SI एकक N/m^2 असते त्यालाच पास्कल (Pa) असे देखील म्हणतात.

द्रायु दाबाचा उंचीसोबतचा संबंध (Relation of fluid pressure with height)

असे मानुयात की द्रवाच्या आतमध्ये बिंदु B आणि C हे h इतक्या उभ्या अंतरावर आहेत. बिंदु B ला वरील बाजूस समाविष्ट केलेले क्षेत्रफळ A आहे आणि तेवढेच क्षेत्रफळाने बिंदु C ला खालील बाजूस समाविष्ट केलेले आहे. त्यामुळे दंडगोलातील द्रायुची उंची h इतकी असेल आणि काट छेद क्षेत्रफळ A इतके असेल. (आकृती 5.9 मध्ये दर्शवले आहे). द्रायुच्या प्रत्येक भागावर लंब दिशेत एक बल प्रयुक्त होते. असे मानुयात F_1 हे बल बिंदु C जवळ वरील दिशेत कार्यान्वित आहे आणि F_2 बल हे बिंदु B जवळ खालील दिशेत कार्यान्वित होत आहे आणि द्रायुचे वजन खालील दिशेत प्रयुक्त होत आहे. समजा P_2 बिंदु B जवळील आणि P_1 हा बिंदु C जवळील पृष्ठावरील दाब आहेत.



आकृती 5.9: द्रायु दाब आणि उंची यांचा संबंध

$$\text{म्हणून, } F_1 = P_1 A \quad F_2 = P_2 A$$

$$\text{द्रवस्तंभाचे वजन} = W = \text{द्रवाचे वस्तुमान} \times g = mg = (Ah) \rho g$$

(येथे Ah हे दंडगोलाचे आकारमान आहे आणि ρ ही द्रवाची घनता आहे.)

$$\text{उभ्या समतोलाची स्थिति (शर्त) } F_1 = F_2 + W \text{ or } P_1 A = P_2 A + Ah \rho g$$

$$(P_2 - P_1) A = - Ah \rho g \text{ आणि } \Delta P = - \rho gh \text{ म्हणून, } \Delta P \propto -h$$

$$\text{अतः } \Delta P \propto h$$

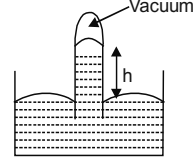
(-) चिन्ह हे दर्शवते की जसे आपण द्रवामधून h इतके वरती जाऊ तसा दाब ρgh इतक्या किमतीने कमी होत जाईल.

5.2.2 वातावरणीय दाब (Atmospheric pressure)

पृथ्वी ही हवेच्या थरांनी घेरलेली आहे आणि ह्या हवेच्या थरांनी पृथ्वीचे वातावरण बनते. हवेचा स्तंभ पृथ्वीच्या पृष्ठ भागावरील वस्तुवर दाब प्रयुक्त करतो.

वातावरणीय दाब t म्हणजे एकक चौमी क्षेत्रफळावर हवेच्या स्तंभाने पृथ्वीच्या पृष्ठ भागावर लावलेले बल होय.

आता A हा पृथ्वी वरील लहान क्षेत्रफळ आहे आणि हवेने त्यावर प्रयुक्त केलेले बल हे F इतके आहे.



आकृती 5.10: टोरीसेली ब्यारोमीटर

त्यामुळे वातावरणीय दाब $= P_{\text{atm}} = F/A$

हवादाबमापी हे वातावरणीय दाब मोजण्यासाठी वापरले जाणारे उपकरण आहे. हे उपकरण टॉरीसेली (टॉरीचेली) नावाच्या शास्त्रज्ञाने 1644 मध्ये तयार केले. हवादाबमापी मध्ये काचेची नलिका असते जी एका टोकाला मोकळी असते आणि त्यामध्ये पारा भरलेला असतो. ही नलिका एका पाण्याने भरलेल्या भांड्या मध्ये आशा पद्धतीने उलटी केली जाते की तिचे मोकळे टोक पाण्यात बुडालेले असेल. पाण्याचा स्तंभ नलिकेमध्ये तयार होतो आकृती 5.10 मध्ये दर्शवले आहे.

वातावरणीय दाब हा पाण्याच्या h इतक्या उंचीच्या स्तंभाने प्रयुक्त केलेल्या दाबा एवढाच असतो $= 76 \text{ cm}$

वातावरणीय दाब $= P_{\text{atm}} = \rho gh = 13.6 \times 10^3 \times 76 \times 10^{-2} \times 9.8$

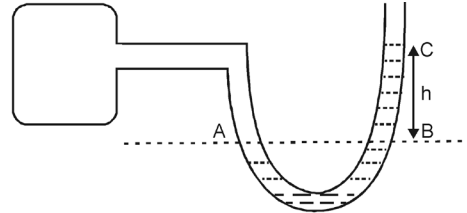
$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} (= 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^2 = \text{पाण्याची घनता})$

वातावरणीय दाबाचे अजून एक एकक असते ते म्हणजे टॉर आणि $1 \text{ टॉर} = \text{मरक्युरीचा } 1 \text{ mm} = 133.3 \text{ Pa}$

$1 \text{ atm} = 760 \text{ torr}$

5.2.3 प्रमापी दाब आणि निरपेक्ष दाब (Gauge Pressure and Absolute pressure)

वायुदाबमापी हे उपकरण बंदिस्त भांड्यातील वायुचा दाब मोजण्यासाठी वापरले जाते. ह्यामध्ये U आकाराची एक नलिका असते (आ.5.11) आणि त्या नलिकेमध्ये एक कमी घनतेचा द्रव भरलेला असतो. नलिकेचे एक टोक वायूच्या भांड्याला जोडलेले असते आणि दुसरे टोक हवेत मोकळे असते. बिंदु A आणि B हे समान क्षैतिज (आडव्या) पातळीवर आहेत म्हणून बिंदु A जवळील दाब (किंवा वायुचा दाब) हा खालील प्रमाणे असेल,



आकृती 5.11: म्यानोमीटर

$P = \text{बिंदु } A \text{ जवळील दाब} = \text{बिंदु } C \text{ जवळील वातावरणीय दाब} + h$

उंचीच्या द्रव स्तंभामुळे प्रयुक्त होणारा दाब

$P = P_{\text{atm}} + \rho gh$

ह्या एकूण दाबाला निरपेक्ष दाब असे म्हणतात आणि ही ρU -नलिकेतील द्रवाची घनता आहे.

भांड्यातील वायुचा दाब आणि वातावरणीय दाबा मधील फरकाला प्रमापी दाब म्हणतात.

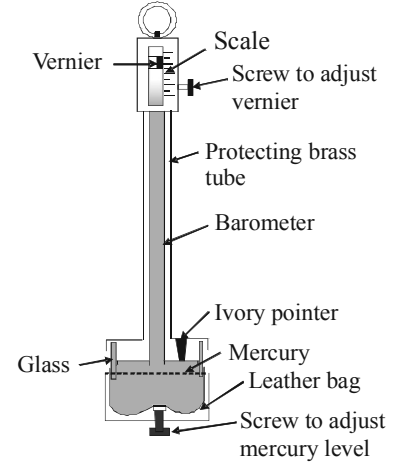
त्यामुळे, प्रमापी दाब $= P - P_{\text{atm}} = \rho gh$

5.2.4 फोर्टिनची हवादाबमापी आणि त्याचे उपयोग (Fortin's barometer and its Applications)

प्रयोग शाळेत द्रव किंवा वायु मधील उच्च दाब अचूक मोजावे लागतात आणि हे फोर्टिनचा हवादाबमापी मुळे शक्य होते. ही अचूक हवादाबमापी 18 व्या शतकाच्या शेवटी निकोलस फोर्टिन नावाच्या उपकरण तयार करणाऱ्याने बनवले होते.

पाण्याने भरलेली नलिका एका पितळी नलिकेत सुरक्षित केलेली असते आणि त्या पितळी नलिकेचा बाह्य भाग हा काचेचा बनलेला असतो त्यामुळे पाण्याचा पृष्ठ भाग दिसून येतो. मोजमापे ही एका व्हर्निअर च्या सहाय्याने घेतली जातात. व्हर्निअर हा पुरेशा लांबीच्या मिलिमीटर-मापनी वर फिरत असतो म्हणून हवादाबमापीय उंचीची संपूर्ण श्रेणी त्यामध्ये समाविष्ट होऊन जाते. ह्या मापनी चा शून्य हा हस्तिदंत (ivory pointer) सुचकाच्या टोकावर जोडलेला असतो आणि तो सूचक पितळी नलिकेच्या खालच्या टोकाला जोडलेला असतो. पारा संचय ही एक कातडी पिशवी असते आणि ति पिशवी एका स्कू च्या सहाय्याने वर खाली करता येते आकृती 5.12 मध्ये दर्शवले आहे. हवादाबमापीय उंची मोजण्यापूर्वी स्कू असा नियोजित केला जातो की सुचकाचे

टोक हे त्याच्या पाण्याच्या पृष्ठ भागावर पडणाऱ्या प्रतिमेला स्पर्श करत असते. जरी पाण्याचा पृष्ठ भाग हा धुळीने माखलेला असला तरी पण हे स्कू चे नियोजन बऱ्यापैकी अचूक केले जाऊ शकते. फोर्टिनचा हवादाबमापी पाण्याच्या स्तंभाची उंची मोजतो. h इतक्या उंचीचा द्रवाचा स्तंभ हा $P = \rho hg$ इतका दाब तयार करू शकतो येथे ρ ही द्रवाची घनता आहे आणि g गुरुत्वाकर्षण त्वरण आहे. जर तापमानानुसार घनतेत होणारे बदल आणि g मध्ये स्थानानुसार होणारे बदल जर दुर्लक्षित केले तर आपणास असे कळेल की दाब हा पाण्याच्या स्तंभ उंचीशी प्रमाणात आहे. त्यामुळे बऱ्याच वेळा दाब हा स्तंभाच्या उंची नुसार मोजला तर बऱ्यापैकी अचूक असतो. म्हणजेच मिलिमीटर ऑफ Hg (mm of Hg).



आकृती 5.12: फोर्टिनचा हवादाबमापी

फोर्टिनच्या हवादाबमापीचे उपयोग (Applications of Fortin's barometer)

1. ही हवादाबमापी शक्यतो हवामानविषयक स्थानके, प्रयोगशाळा आणि शाळेमधील वातावरणीय दाब मोजण्यासाठी वापरले जाते. ह्या हवादाबमापी मध्ये आपण पाण्याच्या दोन्ही मुक्त पृष्ठभागाचे परीक्षण करू शकतो की ज्यांच्या पातळीतिल फरक आपल्याला मोजायचा असतो. हा ह्या हवादाबमापीचा फायदा आहे.
2. शिखरांची उंची मोजण्यासाठी आणि हवामानाचे अंदाज सांगण्यासाठी सुद्धा ह्याचा उपयोग होतो.

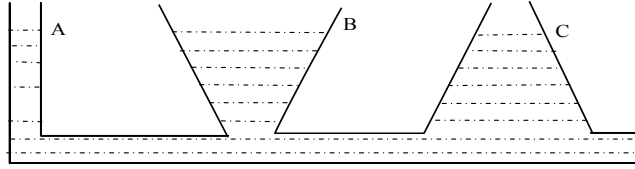
उपयोग (वास्तविक जीवनातील/ औद्योगिक)

- 1 द्रव पिण्याची नळी- ही खूप छोटा पाईप असतो. ज्यावेळी त्याचे शेवटचे टोक द्रवात बुडालेले असते आणि आपण त्याचे वरील टोकातून चूषण (आत ओढून घेणे) करतो त्यावेळी नळीतिल दाब आणि आपल्या तोंडातील दाब कमी होतो. परंतु द्रवाच्या पृष्ठभागावर वातावरणीय दाब असतो त्यामुळे द्रव वातावरणीय दाबामुळे नळीतून वर सरकते आणि आपल्या तोंडात येते.
- 2 तसेच वातावरणीय दाब हा पिचकारी, थेंबनळी आणि रबर चुषक मध्ये सुद्धा कार्य करतो.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण /टिकाऊ/सामाजिक/नैतिक/मुद्दे अनुसरून)

द्रवस्थितिक विरोधाभास

दाबाच्या समिकरणामधे ($P = P_{\text{atm}} + \rho gh$) क्षेत्रफळ कुठेही वापरलेले नाही म्हणून दाब मोजण्यासाठी द्रव स्तंभाची उंची महत्वाची ठरते आणि भांड्याचा आकार किंवा तळाचे क्षेत्रफळ दाब मोजण्यासाठी उपयोगी पडत नाही. जर वेग-वेगळ्या आकाराची तीन भांडी A, B आणि C एका आडव्या पाईपने एकमेकांसोबत जोडलेली असतील (आकृती 5.13) आणि नंतर त्या भांड्या मध्ये पाणी ओतले तर त्या तीनही भांड्या मध्ये असलेल्या पाण्याचा पृष्ठ भाग हा समान उंची वर असतो. जरी पाण्याची मात्रा तीनही भांड्यात वेगळी असली तरी पण समान उंची वर पाण्याचा दाब हा समान आहे.



आकृती 5.13: हायड्रोस्टॅटिक्स विरोधाभास

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

समुद्रातील खाऱ्या पाण्याचा एका उंचीवरील दाब हा समान उंचीवरील कालव्यातील तजेल पाण्याच्या दाबापेक्षा जास्त असतो हे समजावून सांगा. पृथ्वीच्या पृष्ठ भागापासून वर गेल्यास वातावरणीय दाब कसा कमी होतो हे समजावून सांगा. प्रमापी दाब कधी ऋण असू शकतो?

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: (a) समुद्रामध्ये 1.02 सापेक्ष घनता किंवा विशिष्ट गुरुत्व असणाऱ्या पाण्यात 1.5 Km खोलीवर असलेल्या माश्या वरील दाब काढा. (b) प्रमापी दाब काढा.

उत्तर: (a) पाण्याची घनता = सापेक्ष घनता $\times 4^\circ\text{C}$ ला असलेली पाण्याची घनता = $1.02 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

निरपेक्ष (एकुण) दाब = $P = P_{\text{atm}} + \rho gh$

$$P = (1.013 \times 10^5) + (1.02 \times 10^3 \times 10 \times 1.5 \times 10^3)$$

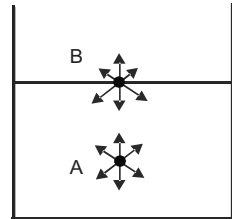
$$P = (1.013 \times 10^5) + (1530 \times 10^5) = 1.531 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$(b) \text{ प्रमापी दाब } = P - P_{\text{atm}} = \rho gh = 1.53 \times 10^8 \text{ Pa}$$

5.3 पृष्ठताण (Surface Tension)

मनोरंजक तथ्ये

- ज्यावेळी काचेच्या नळीला आपण उष्णता देतो त्यावेळी त्या नळीचे टोक गोलाकार बनतात कारण काचेला उष्णता दिल्यावर काच वितळते आणि द्रव बनते. द्रवाचा पृष्ठ भाग नेहमी आपले क्षेत्रफळ कमी ठेवण्याचा प्रयत्न करतो. दिलेल्या आकारमानात गोलाच्या पृष्ठ भागाचे क्षेत्रफळ नेहमी कमीच असते. त्यामुळे वितळलेली काच गोलाकार घेते.



आकृती 5.14: पृष्ठताण दाखवणारी

- पाण्यावर कापूराचे नाचणे- ज्यावेळी कापूरचे लहान भाग शुद्ध पाण्याच्या संपर्कात येतात त्यावेळी पाण्याचा पृष्ठताण कमी होतो. त्यामुळे कापूर जास्त पृष्ठताण असलेल्या भागाकडे उडी मारतो. त्यामुळे कापूरचे भाग पाण्याच्या पृष्ठभागावर नाच करतात.
- पावसाच्या पाण्याचा लहान थेंब गोलाकार असतो कारण दिलेल्या आकारमानात गोलाच्या पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ हे सर्वात लहान असते.

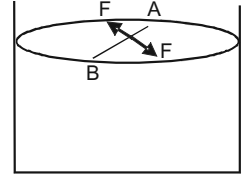
वरील तथ्ये समजावून घेण्यासाठी द्रवाच्या आतमधील रेणु A आणि द्रवाच्या पृष्ठ भागावरील रेणु B गृहीत धरूयात (आकृती 5.14). एका कोणत्याही क्षणी रेणु A वर बाकी सर्व दिशामधील रेणु बल प्रयुक्त करतात म्हणून रेणु A वरील एकुण बल हे शून्य असते. पण रेणु B वर खालच्या दिशेतील द्रवाचे रेणु बल प्रयुक्त करतात आणि वरच्या दिशेतील हवेचे रेणु सुद्धा बल प्रयुक्त करतात. त्यामुळे पृष्ठ भागावरील रेणुवर एक शून्येतर बल नेहमी कार्य करते आणि हे बल पृष्ठताण तयार करते आणि त्यामुळे पृष्ठ भाग आपले क्षेत्रफळ कमी ठेवण्याचा प्रयत्न करतो.

5.3.1 पृष्ठताणाची संकल्पना (Concept of Surface Tension)

द्रवाच्या पृष्ठ भागावरील रेषा AB आखलेली आहे असे कल्पित करूयात (आकृती 5.15 मध्ये दर्शवले आहे). जर बल F हे त्या रेषेच्या दोन्ही बाजूने लंब दिशेत प्रयुक्त होत असेल आणि रेषेची लांबी l असेल तर द्रवाचा पृष्ठताण हा खालील प्रमाणे असेल,

$$S = \frac{F}{l}$$

...(1) आकृती 5.15: पृष्ठताणाची संकल्पना



SI एकक पद्धतीमध्ये पृष्ठताणाचे एकक N/m आणि मिती सूत्र $\frac{MLT^{-2}}{L} = ML^0T^{-2}$ आहे.

पृष्ठताणामुळे द्रवाचा मुक्त पृष्ठ हा ताणलेल्या पटला सारखा असतो आणि आपले क्षेत्रफळ कमी करण्याचा प्रयत्न करतो.

5.3.2 समकणाकर्षण आणि विषमकणाकर्षण बल (Cohesive and Adhesive Forces)

पदार्थ हा रेणूंचा बनलेला असतो आणि रेणूंमधील बलांना आंतररेणु बल असे म्हणतात. ही आंतररेणु बले दोन प्रकारची असतात:

1. समकणाकर्षण बल- (Cohesive)

एकाच पदार्थाच्या रेणूंमधील आकर्षण बल म्हणजे समकणाकर्षण (cohesive) बल होय.

2. विषमकणाकर्षण बल- (Adhesive)

वेगवेगळ्या पदार्थांच्या रेणूंमधील आकर्षण बल म्हणजे विषमकणाकर्षण बल होय.

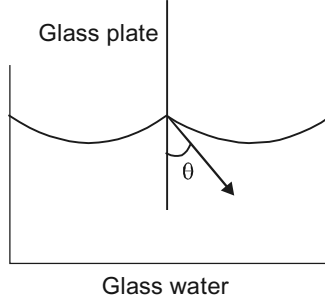
ही आकर्षण बले गुरुत्व आकर्षण बला पेक्षा वेगळी असतात आणि जेवढ्या अंतरापर्यंत आंतररेणु बले प्रयुक्त होत असतात त्या अंतराला रेणु परास (पल्ला) असे म्हणतात. ही $10^{-9}m$ या रेंज मध्ये असतात.

उदाहरणे: संपर्कात आल्यावर पाण्याचे रेणू अनुभवी एकत्रित शक्ती असतात. काच आणि पाण्याच्या रेणूंमध्ये विषमकणाकर्षण बल अनुभवली जाते तसेच खडू आणि फळा, शाई आणि कागद, सीमेंट आणि तुटलेले रेणु यामध्येही विषमकणाकर्षण बल अनुभवले जाते.

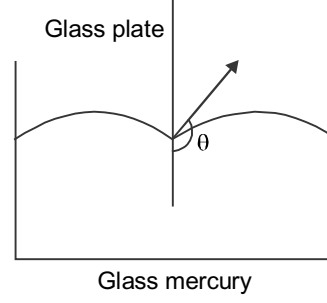
5.3.3 स्पर्श कोन (Angle of Contact)

ज्यावेळी द्रवाचा मुक्त पृष्ठ भाग हा स्थायुच्या संपर्कात येतो त्यावेळी संपर्कात आलेला पृष्ठ भाग हा वक्राकार बनतो. ज्यावेळी काचेची पट्टी पाण्यात अर्धवट बुडालेली असते त्यावेळी पट्टीच्या जवळील पृष्ठ भाग अंतरवक्र आकार घेतो कारण काच आणि पाणी यांच्या रेणु

यामधील विषमकणाकर्षण बल हे पाण्याच्या रेणु मधील समकणाकर्षण बलापेक्षा जास्त असते. जर काचेची पट्टी पाण्या मध्ये बुडालेली असेल तर पाण्याचा पृष्ठ भाग बहिरवक्र आकार घेतो किंवा पाण्याचा पृष्ठ भाग पट्टी जवळ खाली घसरतो.

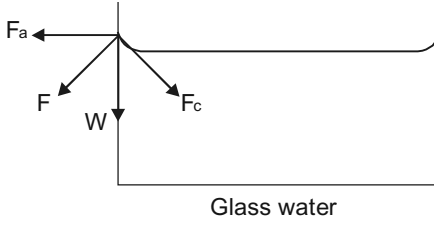
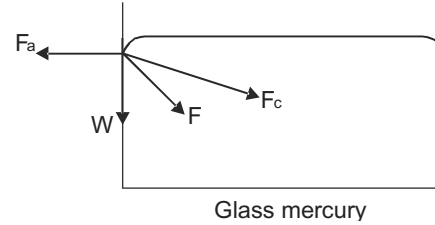


आकृती 5.16: स्पर्श कोन पाणी



आकृती 5.17: स्पर्श कोन - मरकुरी

पाण्याच्या रेणु मधील समकणाकर्षण बल हे काच आणि पाण्याच्या रेणु मधील विषमकणाकर्षण बलापेक्षा जास्त असते. स्थायुच्या पृष्ठ भागाला काढलेली स्पर्शिका आणि द्रवाच्या पृष्ठ भागाला स्पर्श बिंदु जवळ काढलेली स्पर्शिका यामधील कोनाला स्पर्श कोन म्हणतात. स्पर्श कोन θ आकृती 5.16 आणि 5.17 मध्ये दर्शवले आहेत.)

आकृती 5.18: F_a अधेसिव बल $>$ कोहेसिव बल F_c आकृती 5.19: F_a अधेसिव बल $<$ कोहेसिव बल F_c

F_a अधेसिव बल $>$ कोहेसिव बल F_c F_a अधेसिव बल $<$ कोहेसिव बल F_c

स्पर्श कोन $\theta < 90^\circ$ आणि $\theta > 90^\circ$ स्थायु आणि द्रवाच्या जोड्यांची तुलना-

1	स्पर्श कोन $\theta < 90^\circ$ (लघु कोन)	स्पर्श कोन $\theta > 90^\circ$ (विशालकोन)
2	पृष्ठ भागाचा आकार अंतरवक्र असतो.	पृष्ठ भागाचा आकार बहिरवक्र असतो.
3	द्रव हा स्थायूच्या पृष्ठ भागाला ओले करतो	द्रव हा स्थायूच्या पृष्ठ भागाला ओले करत नाही.
4	$F_a > F_c$	$F_a < F_c$
5	केशिका (capillary) द्रवात बुडवल्यावर द्रव केशिके मध्ये वर सरकते.	केशिका (capillary) द्रवात बुडवल्यावर द्रव केशिके मध्ये खाली सरकते.
6	उदाहरण: काचे वर पाणी असणे.	उदाहरण: काचे वर पारा असणे.

5.3.4 केशिके मधील द्रवाचे आरोहण सूत्र (Ascent Formula of Liquid in Capillary tube)

लहान व्यास असलेली आणि दोन्ही बाजूने उघडी असलेली काचेची नलिका (केशिका) द्रवात बुडवली असता एकतर द्रव त्या केशिकेत वर सरकतो किंवा खाली घसरतो. द्रवाचे केशिके मध्ये वर जाणे किंवा खाली घसरणे यालाच केशिकत्व (capillarity) म्हणतात.

केशिके मधील द्रवाची उंचीचे सूत्र हे खालील प्रमाणे आहे,

$$h = \frac{2S \cos \theta}{rpg} \quad \dots(1)$$

येथे S हे द्रवाचे पृष्ठताण आहे, θ हा स्पर्श कोन आहे, r ही केशिकेची त्रिज्या आहे, ρ ही द्रवाची घनता आहे.

जर $\theta = 0^\circ$, $\cos 0^\circ = 1$

$$h = \frac{2S}{rpg} \text{ म्हणून } h \propto \frac{1}{r} \quad \dots(2)$$

जर पृष्ठताण S आणि द्रवाची घनता ρ स्थिर ठेवले तर केशिकेतिल द्रवाची उंची ही केशिकेच्या त्रिज्येशी व्यस्त प्रमाणात असते.

कमी (अपुण्या) उंचीची नलिका- केशिके मधील द्रवाची उंचीचे सूत्र समीकरण 1 मध्ये दिलेले आहे. जर केशिकेची उंची ही द्रवाच्या वाढणाऱ्या उंची (h) पेक्षा कमी असेल तर द्रवाचा पृष्ठ भाग टोकाजवळ सपाट बनतो आणि द्रव उत्सारित होत नाही.

5.3.5 पृष्ठताणाचे उपयोग (Applications of Surface Tension)

दैनंदिन जीवनातील उदाहरणे

- कंदीलातील केरोसिन किंवा मेणबत्ती मधील मेण कापसाच्या वाती मधील केशिके च्या सहाय्याने वर सरकते आणि जळते.
- पेनाची नीब ही मध्य भागी विभागलेली असते म्हणून तिथे केशिका तयार होते. ज्यावेळी नीब शाई मध्ये बुडवली जाते त्यावेळी केशिके मधून शाई वर जाते.
- साबण आणि निरमा पावडर पाण्याचे पृष्ठ ताण कमी करतात त्यामुळे पाणी लहान छिद्रामध्ये शोषले जाते.
- लहान सुई पाण्याच्या पृष्ठ भागावर तरंगू शकते.



औद्योगिक उपयोग

- पृष्ठ ताण हा निरमा पावडर बनवण्यासाठी वापरला जातो जेणेकरून स्वच्छतेचे गुणधर्म वाढवता येतील.
- पदार्थाचे आणि बंदिस्त वस्तूंचे वैशिष्ट्य तपासण्यासाठी सुद्धा पृष्ठताणाचा उपयोग होतो.

5.3.6 पृष्ठताणावर परिणाम करणारे घटक (Factors Affecting the Surface Tension)

- तापमान:** जसे तापमान वाढते तसे पृष्ठ ताण कमी होत जातो कारण द्रवाच्या रेणु मधील समकणाकर्षण बल कमी होते.
- द्रवणाचे (contamination) परिमाण:** धुळ, तेल, ग्रीस यासारखे द्रवके पाण्याच्या पृष्ठ भागावर पसरल्यावर पृष्ठ ताण घटतो.
- अशुद्धता:** जर कोणताही क्षार द्रवात विरघळला तर पृष्ठ ताण वाढतो. जर क्षार विरघळणारा नसेल किंवा कमी विरघळणारा असेल तर पाण्याचा पृष्ठ ताण कमी होतो.

स्थिति अध्ययन

पाऊस पडून गेल्यानंतर शेतकरी आपल्या शेताची नांगरणी करून घेतात कारण त्यामुळे किटकांनी तयार केलेले केशिके (capillari) तुटून जातात आणि पाणी जमिनीत राहते. जर नांगरणी केली नाही तर पाणी केशिके मधून वर सरकेल आणि त्या पाण्याचे बाष्पीभवन होऊन जाईल. झाडे जमिनीतून पाणी शोषून घेतात म्हणून नांगरणी महत्वाची आहे.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

गरम सुप हे थंड सुप पेक्षा चवदार का असते हे तुम्हाला सांगता येईल? साबणाच्या पाण्या पासून बनवलेले बुड-बुडे हे पाण्याच्या बुड-बुड्या पेक्षा मोठे असतात हे सांगा. पाण्याचे लहान थेंब हे गोल असतात आणि मोठे थेंब हे सपाट असतात हे पण सांगा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: 8 mm त्रिज्या असलेली केशिका पाण्यात बुडलेली आहे. पाणी जय उंची पर्यंत केशिके मधे जाऊ शकते ती उंची काढा.

$$(\text{पाण्याचा पृष्ठ ताण} = S = 70 \times 10^{-3} \text{N/m}, g = 10 \text{m/s}^2, \rho_{\text{water}} = 10^3 \text{kg/m}^3, \theta = 0^\circ \text{ स्पर्श कोन})$$

$$\text{उत्तर: केशिकेतिल पाण्याची उंची} = h = \frac{2S \cos \theta}{r \rho g} = \frac{2 \times 70 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-3} \times 10} = 1.75 \times 10^{-3} = 1.75 \text{ mm}$$

5.4 विस्कॉसिटी (viscosity) आणि विस्कॉसिटी गुणांक (coefficient of viscosity)

मनोरंजक तथ्ये

केचप किंवा अंड्यातील बलक (mayonnaise) हे संचालन विरूपी (thixotropic) पद्धती आहेत ज्यांची वैशिष्ट्ये त्यांच्या विस्कॉसिटीच्या फरका नुसार ठरतात आणि कर्तन बलाच्या वेगावर ठरतात. ह्याचा अर्थ जर त्यांना बाटली मधे असताना अविचलीत ठेवले तर, केचप जाड (जास्त विस्कॉसिटी) असते आणि जर आपण ती बाटली हलवून केचप बाहेर ओतले तर ते लगेच पातळ होते म्हणजेच त्याची विस्कॉसिटी कमी होते.



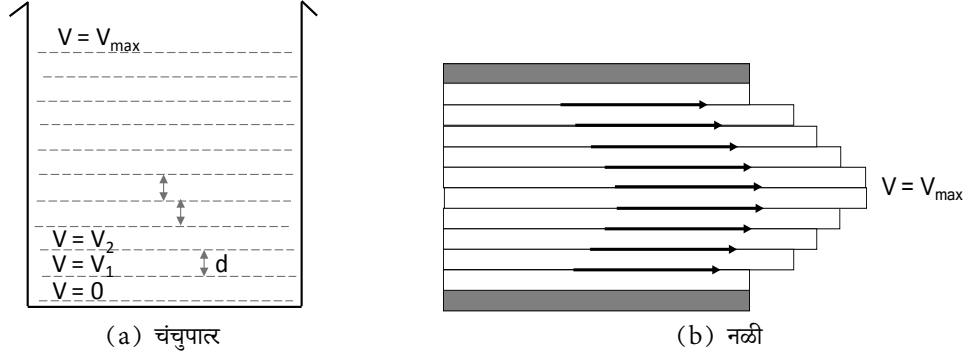
5.4.1 विस्कॉसिटी, विस्कॉसिटी गुणांक आणि अंतिम वेग

विस्कॉसिटी (viscosity): द्रायूला (म्हणजेच द्रव आणि वायु) एक महत्वाचा भौतिक गुणधर्म असतो तो म्हणजे विस्कॉसिटी म्हणजेच कर्तन प्रतिबला मुळे होणाऱ्या कायमच्या विरूपणाला (deformation) मिळालेला आंतरिक विरोध होय. द्रायूच्या प्रवाहाला विरोध करण्याची क्षमता म्हणजेच विस्कॉसिटी होय. उदाहरणार्थ मध किंवा सिरपची विस्कॉसिटी ही पाण्याच्या विस्कॉसिटी पेक्षा जास्त असते कारण मधा मधे प्रवाहाला जास्त विरोध होतो आणि म्हणून वाहण्यासाठी मध पाण्यापेक्षा जास्त वेळ घेतो.

विस्कॉसिटी गुणांक (coefficient of viscosity): असे मानुयात की एका भांड्या मधे द्रायू भरलेला आहे. द्रायूचा थर जो की भांड्याच्या तळाशी आहे त्याचा वेग हा भांड्याच्या तळाच्या वेगाइतकाच असतो. एका स्थिर पृष्ठ भागासाठी द्रायू सुद्धा स्थिर असतो. म्हणजेच द्रायू चा असा थर जो स्थिर पृष्ठ भागाशी संपर्कात असेल त्याचा वेग शून्य असेल. ज्यावेळी खालील थरा पासून वरील थराकडे आपण जातो त्यावेळी थरांचा वेग वाढत जातो. म्हणून सगळ्यात वरील थर जो की हवेच्या संपर्कात आहे तो थर सर्वात जास्त 'V' या वेगात असतो. दोन लगतच्या थरांमध्ये एक बल प्रयुक्त होत असते की जे बल वरच्या थराला खालच्या थरावरून घसरण्यासाठी विरोध करते. ह्या दोन थरांच्या आंतरिक गतिमुळे तयार होणाऱ्या घर्षण बलाला विस्कस बल असे म्हणतात.

ज्यावेळी एखादा द्रव उदा. पाणी, तुप किंवा तेल एखाद्या पाईप मधून वाहत असतात त्यावेळी पाईप च्या अक्षावर असणाऱ्या थराचा वेग हा सर्वात जास्त असतो आणि जसे आपण अक्षा पासून पाईप च्या भिंती कडे सरकतो तसा हा वेग हळू हळू कमी होतो. दंडगोलाकार भिंतीच्या रेषेत द्रवाचा वेग हा स्थिर असतो.

द्रायूच्या सुवाही प्रवाहात, दोन रेणु वेग-वेगळ्या वेगाने समांतर गतित असतात आणि ते रेणु एकत्र होत नाहीत. कमी वेग आणि जास्त विस्कॉसिटी असलेल्या द्रायूचा प्रवाह हा सुवाही प्रवाह असतो.



आकृती 5.20: द्रायू प्रवाहाच्या वेगाचे विभाजन (a) चंचुपात्र (b) नळी

स्थिर तापमानासाठी, सुवाही द्रायू वर प्रयुक्त होणारे विस्कस बल F हे खालील घटकांवर अवलंबून असते:

$F \propto A$, येथे F हे विस्कस बल आहे, A हे क्षेत्रफळ आहे.

आणि $F \propto \frac{(v_2 - v_1)}{d}$, येथे, $\frac{(v_2 - v_1)}{d}$ ही वेग प्रवणता (velocity gradient) आहे.

$$\therefore F \propto A \frac{(V_2 - V_1)}{d}$$

$$\therefore F = \eta A \frac{(V_2 - V_1)}{d},$$

येथे η = विस्कसिटीगुणांक (coefficient of viscosity)

$$\text{किंवा } \frac{\left| \frac{F}{A} \right|}{\left| \frac{(v_2 - v_1)}{d} \right|} = \frac{\text{तरल में अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण दर/विरूपण दर/वेग प्रवणता}}$$

ह्यालाच असंपीड्य (incompressible) सुवाही द्रायूसाठीचा न्यूटनचा विस्कसिटीचा नियम असे म्हणतात.

विस्कसिटीच्या गुणांक (coefficient of viscosity) ची मीती $[M^1L^{-1}T^{-1}]$ ह्या आहेत. त्याचे CGS एकक poise आहे किंवा dyne-s-cm^{-2} आणि SI पद्धती मध्ये N-s.m^{-2} हे त्याचे एकक आहे. जास्त विस्कस द्रायू साठी ' η ' ची किंमत जास्त असते आणि ति द्रायू च्या तापमानावर अवलंबून असते. द्रवासाठी ' η ' तापमान वाढल्यावर कमी होत जातो आणि वायु मध्ये तो तापमाना नुसार वाढत जातो.

गतिक विस्कसिटी (Dynamic viscosity) (निरपेक्ष) किंवा निरपेक्ष विस्कसिटीचा गुणांक आणि शुद्धगतिकीय विस्कसिटी (Kinematical) किंवा शुद्धगतिकीय विस्कसिटीचा गुणांक हे दोन विस्कसिटी च्या मोजमापासाठी वापरतात. गतिक विस्कसिटी ही एक थराला लगतच्या थरा बरोबर घसरण्यासाठी लागणारा स्पर्शिय दाब आहे; ही थरे एकमेकांपासून एकक अंतरावर असतात.

गतिक विस्कसिटी ही पास्कल-सेकंद (Pa-s) किंवा पॉईसुली (Pl) किंवा न्यूटन-सेकंद प्रति चौरस मीटर (N-s.m^{-2}) ह्या SI एककात मोजतात. CGS एकक पद्धती मध्ये पॉईसुली (P) किंवा सेंटिपॉईसुली (cP) ह्या एककात मोजतात. ह्या एककाचे नाव फ्रेंच शास्त्रज्ञ जीन-लुईस मेरी पॉईसुली ह्याच्या नावावरून पडलेले आहे.

$$1 \text{ Pa-s} = 1 \text{ Pl} = 10 \text{ P}$$

$$1 \text{ cP} = 0.01 \text{ P, आणि } 1 \text{ Pa-s} = 1000 \text{ cP}$$

पाण्याची रूम तापमानाला विस्कोसिटी ही 1 cP ($= 0.01 \text{ P}$ or 0.001 Pa-s) इतकी असते आणि ही विस्कोसिटी बाकी द्रवाच्या विस्कोसिटी मोजण्यासाठी महत्वाची आहे. त्याच्या उत्कलन बिंदू ला त्याची विस्कोसिटी 0.038 cP इतकी कमी होते. केचप साठी विस्कोसिटी ची किंमत साधारण पणे $50,000$ to $70,000 \text{ cP}$ इतकी असते. कमी विस्कोसिटी असलेली चॉकलेट की ज्यांची विस्कोसिटी 40 cP किंवा कमी असते त्यांचा उपयोग मिठाई वर पातळ आवरण घालण्यासाठी आणि जास्त विस्कोसिटी असलेल्या चॉकलेट चा उपयोग हवेची विस्कोसिटी ही 0.019 cP (किंवा 0.000019 Pa-s) असते आणि मोटर ऑइल ची 0.001 cP (किंवा 1 Pa-s) असते.

शुद्धगतिकीय विस्कोसिटी ही गतिक विस्कोसिटी आणि द्रायूची वस्तुमान घनता ह्यांचे गुणोत्तर असते. ती आपण ह्या μ चिन्हाणे दर्शवतो.

$$\therefore \mu = \frac{\eta}{\rho}$$

शुद्धगतिकीय विस्कोसिटीचे SI एकक हे m^2/s आणि CGS एकक हे Stokes (St) असते.

$$1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2/\text{s} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}.$$

स्टोक हे एक मोठे एकक आहे, त्याचा 100^{th} एवढा भाग म्हणजेच सेंटिस्टोक (cSt) वापरतात.

अंतिम वेग (Terminal velocity): हा द्रायू मध्ये पडलेल्या वस्तूचा असा महत्तम वेग आहे की त्यावेळेस वस्तूवरील विस्कस बल आणि प्लावकता बल (force of buoyancy) यांची बेरीज ही गुरुत्व आकर्षण बला इतकी असते. आपण त्याला ' V_t ' ने दर्शवतो. एक गोलाकार वस्तु गृहीत धरूयात जिचे वस्तुमान m , लिज्या r आणि घनता ρ आहे आणि ती मुक्तपणे एक मीटर लांबीच्या नळी मध्ये पडत आहे आणि त्या नळीमध्ये एक विस्कस द्रायू आहे ज्याची घनता ' ρ_f ' आहे आणि विस्कोसिटी गुणांक ' η ' आहे. ती वस्तुवर तीन बले प्रयुक्त होतात:

(A) द्रायू मुळे वरच्या दिशेत असणारे विस्कस बल

(B) प्लावकता बल वरच्या दिशेत

(C) गुरुत्व आकर्षण बल वस्तुमान मुळे खालच्या दिशेत.

ज्यावेळी ही बले एकमेकांना संतुलित करतात त्यावेळी एकुण बल शून्य होते आणि वस्तु एकसमान गती ने पडते. ह्या गतीला अंतिम वेग असे म्हणतात.

अंतिम वेगचे सूत्र-

$$V_t = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_f)$$

जर $\rho > \rho_f$ तर अंतिम वेग धन असतो आणि गोलाकार वस्तु खालच्या दिशेत जाते (उदा. पाण्यात किंवा ग्लिसरीन मध्ये पडलेला स्टील चा बॉल) आणि जर तर अंतिम वेग हा ऋण असतो आणि गोलाकार वस्तु द्रायू मध्ये वरच्या दिशेत जाते. (उदा. पाण्यातील बुड-बुडे).

5.4.2 स्टोकचा नियम आणि तापमानाचा विस्क्रेसिटी वरील परिणाम (Stokes' law and effect of temperature on viscosity)

स्टोकचा नियम- सर जॉर्ज जी. स्टोक (1819-1902) या इंग्लिश भौतिक शास्त्रज्ञाने सांगितले आहे की लहान गोलाकार वस्तु ज्यावेळी विस्क्रेस द्रायू मधून मुक्तपणे खाली जात असते त्यावेळी तिच्यावर विस्क्रेस विरोधी बल (F_V) प्रयुक्त होते आणि हे बल वस्तूच्या त्रिज्येशी (r), तिच्या वेगाशी (V) आणि विस्क्रेसिटी गुणांकाशी सम प्रमाणात असते. त्याने विस्क्रेस बलासाठी एक गणितीय सूत्र 1851 साली दिलेले आहे,

$$F_V = 6 \pi \eta r V$$

स्टोकचा नियम हा लहान गोलाकार वस्तु साठी वैध आहे की ज्यांचा आकार हा द्रायूच्या रेणूमधील अंतरपेक्षा जास्त असतो. म्हणजेच एकसंध द्रायू माध्यमासाठी. ती वस्तु नितळ आणि दृढ असायला पाहिजे. द्रायू माध्यम हे सुवाही आणि वाढणारे असावे.

हा नियम ज्या वस्तु द्रायू पेक्षा हलक्या आहेत त्यांच्या साठी वैध नाही. (उदा. सोडा पाणी किंवा हवेत वर जाणारे बुड-बुडे). स्टोकचा नियम हा द्रायूची विस्क्रेसिटी काढण्यासाठी आणि ताज्या पाण्यातील अवसादन क्षमता सापडण्यासाठी वापरला जातो. जर विखुरलेला स्थायु जास्त असेल तर खरा अवसादन वेग हा स्टोक च्या सूत्रा नुसारच्या वेगा पेक्षा वेगळा असू शकतो कारण तिथे रेणुनची ब्राऊनियन मोशन होत असते. केशिका नळी विस्क्रेसिमिटर, सेबोल्ट विस्क्रेसिमिटर आणि फिरणारे विस्क्रेसिमिटर हे तीन मुख्य उपकरणे आहेत की जे द्रायू ची विस्क्रेसिटी मोजण्यासाठी वापरली जाते.

विस्क्रेसिटी वर तापमानाचा परिणाम: विस्क्रेसिटी हा एक भौतिक गुणधर्म आहे जो अभियांत्रिकी क्षेत्रामध्ये खूप ठिकाणी उपयोगात येतो. त्यामुळे त्याच्या वरील तापमानाचे के परिणाम होतात हे बघायला हवे.

द्रवासाठी, तापमान वाढल्यावर विस्क्रेसिटी कमी होत जाते कारण कोहेसिव बल कमी होते आणि संवेग संक्रमण वाढते कारण रेणुची हालचाल वाढलेली असते. साधारणपणे कोहेसिव बलाचे वर्चस्व असल्यामुळे द्रवाचे रेणु एकमेकांना सैलपणे जोडलेली असतात म्हणून द्रवाची विस्क्रेसिटी जास्त तापमानाला कमी असते. जर शिटपेटी मध्ये किंवा ऑटोमोबाइल इंजिन मध्ये वंगण तेल वापरले नाही ते घर्षणा मुळे तयार होणाऱ्या उष्णते मुळे त्यांचे आतील भाग लवकर खराब होतील कारण वंगण तेल जास्त आणि कमी तापमानामध्ये सुद्धा टिकून राहते. विस्क्रेसिटी तापमानावर कशी अवलंबून असते ते खाली दिलेले आहे,

$$\eta = \frac{\eta_0}{(1 + \alpha t + \beta t^2)} \text{ येथे } \eta = \text{द्रवाची विस्क्रेसिटी आहे 't' } ^\circ\text{C ला;}$$

$$\eta_0 = \text{द्रवाची विस्क्रेसिटी आहे '0' } ^\circ\text{C ला; आणि } \alpha, \beta \text{ हे स्थिरांक आहेत.}$$

वायुसाठी, जसे तापमान वाढते तशी विस्क्रेसिटी पण वाढते कारण तिथे रेणूंचा संवेग संक्रमण वेग खूप वाढतो कारण त्यांची गतीज ऊर्जा वाढते. वायुमध्ये विस्क्रेसिटी तापमानावर कशी अवलंबून असते ते खाली दिलेले आहे

$$\eta = \eta_0 + \alpha t + \beta t^2$$

5.4.3 विस्क्रेसिटीचे द्रविक पद्धती मधील उपयोग (Applications of viscosity in hydraulic systems)

द्रविक पद्धती मध्ये एका बिंदु जवळ लावलेले बल दुसऱ्या बिंदु पर्यंत असंपीड्य (incompressible) विस्क्रेस द्रायू मार्फत पोहोचते, उदा. हायड्रोलिक ब्रेक मध्ये ब्रेक ऑइल हे माध्यम असते. प्रत्येक हायड्रोलिक पद्धती जसे की हायड्रोलिक ब्रेक, पंप, मोटार इ. खूप ठिकाणी उपयोगी पडतात [उदा. लीफ्ट, फिशिंग बोट, स्टीरिंग पद्धती, शॉक अब्जॉर्बर, फ्लाइंट कंट्रोल आणि ट्रान्समिशन, विमानातील लँडिंग गेअर्स, पृथ्वी वर फिरणारे उपकरणे, ट्रॅक्टर, सिंचन पद्धती, ड्रिलिंग रिग, बांधकाम उपकरणे, यंत्रमानव पद्धती, चरक (crusher), कापड उद्योगातील यंत्रे, पेपर उद्योग इ.] आणि ते जास्त घनता असलेले असंपीड्य (incompressible) द्रायू

वापरतात. ह्या हायड्रोलिक द्रायू मुळे पदार्थाची झिज होऊ शकते, म्हणून पदार्थाची आणि द्रायूची निवड महत्वाची ठरते. हायड्रोलिक द्रायूची वीस्कोसिटी तापमानातील बदलामुळे परिणाम होतो. कारण हायड्रोलिकच्या मुलभूत फंक्शनमुळे हे घडते. ज्यावेळी तापमान वाढते त्याची वीस्कोसिटी कमी होते आणि तापमान कमी झाले तर वीस्कोसिटी वाढते. जर त्याची वीस्कोसिटी कमी तापमानाला जास्त असेल तर हायड्रोलिक द्रायू जाड बनतो त्यामुळे कोटरीकरण (cavitation) समस्या, प्लगगेड फिलटर्स, यांत्रिक क्षमता कमी होणे, तसेच सर्वांगीक कार्यावर परिणाम होतात. जर जास्त तापमानाला विस्कोसिटी कमी असेल तर द्रायू पातळ बनतो त्यामुळे घर्षण वाढते कारण वंगण कमी होते, झीज वाढते, आंतरिक गळती सुरू होते. त्यामुळे जर आपल्याला हायड्रोलिक पद्धती मधील भागांचे आयुष्य वाढवायचे किंवा कार्यक्षमता वाढवायची असेल हायड्रोलिक द्रायूला एक विशिष्ट विस्कोसिटी तापमाना नुसार असणे आवश्यक आहे.

उपयोग

मोठ्या यंत्रांच्या भागासाठी लागणाऱ्या वंगण तेलाची निवड करण्यासाठी विस्कोसिटी हा खूप महत्वाचा घटक आहे. कमी विस्कोसिटी असलेले तेल कार इंजिन मध्ये वापरले जाते. जास्त विस्कोसिटी असलेले विस्कस द्रायू हा हायड्रोलिक ब्रेक पद्धतीत वापरला जातो. हृदय, फुफुस आणि शीरामधून होणारा रक्ताचा प्रवाह हा विस्कोसिटी वर अवलंबून असतो. मिलिकन ऑइल ड्रॉप पद्धती मध्ये ऑइल ची विस्कोसिटी चार्ज चे मूल्यमापन करण्यासाठी वापरली होती.

खूप वेगाने पडणाऱ्या पावसाच्या थेंबाला खूप गतीज ऊर्जा असते पण हवेतून येताना विस्कस बलामुळे त्याची ऊर्जा कमी होते आणि त्याला कमी अंतिम वेग मिळतो आणि ते थेंब आपणाला इजा करत नाहीत. तसेच प्याराशूटर अंतिम वेग मिळवून जमिनीवर उतरतो.

स्थिती अध्ययन

वेगवेगळ्या वयाच्या गटासाठी वेग-वेगळे वाणिज्य क्षेत्रामधील शॅम्पू त्यांच्या प्रवाहणी गुणधर्मांमुळे वेगळे असतात. एक प्रवाहणी गुणधर्म म्हणजे विस्कोसिटी जी की द्रायूता आणि शॅम्पू च्या जाडी च्या समान असते. शॅम्पू मध्ये 80 wt% पाणी असते आणि उरलेले पदार्थ हे पृष्ठसक्रियक, विस्कोसिटी बदलवणारे, रक्षके, सुगंधी आणि रंगीन असतात. विस्कोमिटर असे दाखवतात की पुरुषांसाठी असलेल्या शॅम्पूची विस्कोसिटी ही 120 poise असते त्यामुळे त्या शॅम्पू ला मलाईदार स्वरूप प्राप्त होते आणि महिलांसाठी असलेल्या शॅम्पूची विस्कोसिटी ही 75 poise असते त्यामुळे त्याची द्रायूता कमी असते. केसांना लावणारे जेल हे 960 poise चे असते.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

इंधन आणि रोड ऑइल ची शुद्धगतीकीय विस्कोसिटी मोजण्यासाठी दुसरे एखादे एकक आहे का. [मदत- ASTM D 88 तपासणी पद्धत वापरता येते आणि एकक पोर्टमेंटो 'फुरोल' हे इंधनाचे आणि रोड ऑइल चे एकक असते.]

सोडवलेली उदाहरणे

प्र1. सिलिकॉन ऑइलच्या थेंबाची लिज्या 0.3 mm आहे तर त्याचा अंतिम वेग काढा. हवेचा विस्कोसिटी गुणांक $= 1.8 \times 10^{-5}$ Pa-s; सिलिकॉन ऑइलची घनता $= 980 \text{ kg/m}^3$ आणि हवेची घनता $= 1.225 \text{ kg/m}^3$.

उत्तर: ऑइल थेंबाची लिज्या $= 0.3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$;

हवेचा विस्कोसिटी गुणांक $= 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa-s}$, सिलिकॉन ऑइलची घनता $= 980 \text{ kg/m}^3$

हवेची घनता $= 1.225 \text{ kg/m}^3$.

$$\text{अंतिम वेग } V_t = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_f) = \frac{2}{9} \frac{(3 \times 10^{-4}) \times 9.8}{1.8 \times 10^{-5}} (980 - 1.225)$$

$$= 10658 \times 10^{-3} = 10.658 \text{ m/s}$$

5.5 द्रायूगतीशास्त्र (Hydrodynamics)

मनोरंजक तथ्ये

रक्तातील कमी विस्कोसिटी (viscosity) आणि उच्च अनावर/प्रक्षुब्ध (turbulent) रक्तप्रवाह यामुळे मानवी शरीरात एनिमिया होतो की जो कदाचित रक्तवाहिन्यांमधील विवर्त (eddy current) प्रवाहांमुळे तयार होतो. शरीरातील उर्वरित रक्तवाहिन्यांच्या तुलनेत महाधमनीचा व्यास सर्वात जास्त असल्याने रक्तप्रवाहाचे प्रमाण सर्वात जास्त आहे जे रक्तप्रवाहात प्रक्षुब्धता (turbulence) आणि मोठ्या रेनॉल्ड्स संख्येला तयार करते, ही प्रक्षुब्धता (turbulence) विवर्त (eddy current) प्रवाहांला असा मार्ग देते ज्यामुळे रक्त, रक्तवाहिन्यांवर मोठ्या जोराने आदळते. हृदयावर रक्ताचे शिंतोडे उडल्यामुळे किंवा वाहिनी मधील उर्वरित रक्ताचा स्टेथोस्कोपचा वापर करून एक वेगळा आवाज म्हणून ऐकले जाते.

5.5.1 द्रायू गती (Fluid motion)

द्रायूगतीशास्त्र ही द्रव गतिशीलतेची उपशाखा आणि भौतिकशास्त्राची शाखा आहे ज्यामध्ये द्रवपदार्थांच्या गतीचा अभ्यास विष्यनदिता (viscosity) आणि वस्तुमान घनतेच्या बाबतीत मॅक्रोस्कोपिक पातळीवर केला जातो. वायूंच्या गतीचा एरोडायनेमिक्समध्ये अभ्यास केला जातो, जी द्रव गतिशीलतेची आणखी एक उपशाखा आहे. असंतुलित बलाने कार्य केल्यामुळे द्रव प्रवाहात असतो आणि जोपर्यंत ते या बलाच्या अधीन आहे तोपर्यंत ते गतिमान राहते.

बाह्य बलामुळे, घनता आणि विस्कोसिटी (viscosity) कशी बदलते यावर अवलंबून विविध प्रकारचे द्रव पदार्थ आहेत: (1) आदर्श द्रायू (2) वास्तव द्रायू (3) असंपीड्य (incompressible) द्रायू, (4) संपीड्य (compressible) द्रायू (5) आदर्श आकार्य द्रायू (6) न्यूटोनियन द्रायू (7) अन्यूटोनियन द्रायू. आदर्श द्रव हा एक काल्पनिक असंकुचित द्रव आहे आणि प्रत्यक्षात तो अस्तित्वात नाही. त्यात विष्यनदिता (viscosity) नाही. याउलट, वास्तविक द्रवपदार्थात विष्यनदिता (viscosity) असते. सर्व द्रायू हे आदर्श द्रायू असतात. बाह्य शक्ती लावल्यावर द्रवाची घनता बदलली नाही तर, अशा द्रायूना असंपीड्य (incompressible) द्रायू म्हणतात. संपीड्य (compressible) द्रायूसाठी, बाह्य बलाच्या वापराने घनता बदलते. आदर्श आकार्य द्रायू हा एक प्रकारचा द्रव आहे ज्यामध्ये शिअर तणाव (shear stress) हा वेग प्रवणता (velocity gradient) यांच्या प्रमाणात असतो आणि तो उत्पन्नमूल्यापेक्षा जास्त असतो. न्यूटोनियन द्रव पदार्थ न्यूटनच्या विष्यनदिताच्या (viscosity) तत्वाचे पालन करतात, तर न्यूटोनियन नसलेले द्रव या तत्वाचे पालन करत नाहीत. द्रवपदार्थांच्या गुणधर्मांवर आणि द्रायू कसे वाहते यावर अवलंबून द्रायू प्रवाहाचे वर्गीकरण असे केले जाते (1) स्थिर (2) अस्थिर (3) संपीड्य (compressible) (4) असंपीड्य (incompressible) (5) विस्कस (viscous) (6) अविस्कस (non viscous) (7) आघूर्ण (rotational) (8) आघूर्णी (irrotational) द्रवपदार्थांच्या गुणधर्मांवर आणि द्रव कसे वाहते यावर अवलंबून आहे. द्रव प्रवाह स्थिर प्रवाह मानला जातो जेव्हा द्रवपदार्थांचा वेग कोणत्याही क्षणी स्थिर असतो, तर द्रव प्रवाहामध्ये कोणत्याही क्षणी द्रवाचा वेग स्थिर नसेल, तो अस्थिर प्रवाह मानला जातो. संपीड्य (compressible) आणि असंपीड्य (incompressible) द्रवपदार्थांची घनता बाह्यबलाच्या उपयोगानुसार बदलते की नाही यावर प्रवाह अवलंबून असतो. जेव्हा जडत्वशक्तीचे परिणाम, शरीरबल आणि द्रव पदार्थांतील प्रवणता द्रव विष्यनदिताच्या (viscosity) परिणामांनी संतुलित केली जाते अशा द्रवप्रवाहाला व्हिस्कस प्रवाह म्हणतात. नॉन-व्हिस्कस द्रव प्रवाहात, द्रवपदार्थांच्या उच्च वेगामुळे हे परिणाम असंतुलित राहतात. आघूर्णी (irrotational) द्रव प्रवाह म्हणजे ज्यामध्ये सुसूत्रतेच्या बाजूने जाताना द्रव कण त्यांच्या अक्षाभोवती फिरत नाहीत, तर आघूर्ण (rotational) द्रव प्रवाहात, द्रव कण सुसूत्रतेच्या बाजूने जाताना त्यांच्या अक्षाभोवती फिरतात.

5.5.2 सुव्यवस्थित (स्लोटरेखा) आणि अशांत (प्रक्षुब्ध) प्रवाह (Streamline and turbulent flow)

द्रवपदार्थाच्या कोणत्याही बिंदूवर द्रवपदार्थाचा प्रत्येक कण सतत वेगाने वाहत असेल, असा प्रवाह हा स्थिर किंवा सुव्यवस्थित प्रवाह असल्याचे म्हटले जाते. द्रव कण सुव्यवस्थित मार्गाचे अनुसरण करतो जो एक वक्र आहे आणि ज्याची स्पर्शिका त्या बिंदूवर द्रव वेगाची दिशा देते. द्रवपदार्थाच्या स्थिर प्रवाहात सुसूत्रता एकमेकांना कधीही छेदत नाही. सर्वसाधारणपणे, सुवाही (laminar) प्रवाह हा एक सुव्यवस्थित प्रवाह आहे, ज्यामध्ये द्रव पदार्थ वेगवेगळ्या वेगाच्या थरांच्या स्वरूपात चांगल्या प्रकारे परिभाषित केलेल्या सुसूत्रतेच्या स्वरूपात न मिसळता वाहतो. प्रवाह किंवा सुवाही (laminar) प्रवाह द्रवाच्या कमी वेगाने सुव्यवस्थित करणे आणि द्रवकणांची देवाणघेवाण एका थरापासून दुसऱ्या थरापर्यंत होत नाही. म्हणून बल सुरळीत करण्याच्या बाबतीत जडत्वबला वर द्रवपदार्थाचा भार प्रबळ होतो, 'या प्रकारच्या प्रवाहाला विष्यंदि (viscous) प्रवाह असेही म्हणतात. सुवाही (laminar) बल सैद्धांतिक आहेत.

जेव्हा द्रव क्रांतिक (क्रिटिकल) वेगापेक्षा जास्त वेगाने वाहतो तेव्हा द्रवकण अनियमितपणे, अव्यवस्थित पणे आणि यादृच्छिक (erratically) पद्धतीने हलतात. अशा द्रव प्रवाहाला अशांत प्रवाह म्हणून ओळखले जाते. द्रवकणांची एका थरापासून दुसऱ्या थरापर्यंत अनियमित हालचालीचा परिणाम अशांत प्रवाहात क्रॉस-प्रवाह किंवा विवर्त (eddy current) प्रवाह तयार होण्यास होतो. या प्रकारच्या द्रव प्रवाहात द्रवपदार्थाच्या विष्यंदिताच्या (viscosity) जडत्वशक्तीचा भार असतो. अशांत प्रवाह हा एक व्यावहारिक आणि अविष्यंदि (non viscous) प्रवाह आहे जो द्रवाच्या जास्त वेग आणि द्रवाच्या कमी विष्यनदितावर (viscosity) अवलंबून असतो.

5.5.3 रेनोलडची संख्या (Reynolds number)

रेनॉल्ड्स यांनी द्रवपदार्थाची वेगवेगळी प्रवाह वैशिष्ट्ये अभ्यासून एक अनुभवजन्य सूत्र तयार केले. हे सूत्र एक परिमाणहीन प्रमाण देते, त्यालाच रेनोलडची संख्या (Re) म्हणतात जो ट्यूब किंवा पाईपमधून द्रव वाहताना त्याच्या प्रवाहाचा प्रकार निश्चित करतो. रेनॉल्ड्स क्रमांक परिभाषित केला आहे जडत्वशक्तीचे प्रमाण ते चिकट शक्ती आणि ते तणाव ऐकण्यासाठी गतिशील दाबाचे प्रमाण म्हणून निश्चित केले जाऊ शकते. त्यामुळे रेनॉल्ड्स क्रमांक, वर्तुळाकार नालीसाठी किंवा डक्टसाठी,

$$(R_e) = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{V D}{\mu},$$

असतो, जेव्हा Re हा रेनोलडची संख्या (Re), ρ द्रवाची घनता आहे, V म्हणजे द्रव प्रवाहाचा वेग जो डक्टच्या क्रॉस-सेक्शनच्या वास्तविक क्षेत्रफळावर आधारित असतो, D हा पाईपाचा व्यास आहे, तसेच द्रवपदार्थाच्या गतिशील किंवा निरपेक्ष विश्वत्वाचे गुणांक ही आहे आणि $\mu = \frac{\eta}{\rho}$ किनेमॅटिक विष्यंदिताचा (viscosity) गुणांक आहे.

अवर्तुळाकार पाईप किंवा डक्टसाठी भौमितिक समतुल्य व्यासाची जागा हायड्रोलिक व्यासाने घेतली जाते

$$= D_h = \frac{4A}{P} \text{ एथे } A \text{ पाईप किंवा डक्ट किंवा चॅनेलच्या क्रॉस-सेक्शनचे क्षेत्र, } P \text{ पाईप किंवा डक्ट किंवा चॅनेलचा परिघ. याला 'वैशिष्ट्यपूर्ण लांबी' म्हणूनही ओळखले जाते}$$

चॅनेलचा परिघ. याला 'वैशिष्ट्यपूर्ण लांबी' म्हणूनही ओळखले जाते

रेनॉल्ड्स नंबरचा वापर द्रव प्रवाहाचा प्रकार निश्चित करण्यासाठी केला जाऊ शकतो:

- (1) द्रव प्रवाह जेव्हा पातळ थरांचा (लॅमिनार) असतो तेव्हा $Re < 2300$
- (2) द्रव प्रवाह जेव्हा क्षणिक (transient) असतो तेव्हा $2300 < Re < 4000$
- (3) द्रव प्रवाहाला जेव्हा जोर (turbulent) असतो तेव्हा $Re > 4000$

5.5.4 सातत्य समीकरण (Equation of continuity)

आपण स्थिर, असंपीड्य (incompressible) (किंवा इसोकोरिक) आणि अविषयनदि (non viscous) द्रव प्रवाहाचा क्रॉस-सेक्शनच्या वेगवेगळ्या क्षेत्राच्या विचार करूया. जर A_1 , V_1 , p_1 , आणि A_2 , V_2 , p_2 हे काटछेदाचे क्षेत्रफळ, द्रव प्रवाहाचा वेग आणि द्रवाची घनता P आणि Q बिंदूवर अनुक्रमे.

मग, प्रति सेकंदत प्रविष्ट होणाऱ्या द्रवाचे प्रमाण $P = A_1 V_1$

प्रति सेकंद प्रविष्ट होणाऱ्या द्रवाचे वस्तुमान $P = A_1 V_1 \rho_1$

त्याचप्रमाणे प्रति सेकंद जाणाऱ्या द्रवाचे प्रमाण $Q = A_2 V_2$

प्रति सेकंद प्रविष्ट होणाऱ्या द्रवाचे वस्तुमान $Q = A_2 V_2 \rho_2$

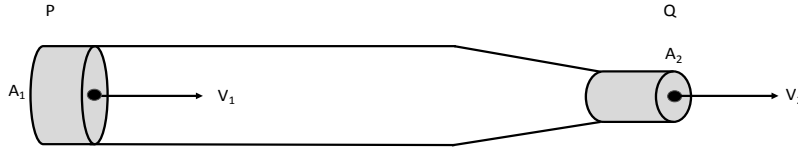
असंपीड्य (incompressible) द्रवासाठी घनता समान राहते बाह्य शक्तीच्या अनुप्रयोगानुसार ते बदलत नाही.

म्हणून, $\rho_1 = \rho_2$.

$$\therefore A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$\therefore AV = \text{स्थिर} = R = \text{आकारमानाचा दर}$

याला स्थिर प्रवाहासाठीचे सातत्य समीकरण असे म्हणतात हे नळीच्या च्या क्रॉस-सेक्शनच्या क्षेत्राच्या आणि नळीच्या कोणत्याही बिंदूवर असलेल्या असंपीड्य (incompressible) द्रवाच्या स्थिर वेगाच्या गुणकाराईतके असते. हे स्थिरप्रमाण प्रवाह दर म्हणूनदेखील ओळखले जाते. या समीकरणात असे म्हटले आहे की, जर नळीच्या क्रॉस-सेक्शनचे क्षेत्र मोठे झाले, तर द्रवपदार्थाचा वेग लहान होतो आणि उलट ही बरोबर ठरते.



आकृती 5.21: वेगवेगळ्या क्षेत्रफळाचा आडवा छेद असलेल्या नळीतून वाहणारा द्रवाचा स्थिर प्रवाह

5.5.5 बर्नोलीचा सिद्धांत आणि उपयोग (Bernoulli's Theorem and its applications)

बर्नोलीचा प्रमेय स्विस गणितज्ञ डॅनियल बर्नोली यांनी 1738 मध्ये मिळवला होता. हे ऊर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व आहे आणि त्यात असे म्हटले आहे की नॉन-व्हिस्कसची एकूण यांत्रिक ऊर्जा आणि एका बिंदूपासून दुसर् या बिंदूपर्यंत सुव्यवस्थित गतीने वाहणारे असंकुचित द्रव त्याच्या संपूर्ण प्रवाहात मार्गाच्या प्रत्येक बिंदूवर स्थिर राहते, जसे

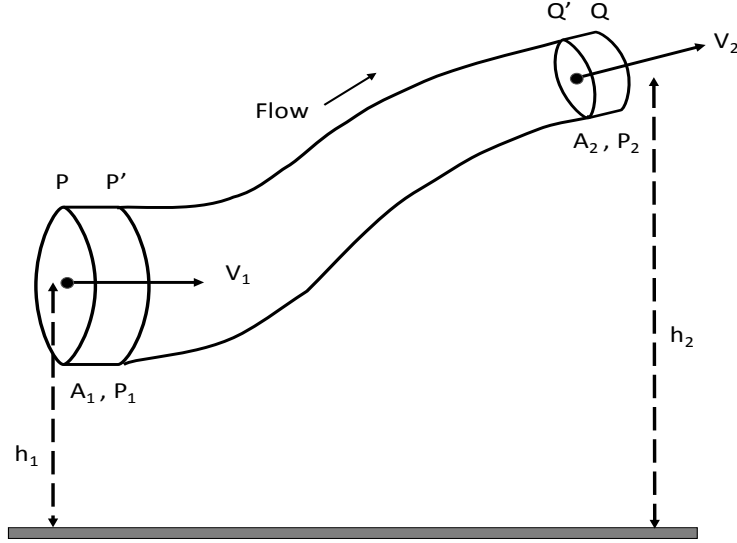
$$\rho \frac{M}{\rho} + mgh + \frac{1}{2} mV^2 = \text{नियतांक}$$

$$\frac{P}{\rho} + gh + \frac{1}{2} V^2 = \text{नियतांक}$$

$$\text{या } P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{नियतांक}$$

जेव्हा, $\frac{\text{तरल का द्रव्यमान}}{\text{तरल का आयतन}}$

येथे, एकूण यांत्रिक ऊर्जा ही द्रव दाबाशी संबंधित ऊर्जेची बेरीज आहे (किंवा ऊर्जेवर दबाव) ($W = P\Delta V$), पृथ्वीच्या पृष्ठभागापासून नळी च्या उंचीमुळे गुरुत्वाकर्षणाची संभाव्य ऊर्जा ($PE = mgh$), आणि द्रव गतीची गतिज ऊर्जा ($KE = \frac{1}{2} mV^2$).



आकृती 5.22: बर्नोलीच्या प्रमेया अनुसार वळणाच्या नळीमधून वाहणारा द्रव प्रवाह

बर्नोलीचे प्रमेय अ-व्हिस्कस द्रवांसाठी काटेकोरपणे वैध आहे किंवा शून्य व्हिस्कोसिटी असलेल्या स्ट्रीमलाइन द्रवासाठीही आहे. लक्षात घ्या की, जर नळी पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर आडवी ठेवली असेल, $h_1 = h_2 = h = 0$, तर मग वरील समीकरण असे लिहिले जाते,

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} = \text{नियतांक}$$

बर्नोलीच्या सिद्धांताचे उपयोग (Applications of Bernoulli's Theorem)

बर्नोलीच्या सिद्धांताचे अनेक उपयोग आहेत. तो आपण व्हॅंचुरीमीटर (किंवा फ्लोमीटर), एरोफोइल लिफ्ट, बुन्सेन बर्नरमध्ये वापरतो, विमानाच्या लिफ्टच्या कामातही वापरतो. व्हॅंचुरीमीटर हे एक उपकरण आहे जे पाईपद्वारे द्रवाचा प्रवाहदर मोजण्यासाठी वापरले जाते. बर्नोलीच्या प्रमेयाचा वापर ऑटोमोबाईल्स, फिल्टर पंप, अँटोमिझर आणि स्प्रिंग्सच्या काब्युरिटरची रचना करण्यातही केला जातो. पेंट-गन, परफ्यूम स्प्रे किंवा कीटकांच्या स्प्रेची कृती ही या प्रमेयावर आधारित आहे. गोल्फ, क्रिकेट, सॉकर, टेनिस ई. मध्ये महत्वाची भूमिका बजावणाऱ्या मॅग्नस इफेक्टचेही बर्नोलीचे तत्त्व स्पष्ट करते, मॅग्नस इफेक्टमुळे या क्रीडाक्षेत्रा मध्ये वापरला जाणारा स्पिनिंग बॉलही हे तत्त्व वापरते. वादळ किंवा चक्रीवादळाच्या वेळी छप्पर का उडतात किंवा जहाजे पाण्यातून कशी जातात हेही या तत्त्वातून स्पष्ट केले आहे. जेव्हा ट्रेन वेगात जाते तेव्हा ती जवळच्या वस्तू खेचते किंवा जेव्हा जवळच्या दोन रो बोटी एकमेकांना समांतर जातात, तेव्हा त्या एकमेकांकडे खेचल्या जातात. बर्नोलीचे तत्त्व या दोन्हीचे स्पष्टीकरण देते अथेरोस्क्लेरोसिसमुळे (एक प्रकारचा डिसीज) जहाजांमध्ये, रक्तप्रवाह आणि हृदयविकाराचा झटका येण्याची घटना बर्नोलीच्या प्रमेयांच्या मदतीने स्पष्ट केली जाऊ शकते.

स्थिति अध्ययन

शरीराची चक्राकार गतिशीलतेमुळे शरीर उचलले जाण्याच्या क्रियेला मॅग्नस इफेक्ट म्हणून ओळखली जाते. या परिणामामुळे, फिरत्या द्रवातील फिरत्या वस्तूच्या मार्गात फरक पडतो आणि वस्तूचा खडबडीत पृष्ठभाग गुळगुळीत पृष्ठभागाच्या तुलनेत जास्त हवा ओढतो. जेव्हा खडबडीत पृष्ठभाग असलेला चेंडू फिरकीने फेकला जातो, तेव्हा तो त्याबरोबर अधिक हवा ओढतो. खडबडीत पृष्ठभाग चेंडूच्या वर असलेल्या हवेच्या रेणूंना त्वरण आणि चेंडूच्या खाली असलेल्या हवेच्या रेणूंचे वेग कमी करण्यास अनुमती देतो. यामुळे चेंडूच्या वर हवेचे रेणू कमी राहतात आणि चेंडूच्या खाली असलेले हवेचे रेणू चेंडूवर येतात आणि चेंडू अधिक अंतर कापतो.

सर्जनशील जिज्ञासा आणि औत्सुक

नळी किंवा डक्टचा आकार रेनॉल्ड्स संख्येचे मूल्य बदलतो का? गोलाकार नळी, एक चौरस नलिका आणि आयताकृती नलिका चे उदाहरण घ्या आणि द्रव प्रवाह आणि वायू प्रवाहासाठी कोणत्या प्रकारची ट्यूब किंवा डक्ट अधिक चांगली असेल हे शोधा.

सोडवलेली उदाहरणे

प्र 1: 2 m/s. वेग आणि 250000 Pa च्या दाबासह आगीच्या नळीत पाणी वाहत आहे हे लक्षात घ्या. नोझलवर वातावरणातील दाब (101300 Pa) कमी होतो. उंचीत कोणताही बदल नाही असे गृहीत धरा, नोझल सोडून पाण्याच्या वेगाची गणना करा. पाण्याची घनता 1000 kgm^{-3} आहे. गुरुत्वाकर्षण त्वरण 'g' = 9.8 ms^{-2} .

Solution: बर्नोलीच्या तत्त्वानुसार,

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

Since, $h_1 = h_2$, आपण हे समीकरण पुन्हा असे लिहू शकतो -

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(\frac{1}{2} \rho V_1^2 + P_1 - P_2 \right)} = \sqrt{\frac{2}{(10)^3} \left(\frac{1}{2} \times (10)^3 \times 2^2 \right) + (25000 - 101300)}$$

$$= \sqrt{301.4} = 17.36 \text{ ms}^{-1}$$

युनिटचा सारांश

- ज्यावेळी वस्तुवर बाह्य विरूपी बल लावले असेल त्यावेळी वस्तु मधे विरोधी बल तयार होते आणि ते विरोधी बल वस्तूला पूर्वस्थितीत घेऊन येण्याचा प्रयत्न करते. एकक चौमी क्षेत्रफळावर तयार होणारे पुनःस्थापी बल म्हणजेच प्रतिबल होयमिती मधील बदल (लांबी, आकारमान आणि आकार) आणि मुळ मिती ह्यांचे गुणोत्तर म्हणजेच विकृती.
- हूकच नियम :** स्थितिस्थापकतेच्या मर्यादेच्या आत पदार्थांमध्ये बाह्य बलाने निर्माण होणारे प्रतिबल आणि विकृती या राशी एकमेकांच्या समप्रमाणात बदलतात.
- यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक $Y = MgL/\pi r^2 l$, स्थितिस्थापकता आकारमानी मापांक $B = -V\Delta P/\Delta v$ आणि कर्तन स्थितिस्थापकता मापांक $\eta = FL/Ax$

- द्रायु मधील दाब म्हणजे एकक चौमी क्षेत्रफळावर प्रयुक्त असलेले सरासरी बल होय. वातावरणीय दाब म्हणजे एकक चौमी क्षेत्रफळावर हवेच्या स्तंभाने पृथ्वीच्या पृष्ठ भागावर लावलेले बल होय. 1 वातावरणीय दाब = 1.013×10^5 पास्कल. प्रमापी दाब हा वातावरणीय दाबा पेक्षा जास्त असलेला दाब होय.
- फॉर्टनचा हवादाबमापी वातावरणीय दाब मोजण्यासाठी वापरतात.
- पृष्ठताणामुळे द्रवाचा मुक्त पृष्ठ हा ताणलेल्या पटला सारखा असतो आणि आपले क्षेत्रफळ कमी करण्याचा प्रयत्न करतो. गणिती भाषेत रेषेच्या दोन्ही बाजूने लंब दिशेत प्रयुक्त होत असलेले बल आणि रेषेची लांबी l यांचे गुणोत्तर म्हणजेच द्रवाचा पृष्ठताण.
- एकाच पदार्थाच्या रेणूमधील आकर्षण बल म्हणजे समकणाकर्षण बल होय वेगवेगळ्या पदार्थांच्या रेणूमधील आकर्षण बल म्हणजे विषमकणाकर्षण बल होय.
- स्थायुच्या पृष्ठ भागाला काढलेली स्पर्शिका आणि द्रवाच्या पृष्ठ भागाला स्पर्श बिंदु जवळ काढलेली स्पर्शिका यामधील कोनाला स्पर्श कोन म्हणतात.
- केशिके मधील द्रवाची उंचीचे सूत्र हे खालील प्रमाणे आहे, $h = \frac{2S \cos \theta}{rpg}$
- तापमान वाढले तर पृष्ठ ताण कमी होतो.
- द्रायूला (म्हणजेच द्रव आणि वायु) एक महत्वाचा भौतिक गुणधर्म असतो तो म्हणजे विस्कोसिटी म्हणजेच कर्तन प्रतिबला मुळे होणाऱ्या कायमच्या विरूपणाला (deformation) मिळालेला आंतरिक विरोध होय.
- विस्कस बल हे द्रायू मधील विरोधी बल असून ते बल थरांच्या गतिता विरोध करते.
- रेनोल्ड चा नंबर हा जडत्व बल आणि विस्कस बल यांचा भागाकर आहे.
- सुवाहि प्रवाहात वेगाची, दाबाची आणि वेगळ्या राशींची किंमत वेळेनुसार बदलत नाहीत.
- बर्नोलीचा प्रमेय हे ऊर्जेच्या संवर्धनाचे तत्त्व आहे आणि त्यात असे म्हटले आहे की नॉन-व्हिस्कसची एकूण यांत्रिक ऊर्जा आणि एका बिंदूपासून दुसऱ्या बिंदूपर्यंत सुव्यवस्थित गतीने वाहणारे असंकुचित द्रव त्याच्या संपूर्ण प्रवाहात मार्गाच्या प्रत्येक बिंदूवर स्थिर राहते.

स्वाध्याय

A वस्तुनिष्ठ प्रश्न

5.1 कर्तन स्थितिस्थापकता मापांकाचे चुकीचे एकक निवडा. [LOD1]

- (a) Nm^{-2} (b) dyne cm^{-2} (c) गिगा पास्कल (d) N/m

5.2 एक तारेची लांबी 2.5 m आणि व्यास 1mm आहे आणि तिचे एक टोक सीलिंगला अडकवलेले आहे. 8 kg वस्तुमानाचे एक माकड त्या तारेच्या एक टोकाला लटकले आहे. ($Y = 2 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, $g = 10 \text{m/s}^2$). तारेची बदललेली लांबी काढा.

[LOD2]

- (a) 1.4mm (b) 2.3mm (c) 1.3mm (d) 3.4mm

5.3 एका तळ्याची सरासरी खोली ही 100 m आहे. तलावाच्या तळाशी पाण्याचे फ्रॅक्शनल कॉम्प्रेशन $\Delta V/V$ शोधा. पाण्याचे बल्क स्थितिस्थापकता मापांक $2 \times 10^6 \text{N/m}^2$, $g = 10 \text{m/s}^2$ आहे. [LOD2]

- (a) 0.5 (b) 0.4 (c) 0.3 (d) 2.0

- 5.4 कोहेसिव बल हे अडेसिव बलापेक्षा जास्त आहे आणि द्रव काचेला ओला नाही करू शकत तर स्पर्श कोन हा: [LOD1]
 (a) obtuse (विशाल कोन) (b) 90° (c) acute (लघुकोन) (d) 0°
- 5.5 केशिकेतिल पाण्याची उंची 12 mm आहे जिची लिज्या r आहे. दुसरी केशिकाची लिज्या 3r आहे आणि पदार्थ समान आहे तर त्या केशिकेतिल पाण्याची उंची [LOD2]
 (a) 3mm (b) 4mm (c) 6mm (d) 2mm
- 5.6 बरोबर/चुक आहे ते सागा. [LOD1]
 1. स्थितिस्थापकता गुणधर्म हा गुरुत्वआकर्षण बलामुळे असतो.
 2. पावसाच्या पाण्याचा थेंब गोलाकार पृष्ठताणामुळे असतो.
 3. केशिकेतिल द्रवाची उंची h ही लिज्येशी व्यस्त प्रमाणात असते.
- 5.7 शुद्धगतिकीय व गतिक विस्कोसिटीचे CGS एकक काय आहेत? [LOD1]
- 5.8 गोल्फ बॉल वरील म्याग्रेस परिणाम हा.... सांगू शकतो. (स्टोकचा नियम, न्यूटनचा विस्कोसिटीचा नियम, बर्नोलीचा प्रमेय, सातत्य समीकरण) [LOD2]
- 5.9 बर्नोलीचा प्रमेय अक्षय्यतेला धरून असते. (वस्तुमान, घनता, ऊर्जा, संवेग) [LOD1]
- 5.10 _____ ही गोष्ट पॅराशूटरला मुक्त पडताना वाचवते. (बर्नोलीचा प्रमेय, स्टोकचा नियम, न्यूटनचा गुरुत्व आकर्ष नियम, टोरीसेलीचा नियम) [LOD2]
- 5.11 480 पॉइसए = _____ N-s.m⁻² (0.48, 48, 4.8, 480) [LOD3]

A वस्तुनिष्ठ प्रश्नांची उत्तरे

5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6 (1)	5.6 (2)	5.6 (3)
d	c	A	a	b	F	T	T

5.2 $\Delta L = MgL/\pi r^2 Y$

5.3 $\Delta V/V = \Delta P/B$

5.7 पॉइस आणि स्टोक

5.8 बर्नोलीचे तत्त्व

5.9 ऊर्जा

5.10 स्टोकचे तत्त्व

5.11 48 (\therefore 1 पॉइस = 0.1 N-s.m⁻²)

B. वर्णनात्मक प्रश्न

- 5.1 स्टील च्या तारेची लांबी 2.5m आहे आणि ती 1.0 mm तानलेली आहे. त्या तारेचा काट-छेद क्षेत्रफळ हे 5.0mm² आहे. काढा 1) प्रतिबल 2) तारेमधील वजन किंवा बल 3) यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक $Y = 2 \times 10^{11}$ N/m². [LOD2]
- 5.2 हवेने भरलेल्या बलूनचा 1) दाबातील बदल 2) आणि अंतिम दाब खालील गोष्टीवरून काढा. [LOD3]

सुरुवातीचे आकारमान $= 8 \times 10^{-3} \text{m}^3$, सुरुवातीचा दाब $= 10^5 \text{N/m}^2$, घटलेले आकारमान $= 10^{-3} \text{m}^3$ हवेची संपीड्यता $= 7.65 \times 10^{-6} \text{N}^{-1} \text{m}^2$

- 5.3 एक 2 m लांबी आणि काट-छेद क्षेत्रफळ 0.02cm^2 असलेली तांब्याची तार एका टोकाला बांधलेली आहे. तिच्या मोकळ्या टोकाला 2 kg वजन लावलेले आहे. तारेतील वाढीव लांबी काढा.

यंगचा स्थितिस्थापकता मापांक $= 1 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, $g = 10 \text{m/s}^2$. [LOD1]

- 5.4 10 m उंची पर्यन्त पाण्याने भरलेल्या टाकी च्या तळाशी असलेला 1) निरपेक्ष दाब आणि 2) प्रमापी दाब काढा. पाण्याचा वरचा पृष्ठ भाग हा वातावरणात मोकळा आहे. [LOD2]

- 5.5 एक केशिका पाण्यात बुडवलेली आहे आणि तिच्यामध्ये पाणी 10 cm वरती गेले आहे. केशिकेची लिज्या काढा. (पाण्याचा पृष्ठ ताण $= S = 7 \times 10^{-2} \text{N/m}$, स्पर्श कोन $= 0^\circ$, $g = 10 \text{m/s}^2$) [LOD1]

- 5.6 जर केशिकेतिल पाण्याची उंची ही पहिल्या केशिकेतिल पाण्याच्या उंची पेक्षा दुप्पट आहे तर त्यांच्या लिज्येचा भागाकर (r_1/r_2) असेल. [LOD2]

- 5.7 सुवाहि प्रवाह आणि क्षुब्ध प्रवाह मधील फरक स्पष्ट करा. [LOD1]

- 5.8 एक तांब्याच्या बॉलचा अंतिम वेग 5.6cm s^{-1} आहे आणि त्याची लिज्या 2.5 mm आहे आणि तो ग्लिसरीनच्या भांड्यामधून 25°C तापमानात पडत आहे. ग्लिसरीनची विस्कोसिटी 25°C तापमानात काढा. ग्लिसरीनची घनता $= 1260 \text{kgm}^{-3}$, तांब्याची घनता $8.9 \times 10^3 \text{kg m}^{-3}$ आहे. [LOD1]

- 5.9 द्रायूची विस्कोसिटी तापमानवर का अवलंबून असते? [LOD2]

- 5.10 रेनोल्डच्या नंबरचे महत्व सांगा. [LOD1]

- 5.11 इथेनॉल एक पाईप मधून 100cm.s^{-1} इतक्या वेगात वातावरणीय दाबाखाली रीफायनरी मधून वाहत आहे. रेफीनरी मध्ये इथेनॉल वरील दाब हा 2 atm (202600 Pa) इतका कमी पातळीवर पाहिजे. त्यासाठी पाईपची उंची किती कमी करावी लागेल ते काढा. असे माना की वेग बदलत नाही. इथेनॉलची घनता 789kg.m^{-3} आहे आणि g ची किंमत 9.8ms^{-2} आहे. [LOD2]

B वर्णनात्मक प्रश्नांची उत्तरे:

5.1 स्ट्रेस $= Y$ स्ट्रेन $= Y \frac{\Delta L}{L} = 8 \times 10^7 \text{N/m}^2$ आणि $F = A$ (स्ट्रेस) $= 400 \text{N}$

5.2 $\Delta P = \frac{\Delta V}{VK} = 0.16 \text{atm}$ आणि $P_1 = P_2 + \Delta P = 1.15 \text{atm}$

5.3 $\Delta L = MgL/AY = 0.2 \text{mm}$

5.4 $P = P_{\text{atm}} + \rho gh = 2 \text{atm}$ आणि $P - P_{\text{atm}} = \rho gh = 1 \text{atm}$

5.5 $r = 2S/h \rho g = 0.14 \text{mm}$

5.6 $h_1 r_1 = h_2 r_2$ आणि $r_1 : r_2 = 2 : 1$

5.8 1.8569Pa-s

5.11 -13.1m (or 13.1m खाली) (संकेत: बर्नोली समीकरण वापरा.)

प्रात्यक्षिक

1. स्प्रिंगचा बलस्थिरांक हुकच्या नियमाने शोधणे

प्रात्यक्षिकाचा फायदा

स्प्रिंगचा ताठरपणा त्याच्या स्थिरबल किंवा स्थिरतेद्वारे निर्धारित केला जातो. स्प्रिंगचा उच्च स्थिरांक म्हणजे एक कडक स्प्रिंग जी ताणणे कठीण असते आणि ते ताणण्यासाठी मोठ्या बलाची आवश्यकता लागते. स्प्रिंगचे बल स्थिर असणे हे त्याच्या लवचिक गुणधर्माचे वैशिष्ट्य आहे. हे हुकच्या नियमाचा वापर करून निश्चित केले जाऊ शकते. या प्रयोगाचा वापर करून स्प्रिंगचे प्रभावी वस्तुमानदेखील निश्चित केले जाऊ शकते.

संबंधित सिद्धांत

संदर्भासाठी युनिट 5 (सेक्शन: 5.1.2) पहा

$$\text{सूत्र: स्प्रिंगचा स्थिरांक, } K = \frac{4\pi^2 (m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)} \left(\because T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \right)$$

जेव्हा T_1 = हेलिकल स्प्रिंगच्या दोलनांचा कालावधी भार 2

T_2 = हेलिकल स्प्रिंगच्या दोलनांचा कालावधी भार 2

m_1 = वस्तुमान भार 1

m_2 = वस्तुमान भार 2

$$\text{स्प्रिंगचा स्थिरांक किंवा बल स्थिरांक } k = \frac{\text{प्रत्यानयन बल}}{\text{विस्तार}}$$

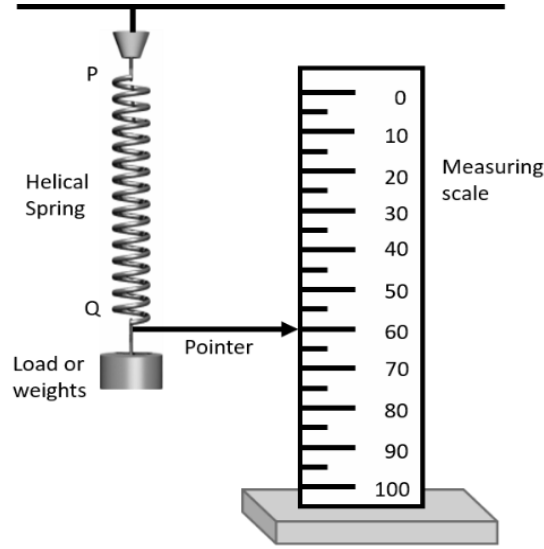
प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

व्यावहारिक परिणाम या अभ्यासक्रमाच्या अभ्यासक्रमातून प्राप्त झाले आहेत:

PrO1: प्रयोग स्थापित करण्यात कौशल्ये मिळवणे आणि स्टॉपवॉचचा वापर करून हेलिकल स्प्रिंगच्या दोलनांच्या वेळेचे अचूक मोजमाप करणे.

PrO2: घनपदार्थांमध्ये लवचिकतेसाठी हुकच्या नियमचे वर्णन आणि पडताळणी करा. घनपदार्थ आणि हेलिकल स्प्रिंगची बल स्थिरता निश्चित करा.

PrO3: एखाद्या गटात किंवा वैयक्तिकरित्या योग्य खबरदारी घेऊन आवश्यक उपकरणांचे संचालन आणि नियंत्रण करा. प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रिखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)



आकृती 5.23: स्प्रिंगचा बलस्थिरांक हुकच्या नियमाने शोधण्यासाठी असणाऱ्या प्रयोगाची मांडणी

अपेक्षित स्त्रोत

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे /उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			तयार केले	तपशील	
	कमी वजनाची हेलिकल स्प्रिंग जिला एक हुक आणि दर्शक (pointer) खालच्या टोकाला आहे (1 ते 1.5 cm स्प्रिंगच्या आतील व्यास)	1			
	हृद टेकू (rigid support)	1			
	प्रत्येकी 10g वजनाची स्लॉटेड वजने (जास्त कडक असलेल्या साठीस्प्रिंग 20 g वजने वापरू शकतो)	5			
	प्रयोगशाळेतील स्टॅन्ड	1			
	समतोलपणा	1			
	कमीतकमी 30-15cm लांबी असलेले मोजमाप पट्टी	1			
	स्टॉप वॉच (0.1 सेकंदाच्या परिमाण शुद्धते बरोबर)	1			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

1. जर स्टॉप वॉचमध्ये कमीतकमी 0.1 सेकंद असेल, तर ऑसिलेशनची संख्या, n , अशी निवडली पाहिजे की ऑस्टिलेटिंग वस्तुमान त्यांना पूर्ण करण्यासाठी 10.0 सेकंदांपेक्षा जास्त वेळ घेईल. यावरून हे निश्चित होईल की वेळेच्या मोजमापात टक्केवारी त्रुटी 1% पेक्षा कमी आहे.
2. येथे स्थिर बलाची गणना करण्यासाठी समीकरणे, दोलना च्या लहान मोठेपणा किंवा लवचिक मर्यादित स्प्रिंगच्या लहान विस्तारासाठी खरे असतात (हुकचा नियम). म्हणून, भार त्याच्या विश्रांतीच्या स्थानावरून दोन्ही बाजूला, वर किंवा खाली, अत्यंत हळूवारपणे सोडताना विशेष काळजी घ्या.
3. हवेच्या प्लवकता आणि विस्कस बलामुळे स्प्रिंगच्या दोलनावर परिणाम होऊ शकतो हे परिणाम आपण जास्त घनता असलेल्या पदार्था पासून बनवलेली आणि जास्त कठीण असलेली स्प्रिंग वापरून कमी करू शकतो.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती

1. हेलिकल स्प्रिंग PQ एका दृढ टेकू वर अशा पद्धतीने लटकवा की तिचा दर्शक हा मुक्त टोक Q कडे असेल आकृती मधे दाखवल्या प्रमाणे.
2. आता मोजमाप पट्टी स्प्रिंगच्या जवळ उभी करा आणि स्प्रिंगचा दर्शक मुक्त पणे पट्टीवर फिरायला हवा. मोजमाप पट्टीचे लघुतम मापाची नोंद करा आणि तो बऱ्यापैकी नेहमी 1 mm किंवा 0.1 cm असतो.
3. त्याचपद्धतीने विराम घड्याळाचे लघुतम माप नोंद करून घ्या.
4. आता हळूवारपणे वस्तुमान (m_1) असलेले स्लोटेड वजन किंवा भार हँगरला लटकवा. दर्शकाची हालचाल थांबेपर्यंत वाट पहा हे स्थान वस्तुमान (m_1) साठी समतोल स्थान (Equilibrium position) असेल.
5. भार m_1 खाली ओढा आणि हळूवारपणे सोडा त्यामुळे तो त्याच्या समतोल स्थानाभोवती दोलने सुरू करेल.
6. दर्शकाने त्याची समतोल स्थिति पर केल्याबरोबर विराम घड्याळ सुरू करा आणि त्याचवेळी n दोलनासाठी वेळ मोजायला सुरुवात करा. n दोलनासाठी भार m_1 ला लागलेला वेळ t म्हणून नोंद करा.
7. आता हीच प्रक्रिया त्याच भारासाठी कमीतकमी 3 वेळा परत करा आणि n दोलनासाठी लागलेला वेळ नोंद. आता हेलिकल स्प्रिंगसाठी n दोलनासाठी लागलेला सरासरी वेळ काढा आणि एका दोलनासाठी लागणारा वेळ म्हणजेच आवृत्ति काल $T (= t_m/n)$ स्प्रिंगसाठी काढा.
8. पायऱ्या 5 ते 7 ची वाढीव भारासाठी पुनरावृत्ती करा आणि दोलनासाठी लागणारा आवृत्ति काल प्रत्येक वजनासाठी काढा आणि टेबल मध्ये त्याची नोंद करा.
9. प्रत्येक भारासाठी स्प्रिंग स्थिरांक काढा (K_1, K_2, K_3) आणि स्प्रिंग स्थिरांक ची सरासरी किंमत काढा.
10. तसेच K ची किंमत आपण T^2 vs. m चा आलेखा वरून पण काढू शकतो. ' T^2 ' हा Y अक्षावर आणि ' m ' हा x अक्षावर घ्या आणि हा आलेख म्हणजे एक सरळ रेषा आपल्याला मिळेल. स्प्रिंग स्थिरांक म्हणजेच आलेखचा स्लोप होय आणि स्प्रिंगचे एकूण वस्तुमान म्हणजे इंटरसेप्ट होय.

निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षण:

1. मोजमाप पट्टीचे लघुत्तम माप = ____ mm = ____ cm
2. विराम घड्याळाचे लघुत्तम माप = ____ sec
3. 1 भार चेवस्तुमान, $m_1 =$ ____ g = ____ kg
4. 2 भार चेवस्तुमान, $m_2 =$ ____ g = ____ kg
5. 3 भार चेवस्तुमान, $m_3 =$ ____ g = ____ kg

निरीक्षण तक्ता:

अ. क्र.	भाराचे वस्तुमान m (Kg)	दर्शकाची समतोल अवस्था (cm)	दोलनांची संख्या (n)	n दोलनासाठी लागणारा वेळ t (sec)				आवृत्ती वेळ $T = t_m / n$ (sec)
				1 (t_1) (sec)	2 (t_2) (sec)	3 (t_3) (sec)	सरासरी वेळ $\frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$ (sec)	
1								
2								
3								

आकडेमोड

सिद्धांतानुसार: (भार m साठी बलस्थिरांक काढा आणि त्याची सरासरी घ्या)

$$K_1 = \frac{4\pi^2 (m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)}; K_2 = \frac{4\pi^2 (m_2 - m_3)}{(T_2^2 - T_3^2)}; K_3 = \frac{4\pi^2 (m_2 - m_3)}{(T_1^2 - T_3^2)}$$

आणि

$$K = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3} = \dots\dots\dots \text{N/m}$$

$$\text{आलेखावरून: } K = \frac{4\pi^2}{\text{रेखीय ग्राफ का ढाल}}$$

आलेख T^2 (Y-अक्ष) विरुद्ध m (X-अक्ष) वरून K च्या किंमती मधील चुक (त्रुटि):

$$K \text{ च्या किंमती मधील चुक (त्रुटि)} = \frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta \text{ढाल}}{\text{ढाल}} = \dots\dots\dots \text{N/m}$$

$$\text{स्प्रिंगचे एकुण वस्तुमान, } m_0 = \frac{\text{प्रतिच्छेद (c)}}{\text{ढाल}}$$

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता

1. हूकचा नियम वापरून स्प्रिंगचा बल स्थिरांक, ____ N/m.
2. आलेखावरून काढलेल्या K मधील चुक (त्रुटि) = ____ %
3. स्प्रिंगचे एकुण वस्तुमान, $m_0 =$ ____ kg

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न (प्रत्येक उत्तरासाठी स्वतंत्र पत्रक वापरा)

1. 11.2 N/m बल स्थिरांक चे महत्व काय आहे?
2. जर स्प्रिंग एकमेकांना सरळ पद्धतीने जोडल्या तर बल स्थिरांक कसं बदलेल?
3. जर स्प्रिंग एकमेकांना समांतर पद्धतीने जोडल्या तर बल स्थिरांक कसं बदलेल?
4. हूकच्या नियमाचे बंधने के (K) आहेत?
5. रोजच्या जीवनातील हूकच्या नियमाचे उपयोग सांगा.

कचऱ्याचे नियोजन

या प्रयोगात वापरलेल्या जाणाऱ्या कचऱ्याचे साहित्य खालील डब्यांमध्ये वर्गीकृत करा:

कचऱ्याचा प्रकार		तपशील
जैविक कचरा	हिरवा डब्बा	काही नाही
ई – कचरा	काळा डब्बा	काही नाही
प्लास्टिक आणि धातूचा कचरा	निळा डब्बा	काही नाही
इतर काही		काही नाही

पर्यावरण पूरक दृष्टीकोन : Reuse (पुनर्वापर), Reduce (वापर कमी करा) आणि Recycle (पुनर्चक्रण)

ह्या प्रयोगाचे उपकरण काळजीपूर्वक हाताळले तर परत-परत वापरता येऊ शकते.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

दिलेल्या प्रक्रियेसंदर्भात सूचकांनी मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून काम केले पाहिजे

(परफॉर्मंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित : गुण * (.. %)		60%	
1.	उपकरण हाताळणे	20%	
2.	वेळ अचूकपणे नोंद करत आहे.	20%	
3.	स्प्रिंगचा बल स्थिरांक मोजणे.	20%	
उत्तरा संबंधित: गुण * (...40%)		40%	
4.	स्वच्छता आणि काटेकर अहवाल सादर करणे.	10%	

(परफॉर्मंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
5.	स्प्रिंगचा बल स्थिरांक, %चुक (लुटि) आणि एकुण वस्तुमान आलेखावरून काढणे.	10%	
6.	अनुमान आणि निष्कर्षाचा अर्थ लावणे.	10%	
7.	प्रयोगाशी संबंधित प्रश्न.	10%	
एकूण		100%	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव :		मिळालेले गुण	शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण	

2. स्टोकच्या नियमाचा वापर करून दिलेल्या द्रवाची (ग्लिसरीनची) विस्कोसिटी शोधणे

प्रात्यक्षिकाचा फायदा

जेव्हा एखादा घनगोलाकृती पदार्थ ज्या द्रायूची (Fluid) विस्कोसिटी माहिती आहे, अशा द्रायूत पडला असता, त्या ठिकाणी ओढले जाणारे बल आढळते, यासंदर्भात स्टोकचा नियम आहे. या प्रयोगामध्ये दिलेल्या घनगोलाकृती पदार्थाचा अंतिम वेग अत्यंत कमी किमतीचा असतो आणि जर आपणास द्रायूची (Fluid) विस्कोसिटी माहित असेल, तर तो आपणास शोधता येतो. याउलट जर आपणाला माहित असलेल्या व्यासाच्या घनगोलाकृती पदार्थाचा अंतिम वेग माहित असेल, तर दिलेल्या द्रायूची (Fluid) विस्कोसिटी किंवा विस्कोसिटी गुणक आपण शोधू शकतो.

संबंधित सिद्धांत

माहितीसाठी संदर्भ पाठ क्रमांक 5 (विभाग क्रमांक (5.4.2))

$$\text{सूत्र : } V_t = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_f) \therefore \eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{V_t} g (\rho - \rho_f) \quad (\text{विषय सैद्धांतिकानुसार})$$

$$\text{आणि } \eta = \frac{2}{9} \frac{1}{\text{ढाल}} g (\rho - \rho_f) \quad (\text{आलेखा नुसार } V_t \text{ vs. } r^2)$$

या ठिकाणी r = घनगोल पदार्थाची त्रिज्या;

V_t = घनगोल पदार्थाचा अंतिम वेग;

g = गुरुत्वीय त्वरण;

η = विस्कोसिटी गुणक किंवा द्रायूची विस्कोसिटी;

ρ = घनगोल पदार्थाची घनता;

ρ_f = द्रायूची घनता

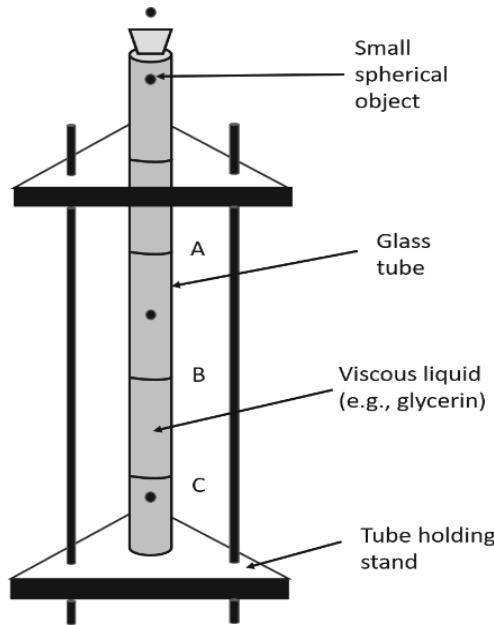
प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

पाठ्यक्रमातील अभ्यासक्रमानुसार प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती साध्य करायची आहे,

PrO1: रबरी पट्टीवर स्थितिवाचक खुणा करणे व ते व्यवस्थित वापरण्याचे कौशल्य प्राप्त करा, वर्नियर कैवार आणि स्टॉप-वॉच यांचा वापर घनगोल वस्तूची लिज्या काढणे आणि पदार्थ मुक्तपणे पडतानाचा वेळ मोजण्यासाठी अचूकपणे वापर करा.

PrO2: विविध द्रायूसाठी स्टोकचा नियम स्पष्ट करा आणि दिलेल्या द्रायूची विस्कॉसिटी दिलेल्या वेळेमध्ये शोधा.

PrO3: दिलेले उपकरण योग्य काळजी व नियोजनपूर्वक, वैयक्तिक अथवा सामूहिकपणे वापरा व त्याचे नियंत्रण करा.

प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रेखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)

आकृती 5.24: स्टोकच्या नियमाचा वापर करून दिलेल्या द्रवाची (ग्लिसरीनची) विस्कॉसिटी शोधणे -प्रयोगाची मांडणी

अपेक्षित स्रोत (ResourcesRequired)

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्रोत यंत्रे/ हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्रोत यंत्रे/हत्यारे /उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	विस्तृत माहिती	
1.	मोठ्या व्यासाची काचेची किंवा अक्रीलिकची पारदर्शक नळी (अंदाजे 1.25 m लांबीची आणि 4 cm व्यासाची)	1			

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/ हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे /उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	विस्तृत माहिती	
2.	द्रवात टाकण्यासाठी अंदाजे 10 cm लांबीची आणि 1 cm व्यासाची काचेची नळी (किंवा 1 cm व्यास असलेले नरसाळे)	1			
3.	ठराविक व्यासाचा पोलादाचा घनगोल चेंडू व्यास (अंदाजे 1.0 mm ते 3 mm)	1			
4.	पारदर्शक विस्कस द्रव (प्रयोगशाळा प्रमाणित असलेले ग्लिसरीन किंवा मोहरीचे तेल)	2 Lit.			
5.	प्रयोगशाळेतील स्टॅन्ड	1			
6.	चिमटे	1			
7.	रबरी पट्टे (Rubber bands)	3			
8.	दोन रबरी स्टॉपर (त्यापैकी एक छिद्र असलेला)	प्रत्येकी 1			
9.	तापमापी (0-50 °C)	1			
10.	मीटरपट्टी	1			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precaution)

- ज्यामध्ये विस्कस द्रायू ठेवायचा आहे, त्या मोठ्या काचेच्या नळीचा व्यास हा पोलादी गोळ्यापेक्षा बऱ्यापैकी मोठा असावा.
- द्रायूमध्ये मुक्तपणे गोळा पडत असताना तो कोणत्याही प्रकारे काचेच्या नळीला स्पर्श करणार नाही, याची काळजी घ्या गोळा सोडण्यासाठी चिमट्याचा वापर करणे अपेक्षित आहे.
- गोळा द्रायू भरलेल्या नळीमध्ये हळूवर सोडणे गरजेचे आहे. गोळा द्रायूच्या नळीमध्ये सोडण्यापूर्वी त्याच द्रायूच्या सहाय्याने तो बुडवून वॉच ग्लासमध्ये घ्यावा, जेणेकरून गोळ्याभोवती कोणत्याही प्रकारे हवेचे बुडबुडे किंवा आवरण तयार होणार नाही.
- ड्राईव्ह नळीमध्ये अत्यंत काळजीपूर्वक ओतावा. तो विषारी किंवा बिनविषारी असू शकतो त्यामुळे रासायनिक द्रावण संदर्भात असलेल्या सर्व मार्गदर्शक सूचनांचे पालन करा.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती (Suggested procedure)

- वातावरणाच्या तापमान आणि दाबावर आकृतीमध्ये दाखवल्याप्रमाणे उपकरण सुसज्जित करा. काचेच्या नळीमधील विस्कस द्रायूमध्ये हवेचे फुगे नसल्याचे सुनिश्चित करा. तापमापीने वातावरणाचे तापमान मोजा.

2. A, B आणि C वर तीन रबर बँड रूंद व्यासाच्या काचेच्या नळीभोवती ठेवा, जेणेकरून काचेची नळी चार भागांमध्ये विभागली जाईल. AB व BC यांच्यातील अंतर ठेवा म्हणजे $AB = BC$. रूंद व्यासाच्या काचेच्या नळी तोंडापासून रबर बँड A मोजायचे आहे.
3. दिलेल्या घनगोलाकार वस्तूचा (पोलादी गोळा) व्यास मोजण्यासाठी व्हर्नियर कॅलिपर वापरा.
4. रूंद व्यासाच्या काचेच्या नळ्याच्या उघड्या टोकाला एक लहान रबरी नळी किंवा नरसाळे उभी अशी अडकवा, की जेणेकरून काचेच्या नळ्याच्या बाजूंना स्पर्श न करता पोलादी गोळे मुक्तपणे पडतील. आता, वेगळ्या त्रिज्याची स्वच्छ आणि कोरडी गोलाकार वस्तू (किंवा पोलादी गोळे) हळुवारपणे द्रवामध्ये टाका. आपल्याला समान त्रिज्या असलेल्या (r) चार किंवा पाच पोलादी गोळ्यांच्या संचाची आवश्यकता असू शकते, म्हणून समान त्रिज्याच्या पोलादी गोळ्यांचे स्वतंत्र संच बनवा.
5. दोन स्टॉप घड्याळे वापरा आणि पोलादी गोळा रबर बँडमधून A वर असलेल्या स्थितीत जाताना, दोन्ही एकाच वेळी सुरू करा. जेव्हा चेंडू B बँडमधून जातो, तेव्हा घड्याळांपैकी एक थांबवा. चेंडू C साठी बँड ओलांडल्यावर दुसरे घड्याळ थांबवा.
6. पोलादी गोळा A ते B आणि A ते C मध्ये अनुक्रमे 't₁' आणि 't₂' म्हणून पडण्यास लागणारा वेळ लक्षात घ्या. जर पोलादी गोळा अंतिम वेग प्राप्त करतो, तर $t_2 = 2 t_1$. जर पोलादी गोळा अंतिम वेग प्राप्त करत नसेल, तर रबर बँडची स्थिती समायोजित करताना त्याच त्रिज्याच्या पोलादी गोळ्यांसह प्रयोग पुन्हा करा.
7. वेगवेगळ्या त्रिज्याच्या (r) इतर पोलादी गोळ्यासाठी प्रयोग पुन्हा करा.
8. अंतिम वेग प्राप्त करण्यासाठी रबर बँड समायोजित केल्यास AB आणि AC यांची लांबी मोजा.
9. वेगवेगळ्या त्रिज्याच्या प्रत्येक पोलादी गोळ्यासाठी अंतिम वेग (V_f) निश्चित करा.
10. Y- अक्षावरील टर्मिनल वेग (V_f) आणि गोळ्याच्या त्रिजेचा वर्ग, r² X-अक्षावर घ्या. व त्याच्या दरम्यान आलेख काढा. तो आलेख सरळ रेषेचा असेल आणि म्हणून वर दिलेल्या संबंधाचा वापर करून द्रवपदार्थाच्या विस्कोसिटीचा गुणांक निश्चित करा.

निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षणे

1. द्रवपदार्थाचे तापमान (T) = ____ °C.
2. गोळ्याच्या पदार्थाची घनता (ρ) = ____ kg-m⁻³
3. नळीमधील विस्कोस द्रवपदार्थाची घनता (ρ_f) = ____ kg-m⁻³
4. रूंद काचेच्या नळीचा किंवा कॉलमचा अंतर्गत व्यास = ____ cm = ____ m
5. काचेच्या नळीची लांबी = ____ cm = ____ m
6. A आणि B मधील अंतर = ____ cm = ____ m
7. B आणि C मधील अंतर = ____ cm = ____ m
8. सलग दोन रबर-बँड दरम्यानचे सरासरी अंतर (h) = ____ cm = ____ m
9. प्रयोगाच्या ठिकाणी गुरुत्व त्वरण (g) = ____ cm-s⁻² = ____ m-s⁻²
10. स्टॉप-वॉचचे किमान वाचन = ____ s

निरीक्षण तक्ता:

अ.क्र.	गोळ्याचा व्यास (D) (cm)	गोळ्याची त्रिज्या (r = D/2) (in meter)	गोळ्याच्या त्रिज्येचा वर्ग (r ²) (m ²)	A, B आणि C रबर- बँड मधील सरासरी अंतर (h) = ____ m				अंतिम वेग Vt = h/t (m.s ⁻²)
				कापण्यासाठी घेतलेला वेळ				
				A ते B (t ₁) (sec)	A ते C (t ₂) (sec)	B ते C (t ₃ = t ₂ - t ₁) (sec)	सरासरी वेळ (t = $\frac{t_1 + t_3}{2}$) (sec)	
1								
2								

आकडेमोड

सैध्दांतिकानुसार:

(वेगवेगळ्या व्यासाच्या प्रत्येक पोलादी गोळ्यासाठी व्हिस्कोसिटीची आकडेमोड करा आणि नंतर व्हिस्कोसिटीच्या गुणांकाची सरासरी च्या)

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{v_t} g (\rho - \rho_f) \text{ (सैध्दांतिकानुसार)}$$

$$= \text{____} \text{Ns-m}^{-2}$$

आलेखावरून V_t (Y- अक्षावर) व. r^2 (X- अक्षावर) यांच्यामधील:

$$\eta = \frac{2}{9} = \frac{1}{\text{ढाल}} g (\rho - \rho_f) = \text{.....} \text{Ns.m}^{-2}$$

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता

दिलेल्या व्हिस्कस द्रवपदार्थाच्या ____ °C तापमानावर स्टोक्सच्या नियमानुसार व्हिस्कोसिटी गुणांक (ग्लिसरीन) ____ Ns-m⁻² मोजला जातो,


निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न (प्रत्येक उत्तरासाठी स्वतंत्र पलक वापरा)

1. या प्रयोगासाठी तुम्हाला घनगोलाकार वस्तूची गरज का आहे?
2. मुक्त-पडणारा गोळ्याला अंतिम वेग कधी प्राप्त करतो?
3. स्टोक्सच्या नियमाच्या मर्यादा काय आहेत?
4. तापमानासह ग्लिसरीनच्या व्हिस्कोसिटीची किंमत कशी बदलते?
5. गोळ्याच्या पदार्थाची घनता द्रवपदार्थाच्या घनतेपेक्षा कमी असेल तर काय होईल

कचऱ्याचे नियोजन

या प्रयोगात वापरले जाणाऱ्या कचऱ्याचे साहित्य खालील डब्यांमध्ये वर्गीकृत करा:

कचऱ्याचा प्रकार		तपशील
जैविक कचरा	हिरवा डब्बा	ग्लिसरीन हे जैविक रसायन आहे. विद्यमान कंपोस्टमध्ये मिसळून त्याची विल्हेवाट लावता येते.
e- कचरा	काळा डब्बा	काही नाही
प्लास्टिक आणि धातूचा कचरा	निळा डब्बा	काही नाही
इतर काही		काही नाही

पर्यावरण पूरक दृष्टीकोन : Reuse (पुनर्वापर), Reduce (वापर कमी करा) आणि Recycle (पुनर्चक्रण)

पोलादी गोळे परत द्रवपदार्थांच्या स्तंभातून वापरण्यासाठी पुरेसे मजबूत चुंबक वापरा. आवश्यक प्रमाणे, एकदा द्रवपदार्थांच्या स्तंभात ओतलेला चिकट द्रव अनेक वेळा पुन्हा वापरला जाऊ शकतो. वेगवेगळ्या द्रव्यांसाठी, काही समान काचेच्या नळ्या खरेदी करून पुन्हा वापरल्या जाऊ शकतात. आवश्यक असल्यास स्टील बॉल द्रवपदार्थांच्या स्तंभातून परत वापरण्यासाठी पुरेसे मजबूत चुंबक वापरले जाऊ शकते.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

दिलेल्या प्रक्रियेसंदर्भात सूचकांनी मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक तत्त्वे म्हणून काम केले पाहिजे

(परफॉर्मंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित :... गुण * (.. %)		60 %	
1.	उपकरण हाताळणे.	20 %	
2.	लांबी आणि वेळ यांची अचूकपणे नोंद करत आहे.	10 %	
3.	वर्नियर कैवार वापरून गोळ्याची त्रिज्या शोधणे.	10 %	
4.	स्टोक्सच्या नियमाचा उपयोग करून व्हिस्कस द्रायूमधे गोळ्याचा अंतिम वेग शोधणे.	20 %	
उत्तरा संबंधित: गुण * (.....%)		40 %	
5.	स्वच्छता आणि काटेकर अहवाल सादर करणे	10 %	
6.	स्टोक्सचे सूत्र आणि % त्रुटी वापरून द्रवपदार्थांच्या व्हिस्कसिटीच्या गुणांकची किंमत शोधणे.	10 %	
7.	अनुमान आणि निष्कर्षाचा अर्थ लावणे.	10 %	
8.	प्रयोगाशी संबंधित प्रश्न	10 %	
एकूण		100 %	

* उत्पादन आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव :		मिळालेले गुण	शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण	

3. फोर्टिनच्या बॅरोमीटरचा वापर करून प्रतलातील वातावरणाचा दाब निश्चित करणे

प्रात्यक्षिकाचा फायदा

विद्यार्थी भविष्यात वेगवेगळ्या कार्यशाळा, प्रयोगशाळा आणि अभियांत्रिकी क्षेत्रात हे बॅरोमीटर वापरून वातावरणातील दाब मोजू शकतात.

संबंधित सिद्धांत/ संकल्पना

वातावरणातील दाबामुळे फोर्टिनच्या नळीतील पाण्याची पातळी बदलत जाते त्यानुसार बॅरोमीटर बदलतो, जेव्हा दाब वाढतो, तेव्हा पाण्याची पातळी कमी होते. मुख्य पट्टीवरील वाचन करताना फोर्टिनच्या बॅरोमीटरच्या नळीतील पाण्याची पातळी नेहमीच शून्यावर ठेवली जाते. चामड्याची पिशवी पाण्याने भरलेली असते आणि स्कू जॅकच्या मदतीने पाण्याची पातळी वाढविली जाते किंवा कमी केली जाते. हे समायोजन केल्यानंतर काचेच्या नळीतील मर्क्युरी कॉलमचा वरचा भाग वर्निअरच्या टोकाला आणून मोजला जातो जेणेकरून तो फक्त पारा स्तंभाच्या वरच्या भागाला किंवा पाण्याच्या वरील पृष्ठभागाला स्पर्श करेल. त्यानंतर मुख्य पट्टीवरील वाचन आणि वर्निअर स्केल चे वाचन हे जुळवले जातात. म्हणून, पाण्याच्या स्तंभाची उंची मुख्य प्रमाण आणि वर्निअर पट्टीवरील वाचनाच्या बेरजेइतकी असते किंवा

एकूण वाचन $h =$ मुख्य पट्टीवरील वाचन + वर्निअरची जुळणारी रेषा \times कमीत कमी गणना (L.C.)

म्हणून वातावरणातील दाब $P_{\text{atm}} = \rho gh$

जर पाण्याची घनता ρ आणि g स्थिरांक असेल तर $P_{\text{atm}} \propto h$

वर्निअरची कमीत कमी गणना = वर्निअर स्केलवरील एकूण संख्येनुसार विभागलेल्या मुख्य प्रमाणाचा एक विभाग

$$\text{L.C.} = \frac{1 \text{ mm}}{10} = 0.1 \text{ mm}$$

प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

PrO1: विद्यार्थ्यांना फोर्टिनच्या बॅरोमीटरचे तत्त्व समजू शकेल.

PrO2: फोर्टिनच्या बॅरोमीटरचा वापर करून वातावरणीय दाब शोधण्यास सक्षम.

PrO3: पृथ्वीच्या पृष्ठभागावर कोणत्याही ठिकाणी वातावरणाचा दाब मोजण्यास सक्षम.

प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रेखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)

विभाग 5.2.4 मध्ये फोर्टिनच्या बॅरोमीटरच्या योजनाबद्ध आकृतीचा संदर्भ घ्या.

अपेक्षित स्त्रोत

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे / उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्याने भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	विस्तृत माहिती	
1.	फोर्टिन बॅरोमीटर	1			
2.	तापमापक	1			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी

- पाऱ्याची पातळी शून्यवर करताना समायोजित स्कू जास्त लवकर फिरवता कामा नये.
- ज्या खोलीत दाब मोजला जातो त्या खोलीच्या तापमानात कोणताही फरक नसावा.
- सूर्यप्रकाशाचा संपर्क येऊ नये अन्यथा पितळी नळीतील पाऱ्याची पातळी ठरवणे कठीण होईल.
- पारा स्तंभाच्या वरच्या बाजूला असलेल्या पोकळीच्या जागेत कोणतीही हवा शिरली नाही याची खात्री करण्यासाठी त्याची चाचणी केली पाहिजे.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती

- बॅरोमीटरला हलकेच टॅप करा जेणेकरून पाऱ्याच्या पृष्ठभागाची उंची (काचेच्या नळीतिल मर्क्युरी कॉलमच्या वरच्या पृष्ठभागाचा आकार) फार मोठी किंवा खूप लहान होणार नाही हे पहावे.
- शून्य समायोजित नॉब वापरा जेणेकरून पाऱ्याच्या पृष्ठभागाचा वरचा भाग फक्त पॉईंटरच्या शून्य बिंदु किंवा टिपच्या टोकाला आणि मुख्य स्केलच्या शून्याला स्पर्श करतो.
- चल (movable) पट्टी किंवा व्हर्निअर स्केलची उंची अशी समायोजित करा जेणेकरून स्केलच्या पुढचा आणि मागील भागाचा तळ पाऱ्याच्या पृष्ठभागाबरोबर जुळेल.
- मुख्य प्रमाणाचे वर्निअर स्केल आणि मुख्य पट्टीवरील वाचन वापरून काचेच्या नळीतील मर्क्युरीची उंची मोजा. वर्निअर स्केल आणि मुख्य पट्टीवरील जुळलेले वाचन वहीत लिहा या एकूण वाचना मुळे पारा स्तंभाची उंची (h) मिळेल.
- चौथी पायरी 3 वेळा करा आणि नंतर एकूण उंचीचे (h) वाचन घ्या.
- बॅरोमीटरवर बसवलेल्या थर्मामीटरचा वापर करून तापमान वाचा.

निरीक्षण आणि आकडेमोड

मर्क्युरीच्या पातळीचा h निरीक्षण तक्ता:

अ क्र.	मुख्य पट्टीवरील वाचन (MSR) mm	व्हर्निअर पट्टीवरील जुळणाऱ्या रेषेचे वाचन (VSD) (n)	एकूण वाचन (h) = MSR + n × L.C mm
1. ते 3.			

आकडेमोड

उंचीचे एकूण वाचन $h = \dots\dots\text{mm}$

वातावरणीय दाब हे दिलेल्या सूत्राद्वारे मोजले जाते $P_{\text{atm}} = \rho gh$

खोलीचे तापमान $t = \dots^\circ\text{C}$

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता

प्रयोगशाळेत मोजलेला वातावरणीय दाब $P_{\text{atm}} = \dots\dots\dots$ पास्कल

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न

1. वातावरणीय दाबा ची व्याख्या लिहा
2. उंचीसह वातावरणीय दाबातील फरक स्पष्ट करा.
3. सिस्टर्नच्या तळाशी असलेल्या स्कूचा वापर स्पष्ट करा
4. गुरुत्वाकर्षणामुळे 'g' त्वरणासह वातावरणीय दाब भिन्नतेवर चर्चा करा

सुचवलेले शिक्षण संसाधने (शिक्षकांनी भरावे)

दिलेली निर्देशक प्रक्रिया आणि उत्पादन कामगिरी संबंधित गुणांबाबत मूल्यांकनासाठी मार्गदर्शक म्हणून काम करतील.

(परफॉर्मंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित गुण * (..... %)		60%	
1.	स्कू समायोजित करण्याचे योग्य समायोजन	15%	
2.	व्हर्नियर कैवारची कमीत कमी गणना करा	15%	
3.	काचेच्या नळीतील मर्क्युरी कॉलमच्या उंचीचे योग्य मोजमाप	15%	
4.	आकडेमोड आणि अनुमान .	15%	
उत्तरा संबंधित: गुण * (.....%)		40%	
5.	तुटीचा अंदाज	10%	
6.	तर्क आणि / किंवा अनुमान	10%	
7.	अनुमान आणि निष्कर्षाचा अर्थ लावणे.	10%	
8.	प्रयोगाशी संबंधित प्रश्न	10%	
एकूण		100%	

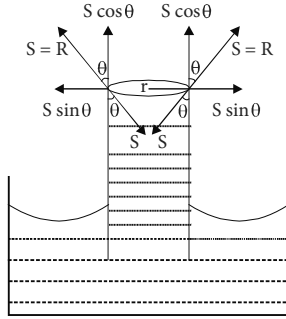
* गुण आणि उत्पादन प्रक्रियेच्या मूल्यांकनासाठी टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव :			मिळालेले गुण	शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्पादन संबंधित	एकूण		

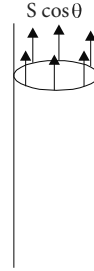
अवांतर माहिती

1. **पॉयसनचा भागाकार (poisson's ratio):** व्यासातील अंशात्मक बदल आणि लांबीतील अंशात्मक बदल ह्यांचा भागाकार म्हणजे पॉयसनचा भागाकार.

$$\sigma = \frac{\frac{\text{व्यास में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक व्यास}}}{\frac{\text{लंबाई में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}}} = \frac{\frac{\Delta D}{D}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{L \Delta D}{D \Delta L}$$
 - a. σ च्या सीमाकारी किंमती -1 and 0.5 आहेत.
2. **पास्कल चा नियम:** बंदिस्त द्रवपदार्थाच्या कोणत्याही बिंदूवर स्थिर असताना दबाव लागू केला तर तो द्रवपदार्थाच्या प्रत्येक बिंदूवर समान प्रमाणात प्रसारित होतो.
3. सापेक्ष घनता ही पदार्थाची घनता आणि 4°C ला पाण्याची घनता ह्यांचा भागाकार असते.
4. **आरोहण सूत्र:** जर एक केशिका r त्रिज्या असलेली S पृष्ठ ताण असलेल्या द्रवामधे बुडवलेली आहे आणि द्रव h इतक्या उंचीवर गेला आहे आकृती 5.25 मध्ये दाखवले आहे.



आकृती 5.25: क्यापिलरीच्या आरोहण सूत्रसाठी



आकृती 5.26: क्यापिलरीच्या बल घटकासाठी

- a. वर गेलेल्या द्रवाचे वजन = पृष्ठ ताण बल किंवा $Mg = (S \cos \theta) 2\pi r$
 - b. द्रवाचे वस्तुमान = घनता \times आकारमान = $\rho \times \pi r^2 h$ म्हणून,
 $\rho \times \pi r^2 h g = (S \cos \theta) 2\pi r$ या $h = (2 \cos \theta) / \rho r g$
5. संचालन विरूपी (थिक्सोट्रोपिक) द्रवपदार्थ म्हणजे ज्यांच्याकडे वेळेवर अवलंबून असलेला कर्तन (shear) पातळ करण्याचा गुणधर्म असतो, म्हणजेच, या नॉन-न्यूटोनियन द्रव्यांची विष्यदिता (viscosity) कर्तन ताणात कमी होते. थिक्सोट्रोपिक द्रव सामान्यतः सामान्य स्थितीत स्थिर चिकट द्रव असतात, परंतु जेव्हा ते उत्तेजित होतात किंवा हलतात किंवा कातर-तणावग्रस्त

असतात तेव्हा त्यांचा चिकटपणा कमी होतो. काही चिकणमाती, सायटोप्लाझम, ड्रिलिंग चिखल ही थिक्सोट्रोपिक द्रवपदार्थांची नैसर्गिक उदाहरणे आहेत. थिक्सोट्रोपिक शाई हे शून्य-गुरुत्वाकर्षण अंतराळ उड्डाण दरम्यान लिहिण्यासाठी वापरले जाणारे पेनचे मुख्य वैशिष्ट्य आहे. इलेक्ट्रॉनिक उत्पादन मुद्रण प्रक्रियेसाठी, थिक्सोट्रोपिक सोल्डर पेस्ट वापरल्या जातात. मनुका, मध हे थिक्सोट्रोपिक फ्लुइडचे उदाहरण आहे. पॅराफिन तेल, मलई, पेंट्स, केचअप, टूथपेस्ट इत्यादी देखील थिक्सोट्रोपिक द्रवपदार्थांची उदाहरणे आहेत. हे लक्षात घेणे महत्वाचे आहे की द्रवपदार्थांतील स्यूडोप्लास्टिक वर्तन थिक्सोट्रोपिक वर्तनाचे समानार्थी आहे.

नाविष्यपूर्ण योजना प्रात्यक्षिक/प्रकल्प/उपक्रम

1. तोरीसेलीच्या हवादाबमापीच्या सहाय्याने वातावरणीय दाबाचे मूल्यांकन शोधणे.
2. मधाचा विस्कोसिटी गुणांक (η) शोधा.
3. वायुदाबमापीच्या सहाय्याने साहित्याचा हवेतील दाब ठरवा/शोधा.
4. वेगवेगळ्या द्रायूचे उदा. पाणी, एरंड तेल, ऑर्गनिक द्रव, पेंट, पोलीमर्स, खनिज तेल इ. शुद्धगतिकीय व गतिक विस्कोसिटी मोजण्यासाठी वेग-वेगळ्या पद्धतीचे पॉवर पॉइंट प्रेझेंटेशन तयार करणे.
5. खेळाच्या चेंडूवरील म्याग्रेस परिणाम बदल चर्चा करा आणि पॉवर पॉइंट प्रेझेंटेशन तयार करा.

संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव

संदर्भ

1. H. C. Verma, Concepts of Physics Vol. I & II, Bharti Bhawan Ltd. New Delhi, 2017.
2. J. Walker, Principles of Physics, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
3. M. E. Browne, Schaum's Outline of Physics For Engineering And Science, 4th Edition, McGraw-Hill, 2019.
4. E. Hecht, Schaum's Outline of College Physics, 12th Edition, McGraw-Hill, 2017.
5. A. Halpern, Schaum's 3,000 Solved Problems In Physics, McGraw-Hill, 2011.
6. A. Beiser, Schaum's Outline Of Applied Physics, 4th Edition, Mc-Graw-Hill, 2009.
7. A. Beiser, Schaum's Easy Outline Of Applied Physics, Revised Edition, McGraw-Hill, 2011.
8. PhET Interactive Simulations, University of Colorado Boulder, <https://phet.colorado.edu>
9. OLabs, Developed by Amrita Vishwa Vidyapeetham & CDAC Mumbai and funded by MeitY (Ministry of Electronics & Information Technology, India), <http://www.olabs.edu.in/>
10. Swayam Prabha, INFLIBNET, India, <https://www.swayamprabha.gov.in/index.php/>

प्रॅक्टिकलसाठी सुचवलेले शिक्षण संसाधने

1. C. L. Arora, B.Sc. Practical Physics, S. Chand Limited, 2001.
2. G. L. Squires, Practical Physics, Cambridge University Press, 2001.

6

उष्णता आणि थर्मोमेट्री

युनिट वैशिष्ट्ये

हे युनिट मूलभूत भौतिकशास्त्राच्या खालील पैलूंवर केंद्रित आहे:

- उष्णता आणि तापमानाची संकल्पना
- उदाहरणासह उष्मा हस्तांतरणाची पद्धत आणि विशिष्ट उष्मा
- तापमानाचे मोजमाप आणि त्यांचे नाते. तापमापकाचे प्रकार आणि त्यांचे उपयोग
- घन, द्रव आणि वायूंचा विस्तार, रेषात्मक, पृष्ठभाग आणि घनाकार विस्तार गुणांक आणि त्यातील संबंध
- औष्णिक वाहकता आणि त्याचे उपयोग

तर्कसंगत

उष्णता ही औष्णिक ऊर्जा असते आणि तापमान म्हणजे या ऊर्जेचे परिमाण. येथे, आपण या परिमाणांच्या संकल्पना समजून घ्याल आणि काही उदाहरणे वापरून उष्णता स्थानांतरणाच्या तीन पद्धतींमध्ये फरक करण्यास सक्षम असाल. आपण विशिष्ट उष्मासारख्या मूल गुणधर्मांचा अभ्यास कराल आणि तापमानाचे वेगवेगळे प्रमाण आणि त्यांचे संबंध वेगळे करण्यात सक्षम व्हाल. आपल्याला तापमापकाचे (thermometer's) विविध प्रकार देखील समजतील. अखेरीस, आपण हवा, द्रव आणि घन पदार्थांवरील तापमान, औष्णिक वाहकता या दृष्टीने तापमानावरील प्रभावांचा अभ्यास कराल. आपल्याला विविध अभियांत्रिकी अनुप्रयोगांची जाणीव होईल.

पूर्व-आवश्यकता

भौतिकशास्त्र - हायस्कूल स्तरावरील भौतिकशास्त्र

गणिते - मूलभूत बीजगणित

इतर - संगणकाचे मूलभूत ज्ञान

पाठाची फलनिष्पत्ती

U6-O1: उष्मा, तापमान, औष्णिक वाहकता, उष्माची योग्यता आणि योग्य परिमाणांसह क्षमता ओळखणे.

U6-O2: उष्णता हस्तांतरण आणि तापमान मापांच्या पद्धतींमध्ये फरक करा. पदार्थाचे तापमान एका प्रमाणात व दुसऱ्या प्रमाणात रूपांतरित करा

U6-O3: घन पदार्थांमध्ये रेखीय, पृष्ठभाग आणि घनाकार विस्ताराचा संबंध शोधण्यासाठी औष्णिक प्रवाहकीय संकल्पना लागू करा.

U6-O4: अभियांत्रिकी अनुप्रयोगांमध्ये औष्णिक चालकाचे महत्त्व सांगा आणि उष्णतेचे चांगले सुवाहक आणि दुर्वाहक ओळखा.

पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्ती व पाठाची फलनिष्पत्ती यांचे समन्वय विश्लेषण:

पाठ-6 फलनिष्पत्ती	पाठ्यक्रम आणि पाठ्यक्रमाची फलनिष्पत्तीचे अपेक्षित समन्वय विश्लेषण (1 -कमी सहसंबंध, 2 -मध्यम सहसंबंध, 3 -उत्तम सहसंबंध)					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U6-O1	3	1	1	0	1	3
U6-O2	1	1	1	0	1	3
U6-O3	1	1	2	1	1	3
U6-O4	3	0	0	0	1	3

6.1 उष्णता हस्तांतरण आणि तापमान मोजमाप

मनोरंजक तथ्य

आपणास माहित आहे की मऊसर चीजच्या बहुतेक जातींमध्ये 40% पेक्षा जास्त पाण्याचे प्रमाण असते आणि म्हणूनच पिझ्झावरील चीज गरम होण्यास आणि थंड होण्यास जास्त वेळ लागतो. आपण पिझ्झाचा गरमागरम सर्व्ह केलेला चीज भाग खाल्ल्यास चीजमध्ये असलेल्या पाण्याच्या उष्णतेच्या क्षमतेमुळे ही पिझ्झाचा भाग खराब करते. पिझ्झाचा कवच, तरीही गरम होतो आणि तुलनेने वेगवान थंड होतो आणि म्हणूनच तुलनात्मकदृष्ट्या, आपले तोंड कवचमुळे भाजू देत नाही.

6.1.1 उष्णता आणि तापमानाची संकल्पना

उष्णता आणि तापमान समान नसतात, आपण कधीकधी ते एकमेकांना बदलून वापरतो. उष्णता आण्विक हालचालींची एक संपूर्ण स्थितिज आणि गतीज ऊर्जा आहे आणि ते जूल किंवा कॅलरीमध्ये मोजले जाते, तर तापमान आण्विक हालचालींच्या सरासरी गतीशील ऊर्जेचे एक माप आहे आणि ही उष्णतेच्या ऊर्जेचे एक मापनाचे मूळ प्रमाण आहे. तापमानाचे एसआय युनिट केल्विन (Kelvin) आहे, त्याची इतर युनिट्स डिग्री सेल्सिअस ($^{\circ}\text{C}$) आणि डिग्री फॅरेनहाइट ($^{\circ}\text{F}$) आहेत. एखाद्या वस्तूचे तापमान रेणूंच्या प्रकारावर किंवा संख्येवर अवलंबून नसते; हे

उष्मा ऊर्जेची तीव्रता म्हणून केवळ दिसणाऱ्या वस्तू मधील अणू किंवा रेणूंचा वेग मोजतो. उष्मा ऊर्जेचे प्रतीक 'Q' आहे आणि तापमानाचे 't' आहे. एखाद्या वस्तूमध्ये उष्णतेचे प्रमाण एकतर गरम किंवा थंड बनवते. उष्णता ऊर्जा नेहमीच गरम भागातून किंवा गरम पासून थंड पदार्थ किंवा भागात वाहते अर्थात, ते एका भागातून किंवा उच्च तापमानाच्या पदार्थांमधून कमी तापमानात वाहते. उष्णता ऊर्जा ही कार्य करण्याची क्षमता असते तर तापमान उष्णतेच्या डिग्रीचे एक मापन (म्हणजे, एखाद्या वस्तूची उष्णता किंवा शीतलता) असते.

6.1.2 उष्णता स्थानांतरणाचे प्रकार: वहन, संवहन आणि विकिरण (Radiation)

उष्णता तीन वेगवेगळ्या प्रकारे बदलते: (अ) वहन (ब) संवहन (क) विकिरण.

(अ) वहन:

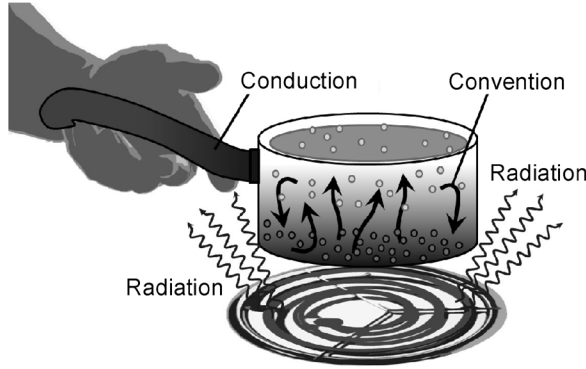
धातू सारख्या घन पदार्थांमध्ये, एकमेकांशी थेट संपर्कात असलेल्या रेणूंच्या आण्विक कंपनांद्वारे उष्णता स्थानांतरित होते. या प्रकरणात, कणांच्या वास्तविक हालचालीशिवाय उष्णता हस्तांतरित केली जाते. उष्णता हस्तांतरणाची ही पद्धत वहन म्हणून ओळखली जाते. घन पदार्थांमध्ये वाहून नेण्याच्या बाबतीत उष्णता हस्तांतरणासाठी माध्यम आवश्यक आहे. उष्णतेचे सुवाहक असणाऱ्या पदार्थांना औष्णिक सुवाहक म्हणून ओळखले जातात.

(ब) संवहन:

पाणी किंवा हवेसारख्या द्रवपदार्थांमध्ये, कणांच्या एका जागेपासून दुसऱ्या ठिकाणी जाणे झाल्यामुळे उष्णता हस्तांतरण होते. हे संवहन म्हणून ओळखले जाते. संवहनद्वारे उष्णता हस्तांतरण निर्वात पोकळीमध्ये येऊ शकत नाही. वहन आणि संवहन मध्ये संतुलन स्थितीत पोहोचण्याचा प्रयत्न करत असताना उष्णता सर्व भागांमध्ये पसरते.

(क) विकिरण:

विकिरणे माध्यम किंवा निर्वात पोकळीमध्ये येऊ शकतात. जेव्हा किरणोत्सर्गाद्वारे उष्णता स्थानांतरित होते, त्या दरम्यानची जागा गरम होत नाही. याचा अर्थ विद्युत चुंबकीय लहरींच्या स्वरूपात उत्सर्जित किरणा (विकिरण) द्वारे उष्णतेचा प्रसार लक्षित आणि स्थानिकीकृत आहे.



फोटो क्रेडिट्स: हा फोटो CC BY-SA अंतर्गत परवानाकृत आहे

आकृती 6.1: उष्णता हस्तांतरण करण्याचे प्रकार: (अ) वहन (conduction) (ब) संवहन (convection) (क) विकिरण (radiation)

चला या उदाहरणाचा विचार करू ज्यामध्ये आम्ही पाणी पोलादच्या भांड्यात गरम तव्यावर किंवा गॅस स्टोव्हवर उकळतो. पॅनचा तळ हॉटप्लेट किंवा गॅस स्टोव्हवर ठेवला गेलेला असल्यामुळे उष्णता तेथून प्रथम (औष्णिक) रेडिएशनद्वारे पॅनच्या तळाशी स्थानांतरित होते. उष्णता शेवटी पॅनच्या मध्यभागी, नंतर वरच्या भागावर आणि हँडलपर्यंत पसरते जेथे पॅनमधील रेणू त्यांच्या स्थानावरून सरकत नाहीत. आण्विक कंपनांद्वारे थेट संपर्कात रेणू दरम्यान उष्णता हस्तांतरण होते. तेथील तापमान जास्त असल्याने पॅनमधील पाणी तळाशी गरम होऊ लागते. पाण्यातले रेणू कठोरपणे एकमेकांना बांधलेले नसल्यामुळे आणि ऊर्जा मिळवल्यामुळे ते अधिक प्रवाही (मोबाइल) बनतात. ते त्यांच्याबरोबर थंड भागात उष्णता ऊर्जा घेऊन जातात. थंड भाग पाण्यातील ऊबदार भागापेक्षा कमी आहे, थंड भागातील रेणू पॅनच्या खालच्या दिशेने सरकतात आणि गरमभागा पासून हलके रेणू थंड भागात म्हणजेच वरच्या बाजूस जातात. थंडीपासून ऊबदार भागा पर्यंत रेणूंची ही हालचाल समतोल होईपर्यंत चालू राहते. पाणी तापविण्याची ही प्रक्रिया संवहन आहे ज्यामध्ये पाण्याच्या रेणूंच्या वास्तविक हालचालीचा समावेश आहे. पाणी वापरण्याऐवजी आपण तेलबद्दलही विचार करू शकतो.

विकिरण (radiation) आणि संवहनमुळे वॉटरबॉडीजमधील पाणी थेट सूर्यप्रकाशाखाली गरम होते. संवहन व किरणोत्सर्गामुळे, वाळवंटातील क्षेत्र दिवसभर का गरम आणि रात्री अधिक थंड का आहे हे आम्ही समजावून सांगू शकतो. गरम दुधाच्या ग्लासमध्ये धातूचा चमचा उष्णता वहनामुळे गरम होतो. वहनामुळे स्वयंपाक करताना गरम भांडे जळू नये म्हणून ते औष्णिकरित्या उष्णता रोधक केलेले असते.

6.1.3 विशिष्ट उष्णता

उष्णता क्षमता:

एखाद्या पदार्थाचे तापमान आवश्यकतेनुसार 1 केल्विनने वाढवणे (किंवा कमी करणे) यालाच उष्णतेची क्षमता म्हणतात उष्णता क्षमतेचे प्रतीक 'C' आहे आणि एस आय एकक ज्यूल प्रती केल्विन ($J.K^{-1}$) खालील समीकरण प्रमाणे द्रवपदार्थांमध्ये (किंवा बाहेर काढून) उष्णता पुरविली जाते;

$$Q = C \Delta T = C(T_2 - T_1)$$

येथे, ΔT = तापमानात बदल, T_2 = अंतिम तापमान आणि T_1 = प्रारंभिक तापमान.

विशिष्ट उष्णता किंवा विशिष्ट उष्णता क्षमता:

एखाद्या पदार्थाच्या 1 ग्रॅम तापमानास 1 डिग्री सेल्सियस वाढविण्याकरिता आवश्यक जे उष्णतेचे प्रमाण असते त्यालाच विशिष्ट उष्णता म्हणतात.

विशिष्ट उष्णतेचे एकक -1कॅल.प्रती ग्रॅ प्रती डिग्री सेंटीग्रेड ($1 \text{ cal.g}^{-1}^{\circ}\text{C}^{-1}$) किंवा 1 ज्यूल प्रती ग्रॅम प्रती डिग्री सेंटीग्रेड आहे. ($1 \text{ J.g}^{-1}^{\circ}\text{C}^{-1}$) किंवा 1 किलोग्राम पदार्थाचे 1 किलो तापमान वाढविण्यासाठी आवश्यक उष्णतेचे प्रमाण आहे. विशिष्ट उष्णतेचे एसआय एकक जे प्रती किलो प्रती केल्विन ($J/kg.K$) आहे. एफपीएस एकक सिस्टममध्ये, विशिष्ट उष्णतेचे एकक $BTU lb^{-1}^{\circ}F^{-1}$ आहे. (ब्रिटिश औष्णिक युनिट प्रति पौंड प्रति फॅरनहाइट)

सर्वसाधारणपणे, विशिष्ट उष्णता थर्मोडायनामिक प्रक्रियेमध्ये त्याचे तापमान एका अंशाने वाढवण्यासाठी (किंवा कमी) करण्यासाठी पदार्थाच्या युनिट वस्तुमान (किंवा बाहेर घेतल्या जाणाऱ्या) उष्णतेचे प्रमाण असते.

खालील समीकरण प्रमाणे द्रवपदार्थांमध्ये (किंवा बाहेर घेतलेली) उष्णता पुरविली जाते

$$Q = m C \Delta T = m C (T_2 - T_1)$$

जेथे, m = पदार्थाचा वस्तुमान, ΔT = तापमानात बदल, T_2 = अंतिम तापमान आणि T_1 = प्रारंभिक तापमान.

खोलीचे तापमान आणि वातावरणीय दाब पाण्याचे विशिष्ट उष्णता $\text{cal.g}^{-1}^{\circ}\text{C}^{-1}$ किंवा $4.186 \text{ J.g}^{-1}^{\circ}\text{C}^{-1}$ आहे.

विशिष्ट उष्णता किंवा विशिष्ट उष्णता क्षमतेची दोन मूल्ये आहेत:

1. **स्थिर दाबावर विशिष्ट उष्णता (C_p):** दाब स्थिर असताना 1 एकक वस्तुमानाच्या पदार्थाचे एक अंशाने तापमान वाढविण्यासाठी द्यावी लागणारी उष्णता म्हणजे त्या पदार्थाचा स्थिर दाबावर असलेला विशिष्ट उष्मा होय.
2. **स्थिर आकारमानावर विशिष्ट उष्णता (C_v):** आकारमान स्थिर असताना 1 एकक वस्तुमानाच्या पदार्थाचे एक अंशाने तापमान वाढविण्यासाठी द्यावी लागणारी उष्णता म्हणजे त्या पदार्थाचा स्थिर आकारमानावर असलेला विशिष्ट उष्मा होय.

मोलर उष्णता क्षमता: पदार्थाच्या 1 मोलचे तापमान 1 केल्विनने वाढविण्यासाठी आवश्यक उष्णतेचे प्रमाण असते. त्याचे एसआय एकक जे $J \text{ mol}^{-1} K^{-1}$ आहे. हे C_m द्वारे दर्शविले जाते.

$$\text{उष्णता पुरवठा, } Q = n C_m \Delta T = n C_m (T_2 - T_1)$$

जेथे, n = पदार्थाची मोलची संख्या, ΔT = तपमानात बदल, T_2 = अंतिम तापमान आणि T_1 = प्रारंभिक तपमान.

पदार्थाचे कवच विशिष्ट उष्णता पदार्थाचे मूळ वैशिष्ट्य असते dजे पदार्थाच्या आकार आणि आकारामानापेक्षा स्वतंत्र असते. पदार्थाच्या विशिष्ट उष्माचे मूल्य सामान्यतः पदार्थाच्या विशिष्ट उष्णतेपेक्षा कमी असते. उदाहरणार्थ, पॅराफिन मेणची विशिष्ट उष्णता सुमारे $2500 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ आहे परंतु तिची उष्णता क्षमता $600 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ आहे.

सीपी (CP) आणि सीव्ही (CV) दरम्यान संबंध:

1. विशिष्ट तापमानाचे गुणोत्तर, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. विशिष्ट उष्णतेचे हे प्रमाण समस्थानिक विस्तार घटक किंवा ॲडियाबॅटिक दर्शक देखील ओळखले जाते.
2. वैश्विक वायु स्थिरांक $C_p - C_v = R$,
येथे R = वैश्विक वायु स्थिरांक. येथे लक्षात घ्या की C_p हा C_v पेक्षा नेहमी मोठा असतो. (म्हणजेच., $C_p > C_v$).

6.1.4 तापमानाचे मोजमापन प्रकार आणि त्यांचे परस्पर संबंध

तापमापनाच्या चार मोजमापन पद्धती अद्याप वापरात आहेत: (अ) सेल्सिअस (किंवा सेंटीग्रेड) स्केल (ब) फॅरेनहाइट स्केल (क) केल्विन स्केल (ड) रँकेन स्केल.

(1) सेल्सिअस (किंवा सेंटीग्रेड) स्केल: सेल्सिअस स्केलमध्ये पाण्याचे अतिशीत तापमान 0°C आणि ऊकळत्या पाण्याचे तापमान 100 डिग्री सेल्सियस असते.

(ब) फॅरेनहाइट स्केल: फॅरेनहाइट स्केलमध्ये, 32° तापमानात पाणी गोठते आणि 212°F वर उकळते.

(क) केल्विन स्केल: केल्विन स्केलमध्ये पाण्याचे अतिशीत बिंदू 273.15 K आहे आणि उत्कलन बिंदू 373.15 K . एक लक्षात घ्या की केल्विन स्केलमध्ये तापमानाची डिग्री दर्शविण्यासाठी ($^\circ$) प्रतीक वापरले जात नाही, उदा. हे 100K आहे आणि 100°K नाही.

(ड) रँकाईन स्केल: रँकाईन स्केलमध्ये शून्य निरपेक्ष शून्यावर सेट केले जाते आणि पाणी 491.67°R वर गोठते आणि 671.67°R वर उकळते.

फॅरेनहाइट स्केल आणि सेल्सिअस स्केल दरम्यान रूपांतरण:

$$^\circ\text{F} = \frac{9}{5}^\circ\text{C} + 32$$

येथे नोंद घ्या की -40 फॅरेनहाइट स्केल सेल्सिअस स्केल म्हणजेच $-40^\circ\text{F} = -40^\circ\text{C}$

केल्विन स्केल आणि सेल्सियस स्केल दरम्यान रूपांतरण:

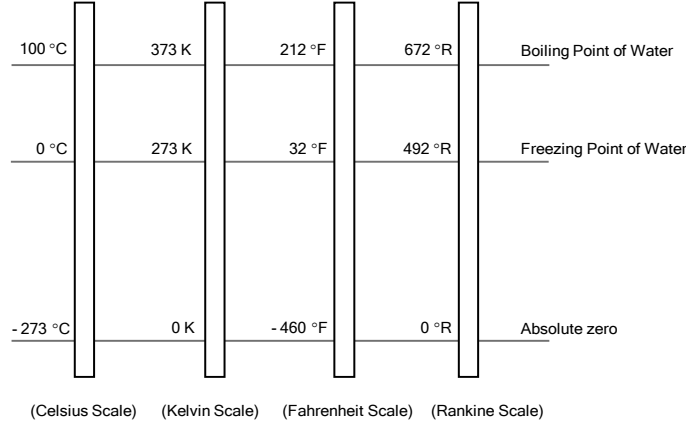
$$\text{K} = 273.15 + ^\circ\text{C}$$

रँकाईन स्केल आणि फॅरेनहाइट स्केल दरम्यान रूपांतरण:

$$^\circ\text{R} = ^\circ\text{F} + 459.67$$

रँकाईन स्केल आणि केल्विन स्केल दरम्यान रूपांतरण:

$$^\circ\text{R} = \frac{9}{5} \text{ K}$$



आकृती 6.2: तापमापक रूपांतरणाच्या वेगळ्या मापानपद्धतीचे रेखाचित्र

6.1.5 तापमापकाचे प्रकार आणि त्यांचे उपयोग

तापमापक हे शरीराचे किंवा वस्तूचे तापमान मोजण्याचे एक साधन किंवा उपकरण आहे आणि ते वस्तूच्या आसपासच्या थेट संपर्कात ठेवले जाते. ते दोन प्रकारचे आहेत:

- (1) विद्युत उपकरणे
- (2) अविद्युतीय उपकरणे

पारा तापमापक आणि द्विधातू तापमापक अविद्युतीय उपकरणे आहेत, तर पायरोमीटर आणि प्रतिरोधक तापमापक विद्युत प्रकारतले आहेत.

(a) पारा तापमापक (mercury thermometer)

काचेमधला पारा (Hg), तापमानाच्या बदलामुळे आणि उष्णतेच्या प्रसारण आणि आकुंचनामुळे संकुचित होतो. पारा तापमापक मानवी शरीराचे तापमान, द्रव आणि वाफ मोजण्यासाठी वापरला जातो. पारा तापमापकाचा शोध प्रथम भौतिकशास्त्रज्ञ डॅनिएल गॅब्रिएल फॅरेनहाइटने 1714 मध्ये अॅमस्टरडॅममध्ये लावला होता.

पारा तापमापकामध्ये, एका काचेच्या नळी मध्ये पारा भरला जातो आणि तापमापकावर प्रमाणित तापमान चिन्हांकित केले जाते. हे तापमापक वैद्यकीय हेतू, प्रयोगशाळेतील प्रयोग आणि औद्योगिक कारणांसाठी वापरले जातात.

पारा हा विषारी द्रव्य असल्याने, बिनविषारी द्रव पदार्थांसह पारा-मुक्त काचेची नळी असलेला तापमापक अंकात्मक तापमापक (डिजिटल तापमापक), इन्फ्रारेड तापमापक, थर्मोकोपल तापमापक, लिक्विड क्रिस्टल तापमापक, बायमेटालिक तापमापक, प्रतिरोधक तापमापक आणि पायरोमीटर देखील योग्य अनुप्रयोगांसाठी वापरले जातात.

(b) द्विधातू तापमापक (bimetallic thermometer)

हा तापमापक धातूचा औष्णिक विस्तार आणि आकुंचन तसेच त्यांच्या भिन्न तापमान गुणांक या तत्त्वावर आधारित असतो. तापमान गुणांक म्हणजे धातूमधील भौतिकी बदल आणि त्याचे परिणाम यांच्यातील संबंध.

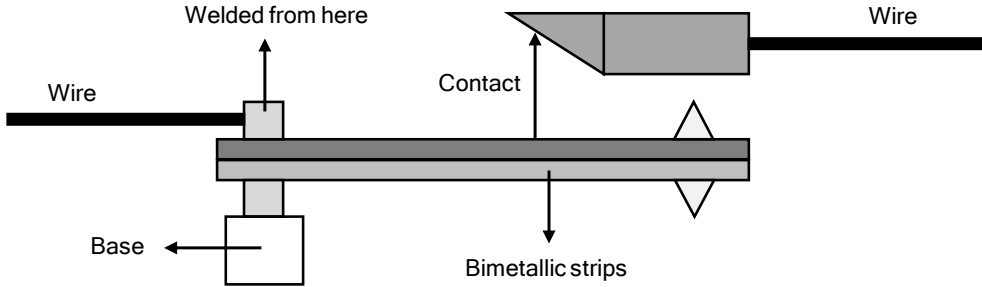
द्विधातू (bimetallic) तापमापकात वेगवेगळ्या धातूंच्या दोन जुळवलेल्या पट्ट्या वापरल्या आहेत उदा. पोलाद, तांबे आणि पितळ; या धातूंच्या पट्ट्या गरम झाल्यावर वेगवेगळ्या प्रमाणात वाढतात म्हणजेच दोन पट्ट्यांमधील तापमानातील फरक तुलनेने यांत्रिक

विस्थापनात रुपांतरित होते. जेव्हा तापमान वाढते तेव्हा धातूच्या पट्ट्या एकमेकांशी जोडलेल्या असतात त्या कमी गुणांक तापमान असलेल्या धातूकडे वळतात. त्याचप्रमाणे, जेव्हा तापमान कमी होते तेव्हा जोडलेल्या धातूच्या पट्ट्या उच्च-तापमान गुणांकच्या धातूच्या दिशेने वळतात.

द्विधातू तापमापकाचा उपयोग द्रव आणि वायूचे तापमान मोजण्यासाठी केला जातो.

या तापमापकाचे दोन प्रकार आहेत: (1) सर्पिलकार (spiral) (2) कुंतीलाकार (helical)

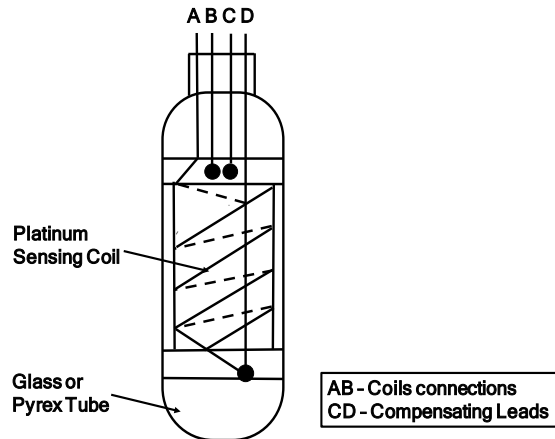
द्विधातू (bimetallic) तापमापकाचा वापर नियंत्रण साधने, भट्टी, वातानुकूलित तंत्रे (सर्पिलकार), शुद्धीकरण कारखाने (कुंतीलाकार), शेगडी इत्यादीं मध्ये केला जातो.



आकृती 6.3: बायमेटेलिक तापमापकाचे योजनाबद्ध रेखाचित्र

(c) प्लॅटिनम प्रतिरोधक तापमापक (पीटीआर):

प्लॅटिनममध्ये तापमानाचा सकारात्मक गुणांक असतो, ज्याचा अर्थ असा होतो की तापमान वाढीसह त्याचा विस्तार होतो आणि यामुळे त्याचा प्रतिरोधक वाढतो. हे तापमान मापन उपकरणांमध्ये एक संवेदनशील घटक म्हणून वापरले जाते कारण ते अप्रतिक्रियाशील आहे आणि बारीक तारा बनवू शकते. या तापमापक मध्ये, कॉइल किंवा पातळ पापुद्र्याच्या स्वरूपात उच्च शुद्ध असलेला प्लॅटिनम एका काचेच्या किंवा धातूच्या नळीमध्ये ठेवला जातो आणि नंतर त्या नळीला निष्क्रिय वायूने बंद केले जाते.



आकृती 6.4 : प्लॅटिनम रेसिस्टन्स तापमापक (पीटीआर) चे योजनाबद्ध रेखाचित्र

विद्युत्प्ररोधक झाकणाद्वारे जोडले गेलेले टोक प्लॅटिनमचा विद्युतीय प्रतिरोध मोजण्यासाठी वापरले जातात. प्लॅटिनममधून जेव्हा पर्यायी किंवा थेट प्रवाह चालू होतो तेव्हा त्याचे विद्युत्प्ररोध बदलते आणि धातूमधील विद्युतदाब व्हॉल्टमीटरने मोजला जातो.

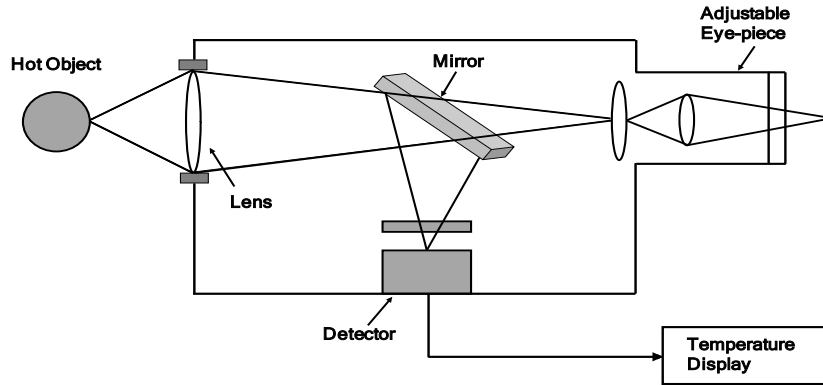
त्यानंतर कॅलिब्रेशन समीकरण वापरून व्होल्टमीटर वाचन तापमानात रूपांतरित केले जाते. प्लॅटिनम प्रतिरोधक तापमापकचा वापर तापमानाच्या विस्तृत श्रेणीमध्ये ($\sim 200^{\circ}\text{C}$ ते 1000°C) केला जातो आणि अचूक वाचन देते. वेळ आणि तापमानानुसार ते बऱ्यापैकी संवेदनशील परंतु स्थिर आहेत आणि मोजणे आणि कॅलिब्रेट करणे देखील सोपे आहे. 1200 डिग्री सेल्सियसपेक्षा जास्त तापमान मोजण्यासाठी, प्लॅटिनम वाष्पीकरण सुरू होते; त्याचा वितळण्याचा बिंदू 1800 डिग्री सेल्सियस आहे.

पायरोमीटर (Pyrometer)

पायरोमीटर एक असे उपकरण आहे जे भट्टी, वितळलेल्या धातू आणि अति तापलेल्या वस्तू किंवा द्रव्यांमधून ऊत्सर्जित झालेली किरणे आणि तुलनेने जास्त तापमान ($> 2000\text{ K}$) मोजते. हे तापमापक कृष्णपदार्थ (Black body) ऊत्सर्जनाच्या स्टेफनच्या तत्त्वानुसार कार्य करते.

प्रकाशकिय पायरोमीटरमध्ये तापमान मोजण्यासाठी वस्तू आणि सूक्ष्म तार जी दंडगोलाकृती पायरोमिटर असते, तिची व वस्तूची प्रखरता जुळवलेली असते. सिलेंडरच्या आत दिवा, भिंग आणि एक नेत्र काच यांच्या दरम्यान ठेवला जातो. नेत्र-काचे समोर ठेवलेले गाळण एकरंगी प्रकाश मिळविण्यात मदत करते. दिवा विद्युत पुरवठा, अॅमीटर आणि रिओस्टॅटसह जोडलेला आहे. भिंग वस्तुपासून ऊत्सर्जित ऊर्जेवर लक्ष केंद्रित करते आणि ते तारेच्या दिव्याकडे पोहोचवली जाते. हे यंत्र उच्च अचूकतेसह तापमान मोजते आणि त्याची अचूकता तारेच्या प्रवाहावर अवलंबून असते. प्रकाशकिय पायरोमीटर कुठल्याही संपर्काशिवाय मोजण्याचे साधन आहे ज्याचा अर्थ शरीर किंवा वस्तूशी थेट संपर्क आवश्यक नाही.

रोधक पायरोमीटर, उष्मामुळे होणाऱ्या विद्युत रोधकामधील बदलाला वस्तूच्या तापमानात रूपांतरित करते. हे साधन वस्तूच्या संपर्कात असलेली बारीक तार वापरते. एक थर्मोकोपल पायरोमीटर तापलेल्या वस्तूच्या संपर्कात ठेवला जातो आणि थर्मोकोपलचे उत्पादन (output) मोजले जाते जे योग्य अंशांकनाने एखाद्या वस्तूचे तापमान प्राप्त करते.



आकृती 6.5: प्रकाशकिय (ऑप्टिकल) किंवा रेडिएशन पायरोमीटरचे योजनाबद्ध रेखाचित्र

उपयोग (वास्तविक जीवन / औद्योगिक क्षेत्रात)

खाद्य उद्योग, कागद उत्पादन, कोल्ड स्टोरेज आणि फार्मास्युटिकल उद्योग इत्यादींसाठी तापमान मोजमाप करणे आवश्यक आहे. उच्च विशिष्ट उष्णता असलेल्या पदार्थापेक्षा कमी विशिष्ट उष्णता असणारी सामग्री गरम केली किंवा थंड केली जाऊ शकते. यामुळेच ज्यांची विशिष्ट उष्णता क्षमता कमी आहे असे धातू स्वयंपाकाची भांडी म्हणून वापरली जातात. त्याचप्रमाणे, पारामध्ये कमी विशिष्ट उष्णता असते आणि म्हणूनच ते तापमान मोजण्यासाठी वापरले जाते. पाण्याच्या उच्च उष्णता क्षमतेमुळे मोटरच्या इंजिनाची जाळी आणि औष्णिक जाळीमध्ये शीतलक म्हणून वापरली जाते. एक आदर्श शीतलकात उच्च औष्णिक संवाहकता असते.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण/शाश्वतता/सामाजिक/नैतिक समस्या)

दिवसा समुद्राच्या पाण्यापेक्षा जमीन कमी उष्णता क्षमता असल्याने जमिनीचे तापमान समुद्राच्या पाण्यापेक्षा वेगाने वाढते आणि रात्री समुद्रीपाण्यापेक्षा जमीन वेगात थंड होते. एका दिवसात, कमी घनतेमुळे गरम हवा जमिनीच्या वर चढते आणि जास्त घनतेमुळे समुद्राकडून थंड हवा जमिनीकडे वाहते. अशाप्रकारे समुद्री वाऱ्याचे उत्पादन होते. रात्री, समुद्राच्या वरची गरम हवा वाढते आणि जमिनीकडे वाहते आणि जमीनीपासून थंड हवा समुद्राकडे वाहते. यामुळे जमिनीवर वारे तयार होतात असे म्हटले जाते.

जिज्ञासा आणि कुतूहल तयार करा

विभक्त अणुभट्टी गाभेचे तापमान मोजण्यासाठी कोणत्या प्रकारची साधने व पद्धती वापरल्या जातात?

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: जर चांदीची विशिष्ट उष्णता (Ag) $0.235 \text{ K J} / \text{kg} \cdot \text{K}$ असेल. नंतर 100 g चांदीचे तापमान 50 K पर्यंत वाढविण्यासाठी आवश्यक उष्णतेच्या उर्जेचे प्रमाण शोधा.

उत्तर: चांदीची विशिष्ट उष्णता (Ag) $= 0.235 \text{ K J} / \text{kg} \cdot \text{K} = 0.235 \times 10^3 \text{ J} / \text{kg} \cdot \text{K}$

चांदीचा वजन $= m = 100 \text{ g} = 100 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0.1 \text{ kg}$

तापमान फरक $= \Delta T = 50 \text{ K}$

म्हणूनच, आवश्यक उष्णतेचे प्रमाण $= Q = m C \Delta T = 0.1 \times 0.235 \times 10^3 \times 50 = 1175 \text{ J}$

6.2 घन, द्रव आणि वायूवर तापमानाचा प्रभाव

मनोरंजक तथ्य

नैसर्गिक हिऱ्यामध्ये सर्वाधिक औष्णिक वाहकता मूल्य ($2200 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$) आहे आणि त्याचे मूल्य चांदीपेक्षा पाच पट जास्त आहे की ज्यामध्ये औष्णिक वाहकता दुसऱ्या क्रमांकावर आहे. पण हे विद्युतरोधक आहे. सर्वात जास्त औष्णिक वाहकतेमुळे, हीरा उष्णतेच्या प्रसारासाठी इलेक्ट्रॉनिक उपकरणांमध्ये वापरला जातो आणि हिऱ्याच्या दागिन्यांची सत्यता तपासण्यासाठी त्याचा वापर केला जाऊ शकतो.

6.2.1 घन, द्रव आणि वायूचा विस्तार

घन पदार्थांचे रेणू दूरम्यान मजबूत बंध असतात आणि जेव्हा घनता उच्च तपमानावर तापविली जाते तेव्हा त्यांचे रेणू त्यांच्या समतोल स्थितीबद्दल मोठ्या प्रमाणात अपूर्णतेने कंपित करण्यासाठी पर्याप्त गतिज ऊर्जा प्राप्त करतात. मिळविलेली औष्णिक ऊर्जा, बंध तुटण्यासाठी आणि घन पदार्थांमध्ये मुक्त रेणू भ्रमणासाठी पुरेशी नसते. परिणामी, घन पदार्थांतील विस्तार कमी होतो. द्रवपदार्थांच्या बाबतीत, रेणूमधील बंध कमकुवत असतात. जेव्हा द्रव पुरेसे उच्च तापमानात असते तेव्हा रेणू एकत्रितपणे हलतात आणि या प्रक्रियेत ते वेगळे सरकतात. म्हणून, घन पदार्थांपेक्षा पातळ पदार्थांचे आकारमान जास्त प्रमाणात वाढते. वायूंमध्ये, रेणू उच्च तापमानात अधिक ऊर्जा मिळवतात आणि ते वेगात आणि वेगवान हालचाल करण्यास सुरवात करतात. यामुळे वायूचे प्रमाण वाढते. जेव्हा तापमान कमी करून हवा थंड होते तेव्हा रेणू कमी ऊर्जा मिळवतात आणि हळू जातात आणि एकमेकांच्या जवळ येतात. यामुळे कमी तापमानात हवेचे प्रमाण कमी होते. वायू पेटीमध्ये संपूर्ण जागा भरतो ज्यामध्ये ते विस्तारित होते, तर घन आणि द्रव विस्ताराद्वारे केवळ एक विशिष्ट जागा व्यापतात. घन किंवा द्रव पदार्थांपेक्षा वायूचे पदार्थ जास्त प्रमाणात वाढतात.

6.2.2 रेषा, पृष्ठभाग आणि घनाकार विस्ताराचा गुणांक आणि त्यामधील संबंध

एखाद्या पदार्थाचे तापमान बदलल्यामुळे त्याच्या परिमाणातही बदल होतो. जर बदल किंवा विस्तार त्याच्या परिमाणापेक्षा एका आयामात असेल तर त्याला रेखीय विस्तार म्हणतात. जर पदार्थाच्या दोन आयामांमध्ये (म्हणजे पृष्ठभागाच्या क्षेत्रामध्ये) विस्तार होत असेल तर त्याला पृष्ठभाग किंवा वरवरचा किंवा हवाई विस्तार म्हणतात आणि जर विस्तार त्या पदार्थाच्या सर्व 3 परिमाणात (म्हणजेच खंडात) झाला तर त्याला म्हणतात आकारमानात्मक किंवा घनाकार विस्तार.

रेषात्मक विस्ताराचे गुणांक:

हे म्हणजे तापमान (dT) मधील युनिट लांबी $\frac{dL}{L_0}$ प्रति तापमानातील (dT) बदल आणि ते α द्वारे दर्शविले जाते. $\alpha = \frac{dL}{L_0 dT}$ म्हणून $\alpha = \frac{dL}{dT}$, मुळ लांबीसाठी, L_0 पदार्थासाठी

पृष्ठभागाच्या विस्ताराचे गुणांक:

पदार्थाच्या dT इतक्या तापमानासाठी व्हॉल्यूममधील $\frac{dA}{A_0}$ इतक्या अपूर्णाकात होणाऱ्या बदलाला पृष्ठभागाच्या विस्ताराचे गुणांक असे म्हंटले जाते, आणि ते β ने दर्शविले जाते.

$$\beta = \frac{dA}{A_0 dT} \quad \beta = \frac{dA}{dT} \quad \text{मुळ क्षेत्रफळासाठी, } A_0 \text{ पदार्थासाठी}$$

घनाकार विस्ताराचे गुणांक:

पदार्थाच्या dT इतक्या तापमानासाठी आकारमानातील $\frac{dV}{V_0}$ इतक्या अपूर्णाकात होणाऱ्या बदलाला घनाकार विस्ताराचे गुणांक असे म्हंटले जाते आणि ते γ ने दर्शविले जाते.

$$\gamma = \frac{dV}{V_0 dT} \quad \gamma = \frac{dV}{dT}$$

मुळ आकारमानासाठी, V_0 पदार्थासाठी लांबी, पृष्ठभाग क्षेत्र किंवा आकारमानासाठी औष्णिक विस्ताराच्या गुणांकांचे एसआय युनिट K^{-1} किंवा $^{\circ}C^{-1}$ आहे

रेखीय विस्ताराचे गुणांक आणि पृष्ठभागाच्या विस्ताराचे गुणांक यांच्यात संबंध:

समजा तापमान $t_1 = 0^{\circ}C$, असताना पातळ धातूची प्लेटची लांबी ' l_0 ', रुंदी ' b_0 ' आणि पृष्ठभाग A_0 आहे आणि. तापमानावर $t_2 = T^{\circ}C$ असताना प्लेटची लांबी, रुंदी आणि क्षेत्रफळ अनुक्रमे ' l ', ' b ', आणि ' A ' असू द्या.

धातूच्या भांड्याचे मूळ क्षेत्र $A_0 = l_0 b_0$

लक्षात घ्या की रेषात्मक विस्तार लांबी (l_0) आणि तापमानात होणाऱ्या बदलांशी थेट प्रमाणात आहे.

$$(\Delta T = T - 0 = T)$$

म्हणजेच, लांबीचा रेखीय विस्तार $(l - l_0) \propto l_0 T$

म्हणून, $l - l_0 = \alpha l_0 T$ किंवा $l = l_0 (1 + \alpha T)$ येथे α हे रेखीय विस्ताराचे गुणांक आहे.

त्याचप्रमाणे, रुंदीच्या रेषात्मक विस्तारासाठी आपल्याला $b = b_0 (1 + \alpha T)$ मिळेल.

ही मूल्ये अंतिम क्षेत्राच्या समीकरणामध्ये बदलून A मिळेल.

$$A = lb = [l_0 (1 + \alpha T)] \times [b_0 (1 + \alpha T)] = l_0 b_0 (1 + 2\alpha T + \alpha^2 T^2)$$

आता, घन पदार्थासाठी α खूपच लहान असल्याने, $\alpha^2 T^2$ कडे दुर्लक्ष केले जाऊ शकते. म्हणून, वरील समीकरण असे लिहिले जाऊ शकते,

$$A = l_0 b_0 (1 + 2\alpha T) = A_0 (1 + 2\alpha T) \quad (\because A_0 = l_0 b_0)$$

परंतु पृष्ठभागाचा विस्तार, $A = A_0(1 + \beta T)$. म्हणून व्यक्त केला जाऊ शकतो.

म्हणून, $\beta = 2\alpha$ हे आपल्याला रेखीय विस्ताराचे गुणांक आणि पृष्ठभागाच्या विस्ताराच्या गुणांक दरम्यानचे संबंध देते.

रेखीय विस्ताराचे गुणांक आणि घनाकार विस्ताराचे गुणांक यांच्यात संबंध:

पातळ आयताकृतीची समांतर लांबाई ' l_0 ', रुंदी ' b_0 ', उंची ' h_0 ' आणि आकारमान V_0 , तापमान $t_1 = 0^\circ\text{C}$ साठी. $t_2 = T^\circ\text{C}$ इतक्या तापमानात गरम केल्यावर आयताकृतीची प्लेटची लांबी, रुंदी, उंची आणि आकारमान अनुक्रमे ' l ', ' b ', ' h ', आणि ' V ' होते.

धातूच्या भांड्याचे मूळ क्षेत्र $V_0 = l_0 b_0 h_0$.

रेखीय विस्ताराचे गुणांक $l = l_0 (1 + \alpha T)$

रुंदीच्या विस्ताराचे गुणांक $b = b_0 (1 + \alpha T)$

उंचीमध्ये रेखीय विस्तार $h = h_0 (1 + \alpha T)$

येथे α हे रेखीय विस्ताराचे सहगुणक आहे.

अंतिम आकारमानाच्या समीकरणमध्ये ही मूल्ये बदलून, v अशा प्रकारे मिळेल

$$\begin{aligned} V &= l b h = [l_0 (1 + \alpha T)] \times [\beta_0 (1 + \alpha T)] \times [\eta_0 (1 + \alpha T)] \\ &= l_0 b_0 h_0 (1 + 3\alpha T + 3\alpha^2 T^2 + \alpha^3 T^3) \end{aligned}$$

आता, α ची किंमत घन पदार्थासाठी खूप कमी आहे, म्हणून $\alpha^2 T^2$ व $\alpha^3 T^3$ हे दुर्लक्षित करण्यात येते. म्हणून वरील समीकरण अशा प्रकारे लिहण्यात येते

$$V = l_0 b_0 h_0 (1 + 3\alpha T + 3\alpha^2 T^2 + \alpha^3 T^3) = V_0 (1 + 3\alpha T) \quad (\because V_0 = l_0 b_0 h_0)$$

परंतु घनीय विस्ताराचे समीकरण अशा प्रकारे करण्यात येते $V = V_0 (1 + \gamma T)$.

त्या कारणामुळे $\gamma = 3\alpha$

हे आपल्याला रेखीय विस्ताराचे सहगुणक आणि घनाच्या विस्ताराचे सहगुणक यामधील संबंध दर्शविते.

पृष्ठभाग विस्ताराचे सहगुणक आणि घनाकार विस्ताराचे सहगुणक यामधील संबंध

आता, आपल्याकडे

$$\beta = 2\alpha$$

$$\therefore \alpha = \frac{\beta}{2}$$

$$\text{व } \gamma = 3\alpha \therefore \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

त्या कारणामुळे $6\alpha = 3\beta = 2\gamma$

6.2.3 औष्णिक वाहकतेचा गुणांक

उष्णता वाहून नेण्यासाठी पदार्थाची असलेली क्षमता मोजणे म्हणजेच औष्णिक वाहकतेचा गुणांक. हे 'k' द्वारे दर्शविले जाते. औष्णिक वाहकताचा व्यत्यय म्हणजे औष्णिक प्रतिरोधकता.

समजा एका घन पदार्थाच्या क्षेत्रफळाच्या विभागात A क्षेत्र आहे आणि ते दोन भिन्न तापमान दरम्यान ठेवले जाते 'θ₁' येथे d₁ = 0 आणि 'θ₂' येथे d₂ = d. येथे आपण असे समजू θ₁ > θ₂ मग उष्णता थर्मोडायनामिक्सच्या 2ऱ्या तत्त्वानुसार उच्च तापमानापासून कमी तापमानात वाहते. उष्णता वहन याची सकारात्मक दिशा गृहीत धरून, उष्णता वहन 'Q' जे प्रति युनिट क्षेत्र प्रति उष्णता ऊर्जा आहे असे लिहिले जाऊ शकते

$$q = \frac{Q}{A.t}$$

उष्मा वहन 'q' हे थेट तापमानातील फरक (θ₁ - θ₂) चे प्रमाण आहे आणि वेगळे अंतर 'd' च्या विपरीत प्रमाणात आहे.

i.e., q ∝ (θ₁ - θ₂) आणि q ∝ $\frac{1}{d}$

म्हणून, q ∝ $\frac{(\theta_1 - \theta_2)}{d}$ किंवा q = K $\frac{(\theta_1 - \theta_2)}{d}$,

जेथे k = औष्णिक वाहकता गुणांक (Coefficient of thermal conductivity).

आपण उत्की ऊर्जेच्या स्वरूपात वरील समीकरण पुन्हा लिहू शकतो.

$$q = \frac{Q}{A.t} = K \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{d} \text{ i.e., } Q = K \frac{A(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$$

म्हणून, औष्णिक वाहकतेचे गुणांक, K = $\frac{Q.d}{A(\theta_1 - \theta_2)t}$.

औष्णिक वाहकताचे एस आय एकक WK⁻¹m⁻¹.

आता, जर A = 1 मी², t = 1 सेकंद, तापमान ग्रेडिएंट = $\frac{(\theta_1 - \theta_2)}{d} = 1 \text{ m}^{-1}\text{K}$, तर K = Q.

हे आपल्याला औष्णिक वाहकताच्या गुणांकाची व्याख्या देते, की k हे अशा प्रकारे परिभाषित केले जाते की उष्णता ऊर्जा पदार्थामधून प्रवाहित होते तेव्हा ती प्रती एकक क्षेत्रामध्ये प्रती एकक तापमापच्या स्थिरांका इतकी असू शकते.

6.2.4 अभियांत्रिकी क्षेत्रात उपयोग

उच्च औष्णिक वाहकता असणारी सामग्री चांगली औष्णिक वाहक असतात आणि ते उष्णता प्रभावीपणे हस्तांतरित करतात. ते विद्युतीय आणि उपकरणांमध्ये उष्मा सिंक म्हणून वापरले जाऊ शकतात. Al, Cu, Ag, Au, Be आणि ग्रेफाइट, अॅल्युमिनियम नायट्राइड, सिलिकॉन कार्बाइड इत्यादी धातू चांगली औष्णिक वाहक आहेत.

चांदी एक कार्यक्षम औष्णिक वाहक आहे कारण तिचा लगदा फोटोव्होल्टेईक पेशींच्या उत्पादनात वापरला जातो आणि तांब्याचा वापर भांडी तयार करण्यासाठी, गरम पाण्याचे पाईप्स आणि इलेक्ट्रॉनिक उष्णतेच्या सिंकमध्ये, उच्च औष्णिक वाहकतामुळे होतो. अन्न गरम ठेवण्यासाठी, अॅल्युमिनियम फॉइलचा वापर केला जातो आणि स्वयंपाकाची भांडी बनवण्यासाठीही वापरला जातो. उष्णता प्रभावीपणे वाहन करण्याच्या क्षमतेमुळे वाहन इंजिन उत्पादनात आणि मोटार इंजिनची जाळीसाठी लोहा खूप उपयुक्त होतो. कमी औष्णिक वाहकता असणारी सामग्री कमी उष्णता वाहक असतात आणि उष्णता सहजतेने हस्तांतरित करीत नाहीत. ते औष्णिक दुर्वाहक किंवा उष्णता प्रतिरोधक म्हणून वापरले जाऊ शकतात, उदा. रबर, फोम, प्लास्टिक, काच, मायका, क्वार्ट्ज इ. उष्णतेचे दुर्वाहक आहेत. औष्णिक दुर्वाहक अवांछनीय जास्त उष्णतेपासून संरक्षण करण्यासाठी वापरले जातात.

उपयोग (व्यवहारीक/औद्योगिक क्षेत्रात)

औष्णिक विस्तार आणि आकुंचन या संकल्पनेचा उपयोग, पारा तापमापकात, द्विधातू (bimetallic) तापमापकात, गरम पाण्याच्या सहाय्याने घट्ट झाकण उघडण्यासाठी, पोलादाची तबकडी किलक/रिवीट (rivets) पासून जोडण्यासाठी, लाकडी चाकांच्या गाड्यांना लोखंडी खिळे ठोकण्यासाठी, तापनियंत्रकामध्ये, इंजिन शितलक अतिप्रवाहापासून बचाव करण्यासाठी, औष्णिक विस्तारामुळे झोल (sagging) असलेल्या ऊर्जेच्या तारांची मांडणी करण्यासाठी आणि रेल्वेचे रूळ टाकण्यासाठी किंवा ऊन्हाळ्याच्या दिवसांमध्ये औष्णिक विस्तारामुळे बांधलेले पूल लहान जागेमुळे किंवा विस्तारीत सांध्यामुळे वाकतात ते टाळण्यासाठी होतो. ऊन्हाळ्यात टायर फुगवताना वायू किंवा हवेचा औष्णिक विस्तार विचारात घेणे आवश्यक असते.

स्थिती अध्ययन (पर्यावरण/शाश्वतता/सामाजिक/नैतिक समस्या)

4 डिग्री सेल्सियस पर्यंत खाली थंड होईपर्यंत पाणी 0 डिग्री सेल्सियस पर्यंत पोहोचते तेव्हा पाणी विसंगती औष्णिक विस्तार नावाचा असामान्य गुणधर्म दर्शवितो. जर ते आणखी थंड केले गेले तर घन अवस्थेमध्ये बदलताना त्याचे प्रमाण अचानक वाढते म्हणजे बर्फ 0°C इतके होते. जेव्हा बर्फ 0 डिग्री सेल्सियस खाली थंड होते तेव्हा औष्णिक आकुंचनमुळे त्याचे प्रमाण घनरूपात कमी होते. पाण्याच्या या विषम औष्णिक विस्तारामुळे, आर्क्टिक महासागरात अत्यंत थंड दिवसांमध्ये सागरी जीवन संरक्षित आहे.

जिज्ञासा आणि कुतूहल तयार करा

विद्युतीय वाहकता आणि धातूचे औष्णिक वाहकता एकमेकांशी कसे संबंधित आहेत?

सोडवलेली उदाहरणे

प्र.1: P आणि Q या दोन धातूंचे आकार समान आहेत. धातू P = 2 K ची औष्णिक वाहकता आणि धातूची तापीय वाहकता $Q = k$. एकत्र सामील झालेल्या दोन्ही धातूंच्या टोकाचे तापमान, $T_{1(P)} = 200$ डिग्री सेल्सियस आणि $T_{2(Q)} = 20$ डिग्री सेल्सियस असते. दोन्ही धातूंच्या इंटरफेसवर तापमान किती आहे?

उत्तर: दोन्ही धातूंचे आकार समान असल्यामुळे इंटरफेसपासून विभक्त अंतर 'd' आणि क्रॉस सेक्शन 'A' चे क्षेत्र P आणि Q दोहोंसाठी समान आहे. इंटरफेसचे तापमान $T^{\circ}\text{C}$ असू द्या.

येथे, $K_p = 2k$ आणि $K_Q = k$; $T_{1(P)} = 200$ डिग्री सेल्सियस आणि $T_{2(Q)} = 20^{\circ}\text{C}$

तर, धातू P आणि Q मध्ये वाहून नेण्याद्वारे उष्णता स्थानांतरणाचे दर दिले जातात

$$\left(\frac{Q}{t}\right)_P = \frac{K(T_1 - T)A}{d} = \frac{2k(200 - T)A}{d}$$

$$\text{आणि } \left(\frac{Q}{t}\right)_Q = \frac{K(T - T_2)A}{d} = \frac{k(T - 20)A}{d}; \text{ P आणि Q, साठी } \left(\frac{Q}{t}\right)_P = \left(\frac{Q}{t}\right)_Q$$

$$\therefore \frac{2k(200 - T)A}{d} = \frac{k(T - 20)A}{d}$$

$$\therefore 2k(200 - T) = k(T - 20)$$

$$\therefore 400 - 2T = T - 20$$

$$\therefore 420 = 3T$$

$$\therefore T = 140^{\circ}\text{C}$$

युनिटचा सारांश

- उष्णता ही औष्णिक ऊर्जा आहे आणि कार्य करण्याची क्षमता आहे, तापमान ही उष्णतेच्या तीव्रतेचे एक मापन आहे.
- एक एकक वस्तुमान असलेल्या पदार्थाची विशिष्ट उष्णता किलोग्राम, ग्रॅम किंवा पौंड मध्ये मोजली जाते. तसेच पदार्थाचे एकक मोल काढण्यासाठी मोलार उष्णता क्षमता ही राशी वापरतात.
- घन, द्रव आणि वायू सर्व गरम झाल्यावर प्रसरण पावतात आणि थंड झाल्यावर सर्व आकुंचित होतात. गरम किंवा थंड झाल्यावर त्यांच्या रेणूंच्या हालचालीत वाढ किंवा घट झाल्यामुळे विस्तार किंवा आकुंचन उद्भवते.
- उष्णता उत्सर्जित करणे हा औष्णिक वाहकतेचा गुणधर्म आहे. काही पदार्थ धातुसारखे औष्णिक वाहक असतात आणि काही पदार्थ रबर सारखे उष्णतेचे दुर्वाहक असतात.

स्वाध्याय

(A) वस्तुनिष्ठ प्रश्न

- 6.1 उष्णता ऊर्जा _____ वापरून मोजले जाते. (तापमापक, पायरोमीटर, कॅलरीमीटर) [LOD1]
- 6.2 $\frac{C_p}{C_v} = \text{_____}$ (α , β , γ , R) [LOD1]
- 6.3 हीट एनर्जीचे एसआय युनिट _____ आहे. (वॅट, जूल, न्यूटन, मॅक्सवेल) [LOD1]
- 6.4 औष्णिक विस्तारामुळे विस्तारामुळे वायूचे प्रमाण सॉलिडपेक्षा अधिक प्रभावित होते. [LOD2]
- (a) बरोबर (b) चूक
- 6.5 _____ मुळे गरम पाणी वाहून नेणारे पाण्याचे पाईप्स सहसा सरळ नसतात. [LOD2]
- (a) औष्णिक आकुंचन (b) विसंगती विस्तार
- (c) औष्णिक विस्तार (d) औष्मिक प्रवाहकता

वस्तुनिष्ठ प्रश्नाचे उत्तर:

- 6.1 कॅलरीमीटर
- 6.2 γ
- 6.3 जूल
- 6.4 (a) बरोबर
- 6.5 (c) औष्णिक विस्तार

(B) वर्णनात्मक प्रश्न

- 6.1 उष्णता आणि तापमानात फरक द्या [LOD1]
- 6.2 एसीटोनचा (acetone) ऊकळता बिंदू आणि अतिशीत बिंदू 56.2 डिग्री सेल्सियस आणि -94.8 डिग्री सेल्सियस आहे. ही मूल्ये फॅरेनहाइट, केल्विन आणि रँकाईन स्केलमध्ये रूपांतरित करा. [LOD2]

6.3 द्रव धातूमध्ये उष्मा हस्तांतरणाची पद्धत समजावून सांगा. [LOD3]

6.4 उन्हाळ्यात घर थंड ठेवण्यासाठी आणि हिवाळ्यामध्ये ऊबदार राहण्यासाठी चांगल्या विटा म्हणजे औष्णिक

वाहकता कमी असते. लाल विटांमध्ये औष्णिक वाहकता $= 0.6 \text{ WK}^{-1} \text{ m}^{-1}$ असते. जर अशा विटांच्या एका टोकाचे तापमान 45 डिग्री सेल्सियस असेल तर दुसऱ्या टोकाला ते 26 डिग्री सेल्सियस असेल. दोन

टोकांमधील अंतर अंतर 10 सेमी आहे. विटातून जात असलेल्या उष्णतेच्या प्रवाहाचा वेळ दर शोधा. [LOD2]

6.5 औष्णिक विद्युतवाहक आणि औष्णिक विद्युतरोधक यांमधील फरक लिहा [LOD2]

वर्णनात्मक प्रश्नाचे उत्तर:

6.2 एसीटोन चा उत्कलन बिंदू: $56.2^\circ\text{C} = 133.16^\circ\text{F} = 329.3 \text{ K} = 592.74^\circ\text{R}$

एसीटोन चा गोठण बिंदू: $-94.8^\circ\text{C} = -138.64^\circ\text{F} = 178.3 \text{ K} = 320.94^\circ\text{R}$

[इशारा: तापमान स्केल रूपांतरणासाठी सूत्र वापरा]

6.4 $1752.6 \text{ Watt}\cdot\text{m}^{-2}$ [इशारा: उष्मा प्रवाहाच्या दरासाठी हे सूत्र वापरा: $\frac{Q}{At} = \frac{K(T_1 - T_2)}{d}$ आणि योग्य त्या एककाचे रूपांतर वापरा.]

प्रात्यक्षिक

1. दिलेल्या रॉडच्या धातुच्या रेखीय प्रसरण गुणकाची किंमत शोधणे

प्रात्यक्षिकाचा फायदा (Practical Significance)

पदार्थाचे विशेषतः धातुचे तापमान वाढले असता ते प्रसरण पावतात, कारण दोन अणुंच्या मधील सरासरी अंतर वाढत असते. पदार्थाचा रेखीय प्रसरण गुणकाचा वापर करून पदार्थाच्या लांबीतील प्रसरण ठरविता येते. धातुच्या साठी उष्णतेचा रेखीय प्रसरण गुणक या मर्यादित असतो. 10^{-5} प्रती $^\circ\text{C}$. त्याकरिता ज्या पदार्थाचा उष्णतेचा रेखीय प्रसरण शोधायचे आहे तो रॉडच्या आकारात असावा, रेखीय प्रसरणाच्या साहित्यामधील माक्रोमीटर स्कू प्र-मापीच्या सहाय्याने काढता येतो.

संबंधित विषय सैद्धांतिक (Relevant Theory)

माहितीसाठी संदर्भ पाठ क्रमांक 6 (विभाग क्रमांक : 6.2.1 व 6.2.2)

सूत्र : पदार्थाचा उष्णतेचा रेखीय प्रसरण,

$$\alpha = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dT} \quad \text{या} \quad \frac{\Delta L}{L \cdot \Delta T} = \frac{\Delta L}{L \cdot (T_f - T_{\text{Room}})} (^\circ\text{C})^{-1}$$

या ठिकाणी, L_0 = रॉडची मुळ लांबी;

dL किंवा ΔL = रॉडच्या लांबीतील वाढ;

dT किंवा ΔT = तापमानातील फरक;

T_f = अंतिम स्थिर तापमान ($^\circ\text{C}$);

T_{Room} = वातावरणाचे तापमान ($^\circ\text{C}$);

प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

पाठ्यक्रमातील अभ्यासक्रमानुसार प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती साध्य करायची आहे,

PrO1: तापमापीचा वापर करून अत्यंत नेमके व अचूक मोजण्यासाठी सेटिंग करण्याचे कौशल्य प्राप्त करून घेणे.

PrO2: घन पदार्थाचे रेखीव प्रसरणाची माहिती स्पष्ट करणे आणि वेगवेगळ्या धातूंच्या रेखीव प्रसरण शोधणे.

PrO3: योग्य त्या खबरदारी घेऊन वैयक्तिक अथवा सामुहिकपणे सदर उपकरण हाताळणे व त्याचे नियंत्रण करणे.

प्रात्यक्षिकाची मांडणी (आकृती /रेखाकृती /मंडलाकृती /कार्यपद्धती)

डावीकडील आकृती: रेखीय विस्तार यंत्र. येथे, रॉड चांदीच्या जाकीटच्या आत ठेवल्या जातात आणि

संपूर्ण रचना काळ्या आधारावर ठेवली आहे. (फोटो क्रेडिट: आयआयएसईआर पुणे, (http://www.iiserpune.ac.in/~bhasbapat/phy221_files/lab1.pdf) (31 जुलै 2021 रोजी)

आकृती 6.6: दिलेल्या रॉडच्या धातूच्या रेखीव प्रसरण गुणकाची किंमत शोधणे या प्रयोगाची मांडणी

अपेक्षित स्त्रोत

अ.क्र.	सुचवलेले अपेक्षित स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे / उपकरणे महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह	संख्या	वास्तविकतः स्त्रोत यंत्रे/हत्यारे / उपकरणे विस्तारित वैशिष्ट्यांसह (विद्यार्थ्यांनी भरायची माहिती)		शेरा (काही असल्यास)
			निर्मिती	विस्तृत माहिती	
1.	रेखीय प्रसरण शोधाचे उपकरण	1			
2.	वाफ निर्मिती संच किंवा बॉयलर दोन स्टॉपरसहीत (एक छिद्रासह, आणि एक बिना छिद्राचे)	1			
3.	चंचूपात्र (300 ml किंवा 500 ml)	1			
4.	तापमापक (0-100°C)	1			
5.	हॉट प्लेट	1			
6.	रबरी नळ्या	1			
7.	तांबे, पितळ किंवा लोखंड आणि अॅल्युमिनीअम धातूचे रॉड	प्रत्येकी 1			
8.	वीज पुरवठा	1			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

1. वीज निर्मितीचे साधन किंवा बॉयलर, रबरी नळ्या, हॉट-प्लेट्स आणि रेखीय प्रसरण गुणक यांचा प्रयोगसंच हे हाताळताना नेहमी जास्त काळजी घ्यावी. वाफेची उष्णता क्षमता प्रचंड असल्यामुळे ते धोकादायक ठरू शकते आणि त्यामुळे दुर्लक्ष केल्यास अत्यंत गंभीर भाजण्याचे प्रकार घडू शकतात.
2. ज्या ठिकाणीहून वाफ बाहेर येते त्या ठिकाणी आपला चेहरा कधीही ठेऊ नका.
3. स्टॉपर्स आणि कॅप्स या अत्यंत हळूवारपणे बसवा त्यामुळे एकदम जास्त दाब तयार होणे, वाफेचा स्फोट होणे यांना अटकाव होईल किंवा अत्युच्च दाबाची वाफ फवाऱ्यामार्फत सोडली जाईल.
4. वातावरणाचे तापमान आणि प्रत्येक धातुच्या रॉडची लांबी प्रसरणापुर्वी म्हणजेच उष्णता देण्यापुर्वी मोजा व नोंद करा.

सुचवलेली प्रयोगपद्धती (Suggested Procedure)

1. वाहन निर्मिती संच किंवा बॉयलर हा त्याच्या क्षमतेच्या दोन-तृतीयांश पाण्याने भरा आणि नंतरच तो चालू करा
2. खास बनवलेल्या खोबणीमध्ये रॉडला घाला आणि त्याच्या जागी ठेवा. मायक्रोमीटर स्कू-प्रमापी अशा प्रकारे मापनासाठी ठेवा की, रॉडच्या एका टोकाला चल आणि दुसऱ्या टोकाला स्थिर स्कू स्पर्श करेल. रॉडची लांबी मोजण्यासाठी मायक्रोमीटर स्कू-प्रमापीचा उपयोग करा.
3. दिलेल्या पदार्थाच्या रॉडची लांबी व वातावरणाचे तापमान याची नोंद कोणत्याही रॉडला उष्णता देण्यापूर्वी घ्यावी.
4. वाफ निर्मिती संच किंवा बॉयलरमधून नळीद्वारे रेखीय विस्तार उपकरणाशी जोडा. रेखीय विस्तार यंत्रापासून चंचुपात्रामध्ये नळ्या उपकरणाच्या पातळीच्या अगदी खाली असाव्यात.
5. प्रसारण उपकरणात दिलेल्या खोबणीमध्ये तापमापी व्यवस्थित ठेवा. स्थिर तापमान गाठल्यावर फटीमधून वाफे वाहू द्या.
6. नंतर, मायक्रोमीटर स्कू योग्यरित्या घट्ट होईपर्यंत बसवा आणि रॉडच्या लांबीमध्ये फरक म्हणून मायक्रोमीटर स्कू-प्रमापीचे वाचन नोंद करा, तसेच तापमानाची नोंद करा. पाणी बंद करा आणि जॅकेट पूर्ण रिकामे करा. मायक्रोमीटरचा स्कू मागे फिरवा.
7. वेगवेगळ्या धातूंचे रॉड बदला आणि या नवीन रॉडसाठी 4 ते 6 पायऱ्या पुन्हा करा.
8. उपकरण पूर्णपणे खोला, चंचुपात्र, वाफ निर्मिती संच किंवा बॉयलर रिकामे करा. सांडलेले पाणी गोळा करा आणि कोणतेही अपघात टाळण्यासाठी कार्यक्षेत्र स्वच्छ ठेवा.

निरीक्षण आणि आकडेमोड

निरीक्षण : वातावरणाचे तापमान (T_{Room}) = _____ °C

निरीक्षण तक्ता:

रॉडचा धातू	रॉडची सुरवातीची लांबी L_0 (m)	रॉडच्या लांबीतील वाढ ΔL (m)	अंतिम तापमान, T_f (°C)	α प्रयोगानुसार (°C) ⁻¹	α मानक (°C) ⁻¹ याच तापमानाला	% शेकडा त्रुटी
अल्युमिनिअम						
लोखंड						

आकडेमोड:

सैध्दांतिकानुसार: (वेगवेगळ्या धातूंच्या प्रत्येक रॉडसाठी रेखीय प्रसारण गुणकाचे किंमत काढा.)

$$\text{रॉडचा रेखीय उष्णता प्रसारण गुणक, } \alpha = \frac{\Delta L}{L \cdot \Delta T} = \frac{\Delta L}{L \cdot (T_f - T_{\text{Room}})} (\text{°C})^{-1}$$

% रेखीय उष्णता प्रसरणामधील शेकडा लुटी :

$$\frac{\alpha_{\text{मानक}} - \alpha_{\text{प्रयोगिक}}}{\alpha_{\text{मानक}}} \times 100\%$$

अनुमान आणि/किंवा सिध्दता

1. अल्युमिनिअम रॉडचा रेखीय उष्णता प्रसारण गुणक _____ (°C)⁻¹ आहे.
2. लोखंड/पितळ/तांबे या धातूंच्या रॉडचा रेखीय उष्णता प्रसारण गुणक _____ (°C)⁻¹ आहे.
3. % अल्युमिनिअम रॉडच्या रेखीय उष्णता प्रसारण गुणकामधील शेकडा लुटी = _____ %
4. % लोखंड/पितळ/तांबे या धातूंच्या रॉडच्या रेखीय उष्णता प्रसारण गुणकामधील शेकडा लुटी = _____ %

निष्कर्ष आणि/किंवा वैधता (विद्यार्थीनी भरायचे)

.....

.....

प्रात्यक्षिका संबंधित प्रश्न किंवा तोंडी विचारण्याचे प्रश्न (प्रत्येक उत्तरासाठी स्वतंत्र पत्रक वापरा)

1. अल्युमिनिअम आणि लोखंडासाठी रेखीय प्रसारण गुणक कसे स्पष्ट करू शकता ?
2. पाऱ्याच्या तापमापीचे तत्त्व काय आहे ?
3. आपण आपल्या उत्तरांपासून घन प्रसारण गुणकाचा अंदाज करू शकता का ? α च्या स्वरूपात उत्तरे द्या.
4. व्यावहारिक जीवनातील पदार्थांच्या प्रसारणा संदर्भात उपयोग किंवा वापराची यादी करा.
5. 0.8350m लांबीची तांब्याची एक तार अत्यंत कडाक्याच्या थंडीच्या दिवसात 34.7°C तापमानावर रात्रभर बाहेर ठेवली आहे. असे गृहीत धरा की रात्रीचे तापमान अतिशीत म्हणजे गोठणबिंदूपर्यंत पोहोचते, तांब्याच्या तारेची घटलेली लांबी शोधा.

कचऱ्याचे नियोजन

या प्रयोगाल्या वापरलेल्या जाणाऱ्या कचऱ्याचे साहित्य खालील डब्यांमध्ये वर्गीकृत करा:

कचऱ्याचा प्रकार		तपशील
जैविक कचरा	हिरवा डब्बा	काही नाही
e-कचरा	काळा डब्बा	काही नाही
प्लास्टिक आणि धातूचा कचरा	निळा डब्बा	काही नाही
इतर काही		काही नाही

पर्यावरण पूरक दृष्टीकोन: पुनर्वापर (Reuse), वापर कमी करणे (Reduce) आणि पुनर्चक्रण (Recycle)
आवश्यक असलेले साहित्य जर काळजीपूर्वक वापरले तर ते प्रदीर्घ काळासाठी पुनर्वापरासाठी उपलब्ध राहील.

सुचविलेली मूल्यांकन योजना (शिक्षकानी भरायचे)

कार्यमापक दर्शक अंक हे प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी व आलेल्या उत्तरासाठी मार्गदर्शक तत्वे म्हणून आहेत

(परफॉर्मेंस इंडिकेटर)		गुणांक	मिळालेले गुण
पद्धतीचे संबंधित : गुण * (%)		60%	
1.	उपकरण हाताळणे	20%	
2.	अचूकपणे वेळ करणे	20%	
3.	स्प्रिंगची बल स्थिरता निश्चित करणे.	20%	
उत्तरासंदर्भात: गुण* (.....%)		40%	
4.	टापटीपपणा व वेळेवर अचूक नोंद दाखवल्यास	10%	
5.	स्प्रिंगच्या स्थिर बलाची गणना, आलेख	10%	
6.	वापरून % लुटी आणि वस्तुमानाचा प्रभाव	10%	
7.	टापटीपपणा व वेळेवर अचूक नोंद दाखवल्यास	10%	
एकूण		100%	

* उत्तरे आणि प्रक्रिया मूल्यांकनासाठी गुण आणि टक्केवारी शिक्षक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव मिळालेले गुण			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्तरा संबंधित	एकूण	

2. पारा थर्मामीटर वापरून खोलीचे तापमान आणि आंघोळीच्या गरम पाण्याचे तापमान मोजणे आणि त्याचे वेगवेगळ्या परिमाणामध्ये रूपांतर करणे.

प्रात्यक्षिकाचे महत्त्व (Practical Significance)

अचूकतेसह तापमान मोजमाप विज्ञानात आणि उद्योग, विशेषतः विविध औद्योगिक प्रक्रियांमध्ये, अंतर्गत दहन इंजिनमध्ये आणि असंख्य भौतिक घटनांमध्ये अत्यंत महत्वाचे आहे. विज्ञान तापमानाच्या केल्विन स्केलशी संबंधित आहे, तर दैनंदिन जीवनात, तापमानाचे डिग्री सेल्सिअस स्केल वापरले जाते. मानवी शरीरासाठी, फॅरेनहाइट तापमानाचे प्रमाण सामान्यतः वापरले जाते. म्हणून, युनिट रूपांतरण घटक जाणून घेणे आवश्यक आहे.

संबंधित सिद्धांत/संकल्पना (Relevant Theory)

सिद्धांतासाठी, युनिट 6 (विभाग: 6.1.4 आणि 6.1.5 (a)) पहा

प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती (PrO)

या अभ्यासक्रमाच्या अभ्यासक्रमातून प्रात्यक्षिकाची फलनिष्पत्ती खालील प्रमाणे मिळतात:

PrO1: विविध वस्तूंच्या तापमानाचे अचूक मापन करण्यासाठी वेगवेगळ्या प्रकारे तापमान मोजण्याचे कौशल्ये मिळवा आणि त्यांना अचूकतेसह वेगवेगळ्या तापमान मोजमापी मध्ये रूपांतरित करा.

PrO2: वेगवेगळ्या अटी आणि तापमान मोजण्याचे वेगवेगळे प्रमाण या अंतर्गत तापमान मोजण्यासाठी थर्मामीटरच्या वापराचे वर्णन करा.

PrO3: पाराची अत्यंत विषारीता लक्षात घेऊन पारा थर्मामीटर काळजीपूर्वक आणि योग्य खबरदारीने वापर करा.

प्रात्यक्षिकाची व्यवस्था (रेखांकन/स्केच/सर्किट आकृती/कामाची परिस्थिती)

तापमान रूपांतरणासाठी आकृती पाठ 6 (विभाग: 6.1.4) यातील आकृती 6.2 चा संदर्भ घ्या

आवश्यक संसाधन

अ. क्र.	सुचवलेली संसाधने आवश्यक महत्वाच्या वैशिष्ट्यांसह मशीन/ साधने/ उपकरणे	प्रमाण	वास्तविक संसाधनांसाठी विस्तृत वैशिष्ट्यांसह मशीन्स/ साधने/ उपकरणे आवश्यक आहेत. (विद्यार्थ्यांनी भरावे)		शेरा (जर असेल तर)
			तयार केले	तपशील	
1.	श्रेणीबद्ध थर्मामीटर (0 -100°C)	1			
2.	पाणी	500 ml			
3.	एरंडेल तेल	500 ml			
4.	चंचुपात्र किंवा सिरेमिक कंटेनर	2 × 500 ml			

प्रयोग करताना घ्यावयाची काळजी (Precautions)

- उबदार ते गरम पाणी किंवा एरंडेल तेलाचा व्यवहार करताना योग्य काळजी घेणे आवश्यक आहे.
- थर्मामीटरमध्ये पारा असतो जो निसर्गात अत्यंत विषारी असतो, म्हणून तो काळजीपूर्वक हाताळला पाहिजे.
- पाराबल्ब द्रवामध्ये ठेवण्यापूर्वी त्याला स्पर्श करू नये. वरून थर्मामीटर धरून ठेवा.

सुचवलेली कृती (Suggested Procedure)

- खोलीचे तापमान मोजण्यापूर्वी थर्मामीटर हलक्या हाताने हलवा.
- एकतर थर्मामीटरला वरून हवेशीर आणि प्रशस्त खोलीत एक मिनिट लटकवा किंवा धरून ठेवा आणि श्रेणीबद्ध थर्मामीटरमध्ये पाराच्या पातळीचे वाचन लक्षात घ्या.
- आता, सपाट आणि कठीण पृष्ठभागावर बीकर किंवा कंटेनर ठेवा.
- कंटेनरमध्ये गरम पाणी घाला आणि त्यात थर्मामीटर ठेवा जेणेकरून पाराबल्ब पाण्याशी थेट संपर्कात येईल थर्मामीटरला एक मिनिट या स्थितीत राहू द्या आणि तापमान मोजा.
- त्याचप्रमाणे, कोमट ते गरम एरंडेल तेलासाठी सारखीच कृती पुन्हा करा.

निरीक्षणे आणि गणना

निरीक्षणे

1. पारा थर्मामीटरची श्रेणी = _____ ते _____ °C.
2. पारा थर्मामीटरचे किमान वाचन = _____ °C
3. वर्षाच्या ज्या महिन्यात प्रयोग केला आहे तो महिना = _____

निरीक्षण तक्ता

अ. क्र.	वस्तू / ठिकाण ज्याचे तापमान मोजायचे आहे	तापमान T (°C)	तापमान, T (°F)	तापमान T (K)	तापमान T (°R)
1	भौतिक शास्त्र				
2	शाळेचा वर्ग				
3	पाणी (कोमट ते गरम)				
4	एरंडेल तेल (कोमट ते गरम)				

आकडेमोड

सेल्सिअस स्केल ते फारेनहाइट स्केल: $^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}^{\circ}\text{C} + 32$

सेल्सिअस स्केल ते केल्विन स्केल: $\text{K} = 273.15 + ^{\circ}\text{C}$

केल्विन स्केल ते रँकीन स्केल: $^{\circ}\text{R} = \frac{9}{5} \text{K}$

तर्क आणि / किंवा अनुमान

_____ च्या महिन्यात खोलीचे तापमान = _____ °C = _____ °F = _____ K = _____ °R

कोमट किंवा गरम पाण्याचे तापमान = _____ °C = _____ °F = _____ K = _____ °R

कोमट किंवा गरम एरंडेल तेलाचे तापमान = _____ °C = _____ °F = _____ K = _____ °R

निष्कर्ष आणि/किंवा पृथःकरण (विद्यार्थ्यांनी भरावे)

.....


.....

प्रात्यक्षिक संबंधित प्रश्न (उत्तरासाठी स्वतंत्र कागद वापरा)

1. केल्विन आणि फारेनहाइट स्केलमध्ये पाणी किती तापमानास उकळते?
2. तिहेरी बिंदू म्हणजे काय?
3. H_2O च्या तिहेरी बिंदूचे मूल्य फारेनहाइट स्केलमध्ये रूपांतरित करा.
4. तापमान मोजण्यापूर्वी तुम्ही पाराच्या बल्बला स्पर्श का करू नये?
5. मानवी शरीराचे तापमान सर्व वयोगटासाठी तापमान सारखेच राहते का? असेल तर का?

कचऱ्याचे नलडोजन

या प्रडडडगात ढाकल्या ङाणलड्या सलहलड्याकल ककरल खललल डडडडडडडड डरुगलकृत करल:

ककड्याकल प्रकर		तडशील
ऐवक ककरल	हलरवल डडल	कललडलहडु झललेले ँरंडेल तेल ककडडडडडडड डेकणुडलऐवऐी कलंवल नललडत वलहून नेणुडलऐवऐी ते तेल डुनरुवलडर केंडुरलकडे डलठवून तुडलकी डुगड वललुहेवलट ललवलवी.
उडकरुणलड ककरल	कलळल डडल	कलहीही नलही
डुललसुकल ंणल डलतूकल ककरल	नलळल डडल	डलडलडल ककडडलकी वललुहेवलट इतर धुलकलडलडक ककडडलडल वललुहेवलटीसलठी डुगड डलरुगडरुशक तलुवे शुधून ंणल तुडलंके डललन करून कलंवल डुनरुवलडर केंडुरलकडे ंणलवी.
इतर कुणतेही		कलहीही नलही

डरुडलवरण डूरक हलुीकुन: Reuse (डुनरुवलडर), Reduce (वलडर कडुी करल) ंणल Recycle (डुनरुडकुरण)

ँरंडेल तेल ंणल तलडडलडक दुुनही डुनलु वलडरू शकतुु. ँरंडेल तेललकल सलठल करणुडलसलठी ते सुरुडडुरकलश ंणल ंडुरलत डलडलसून दूर ठेवल. थंड झललेले डलणी ंऐडुडलऐडुडल झलडलंनल वलडरू शकतुु.

सुडवललेले डुलुडलंकन डुडनल (शलकुलकलंनी डुरले डलहलऐे)

दललेली नलरुडेशक डुरकुरलडल ंणल उतुडलडन कलडलरलरी संडंधलत गुणलंडलडत डुलुडलंकनलसलठी डलरुगडरुशक डुहणून कलड करतील.

कलडलरलरी नलरुडेशक		(गुणलंक)	गुण देणुडलत ंले
कृतुी संडंधलत: गुण* (.... %)		60%	
1.	उडकरणलकी हलतलळणी	20%	
2.	तलडडलन ंडुकडडणे रेकुुड करणे.	20%	
3.	सुरकुषल उडलडलंके ंनुसरण	20%	
उतुडलडन संडंधलत:.... .. गुण* (.....%)		40%	
4.	सुवकुषुतल ंणल वेळेवर ंहुवल सलदर करणे	10%	
5.	तलडडलन सुकेलके रूडलंतर	10%	
6.	नलकलललंके सुडुीकरण ंणल नलषुकरुष	10%	
7.	डुरडुगलशी संडंधलत डुरशु	10%	
ँकुण		100%	

* उतुडलडन ंणल कृतुीकल डुलुडलंकनलसलठी गुण ंणल टकुेवलरीके गुणलंक शलकुलक ठरवतील.

विद्यार्थ्याचे नाव मिळालेले गुण			शिक्षकाची सही तारखेसाहित
पद्धती संबंधित	उत्तरा संबंधित	एकूण	

अवांतर माहिती

- केल्विन स्केल सेल्सिअस स्केल प्रमाणे समान आकाराची डिग्री (म्हणजेच 100 डिग्री) वापरते आणि रॅन्काईन स्केल फॅरनहाइट स्केल प्रमाणेच आकाराची डिग्री (180 डिग्री) वापरते.
- बोलोमीटर एक असे उपकरण आहे जे विद्युत चुंबकीय किरणे आणि उष्णता मोजते. हे तापमान-संवेदनशील प्रतिरोधक घटक वापरते. कण शोधकांकडून बोलिओमीटर रेडिएशन आणि उष्णता मोजतात आणि औष्णिक कॅमेरा, फिंगरप्रिंट स्कॅनरसाठी वापरले जातात; जंगलातील आग, लपलेली शस्त्रे आणि खगोलीय किरणे शोधणे. बोलोमीटरमध्ये औष्णिक इमेजिंग, THz (टेरहर्ट्झ) कम्युनिकेशन आणि सोलर प्रोबमध्ये आशादायक अनुप्रयोग आहेत. पायरोमीटर तापमापक ने वापरण्यासाठी बोलोमीटर आणि उष्मांका सारखे असतात.

नाविन्यपूर्ण प्रात्यक्षिक / प्रकल्प / उपक्रम

- थर्मिस्टर्सचे तत्त्व, कार्य आणि अनुप्रयोगांविषयी चार्ट किंवा पॉवरपॉइंट सादरीकरण तयार करा.
- घन, द्रव आणि वायूंची औष्णिक चालकता मोजण्यासाठी वेगवेगळ्या पद्धतींची यादी बनवा आणि वैयक्तिकरित्या किंवा गटात सादरीकरण तयार करा.
- गटात चर्चा करा आणि औद्योगिक आग आणि स्फोट आणि प्रतिबंधक उपायांची प्रमुख कारणे सांगा. औद्योगिक अग्निसुरक्षेबद्दल सादरीकरण करा.

संदर्भग्रंथ व वाचनप्रस्ताव

संदर्भ

- H. C. Verma, Concepts of Physics Vol. I & II, Bharti Bhawan Ltd. New Delhi, 2017.
- J. Walker, Principles of Physics, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
- M. W. Zemansky and R. H. Dittman, Heat and Thermodynamics, 6th Edition, McGraw-Hill, New York, 1981.
- M. C. Potter and C. W. Somerton, Schaum's outlines of Thermodynamics for Engineering, 2nd Edition, McGraw-Hill, 2006.
- M. E. Browne, Schaum's Outline of Physics for Engineering and Science, 4th Edition, McGraw-Hill, 2019.

6. E. Hecht, Schaum's Outline of College Physics, 12th Edition, McGraw-Hill, 2017.
7. A. Halpern, Schaum's 3,000 Solved Problems In Physics, McGraw-Hill, 2011.
8. PhET Interactive Simulations, University of Colorado Boulder, <https://phet.colorado.edu>
9. OLabs, Developed by Amrita Vishwa Vidyapeetham & CDAC Mumbai and funded by MeitY (Ministry of Electronics & Information Technology, India), <http://www.olabs.edu.in/>
10. Swayam Prabha, INFLIBNET, India, <https://www.swayamprabha.gov.in/index.php/>

प्राॅक्टिकलसाठी सुचवलेले शिक्षण संसाधने

1. C. L. Arora, B.Sc. Practical Physics, S. Chand Limited, 2001.
2. G. L. Squires, Practical Physics, Cambridge University Press, 2001.
3. Thermal expansion: http://www.iiserpune.ac.in/~bhasbapat/phy221_files/lab1.pdf (as on 31st July, 2021) .
4. <http://mercury.pr.erau.edu/~jesse400/PS195QLab9.pdf> (As on 31st July, 2021)
5. Interactive Thermometer (<https://www.mathsisfun.com/measure/thermometer.html>) as on 31st July 2021.
6. Java Simulation: https://javalab.org/en/heat_capacity_en/
7. Java Simulation: https://javalab.org/en/bimetal_en/

परिशिष्ट

परिशिष्ट -A: प्रॅक्टिकल्ससाठी सूचक टेम्पलेट

प्रयोगाच्या उद्देशाबद्दल थोडक्यात स्पष्ट करा

प्रासंगिकता

आपल्या स्वतःच्या शब्दात प्रयोगाच्या प्रासंगिकतेबद्दल स्पष्ट करा.

आवश्यकता

आवश्यक वैशिष्ट्यांसह सर्व आवश्यक उपकरणांची यादी करा

प्रक्रिया, निरीक्षण आणि अनुमान

प्रयोगाची प्रक्रिया टप्प्याटप्प्याने स्पष्ट करा आणि निरीक्षणे नीट लक्षात घ्या. निरीक्षणाच्या आधारे ठराविक निष्कर्ष काढावा लागतो.

आपण खाली दिलेल्या सारख्या सारणीचा वापर करू शकता:

पायरी क्र.	प्रक्रिया	निरीक्षण	अनुमान
1			
2			
3			

व्हिडिओ / ऑनिमेशन

शक्य असल्यास, प्रक्रिया पाहण्यासाठी आपण काही व्हिडीओ/ऑनिमेशनचा पर्याय वापरू शकतो.

गणना

आपल्या प्रयोगासाठी आवश्यक असलेल्या सर्व आवश्यक भौतिक प्रमाणांची योग्य गणना करा

निकाल आणि चर्चा (तुटी मापन)

अंतिम परिणाम मिळवा आणि त्याबद्दल तुटींचा योग्य विचार करून चर्चा करा जी तुमच्या प्रयोगादरम्यान सादर केली जाऊ शकते.

निष्कर्ष शेवटी प्राप्त परिणामांवर आधारित आपला निष्कर्ष द्या

प्रयोगातील विषयांचे प्रमाणीकरण

वास्तविक जीवनातील प्रयोगाचा परिणाम सत्यापित करण्याचा प्रयत्न करा

ICT चा वापर आपण उपलब्ध ऑनलाइन संसाधने वापरून देखील अभ्यास करू शकता. वेळेचे बंधन नसल्याने हे उपयुक्त आहेत.

त्यापैकी काही खाली सूचीबद्ध आहेत (मर्यादित नाहीत):

<https://swayam.gov.in/>

<https://nptel.ac.in/>

<https://www.swayamprabha.gov.in/>

प्रशिक्षक आणि प्रयोगशाळा-तंत्रज्ञांसाठी टीप

प्रयोगशाळा तयार करणे, देखभाल, सुरक्षा पैलू इत्यादींसाठी काही सामान्य आणि विशिष्ट सूचना स्वतंत्रपणे सूचीबद्ध केल्या आहेत. [3 मध्ये पहा] प्रयोगशाळा प्रशिक्षक आणि प्रयोगशाळा-तंत्रज्ञ त्या सूचनांचे योग्य प्रकारे पालन करू शकतात जेणेकरून कोणत्याही धोक्याशिवाय प्रयोगशाळा सुरळीत चालतील.

परिशिष्ट -B: गटातील प्रॅक्टिकल / प्रकल्प / उपक्रमांसाठी सूचक मूल्यमापन मार्गदर्शक तत्त्वे**प्रक्रिया संबंधित कौशल्ये**

निकष आणि स्तर	विकसनशील	सक्षम	प्रवीण
उपकरणे सेटअप/उपकरणे हाताळणे			
निरीक्षणे/डेटा रेकॉर्डिंग			
वेळेचे व्यवस्थापन			
टीम वर्क			
वैयक्तिक काम			
सुरक्षा खबरदारी			
बाकी काही			

उत्पादन संबंधित कौशल्ये

निकष आणि स्तर	विकसनशील	सक्षम	प्रवीण
सामग्री			
संशोधन/सर्वेक्षण			
नवीनतम तंत्रज्ञानाचा वापर			
विषयावर राहणे			
तयारी			
सादरीकरणाचा आत्मविश्वास			
पीपीटी बनवण्याच्या कौशल्यासह ICT चा वापर			
वेळेचे व्यवस्थापन			
गटाचे प्रयत्न			
वैयक्तिक प्रयत्न			

परिशिष्ट -C: ब्लूमच्या पातळीवर संरेखित मूल्यांकन

ब्लूमची वर्गीकरण - या पुस्तकासाठी प्रश्नांच्या विकासासाठी खालील दोन श्रेणींमध्ये जोडले गेले आहे:

श्रेणी I प्रश्न	श्रेणी II प्रश्न उच्च ऑर्डर विचार कौशल्ये
ब्लूमचा स्तर 1: लक्षात ठेवा ब्लूमचा स्तर 2: समजून घ्या ब्लूमचा स्तर 3: वापरा	ब्लूमचा स्तर 4: विश्लेषण करा ब्लूमचा स्तर 5: मूल्यमापन करा ब्लूमचा स्तर 6: तयार करा

परिशिष्ट -D: प्रॅक्टिकल साठी रेकॉर्ड

अ. क्र	पान क्र	प्रयोगाचे नाव	तारीख			गुण	सहि
			वास्तविक	पुन्हा करणे	शेरा		
1.		लांबी, दिलेला सिलेंडर, चाचणी नळी आणि चंचुपात यांची त्रिज्या, व्हर्नियर कॅलिपर वापरून मोजा आणि प्रत्येक वस्तूचे परिमाण शोधा.					
2.		स्कू गेज वापरून वायर, एक घन बॉल आणि कार्डबोर्डची जाडी निश्चित करा.					
3.		स्फेरोमीटर वापरून उत्तल आणि अवतल आरसा / पृष्ठभागाची वक्रता त्रिज्या निश्चित करणे.					
4.		बला चा त्रिकोण आणि समांतरभुज नियम सत्यापित करण्यासाठी					
5.		हॉरीझेंटल बोर्ड वापरून लाकूड आणि काचेमध्ये घर्षण सह-कार्यक्षम शोधणे.					
6.		हुकचा नियम वापरून स्प्रिंगची बल स्थिरता निश्चित करणे.					
7.		यांत्रिक ऊर्जेच्या संरक्षणाचा नियम (PE ते KE) सत्यापित करण्यासाठी.					
8.		फ्लायव्हीलचा मोमेंट ऑफ इनेरशिया शोधण्यासाठी.					
9.		स्टोकच्या कायदानुसार दिलेल्या द्रव (ग्लिसरीन) ची चिकटपणा शोधणे					

अ. क्र	पान क्र	प्रयोगाचे नाव	तारीख			गुण	सहि
			वास्तविक	पुन्हा करणे	शेरा		
10.		रॉडच्या साहित्याच्या रेखीय विस्ताराचे गुणांक शोधणे.					
11.		फोर्टिन बॅरोमीटर वापरून एखाद्या ठिकाणी वातावरणाचा दाब निश्चित करणे.					
12		खोलीचे तापमान आणि गरम बाथचे तापमान मोजण्यासाठी पारा थर्मामीटर वापर आणि वेगवेगळ्या स्केलमध्ये रूपांतरित करा					

अनुबंध

अनुबंध - I महत्वाची सूत्रे

युनिट 1: भौतिक विश्व, एकके व मापन

- दिलेल्या भौतिक राशीचे मूल्य एका प्रणालीमधून युनिटच्या दुसऱ्या प्रणालीत रूपांतरित करण्यासाठी सूत्र $n_1 u_1 = n_2 u_2$
 n_1 = युनिटच्या पहिल्या प्रणालीमध्ये संख्यात्मक मूल्य, u_1 = युनिटच्या पहिल्या प्रणालीमध्ये भौतिक प्रमाणाचे एकक n_2 = युनिटच्या दुसऱ्या प्रणालीमध्ये संख्यात्मक मूल्य युनिटच्या दुसऱ्या प्रणालीमध्ये भौतिक प्रमाणाचे एकक
- व्हर्नियर कॅलिपर्सची कमीतकमी गणना (L.C) खालील सूत्रानुसार दिली जाते:
कमीतकमी गणना = $\frac{\text{मुख्य स्केल के सबसे छोटे भाग का मान}}{\text{वर्नियर स्केल के कुल भागों की संख्या}} = \frac{\text{SDMS}}{\text{TDVS}} = \frac{1 \text{ MSD}}{n}$
- मायक्रोमीटर स्कू गेजची कमीतकमी गणना = $\frac{\text{स्कू गेज की पिच}}{\text{वृत्तीय स्केल पर कुल खानों की संख्या}}$
- स्फेरोमीटरची किमान गणना = $\frac{\text{स्फेरोमीटर की पिच}}{\text{वृत्तीय स्केल पर कुल खानों की संख्या}}$
- प्राप्त झालेली मूल्ये $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, असतील तर या मूल्यांचे अंकगणित माध्य असे दिले जाते:
 $\bar{a} = a_{(\text{माध्य})} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$
- तर वैयक्तिक मोजमापात त्रुटी म्हणून अश्या लिहिल्या जातात, $\Delta a_1 = \bar{a} - a_1; \Delta a_2 = \bar{a} - a_2; \Delta a_3 = \bar{a} - a_3, \dots, \Delta a_n = \bar{a} - a_n$
- निरपेक्ष त्रुटी ($|\Delta a|$) : पुढील प्रकारे दर्शविले जाते ($\bar{\Delta a}$) या $\Delta a_{\text{माध्य}}$
म्हणून, $(|\Delta a|) = \bar{\Delta a}_{(\text{माध्य})} = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + \dots + |\Delta a_n|}{n}$
- सापेक्ष त्रुटी (δa) = $\frac{(|\Delta a|)}{\bar{a}} = \frac{\Delta a_{\text{माध्य}}}{a_{\text{माध्य}}}$ आणि
- टक्केवारी त्रुटी, $\delta a = \frac{\Delta a_{\text{माध्य}}}{a_{\text{माध्य}}} \times 100\%$
- बेरीजमधील त्रुटी ($Z = X + Y$) किंवा वाजबाकितील त्रुटी ($Z = X - Y$) : बेरीज किंवा वजाबाकीसाठी Z मध्ये जास्तीत जास्त संभाव्य त्रुटी दिली आहे, $\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$
- गुणकारातील त्रुटी ($Z = XY$) आणि भागाकारातील त्रुटी ($Z = X/Y$) : गुणाकार किंवा भागाकारामध्ये कमाल सापेक्ष किंवा अपूर्णांक त्रुटी पुढील प्रकारे दिली जाते $\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$
- शक्तींसह प्रमाणात त्रुटी: समजा, $Z = \frac{X^n Y^m}{C^q}$ जेव्हा, k = स्थिर, तसेच सापेक्ष किंवा अपूर्णांक त्रुटी पुढील प्रमाणे लिहिले जाऊ शकते $\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta X}{X} + m \frac{\Delta Y}{Y} + q \frac{\Delta C}{C}$.

युनिट 2: बल आणि गती

- वेक्टर \vec{A} चे युनिट वेक्टरपुढील प्रमाणे दर्शविले जाते $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{\text{सदिश}}{\text{सदिश का परिणामी}}$
- $(\vec{a} + \vec{b})$ चे परिमाण असे लिहिले जाते $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$ जेव्हा θ , \vec{a} हा \vec{b} मधील लहान कोन असतो.
- जर $(\vec{a} + \vec{b})$ हा वेक्टर \vec{a} बरोबर α इतका लहान कोन करत असेल तर, $\tan \alpha = \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta}$
- जर वेक्टर \vec{A} हा X-अक्षाबरोबर α आणि Y- अक्षाबरोबर $\beta = (90 - \alpha)$ इतका कोन करत असेल तर X- अक्षावरील आयताकृती घटक, $A_x = A \cos \alpha$ आणि अक्षा वरील घटक, $A_y = A \cos \beta$, म्हणून वेक्टर $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} = (A \cos \alpha) \vec{i} + (A \cos \beta) \vec{j}$
- जर A_x आणि A_y यांचे घटक दिले तर वेक्टरचे परिमाण $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ आणि $\tan \alpha = \frac{A_y}{A_x}$
- जर $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$, $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$; $\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x) \vec{i} + (A_y \pm B_y) \vec{j} + (A_z \pm B_z) \vec{k}$
परिमाण $|\vec{A} \pm \vec{B}| = \sqrt{(A_x \pm B_x)^2 + (A_y \pm B_y)^2 + (A_z \pm B_z)^2}$
- दो सदिशां \vec{A} और \vec{B} का डॉट गुणनफल इस प्रकार लिखा जाता है
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$ जहाँ θ , सदिशा \vec{A} और \vec{B} के बीच कोण है।
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$
- वेक्टर \vec{A} आणि \vec{B} यांचा प्रॉडक्ट किंवा क्रॉस प्रॉडक्ट पुढील प्रमाणे $\vec{A} \times \vec{B}$ आणि हा ही एक वेक्टर च असतो. आणि या वेक्टर चे परिमाण पुढील प्रमाणे $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta$
 $\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{k}$
- बाह्य लागू शक्ती $\vec{F} = k \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t}$ किंवा $F = m\vec{a}$
- रॉकेटचा जोर = वस्तुमान \times रॉकेट चे त्वरण = वायूचा वेग \times वस्तुमान कमी होण्याचा दर = $\vec{F} = m \frac{(\Delta \vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \vec{u}$
- इंपल्स $\vec{I} = \vec{F} \Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$
- क्षणिक कोनीय वेग $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$
- क्षणिक कोनीय प्रवेग $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$
- रेखीय वेग आणि कोनीय वेग यांच्यातील संबंध $v = r\omega$
- रेखीय त्वरण आणि कोनीय त्वरण यांच्यातील संबंध $a = r\alpha$
- स्थिर कोनीय त्वरण α साठी समीकरणे खाली दिली आहेत
 $\omega = \omega_0 + \alpha t$ (2) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ (3) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \theta$
- केंद्राभिमुख शक्ती $F_c = \text{वस्तुमान} \times \text{केंद्राभिमुख त्वरण} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$
- बँकड रोडवर वाहनाचा वेग $v = \sqrt{rg \tan \theta}$

युनिट 3: कार्य शक्ति आणि ऊर्जा

1. कार्य (W) = $F \cdot r = F \cos(\theta) \cdot r$, व्हेरिफबल कार्य बलांसाठी $W = \int F \cdot dr$
2. घर्षणाची मर्यादा = $\mu_{\text{limiting}} \times$ सामान्य बल (किंवा सामान्य प्रतिक्रिया बल) = $\mu_{\text{limiting}} N$
3. स्थिर घर्षणाची मर्यादा $f_s = \mu_s N = \mu_s mg$ आणि गतिज घर्षण बल $f_k = \mu_k N$
4. कललेल्या प्लेनसाठी $\mu_s = \mu_k = \tan\theta$
5. गतिज ऊर्जा (KE) = $\frac{1}{2} mv^2$ आणि गुरुत्वाकर्षण संभाव्य ऊर्जा $U = mgh$
6. शक्ती $P = \frac{dW}{dt} = \frac{F \cdot dr}{dt} = F \cdot v$ ($\therefore W = F \cdot r$ और $\frac{dr}{dt} = v$)

युनिट 4: रोटेशनल गति

1. टॉर्क (आघूर्ण) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin \theta$
2. कोनीय मोमेंटम $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = mvr \sin \theta$
3. जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$
4. टॉर्क (आघूर्ण) आणि जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) यातील संबंध $\tau_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \alpha = I \alpha$
5. कोनीय मोमेंटम आणि जडत्व आघूर्ण (moment of inertia) यातील संबंध $L_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = I \omega$
6. घूर्णन त्रिज्या (radius of gyration). $K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_i r_i^2}{M}}$ जेव्हा पदार्थाचे जडत्व आघूर्ण, $I = M \times K^2$ असते.
7. लंब अक्षाचे प्रमेय $I_z = I_x + I_y$
8. समांतर अक्षाचे प्रमेय $I_{AB} = I_C + Md^2$
9. जेव्हा टॉर्क = 0 आणि $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$ जेव्हा $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_{\text{net}}$

रोटेशनच्या अक्ष्यावरील रॉड केंद्रातून जातो आणि लांबीला लंब असतो तेव्हा, जडत्व आघूर्ण $I = \frac{ML^2}{12}$

10. रिंगचे अक्षाजवळील जडत्व आघूर्ण = $\frac{1}{2} Mr^2$, व्यासासाठी = $\frac{1}{4} Mr^2$, स्पर्शिका ते रिम, समांतर अक्ष = $\frac{1}{2} Mr^2$, स्पर्शिका ते रिम, व्यासाच्या समांतर = $\frac{5}{4} Mr^2$
11. रिंगच्या अक्षाचे जडत्व आघूर्ण $I = Mr^2$ व्यासासाठी $I = \frac{1}{2} Mr^2$, स्पर्शिका ते रिम, समांतर अक्षासाठी = $2Mr^2$, स्पर्शिका ते रिम, व्यासाच्या समांतर = $\frac{3}{2} Mr^2$
12. घन गोलाच्या व्यासाचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{2}{5} Mr^2$, about tangent = $\frac{7}{5} Mr^2$
13. पोकळ गोलाकार व्यासाचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{2}{5} M \left(\frac{r_2^5 - r_1^5}{r_2^3 - r_1^3} \right)$
14. गोलाकार शेलच्या व्यासाचे जडत्व आघूर्ण $I = \frac{2}{3} Mr^2$

युनिट 5: पदार्थाचे गुणधर्म

1. यंगचे मॉड्यूलस $Y = \frac{\text{अनुदैर्घ्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्घ्य विकृति}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{A\Delta L}$
2. बल्क मॉड्यूलस $B = \frac{\text{आयतन प्रतिबल}}{\text{आयतन विकृति}} = \frac{\Delta P}{-\Delta V/V} = \frac{-\nu(\Delta P)}{\Delta \nu}$, संकुचितता $K = 1/B$
3. कडकपणाचे मॉड्यूलस $\eta = \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण विकृति}} = \frac{F/A}{x/L} = \frac{FL}{Ax}$
4. दाब $P = \frac{F}{A}$ आणि निरपेक्ष दाब $P = P_{\text{atm}} + \rho gh$, गेज दाब $= P - P_{\text{atm}} = \rho gh$
5. पृष्ठभागावरील ताण $S = \frac{F}{l}$ आणि केशिकेतील आरोहण सूत्र $h = \frac{2s \cos \theta}{r\rho g}$
6. विसर्कस बल $F = \eta A \frac{(v_2 - v_1)}{d}$, जेव्हा $\frac{(v_2 - v_1)}{d}$ हा वेग ग्रेडियंट आहे
7. काइनेटिक व्हिस्कोसिटी आणि डायनॅमिक व्हिस्कोसिटी मधील संबंध $\mu = \frac{\eta}{\rho}$
8. टर्मिनल वेग $V_t = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_f)$
9. चिकट द्रवपदार्थासाठी स्टोक्सचा नियम असे सूचित करतो, $F_v = 6\pi\eta rV$
10. चिकट द्रवपदार्थासाठी तापमानाचे अवलंबन $\eta = \frac{\eta_0}{(1 + \alpha t + \beta t^2)}$
11. वायूमधील चिकटपणासाठी तापमान अवलंबन $\eta = \eta_0 + \alpha t + \beta t^2$
12. रेनॉल्ड्स नंबर, $(R_e) = \frac{\rho VD}{\eta} = \frac{VD}{\mu}$
13. सातत्य समीकरण $A_1 V_1 = A_2 V_2$, आणि $AV = \text{स्थिर} = R = \text{व्हॉल्यूम प्रवाह दर}$
14. बर्नौलीचे समीकरण $P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{नियतांक}$

युनिट 6: उष्णता आणि तापमानाचे मोजमाप

1. एखाद्या पदार्थाला (किंवा बाहेर काढलेली) उष्णता पुरवली जाते, $Q = C \Delta T = C (T_2 - T_1)$
2. उष्णता पुरवणे, $Q = n C_m \Delta T = n C_m (T_2 - T_1)$, जेव्हा $C_m = \text{मोलार उष्णता क्षमता}$
3. $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ आणि $C_p - C_v = R$
4. $^{\circ}F = \frac{9}{5} ^{\circ}F + 32$, $K = 273.15 + ^{\circ}C$, $^{\circ}R = ^{\circ}F + 459.67$, $^{\circ}R = \frac{9}{5} K$
5. $\alpha = \frac{dL}{L_0 dT}$, $\beta = \frac{dA}{A_0 dT}$ आणि $\gamma = \frac{dV}{V_0 dT}$
6. $l = l_0 (1 + \alpha T)$, $A = A_0 (1 + \beta T)$ आणि $V = V_0 (1 + \gamma T)$

7. $\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$

8. ઉષ્ણતા ઊર્જા $Q = K \frac{A(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$, જેથે તાપમાન ગ્રેડિયંટ $= \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{d}$

અનુબંધ - II રૂપાંતરણીય ઘટક

લાંબી

1 m = 100 cm = 3.28 ft = 39.37 in.

1 Å = 10^{-10} m = 10^{-8} cm

1 પ્રકાશ વર્ષ = 9.46×10^{15} m

1 mi = 1.609 km

1 ft = 0.3048 m = 30.48 cm

1 inch (in.) = 2.54 cm

બલ

1 N = 10^5 dyne

1 lb = 4.448 N

શક્તિ

1 W = 1 J/s

1 hp = 746 W

દાબ

1 Pa = 1 N/m²

1 bar = 10^5 Pa

1 atm. = 1.013 bar = 1.013×10^5 Pa

1 torr = 1 mm Hg = 133.3 Pa

વસ્તુમાન

1 kg = 10^3 g

1 Pound = 0.454 kg

1 u = 1 amu = 1.66×10^{-27} kg

વેલ

1 min. = 60 s

1 h = 60 min. = 3600 s

1 day = 86400 s

ઊર્જા

1 cal. = 4.186 J

1 eV = 1.6×10^{-19} J

1 J = 0.239 cal. = 10^7 ergs

1 kWh = 3.6×10^6 J

1 Btu = 1055 J = 252 cal.

આકારમાન

1 litre = 1000 cm³ = 10^{-3} m³

કોન

1 rad = $180^\circ/\pi = 57.3^\circ$

$1^\circ = \pi/180$ rad = 1.745×10^{-2} rad

1 revolution = 2π rad = 360°

ત્વરણ

1 ft/s² = 0.3048 m/s² = 30.48 cm/s²

ગતી

1 km/h = 0.2778 m/s

1 mi/h = 0.447 m/s

વિસકોસિટી

1 Pa-s = 1 Pl = 10 P

1 St = 1 cm²/s

अनुबंध-III प्रयोगशाळेत काम करताना काही सामान्य आणि विशिष्ट सूचना

सामान्य सूचना

1. प्रयोगशाळेत शांतपणे आणि सावधगिरीने काम करा. लक्षात ठेवा कोणताही प्रयोग करण्याचा मुख्य उद्देश विश्वासू मोजमाप करणे आहे
2. नेहमी आपल्या जोडीदारासह कामाच्या सर्व पायऱ्या समान प्रमाणात सामायिक करा.
3. सारणीच्या स्वरूपात डेटाचे सादरीकरण, आलेख आणि गणना योग्य आणि प्रामाणिकपणे केली पाहिजे
4. रेकॉर्डिंग आणि प्रायोगिक डेटाचे प्रतिनिधित्व करताना नेहमी प्रामाणिक रहा. वाचनात फेरफार टाळा.
5. कोणतेही वाचन चुकीचे आढळल्यास, आपल्याला लुटीचा स्रोत शोधण्यासाठी पुन्हा पुन्हा मापन करावे लागेल.
6. प्रयोगांमधून काळजीपूर्वक प्राप्त केलेला डेटा वापरून आलेख व्यवस्थित प्लॉट करा
7. आपण त्यांच्याशी परिचित होण्यासाठी आणि मोटर कौशल्ये विकसित करण्याच्या एकमेव हेतूने साधने आणि उपकरणे मोजण्यासाठी संपर्कात आल्याने शेवटी बारीक मुद्द्यांवर लक्ष केंद्रित करण्याची आणि त्यांना शिकण्याची संधी मिळवा.
8. आपण जमवलेल्या सैद्धांतिक ज्ञानाची पडताळणी करण्यासाठी स्वारस्य असलेले प्रयोग करून शिकण्याची वृत्ती जोपासा आणि वाढवा.
9. वक्तशीरपणा ही यशाची गुरुकिल्ली आहे. प्रयोगशाळा सत्रांसाठी नेहमी वेळेवर रहा आणि प्रयोगाबद्दल स्पष्ट ज्ञान घेऊन तयार व्हा.

विशिष्ट सूचना

1. आपल्या प्रयोगाचा डेटा गोळा करण्यासाठी प्रयोगशाळेत काम करताना, सर्व मोजलेले डेटा नोटबुकमध्ये सुबकपणे लक्षात घेणे आवश्यक आहे.
2. नोटबुकमध्ये प्रविष्ट केलेल्या रेकॉर्ड केलेल्या डेटाची प्रयोगशाळेतून बाहेर पडण्यापूर्वी आपल्या प्रशिक्षकाद्वारे पुष्टी करणे आवश्यक आहे.
3. समान प्रयोग करणाऱ्या सर्व विद्यार्थ्यांना रेकॉर्ड केलेल्या डेटाची वैयक्तिक प्रत ठेवावी लागते. प्रयोग करण्यासाठी आल्यावर नियमितपणे प्रयोगशाळेत नोटबुक आणणे आवश्यक आहे
4. प्रत्येक प्रयोगाच्या शेवटी आलेख व्यवस्थित काढावेत.
5. यासाठी आपल्याला ग्राफ पेपरच्या वापरावर अनुकूलन कसे करावे हे माहित असणे आवश्यक आहे. लक्षात ठेवा की सर्व पुनरावृत्ती डेटा एकाच ग्राफ शीटवर सामावून घ्यावा
6. संबंधित युनिट्स दर्शविणाऱ्या अक्षांसह आलेख योग्यरित्या लेबल केले जाणे आवश्यक आहे
7. प्रयोगशाळेत कामकाजाच्या तासांमध्ये, तुम्ही कालावधीचा पूर्ण वापर केला पाहिजे आणि कामाचे तास पूर्ण होण्यापूर्वी प्रयोगशाळा सोडू नका. जर तुम्ही लवकर संपवले तर तुम्ही उरलेला वेळ गणना आणि आलेख रेखाटण्यासाठी पूर्ण करू शकता आणि त्यासाठी प्रयोगशाळेत तुम्ही कॅल्क्युलेटर, पेन्सिल आणि स्केलसह सुसज्ज असावे.

पुढील शिक्षणासाठी संदर्भ

काही पुस्तकांच्या याद्या खाली दिल्या आहेत ज्या स्वारस्य असलेल्या विद्यार्थ्यांकडून विषय (पुढील सिद्धांत आणि व्यावहारिक दोन्ही) शिकण्यासाठी वापरल्या जाऊ शकतात:

1. Serway, Raymond A.; Jewett, John W., Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics (9th ed.), Cengage Learning, 2017.
2. Tipler, Paul, Physics for Scientists and Engineers: Vol. 1 (4th ed.), W. H. Freeman, 1998.
3. Walker, Jearl, The Flying Circus of Physics (2nd ed.), Wiley & Sons, 2006.
4. Bloomfield, Louis A., How Things Work: The Physics of Everyday Life (6th ed.), Wiley & Sons, 2019.
5. Griffith, W. Thomas; Brosing, Juliet, The physics of everyday phenomena: A conceptual introduction to physics (9th ed.), McGraw Hill, 2019.
6. Young, Hugh; Freedman, Roger, University Physics with Modern Physics (14th ed.), Pearson, 2017.
7. Lamb, H., Hydrodynamics (6th ed.), Cambridge University Press, 1994.
8. Giancoli, Douglas, Physics for scientists and engineers (5th ed.), Pearson, 2021.
9. Hewitt, Paul G, Conceptual Physics (12th ed.), Pearson, 2017.
10. Moore, Thomas, Six Ideas that Shaped Physics: Unit – T – Some Processes are Irreversible (3rd ed.) McGraw-Hill Education, 2016.
11. Halliday, David, Resnick, Robert and Walker, Jearl, Fundamentals of Physics (11th ed.) Wiley & Sons, 2018.

खुल्या शिक्षण संसाधनांची यादी:

1. <http://www.sciencefairadventure.com/>
2. <http://www.physicsclassroom.com/>
3. <http://www.physics.org/>
4. <http://www.fearofphysics.com/>
5. <http://www.sciencejoywagon.com/physicszone/>
6. <http://www.science.howstuffworks.com/>

CO आणि PO अटेन्मेंट टेबल

या कोर्ससाठी कोर्सचे परिणाम (CO) कोर्स पूर्ण झाल्यानंतर प्रोग्रामच्या परिणामांसह (PO) मॅप केले जाऊ शकतात आणि अंतरांचे विश्लेषण करण्यासाठी PO च्या प्राप्तीसाठी परस्परसंबंध तयार केला जाऊ शकतो. PO च्या प्राप्तीमधील अंतरांचे योग्य विश्लेषण केल्यानंतर अंतर दूर करण्यासाठी आवश्यक उपाययोजना केल्या जाऊ शकतात.

CO आणि PO प्राप्तीसाठी टेबल

पाठाची फल निष्पत्ति	कार्यक्रमाच्या परिणामांची प्राप्ती (1- कमकुवत सहसंबंध; 2- मध्यम सहसंबंध; 3- मजबूत सहसंबंध)											
	PO-1	PO-2	PO-3	PO-4	PO-5	PO-6	PO-7	PO-8	PO-9	PO-10	PO-11	PO-12
CO-1												
CO-2												
CO-3												
CO-4												
CO-5												
CO-6												

वरील टेबलमध्ये भरलेला डेटा अंतर विश्लेषणासाठी वापरला जाऊ शकतो.

सूची

कोन -3	व्युत्पन्न भौतिक प्रमाण- 1
कोनीयगती - 103	परिमाण-6
कोनीयत्वरण - 55	डॉटप्रॉडक्ट-46
कोनीय मोमेंटम	लवचिकमर्यादा- 125
कोनीय दिशा - 55	लवचिकता-120,121
कोनीय वारंवारता - 56	ऊर्जा-80
वातावरणाचा दाब - 128	अर्ग-80
बँकिंग ऑफ रोड -58	बुटी-12,13
बॅरोमीटर -128	बुटीप्रसार-12,13,14
सायकलपटूचे वळणावरती तिरके होणे - 59	बल-49
द्रवप्रवाहासाठी बर्नोलीचे समीकरण - 141	बलस्थिरांक- 147
बल्कमॉड्यूलस - 124	फोर्टिनबॅरोमीटर-129
द्रवाची केशिकेतील वाढ - 132, 133	संदर्भजडत्वचौकट-69
सेंट्रीपेटल बल - 57	संदर्भाचीचौकटनॉन-इनर्टियल-69
सेंट्रीफुगल बल - 58	घर्षण-75
सेंट्रीपेटल त्वरण-57	मूलभूत भौतिक राशी-2
CGS एकक - 4	ग्रेव्हसँड उपकरण-65
वर्तुळाकार गती - 54	गुरुत्वाकर्षणबल-49
गतिजघर्षण गुणांक - 77	गुरुत्वाकर्षणसंभाव्य ऊर्जा-81
स्थितिजघर्षण गुणांक - 77	गुरुत्वाकर्षण स्थिर-81
विसकोसिटीचा गुणांक - 134	हुकचानियम-123
थर्मलचालकता गुणांक - 174,177	आवेग-50
संकुचितता-124	जडत्व-69,105
अंगूलरमोमेंटचेकॉनझरवेशन-106	तत्क्षणिककोनीयवेग-55
यांत्रिकऊर्जेचेसंवर्धन (कॉनझरवेशन) -82	तत्क्षणिककोनीयत्वरण-55
लिनियरमोमेंटचेकॉनझरवेशन- 50	युनिट्सचीआंतरराष्ट्रीयप्रणाली-3
संकुचितबले-124,194	जूल, कार्यआणिऊर्जांचेएकक-73,80
संपर्ककोन-131	केल्विन, तापमानाचेएकक-3,167
सातत्यसमीकरण-141	गतिजऊर्जा-80
क्रॉसप्रॉडक्ट-46	गतिजघर्षण-75
गोलाकाररस्त्यावरसायकलस्वारगती-58	लिनियरमोमेंटम-50

किमानमोजणी-10	स्याजीतामापन- 14, 15
मोजमाप-10	स्केलरराशी- 40
यांत्रिकऊर्जा-82	स्केलरप्रॉडक्ट- 45
मायक्रोमीटरस्कूगेज-27	शेयरमोडूलस- 124
जडत्वाचे मोमेंट-105	शेयरस्ट्रेस- 122
जडत्वाचे मोमेंट	शेयरस्ट्रेन-123
रिंगसाठी-108	महत्त्वपूर्णअंक/आकडे -14
डिस्कसाठी-108	SI एकक -03
रॉडसाठी-108	स्फेरोमीटर-31, 32
घनगोलासाठी-108	स्प्रिंगफोर्स- 147
मोमेंटम-49	स्थिरघर्षण - 75
रॉकेटचीगती-50,51	स्टोक्सनियम -137
न्यूटनचेगतीचेनियम-49,50	स्ट्रेन- 122,123
सामान्यबल-49,50	सुव्यवस्थितप्रवाह- 140
समांतरअक्षप्रमेय-107	स्ट्रेस- 121, 122
पास्कल, दाबाचेएकक-127	पृष्ठभागावरीलताण-130, 131
लंबअक्षप्रमेय-107	ताण-49, 57
पॉइझ, व्हिस्कोसिटीच्यागुणकाचेएकक -135,136	स्पर्शिकत्वरण-56
पॉइसनचेगुणोत्तर 161	टर्मिनलवेग- 136
स्थितिजऊर्जा-81	कालावधी-56
शक्ति-80, 85	टोरीसेली-128
लवचिकतेचीआनुपातिकमर्यादा-121	प्रवाहाची नळी- 134
नॉन-इनर्टियलफ्रेममध्येस्यूडोफोर्स-58	अशांत प्रवाह- 140
प्रमाण- 10	एकसमानगोलाकारगती- 102
रेडियलत्वरण- 55	एकक, SI -4
रेडियन- 17	व्हेक्टरचीबेरीज-42
वक्रतालिज्या- 107	वजाबाकी- 42, 43
गायरेशनचीलिज्या- 107	रिझोलुशन- 43
बलपुनर्संचयितकरणे-50, 51	गती -102
रेनॉल्ड्सनंबर- 140	वर्नियरकॅलिपर -21
कठिणपणा मॉड्यूलस 124, 194.	व्हीसकॉसिटी – 134, 135, 137
रोलिंग- 76	वॅट, शक्तीचेएकक - 85
रोलिंगघर्षण- 75, 76	कार्य- 72
रोटेशनअक्ष- 103, 105	कार्य-ऊर्जाप्रमेय – 72, 81
	लवचिकतेचे यंग मॉड्यूलस – 124, 194